



Towards Operations Research for all

CLAIO 2018

XIX Latin-Iberoamerican Conference on Operations Research

September 24-27, 2018 | Lima, Perú

Proceeding of the XIX Latin-Iberoamerican
Conference on Operations Research, CLAIO 2018



Sociedad Peruana de Investigación Operativa y de Sistemas

Proceeding of the XIX Latin-Iberoamerican Conference on Operations Research, CLAIO 2018

David Mauricio – André Mauricio, Editors

Proceeding of the XIX Latin-Iberoamerican Conference on Operation Research, CLAIO
2018

Editado por:

© Sociedad Peruana de Investigación Operativa (SOPIOS)

Calle Ramón Cerdeira N° 175, Dpto 301 – San Borja

Telf. 971509987

clai@sopios.org.pe

Lima – Perú

Primera edición electrónica, noviembre 2019

Publicación disponible en: <http://www.sopios.org.pe/clai2018>

ISBN: 978-612-48146-1-7

Preface

The first CLAIO Conference at Rio de Janeiro in November 1982, marked the beginning of the Latin-Ibero-American Operations Research Society (ALIO). These Conference have continued to be held every two years, congregating a large number of researchers over the world.

The XIX CLAIO 2018, organized by the Peruvian Society of Operations Research (SOPIOS) together with the ALIO took place in Centro de Convenciones de Lima, San Borja, Lima-Perú, between September 24th and September 27th, 2018.

This volume contains a selection of the papers presented at CLAIO 2018. More than 420 abstracts and papers were received from over 20 countries and 366 of these were presented in the conference. This volume contains 142 selected papers that were presented in the conference. We hope that they become a valuable resource of the Operation Research community.

I would like to thank all the authors and referees for their work preparing and reviewing these papers. Special thanks to André Mauricio, David Mauricio, Rosa Delgadillo and Antoni Cuentas who did much of the hard work to put together the program and the proceedings.

October 25, 2019
Lima, Peru

Erik Alex Papa Quiroz
Scientific Committee Chair
CLAIO 2018

David Mauricio
Conference Chair of CLAIO 2018

Nelson Maculan
Conference Co-Chair of CLAIO 2018

Alex Papa
Conference Co-Chair of CLAIO 2018
Scientific Committee Chair

Program Committee

Abdel Lisser	Université Paris-Sud, France
Andrés Medaglia	Universidad de Los Andes, Colombia
Benar Svaiter	IMPA, Brazil
Daniel Bienstock	Columbia University, USA
Héctor Cancela	Universidad de la República, Uruguay
Hugo Scolnik	Universidad de Buenos Aires, Argentina
Jaume Barcelò	Universidad Politécnica de Cataluña, Spain
Luidi Simonetti	Universidad Federal Rio de Janeiro, Brazil
Luis Gouveia	Universidade de Lisboa, Portugal
Luis Morales	Universidad Autónoma de México, Mexico
Miguel Anjos	Ecole Polytechnique de Montreal, Canada
Pablo Adasme	Universidad de Santiago, Chile
Philippe Michelon	Université d'Avignon, France
Pietro Belotti	FICO, United Kingdom
Roberto Cominetti	Universidad Adolfo Ibañez, Chile
Silvano Martello	Universita di Bologna, Italy
Thomas Liebling	École Polytechnique Fédérale de Laussane, Switzerland
Yu-Hong Dai	Chinese Academy of Sciences, China
Cristian Martínez	Universidad Nacional de Salta, Argentina
Diego Delle Donne	Universidad Nacional de General Sarmiento, Argentina
Elvio Pilotta	Universidad Nacional de Córdoba, Argentina
Guillermo Durán	Universidad de Buenos Aires/Universidad de Chile
Irene Loiseau	Universidad de Buenos Aires, Argentina
Ivo Koch	Universidad Nacional de General Sarmiento, Argentina
María Alejandra Castellini	Universidad de Buenos Aires, Argentina
Pablo Lotito	Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires, Argentina
Felipe Martins Muller	Universidade Federal de Santa Maria, Brazil
Caroline Mota	Universidade Federal de Pernambuco, Brazil
Eduardo Uchoa	Universidade Federal Fluminense, Brazil
Luciana Salet Buriol	Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Brazil
Luiz Satoru Ochi	Universidade Federal Fluminense, Brazil
Marcia Fampa	Universidade Federal do Rio de Janeiro, Brazil
Nelson Maculan	Universidade Federal do Rio de Janeiro, Brazil
Reinaldo Castro Souza	Pontificia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Brazil
Rosiane de Freitas Rodrigues	Universidade Federal do Amazonas, Brazil
Simone de Lima Martins	Universidade Federal Fluminense, Brazil
Jaime Miranda	Universidad de Chile
Andrés Weintraub	Universidad de Chile
Cristian Cortes	Universidad de Chile
Eduardo Moreno	Universidad Adolfo Ibañez, Chile
Lorena Pradenas	Universidad de Concepción, Chile
Richard Weber	Universidad de Chile

