Solution to Practice 4c

B2(a) $\begin{vmatrix} 1 & 5 & 1 \\ 1 & 6 & 1 \\ 7 & 1 & 7 \end{vmatrix} =$

$(1)(1)^{1+1}\begin{vmatrix} 6 & 1 \\ 1 & 7 \end{vmatrix} + (5)(1)^{1+2}\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 7 & 7 \end{vmatrix} + (1)(1)^{1+3}\begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 7 & 1 \end{vmatrix} =$

$(1)(1)((6)(7) - (1)(1)) + (5)(-1)((1)(7) - (7)(1)) + (1)(1)((1)(1) - (7)(6)) =$

$41 - 5(0) + (-41) =$

0

B2(b) $\begin{vmatrix} 3 & -6 & 0 \\ -3 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 4 \end{vmatrix} =$

$(3)(1)^{1+1}\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 4 \end{vmatrix} + (-6)(1)^{1+2}\begin{vmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} + (0)(1)^{1+3}\begin{vmatrix} -3 & 2 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} =$

$(3)(1)((2)(4) - (5)(1)) + (-6)(-1)((-3)(4) - (2)(1)) + 0 =$

$3(3) + 6(-14) =$

-75

B2(c) $\begin{vmatrix} -2 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & -4 & 4 & 0 \end{vmatrix} =$

$(-2)(-1)^{1+1}\begin{vmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \\ -4 & 4 & 0 \end{vmatrix} + (0)(-1)^{1+2}\begin{vmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & -4 \\ 0 & 4 & 0 \end{vmatrix} + (0)(-1)^{1+3}\begin{vmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & -4 \\ 0 & -4 & 0 \end{vmatrix} +$
$(-2)(-1)^{1+4}\begin{vmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 4 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 4 \end{vmatrix} =$

$(-2)(1)\begin{vmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \\ -4 & 4 & 0 \end{vmatrix} + 0 + 0 + (-2)(-1)\begin{vmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 4 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 4 \end{vmatrix} =$

$(-2)\left((2)(-1)^{1+1}\begin{vmatrix} 0 & -4 \\ 4 & 0 \end{vmatrix} + (2)(-1)^{1+2}\begin{vmatrix} 0 & -4 \\ -4 & 0 \end{vmatrix} + (0)(-1)^{1+3}\begin{vmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 4 \end{vmatrix}\right) +$
$(2)\left((0)(-1)^{1+1}\begin{vmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 4 \end{vmatrix} + (2)(-1)^{1+2}\begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} + (2)(-1)^{1+3}\begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -4 \end{vmatrix}\right) =$

$-2((2)(1)((0)(0) - (4)(-4)) + (2)(-1)((0)(0) - (-4)(-4)) + 0)$
$+2(0 + (2)(-1)((4)(4) - (0)(0)) + (2)(1)((4)(-4) - (0)(0))) =$

$-2(2(16)-2(-16))+2(-2(16)+2(-16))=$

$-2(64)+2(-64)=$

-256

B2(d) $\begin{vmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 5 & -6 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 0 & -3 \end{vmatrix} =$

$(-1)(-1)^{1+1}\begin{vmatrix} 2 & 5 & -6 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & -3 \end{vmatrix} + (-1)(-1)^{1+2}\begin{vmatrix} 0 & 5 & -6 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & -3 \end{vmatrix} + (0)(-1)^{1+3}\begin{vmatrix} 0 & 2 & -6 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & -3 \end{vmatrix} +$
$(0)(-1)^{1+4}\begin{vmatrix} 0 & 2 & 5 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \end{vmatrix} =$

$-1\left((2)(-1)^{1+1}\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 0 & -3 \end{vmatrix} + (5)(-1)^{1+2}\begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} + (-6)(-1)^{1+3}\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix}\right)+$
$1\left((0)(-1)^{1+1}\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 0 & -3 \end{vmatrix} + (5)(-1)^{1+2}\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} + (-6)(-1)^{1+3}\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix}\right)+0+$
$0=$

$-(2((1)(-3)-(0)(-1))-5((0)(-3)-(2)(-1))-6((0)(0)-(2)(1)))$
$+(0-5((1)(-3)-(2)(-1))-6((1)(0)-(2)(1)))=$

$-(-6-10+12)+(5+12)=$

21

Section 5.2, D5(a) $\det\begin{bmatrix} a+p & b+q & c+r \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} =$

$(a+p)(-1)^{1+1}\det\begin{bmatrix} e & f \\ h & k \end{bmatrix} + (b+q)(-1)^{1+2}\det\begin{bmatrix} d & f \\ g & k \end{bmatrix} + (c+r)(-1)^{1+3}\det\begin{bmatrix} d & e \\ g & h \end{bmatrix} =$

$(a+p)\det\begin{bmatrix} e & f \\ h & k \end{bmatrix} + (-1)(b+q)\det\begin{bmatrix} d & f \\ g & k \end{bmatrix} + (c+r)(-1)^{1+3}\det\begin{bmatrix} d & e \\ g & h \end{bmatrix} =$

$a\det\begin{bmatrix} e & f \\ h & k \end{bmatrix} + p\det\begin{bmatrix} e & f \\ h & k \end{bmatrix} - b\det\begin{bmatrix} d & f \\ g & k \end{bmatrix} - q\det\begin{bmatrix} d & f \\ g & k \end{bmatrix} + c\det\begin{bmatrix} d & e \\ g & h \end{bmatrix} +$
$r\det\begin{bmatrix} d & e \\ g & h \end{bmatrix} =$

$a\det\begin{bmatrix} e & f \\ h & k \end{bmatrix} - b\det\begin{bmatrix} d & f \\ g & k \end{bmatrix} + c\det\begin{bmatrix} d & e \\ g & h \end{bmatrix} + p\det\begin{bmatrix} e & f \\ h & k \end{bmatrix} - q\det\begin{bmatrix} d & f \\ g & k \end{bmatrix} +$
$r\det\begin{bmatrix} d & e \\ g & h \end{bmatrix} =$

$$a(-1)^{1+1}\det\begin{bmatrix} e & f \\ h & k \end{bmatrix} + b(-1)^{1+2}\det\begin{bmatrix} d & f \\ g & k \end{bmatrix} + c(-1)^{1+3}\det\begin{bmatrix} d & e \\ g & h \end{bmatrix}$$

$$+\, p(-1)^{1+1}\det\begin{bmatrix} e & f \\ h & k \end{bmatrix} + q(-1)^{1+3}\det\begin{bmatrix} d & f \\ g & k \end{bmatrix} + r(-1)^{1+3}\det\begin{bmatrix} d & e \\ g & h \end{bmatrix} =$$

$$\det\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} + \det\begin{bmatrix} p & q & r \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$$