

Solution to Practice 3m

$$A, \vec{x}: A\vec{x} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -2 \\ 5 & 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+0+3 \\ 0+0-6 \\ 5+0+6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -6 \\ 11 \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \text{ so } \vec{x}$$

is not in the nullspace of A .

$$A, \vec{y}: A\vec{y} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -2 \\ 5 & 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+0+0 \\ 0+2+0 \\ 5+3+0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 8 \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \text{ so } \vec{y} \text{ is}$$

not in the nullspace of A .

$$A, \vec{z}: A\vec{z} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -2 \\ 5 & 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1+0+1 \\ 0+2-2 \\ -5+3+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \text{ so } \vec{z} \text{ is in the}$$

nullspace of A .

$$B, \vec{x}: B\vec{x} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & -3 \\ 3 & 2 & -4 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 \\ 1 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7+2+0-9 \\ 21+2-20-3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \text{ so } \vec{x} \text{ is}$$

in the nullspace of B .

$$B, \vec{y}: B\vec{y} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & -3 \\ 3 & 2 & -4 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -8 \\ -2 \\ -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-16+0+15 \\ 3-16+8+5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \text{ so } \vec{y}$$

is in the nullspace of B .

$$B, \vec{z}: B\vec{z} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & -3 \\ 3 & 2 & -4 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \\ 8 \\ -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3+4+0+21 \\ -9+4-32+7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 22 \\ -30 \end{bmatrix} \neq$$

$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, so $\vec{z}$ is not in the nullspace of B .

$$C, \vec{x}: C\vec{x} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 9 & 0 \\ -1 & -3 & 10 \\ 2 & 6 & -8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \\ -8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2+18-16 \\ 6+45+0 \\ -2-18-80 \\ 4+36+64 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -100 \\ 104 \end{bmatrix} \neq$$

$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, so $\vec{x}$ is not in the nullspace of C .

$$C, \vec{y}: C\vec{y} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 9 & 0 \\ -1 & -3 & 10 \\ 2 & 6 & -8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -9 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9+9+0 \\ -27+27+0 \\ 9-9+0 \\ -18+18+0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \text{ so } \vec{y} \text{ is}$$

in the nullspace of C .

$$C, \vec{z}: C\vec{z} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 9 & 0 \\ -1 & -3 & 10 \\ 2 & 6 & -8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 12 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 + 36 + 8 \\ 12 + 108 + 0 \\ -4 - 36 + 40 \\ 8 + 72 - 32 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 48 \\ 120 \\ 0 \\ 48 \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \text{ so } \vec{z} \text{ is not in the nullspace of } C.$$