Rosa Gonzales	Universidad de los Andes, Chile
Sebastián Maldonado	Universidad de los Andes, Chile
Victor Albornoz	Universidad Federico Santa Maria, Chile
Jairo R. Montoya-Torres	Universidad de La Sabana, Colombia
Elyn L. Solano-Charris	Universidad de La Sabana, Colombia
Jairo R. Coronado-Hernandez	Universidad de la Costa, Colombia
John Wilmer Escobar	Pontificia Universidad Javeriana Cali, Colombia
Juan Carlos Rivera	Universidad EAFIT, Medellin, Colombia
Juan G. Villegas	Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia
Diego Recalde	Escuela Politécnica Nacional, Ecuador
Emilio Carrizosa	Universidad de Sevilla, Spain
Joaquín Sicilia	Universidad de La Laguna, Spain
David F. Muñoz Negrón	Instituto Tecnológico Autónomo de México
Adrián Ramírez Nafarrate	Instituto Tecnológico Autónomo de México
David Romero Vargas	Universidad Nacional Autónoma de México
Elías Olivares Benítes	Universidad Panamericana, Mexico
José Luis González Velarde	Tecnológico de Monterrey, Mexico
Juan Antonio Díaz García	Universidad de las Américas Puebla, Mexico
Marta Cabo Nodar	Instituto Tecnológico Autónomo de México
Neale Smith Cornejo	Tecnológico de Monterrey, Mexico
Roger Z. Ríos Mercado	Universidad Autónoma de Nuevo León, Mexico
Yasmín Ríos Solís	Universidad Autónoma de Nuevo León, Mexico
Alexander Benavides Rojas	Universidad Católica de San Pablo, Peru
Alvaro Fernandez Del Carpio	Universida Católica de Santa María, Peru
Augusto Bernuy Alva	Universidad San Martín de Porres, Peru
Carlos Raymundo Ibañez	Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas, Peru
Dante Guerrero Chanduvi	Universidad de Piura, Peru
Dennis Barrios Aranibar	Universidad Católica de San Pablo, Peru
Edward Hinojosa Cardenas	Universidad Nacional de San Agustín, Peru
Glen Rodriguez Rafael	Universidad Nacional de Ingeniería, Peru
Hector Melgar Sasieta	Pontificia Universidad Católica del Peru
Isabel Gonzales Farias	Universidad de Piura, Peru
Ismael Sánchez Rodriguez-Mocrillo	Universidad de Piura, Peru
Jesus Espinola Gonzales	Universidad Nacional Santiago Antunez De Mayolo, Peru
Jorge Poco Medina	Universidad Católica de San Pablo, Peru
Jorge Vargas Flores	Pontifica Universidad Católica del Perú
José Alvarez Merino	Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, Peru
Jose Pow Sang Portillo	Pontifica Universidad Católica del Perú
Luz Bayona Ore	Universidad Autonoma del Perú
Manuel Castillo-Cara	Universidad Nacional de Ingeniería, Peru
Nestor Mamani Macedo	Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Peru
Raul Siche Jara	Universidad Nacional de Trujillo, Peru
Yvan Tupac Valdivia	Universidad Católica de San Pablo, Peru
José Fernando Oliveira	Universidade do Porto, Portugal
Ana Paula Barbosa Póvoa	Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa, Portugal
Isabel Cristina Lopes	LEMA / CEOS.PP / ISCAP-Politécnico do Porto, Portugal
Jorge Orestes Cerdeira	Universidade NOVA de Lisboa, Portugal
José Valério de Carvalho	Universidade do Minho, Portugal
Luis C. Dias	University of Coimbra, Portugal
Maria Antónia Carravilla	Universidade do Porto, Portugal
Maria Eugénia Captivo	Universidade de Lisboa
Susana Relvas	Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa, Portugal
Tatiana Tchemisova	Universidade de Aveiro, Portugal
Antonio Mauttone	Universidad de la República, Uruguay
Libertad Tansini	Universidad de la República, Uruguay
María E. Urquhart	Universidad de la República, Uruguay
Pedro Piñeyro	Universidad de la República, Uruguay
Luis Miguel Torres	Escuela Politécnica Nacional, Ecuador

Table of Contents

6	Modelo de simulación por eventos discretos para el análisis operativo de los tiempos de espera y el uso de recursos en el área de recepción de caña de un ingenio azucarero <i>Andrea González Revelo and Dulber Ortiz Arboleda</i>	15
7	Use and misuse of supply chain echelon competition to improve efficiency <i>Xavier Brusset and Per J. Agrell</i>	23
8	Descomposición en tres etapas de un horario universitario utilizando programación entera binaria <i>José Israel Hernández Vázquez, Salvador Hernández González and María del Rosario Baltazar Flores</i>	30
9	Enfoque híbrido en el problema de localización del buffer para minimizar el inventario en proceso en líneas de producción abiertas <i>José Omar Hernández Vázquez, Salvador Hernández González, Manuel Darío Hernández Ripalda and José Alfredo Jiménez García</i>	38
13	Aplicación de Seis Sigma en una Pequeña y Mediana Empresa (PyMES) <i>Hernán Samaniego Guevara</i>	46
14	Li and Reeves dual model applied to Brazilian airports system <i>Deivison da Silveira Pereira, Mariana Rodrigues de Almeida, Luana Carneiro Brandão and João Carlos Correia Baptista Soares de Mello</i>	54
17	A DEA perspective to analyze the eco-efficiency assessment through the LCA+DEA approach <i>Lidia Angulo Meza, Marcela Gonzalez Araya, Alfredo Iriarte, João Carlos C. B. Soares de Mello and Ricardo Rebolledo-Leiva</i>	62
22	Proposição de um Modelo Matemático Baseado em Programação Linear Inteira para o Planejamento da Plantação e Cultivo de Flores numa Floricultura Brasileira <i>Edwin Benito Mitacc Meza, Dalessandro Soares Vianna, Roberta Diniz, Iara Tammela and Máximo Concepción Mitacc Meza</i>	70
23	Exact approach to solve the Capacitated Vehicle Routing Problem with Stochastic Demands and Restocking Policy <i>Juan-Jose Salazar-González and François Louveaux</i>	78
28	Algoritmo Híbrido para Solucionar el Problema de Programación de Vehículos de Transporte Público con Múltiples Depósitos <i>Rubén Iván Bolaños, Antonio Hernando Escobar Zuluaga, Mauricio Granada Echeverri, César Augusto Marín Moreno, Luis Miguel Escobar Falcón and Anand Subramanian</i>	85
39	Análise da colaboração na cadeia de suprimentos de uma empresa da indústria farmacêutica no elo fornecedor-cliente <i>Rafaela Rey Costa Tostes, Priscilla Cristina Cabral Ribeiro, Maria Helena Campos Soares De Mello and Marcelo Maciel Monteiro</i>	93
41	Identificação das potências olímpicas da história utilizando uma metodologia baseada em sucessivos cálculos do núcleo h <i>Bruno Guimarães Torres, Juliana de Castro Reis and João Carlos Correia Baptista Soares de Mello</i>	101

43	Un Algoritmo para Programación No Lineal Entera Mixta Convexa Basado en Plano de Corte Extendido <i>Wendel Melo, Marcia Fampa and Fernanda Raupp</i>	109
44	Rail Rapid Transit Network Capacity Expansion Planning <i>Ángel Marín, Luis Cadarso and Laureano F. Escudero</i>	117
45	Multi-period Prize Collecting Steiner Tree Problem with Budget Constraints <i>Larissa Faria, David Sotelo, Sanjay Jena, Jean-François Cordeau and Hélio Lopes</i>	125
49	Tendências Futuras para Pesquisas em Problemas de Roteamento de Veículos <i>Luiz Satoru Ochi, Lucia Drummond, Yuri Frota, Cristiana Bentes and Igor Machado Coelho</i>	133
51	Aplicação do MACBETH para apoio na avaliação de Programas de pós-graduação interdisciplinares no Brasil <i>Rafael Santos Tavares, Lidia Angulo-Meza, Luís Alberto Duncan Rangel and Annibal Parracho Sant'Anna</i>	140
55	Pairs of paths determination aiming to minimize the number of common arc labels and the cost <i>Marta Pascoal and João Clímaco</i>	148
60	O Problema de minimização de troca de ferramentas aplicado a uma industria de embalagens de papelão ondulado <i>Marcelo Ferreira and Silvio Alexandre de Araujo</i>	156
62	Estrategia de Flexibilidad Híbrida en la Programación de Personal: Caso de Estudio Retail <i>Andrés Felipe Porto, César Augusto Henao and Héctor López</i>	164
67	General Model of Supply Chain Competition: Description and Experimental Results <i>Lourdes Perea Muñoz, Alejandro Clausse, Víctor Herrero, Mariana Falco and Rafael Venere</i>	171
69	Optimización de stock en la gestión de mantenimiento de empresas mineras <i>Jimmy Oblitas Cruz and Mylena Karen Vélchez Torres</i>	179
70	Modeling the Stochastic Steady-State of Mixed-Model Assynchronous Assembly Lines with Markov Chains <i>Thiago Cantos Lopes, Celso Gustavo Stall Sikora, Adalberto Sato Michels, Arinei Carlos Lindbeck da Silva and Leandro Magatão</i>	183
72	Proposta de um Modelo Matemático para Programação da Operação de Turbinas a Gás em Estações de Compressão para Transporte de Gás Natural <i>Hugo da Silva Guimarães, Edwin Benito Mitacc Meza, Dalessandro Soares Vianna, Danilo Artigas and Marcilene de Fátima Dianin Vianna</i>	191
75	Abordagens biobjetivo para o problema de corte de estoque multiperíodo <i>Livia Maria Pierini and Kelly Cristina Poldi</i>	199
77	Relación entre innovación y gestión de recursos humanos en empresas industriales <i>Rocío Rocha, Ángel Cobo and Marco Antonio Villamizar</i>	207
78	Atención de Fallas en Sistemas de Distribución de Energía Eléctrica: Un Enfoque de Control Óptimo <i>Eduardo Giraldo Suarez, Jairo Alberto Villegas Florez and Byron Hernandez</i>	215

80	Comparación de estrategias de PL y AG para la optimización de cortes de cartón <i>Gustavo Isaías Encina Palmerola and Juan Pablo Nogués</i>	223
83	Cutting stock problem with usable leftovers: an approach using K -best solutions <i>Arthur Medeiros Figueiredo Barreto, Douglas Nogueira do Nascimento, Luiz Henrique Cherri and Adriana Cristina Cherri</i>	232
85	Determination of feeding strategies in aquaculture plants using a multicriteria approach and genetic algorithms <i>Ángel Cobo, Ignacio Llorente, Manuel Luna and Ladislao Luna</i>	240
91	A Hybrid Approach (Genetic Algorithm + Tabu Search) to Solve the Direct Marketing Problem <i>Felipe Martins Müller, Iaê Santos Bonilha and Veridiane Bárbara de Souza</i>	248
93	An efficient combinatorial algorithm for Closest String Problem with four strings <i>Omar Latorre Vilca and Rosiane de Freitas</i>	256
95	Sustainable approach to the sugar cane supply chain optimization in Cuba <i>Esteban López Milán, Lluís Miquel Plà Aragonés and Adela Pagés Bernaus</i>	264
97	Ranking with DEA: the Quasi Ideal DMU concept <i>João Danilo Favali and Armando Zeferino Milioni</i>	269
107	Algoritmos exatos para o problema da filogenia viva <i>Edna A. Hoshino, Bianca A. Araujo and Vitória O. Freitas</i>	276
108	Modelo para el problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo en Bogotá usando flota heterogénea con tiempo dependiente <i>Diego Acevedo, Sebastián Beltrán, Juan Chaparro, Nicolás Rincón García and Mohamed Rabie Nait Abdallah</i>	284
122	Modelos matemáticos para um problema Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes em Linhas Paralelas <i>Willy A. Oliveira and Maristela O. Santos</i>	292
131	Gestión de Inventario para una Institución de Medicina Altamente Especializada de Uruguay <i>Pedro Piñeyro, Gabriela Artecona, Sofía Bonilla and Martín Buschiazzo</i>	300
134	Comparing the traditional Malmquist Index against a literature model for measurement of the productivity changes between companies under a regulatory scenario. To discuss the differences, advantages and disadvantages onto a regulated scenario. <i>Julio Cesar Mosquera Gutierrez, Rafael Coradi Leme and Rodrigo Mota</i>	308
138	Un Modelo de Simulación Simple y Eficiente para un Sistema de Bicicletas Compartidas <i>Héctor Ricardo Gómez Márquez, Adrián Ramírez Nafarrate and Rafael López Bracho</i>	314
143	An Efficient Heuristic For Designing of Hub-and-Spoke Networks with Cycle Topology <i>Rodrigo de Carvalho, Alexandre Xavier Martins and Rodney Rezende Saldanha</i>	321
151	Diseño de una Técnica de Solución para el Problema de Localización-Inventario-Ruteo en Logística Humanitaria <i>Diana Carolina Constantino De La Espriella, Daniela Andrea Coronado Ríos, Diana Catherine Herrera Ortiz, Angie Yohana Wilches Duarte, Ricardo Fernando Otero Caicedo and Carlos Eduardo Montoya Casas</i>	329

152	Powers of Circular-Arc Models <i>Francisco J. Soullignac and Pablo Terlisky</i>	337
155	Aplicación de clasificación ABC para la gestión de inventarios a través de programas macro en una empresa comercializadora de productos de limpieza en México <i>José Luis Félix Moreno and María de los Ángeles Navarrete Hinojosa</i>	345
156	Extending cover inequalities for the quadratic knapsack problem to relaxations in lifted space <i>Marcia Fampa, Daniela Lubke, Fei Wang and Henry Wolkowicz</i>	353
157	O Problema da k-Floresta com Máximo Número de Folhas <i>Francisco Sergio de Freitas Filho and Rafael Castro de Andrade</i>	361
158	Replanificación óptima de tours de cosecha forestal por falla temporal de equipos de cosecha <i>Víctor Viana, Héctor Cancela and Lorena Pradenas-Rojas</i>	372
160	A GIS-MCDA approach designed to evaluate areas based on theft incidences <i>Amanda Gadelha Ferreira Rosa, Débora Viana e Sousa Pereira, Ciro José Jardim Figueiredo and Caroline Maria de Miranda Mota</i>	379
162	A nonstationary hypercube model considering preemptive end-of-shift discipline <i>Caio Vitor Beojone and Regiane Máximo de Souza</i>	387
164	Proposta de um Modelo Matemático para o Problema de Programação de Equipes de Manutenção Industrial em uma Empresa de Óleo e Gás <i>Thomas Edson Viana De Souza Coelho, Dalessandro Soares Viana, Edwin Benito Mitacc Meza, Marcilene de Fátima Dianin Vianna and Jesus Alberto Cossa Cabanillas</i>	395
165	Os desafios a área de suprimentos e mapeamento de oportunidades: uma revisão crítica e sistemática da aplicação do Problem Structuring Methods (PSM) e análise SODA <i>Paula da Cunha Felipe, Caroline Carmo Ebendinger, Thainá Moulin Maia and Níssia Carvalho Rosa Bergiante</i>	403
167	Algoritmo de clusterización para variables con escalas Ipsativas, como método para determinar perfiles motivacionales en millennials de Guadalajara <i>Jessica Rubiano-Moreno, Carlos Eduardo Alonso-Malaver, Samuel Moisés Nucamendi-Guillen and Carlos Eduardo López Hernández</i>	411
168	Análise da capacidade de fábricas com o uso da Dinâmica de Sistemas: uma abordagem sistêmica para problemas complexos <i>Níssia Carvalho Rosa Bergiante, Caroline Carmo Ebendinger, Thainá Moulin Maia and Paula da Cunha Felipe</i>	419
172	Análise de impactos de mudança de cultura organizacional através de Métodos de Estruturação de Problemas (PSM): uma revisão sistemática de literatura e aplicações do Strategic Options Development Analysis (SODA) <i>Thainá Moulin Maia, Paula da Cunha Felipe, Caroline Carmo Ebendinger and Níssia Carvalho Rosa Bergiante</i>	427
173	A problem of vehicle routing with border crossing in Latin America with transshipments points <i>J. Isaac Pemberthy R., Juan E. Muriel-Villegas and Karla C. Álvarez-Uribe</i>	436
185	Metodología con técnicas matheurísticas para la solución del problema de ruteo de vehículos multidepósito con entregas y recogidas simultáneas - MDVRPSPD <i>Pedro Pablo Ballesteros Silva, Antonio Escobar Zuluaga and Diana Paola Ballesteros Riveros</i>	442

186	Optimization in AGP Colombia Production Planning <i>Juan Felipe Mora Martínez, Diana Carolina Vargas Cotrino, Rabie Nait-Abdallah and Alvaro Lozano</i>	450
191	Optimización del consumo energético utilizado en los equipos de las líneas de producción en la industria secundaria <i>Paola Sunashi Monroy Rivera and Esther Segura Pérez</i>	458
194	La Investigación Operativa en el Self-Management para mejorar la productividad en la Administración de una Base de Datos <i>Jorge L. del Mar Arzola</i>	467
197	Identificación y Medición del Riesgo Operativo a partir de redes bayesianas en una entidad pública <i>Jeimy Higuera, Cristina Rojas and Wilson Arenas</i>	475
200	Uso de cadenas de Markov para la predicción de la tasa de desempleo en los próximos 10 años en Lima Metropolitana <i>Luis Ramos Ñ., Yessenia Guillen H., Oscar Dioses M., Marisol Jara M. and Juan Nolasco</i>	484
205	Reference Ideal Method: aplicación a decisiones vinculadas con el cuidado de la salud y consumo de agua mineral <i>Miguel Angel Curchod and Catalina Lucia Alberto</i>	492
212	Classification of projects in classes of management methodologies based on ELECTRE TRI <i>Victor Fernando Câmara Viana and Luciana Hazin Alencar</i>	500
214	Diseño del proceso de logística inversa de residuos de aparatos eléctricos y electrónicos (RAEE) a través de dinámica de sistemas y optimización <i>Camilo Llerena Riascos, Juan G. Villegas, Sebastián Jaén and Jairo R. Montoya-Torres</i>	508
215	Usable leftovers in the multiperiod cutting stock problem: a new approach <i>Douglas Nogueira do Nascimento, Silvio Alexandre de Araujo and Adriana Cristina Cherri</i>	516
217	Problema de roteirização de veículos com transporte de funcionários: uma aplicação em uma empresa de mineração <i>Vinícius Teófilo Pereira Soeiro, André Luís Silva and Puca Huachi Vaz Penna</i>	523
218	Construcción de un indicador de la calidad crediticia de los países en desarrollo por medio de estadística robusta y UTADIS <i>José M. Vargas and Mariana Funes</i>	531
219	Heurísticas para Minimizar o Tempo Total de Fluxo em Máquinas Paralelas <i>Luciana Vieira de Melo, Thiago Alves de Queiroz and Leandro Resende Mundim</i>	539
222	Problema da Mochila Bidimensional com Corte Guilhotinado em 2 e 3 estágios <i>Oliviana Xavier do Nascimento, Thiago Alves de Queiroz and Leonardo Junqueira</i>	547
226	Los grupos de interés en la programación de sistemas de manufactura “Job Shop” utilizando un algoritmo genético multiobjetivo <i>Germán Coca, Omar D. Castrillón and Santiago Ruiz</i>	555
228	A Branch-cut-and-price Algorithm for the Traveling Salesperson Problem with Hotel Selection <i>Luiz Henrique Barbosa and Eduardo Uchoa</i>	567

231	Metaheuristic algorithms for real cases of Vehicle Routing Problems with Heterogeneous Fleet and Time Windows (VRPTW) <i>Jose Bernal, John Willmer Escobar and Rodrigo Linfati</i>	575
232	Modelación para la programación de proyectos con recursos limitados en empresas de consultoría, auditoría e interventoría <i>Kennedy Captuayo-Novoa, Katherine Moreno-Caicedo, Jose-Fernando Jimenez, Eliana Gonzalez-Neira and Juan Pablo Caballero-Villalobos</i>	581
233	Asignación de puntos estratégicos del Perú para la instalación de energías renovables usando modelos de optimización <i>James Llamo, Zuly Huamán and Hernán Barriga</i>	589
235	Un algoritmo genético para manejar la imprecisión en el problema de asignación de atraques y grúas <i>Edwar Lujan, Jose A. Rodriguez Melquiades, Flabio Gutierrez and Edmundo Vergara</i>	597
236	Optimización de rutas en el recojo de residuos sólidos en un distrito de Lima-Perú <i>Wilmer Velasco Chanta, Jhamyr Anthony Molocho Avellaneda, Miguel Horacio Valdivia Valencia, Tawnni Briggitt Omayra Mejia César and Hernán Barriga</i>	605
243	An adaptive Shewhart chart with varying sample statistic to control bivariate processes <i>Antonio Fernando Branco Costa and Roberto Campos Leoni</i>	615
244	Data Envelopment Analysis using Gams <i>Luis Ernesto Torres Guardia</i>	623
245	A New Tiebreaker in the NEH heuristic for the Permutation Flow Shop Scheduling Problem <i>Alexander J. Benavides</i>	631
247	Consideração de Emissões de Gases de Efeito Estufa no Planejamento de Longo Prazo da Expansão da Geração por meio de Métodos de Apoio à Decisão Multicritério <i>Thatiana Conceição Justino, Albert Cordeiro Geber de Melo, Nelson Maculan and Maria Elvira Piñeiro Maceira</i>	639
248	Un híbrido entre Búsqueda Tabú y Algoritmo Genético para solucionar el Problema de Distribución de Planta Dinámico (DFLP) con instalaciones de áreas iguales <i>Daniel Enrique Andrade Peña, Luis Fernando Rodríguez Jiménez, Carlos Eduardo Díaz Bohórquez and Tatiana Andrea Castillo Jaimes</i>	647
253	An Iterated Semi-Greedy Algorithm for the 0-1 Quadratic Knapsack Problem <i>Leticia L. Pinto Alva and Alexander J. Benavides</i>	653
255	Modelagem para a roteirização do processo de coleta e transporte dos resíduos sólidos urbanos <i>José Antonio Rodríguez Melquiades and Adelaida Pallavicini Fonseca</i>	660
256	Método exato para o problema da diversidade máxima <i>Pablo Luiz Braga Soares, Manoel Campêlo and Daniel Nogueira Rebouças</i>	668
257	Alguns experimentos com um modelo de programação matemática para o problema de localização-roteamento em dois níveis com janelas de tempo e múltiplos entregadores <i>Vitória Pureza and Juan Sebastián Poveda Golfo</i>	676
258	Tratamiento de efluentes y generación de biogás con biodigestores de bajo costo: enfoque de contingencia para un matadero	684

Jorge L. Recalde-Ramírez, María M. López, Julio Canales Fernández and Diego P. Pinto-Roa

- | | | |
|-----|---|-----|
| 260 | Uma Busca em Vizinhança de Grande Porte para o Sequenciamento de Tarefas em Máquinas Paralelas
<i>Gustavo Peixoto Silva and Eduardo de Oliveira Ferreira</i> | 692 |
| 266 | Modelo para la Distritación y Asignación de Escaños de la Reforma al Sistema Electoral Chileno
<i>Rodrigo Rebolledo Vega, Gustavo Chávez Errázuriz, Óscar Cornejo Zúñiga and Carlos Obreque Niñez</i> | 700 |
| 267 | Maximização da lucratividade de uma confecção utilizando programação linear como ferramenta de auxílio à tomada de decisão
<i>Priscila da Cunha Jácome Vidal, Hálison Fernandes Bezerra Dantas, Ciro José Jardim de Figueiredo and Izaac Paulo Costa Braga</i> | 708 |
| 269 | Metaheuristic approach to land use optimization balancing productivity and environmental protection
<i>Antonio Mauttone, Lourdes Cairelli, Francisco Paroli and Lorena Rodríguez-Gallego</i> | 716 |
| 276 | Algoritmo de Dijkstra para generar rutas alternas de camino mínimo para el desvío vehicular en el Centro de Lima
<i>Ricra Tambra Oksana, Mejía Villanueva Elsa, Berger Vidal Esther and Oré Luján José.</i> | 724 |
| 278 | Optimización en la recolección no convencional de residuos sólidos en los distritos de Lima Metropolitana
<i>Brillith Dianira Suarez Solis, Luis Enrique Gerova Ampuero, Miguel Angel Taype Llaique and Kelly Fiorela Chuquihuanca Pintado</i> | 732 |
| 283 | Análise e previsão do tempo de execução de rotas de veículos no tráfego utilizando algoritmos de aprendizado de máquina em fluxo de dados
<i>Angelica de S. Pinto, Flavia Bernardini, Jose Santos Lopes, Patrick Moratori and Edwin Benito Mitacc Meza</i> | 740 |
| 290 | Propuesta de mejora en los tiempos de fabricación de polos en una empresa textil peruana, aplicando herramientas de Simulación de Sistemas Discretos
<i>José Rómulo Abanto Rosario, Camila Valeria Huanca Ramos, Jonatán Edward Rojas Polo, Jorge Luis Quispe Munive, Rafael Martin Cabrera Huamani and Silene Liliana Silva Merizalde</i> | 748 |
| 293 | Mejora de los indicadores de costo en una metalmecánica mediante el uso de un modelo de optimización matemática en los niveles de producción
<i>Andia Inca, Rubi Xiomara; Celestino Loarte, Erik Nilton; Merino Gordillo, Raul Elias; Vergara Revatta, Oscar Roque; and Jonatán Edward Rojas Polo</i> | 756 |
| 296 | Análisis de conglomerados en grafos para identificar actores revelantes en un desastre utilizando datos de Twitter, caso de estudio Sinabung 2018
<i>Ortiz Sierra Robinson, Martínez Cano Juan Guillermo, Martínez Quezada Daniel Orlando and Lamos Díaz Henry</i> | 767 |
| 298 | Método Exato para o Problema de Coloração de Fluxo
<i>Manoel Campêlo and Jhonata Matias</i> | 775 |
| 300 | Análisis de capacidad de producción en una fábrica de productos a base de maíz en Medellín, mediante simulación discreta.
<i>Daniela Guerra Ocampo and Ronald Akerman Ortiz García</i> | 783 |

302	The multiple team formation problem <i>Tatiane Figueiredo and Manoel Campêlo</i>	791
304	Comparing Two Representation Schemes for the Canonical Genetic Algorithm Applied to Job Shop Scheduling Problems: Non-intuitive Findings <i>Flavio Grassi, Valdemar Modolo Junior and Fabio Henrique Pereira</i>	799
308	FJSP: Una aplicación para la reducción del tiempo de espera en el proceso de fabricación del perno de seguridad para cargadoras <i>Angelina Sifuentes Barba, Irma Delia Garcia Calvillo, Edgar Omar Reséndiz Flores and Efraín Ruíz y Ruíz</i>	807
309	Grasp Reativo para o Problema de Corte Bidimensional Guilhotinado Restrito <i>André Soares Velasco and Eduardo Uchoa Barboza</i>	815
311	The dynamics of vertical integration and industry environment: A case study <i>N. Ravichandran</i>	823
315	Hacia una metodología de diseño de experimentos para problemas combinatorios <i>María Beatriz Bernábe Loranca, Gerardo Martínez Guzmán, Martín Estrada Analco, Rogelio González Velázquez and Jorge Ruiz Vanoye</i>	827
317	Segurança pública: modelo multicritério para alocação de unidades policiais <i>Maria Creuza Borges de Araújo and Carlos Eduardo Bezerra</i>	835
319	Simulação e otimização da alocação de recursos humanos especialistas e sequenciamento de tarefas na economia criativa <i>André Luis Marques Ferreira dos Santos, Jonathan Farias Bordignon and Fabio Henrique Pereira</i>	843
321	Localización de Ambulancias Para la Atención de Accidentes de Tránsito en la Ciudad de México <i>Zaida Estefanía Alarcón Bernal and Ricardo Aceves García</i>	851
325	The Vehicle Sharing Problem with Physical and Social Constraints <i>Tatiane Fernandes Figueiredo, Deyvison Nogueira Rodrigues and Rommel Dias Saraiva</i>	860
329	Distribución urbana de mercancías en el sector de alimentos procesados, a partir de un modelo de optimización propio de ruteo de vehículos <i>Javier Arias-Osorio, Yeily Parra Pimiento and Slendy Paola Malaver Rodriguez</i>	868
330	Desarrollo de un modelo de simulación de eventos discretos en la producción de suelas termoplásticas <i>Angie Paola Correa Sepúlveda, Carolina Garcés Jiménez, Julián Andrés Castro Castro and Yony Fernando Ceballos</i>	876
331	Simulación de Eventos Discretos en una empresa colombiana de manufactura de ropa interior <i>Jorge I. Manrique and Yesica Y. Quiñones</i>	884
333	Enfoque Integral en la Solución de Problemas en la Gestión de Residuos Sólidos Urbanos <i>Ricardo Aceves García and Zaida Estefanía Alarcón Bernal</i>	892
336	Diseño de Ciclovías en Lima Metropolitana haciendo uso de un modelo formal de Teoría de Redes <i>Renato Vladimir Guevara Estrada, Adrián Chirre Gaona, Jorge Young Lores, Jonatán Edward Rojas Polo and Miguel Ángel Rodríguez Anticona</i>	904

338	A Decision Support System to design multimodal networks for urban mobility <i>Jorge Freire de Sousa, Jorge Pinho de Sousa and Sérgio Pedro Duarte</i>	912
340	Simulación de un proceso de producción de Leche UHT en empresa de Colombia <i>Valeria Romero Vargas, Mateo Andrés Colmenares Sánchez and Yony Fernando Ceballos</i>	920
348	A lower bound analysis for the flowshop scheduling problem <i>Carlos Ernani Fries and Bruno de Sousa Alves</i>	928
350	Uma Abordagem Lagrangeana para o Problema de Corte de Estoque <i>Rodrigo Rabello Golfeto, Lidia Angulo Meza and Luiz Leduino de Salles Neto</i>	936
351	On minimizing saw cycles and raw material costs for the Cutting Stock Problem with variable processing times depending on cutting pattern setting <i>Felipe Kesrouani Lemos, Adriana Cristina Cherri and Silvio Alexandre de Araujo</i>	944
352	Propuesta de ubicación, cantidad y ruta óptima para la movilización dentro de un campus universitario mediante un modelo de flujo de redes y teoría de colas <i>Diego N. Kawanishi Ramos, Sandra L. Flores Lezama, Bradith A. Zevallos Murillo and Jonatán E. Rojas Polo</i>	951
356	Evolving a Supply Chain using Optimization Based QFD <i>Omar Romero-Hernandez and Sergio Romero-Hernández</i>	960
358	Turning Waste into Electricity: A Multifactor Feasibility Study <i>Omar Romero-Hernandez and Sergio Romero-Hernández</i>	968
362	Probing for maximizing the expected number of transplants <i>Filipe Alvelos, Ana Viana and Xenia Klimentova</i>	976
365	Aplicación del modelo de localización de p-mediana gravitacional. Caso de estudio: Centrales de abasto de la ZMVM <i>Juan Pablo Zimbron Ramírez and Esther Segura Pérez</i>	984
370	Algoritmos heurísticos para la solución del problema de enrutamiento abierto de vehículos <i>Byron Daniel Campo Zúñiga and Adel Alfonso Mendoza Mendoza</i>	993
371	Timetabling – Estudo de Caso em uma Instituição de Ensino Superior (IFES) Brasileira <i>Miriam Rocha and Monaliza Rodrigues de Paula</i>	1001
373	Service Orders Vehicle Routing Problem with Limited and Heterogeneous Fleet <i>Carlos Leonardo Ramos Póvoa and Geraldo Galdino de Paula Jr.</i>	1009
380	Uso de Aleatorización Sesgada para Mejorar el Desempeño de la Heurística del Vecino Más Cercano <i>Carlos L. Quintero-Araujo and Angélica Sarmiento-Lepesqueur</i>	1017
381	Towards a Collaborative Framework based on Evolutionary Algorithm and Decision Tree for Intrusion Detection <i>Javier Maldonado and María-Cristina Riff</i>	1023
385	Impact of Quality Management Systems on the Economic Performance of the Hotel Sector in the City of Barranquilla and Its Metropolitan Area Based on the Analysis of the Degree of Maturity of the System <i>Alexander Parody Muñoz, Heidi Posso, Wilfrido Montes Lopesierra, Malory Guerra Lara and Wendy Morgado</i>	1028

386	Relationship of the Concrete Settlement with the Volume and Pressure in a Mixer Truck Using a Multiple Linear Regression Model in a Concrete Factory of the Colombian North Coast <i>Alexander Parody, Abel Avila, Marjorie Galofre, Maria Wilches, Leila Ramirez and Wendy Morgado</i>	1037
387	Enfoque radial para solución de problemas de ruteo de vehículos con backhauling <i>Mauricio Granada Echeverri, Jhon Jairo Santa Chávez and César Augusto Peñuela Meneses</i>	1045
390	Análisis Envoltorio de Datos: Un Enfoque Práctico para la Medición de la Productividad en Fábricas de Software <i>Pedro Castañeda and David Mauricio</i>	1053
395	Model Estimates for Generation and Distribution from National Travels of Transport of Air Cargo Between Major Cities in Colombia <i>Victor Cantillo Maza, Diego Suero Perez, Hugo Mercado Cervera and Alexander Parody Muñoz</i>	1061
396	Including an Opposition-Inspired Strategy to improve Focused Ant Solver for solving CSP <i>Nicolás Rojas-Morales and María Cristina Riff</i>	1069
397	Análisis de sensibilidad para el problema de localización y ruteo abierto de vehículos en un ambiente bi objetivo y considerando variaciones de la vía <i>Alejandro Ospina Castaño, Eliana Mirledy Toro-Ocampo and Ramon Alfonso Gallego-Rendón</i>	1077
398	Desarrollo y Fabricación de Maquina de Control numérico computarizado (CNC) de 2, 3 y 4 ejes con tecnología propia y bajos costos <i>Ismael Véliz Vilca, Dante Vélez Miranda, Cinthia Lizbeth Cruces Huaranca, Josue Robert Esquia Mendoza and Soledad Quispe Salcedo</i>	1085
401	Decidiendo Ahorrar <i>Catherine Patricia Polanco Tello</i>	1094
404	Toma de decisiones en grupo. Combinación de métodos que favorece la construcción de consensos <i>Nadia Ayelen Luczywo and José Luis Zanazzi</i>	1106
412	Modelo conceptual de control TIC de servicios en la Distribución Física Internacional (DFI) de exportaciones e importaciones <i>Elio Celedonio Cruz Santander</i>	1114
413	Modelo de asignación para la industria del cine en el Perú <i>Mario Ninaquispe Soto and Gianni Michael Zelada García</i>	1122
415	Using GDDP in Large Scale Regional Planning <i>Carolina Saldaña-Cortés, Jesús Velásquez-Bermúdez and Angel Marín-Gracia</i>	1128
417	Systematic Literature Review of Critical Success Factors of Information Technology Startups <i>José Santisteban and David Mauricio</i>	1136

Modelo de simulación por eventos discretos para el análisis operativo de los tiempos de espera y el uso de recursos en el área de recepción de caña de un ingenio azucarero.

Andrea González Revelo
Universidad del Valle

Andrea.gonzalez.revelo@correounivalle.edu.co

Dulber Ortiz Arboleda
Universidad del Valle

Dulber.ortiz@correounivalle.edu.co

Resumen

La gestión de los procesos de cosecha, transporte y entrega de caña de azúcar es un aspecto importante del sistema de abastecimiento de los ingenios azucareros colombianos, y representa una de las oportunidades de mejoramiento continuo para dicho sistema. Una de las alternativas de mejoramiento se basa en la disminución de los tiempos de espera de los tracto camiones en línea de descarga, tiempo de desabastecimiento de caña y tiempo de permanencia de caña de azúcar en patio. En esta investigación se identifican los principales factores que inciden en las condiciones operacionales del área de recepción de un ingenio azucarero colombiano, y se representa a través de un modelo de simulación por eventos discretos, la dinámica de las operaciones del área de recepción bajo condiciones originales de operación en época de verano, con un tiempo de simulación de una (1) semana para diferentes réplicas; evaluando además tres (3) escenarios de mejoramiento con cambios específicos en los protocolos de descarga de caña de azúcar, teniendo en cuenta el nivel inicial de inventario en patio. Con el uso del modelo de simulación se logra evidenciar que la ejecución del tren de avance en patio de forma permanente, representa la principal opción de cambio como protocolo de operación para el área de recepción del ingenio objeto de estudio con reducciones esperadas entre el 10% y 94%, respecto a costos actuales.

Términos clave: caña de azúcar, inventario de caña, sistema de abastecimiento, simulación por eventos discretos, líneas de espera, ingenio azucarero, investigación de operaciones.

1. Introducción

En las últimas dos décadas la industria agrícola ha enfocado sus esfuerzos en aumentar su competitividad y productividad. Para la industria azucarera, el sistema de abastecimiento de caña representa una fuente importante de oportunidades para incrementar la eficiencia e integración de sus operaciones. Un problema inherente en este sistema radica en la administración de los procesos de corte, transporte y recepción de caña desde los campos

a los ingenios [1]. En la mayoría de los ingenios colombianos el área de recepción es el cuello de botella del sistema de abastecimiento de caña de azúcar, conocido como sistema CATE: corte, alce, transporte y entrega [2].

Las operaciones del área de recepción de la caña de azúcar incluyen los procesos de pesaje inicial de los tracto camiones cargados con la materia prima, muestreo para determinar la calidad, y descargue en bandas transportadoras o almacenamiento temporal de caña en vagones como inventario de seguridad. Los tiempos de espera de los camiones en diferentes colas presentes en el área de recepción, se relacionan con las posibles interrupciones en el proceso de producción debido a la escasez de caña de azúcar, ya que mayores tiempos de espera retrasan el regreso de los camiones a los campos, reduciendo su disponibilidad para transportar caña de azúcar a la planta de procesamiento [3]. El costo por desabastecimiento de caña, al igual que los costos por equipo de transporte ocioso en el periodo de espera en líneas de descarga, son indicadores de importancia en el desempeño operacional del sistema de abastecimiento de caña de azúcar. Otro factor importante en la industria azucarera es la calidad de la caña, la cual disminuye con el tiempo a partir del momento del corte, es decir, se deteriora a mayores tiempos de permanencia, afectando su peso, calidad, uniformidad en el contenido de sacarosa y calidad del jugo [4].

Con el propósito de analizar la incidencia de los tiempos de espera y el uso de los recursos en la eficiencia de las operaciones realizadas en el área de recepción de caña, se toma como sistema bajo estudio un ingenio azucarero del Valle del Cauca, el cual opera las 24 horas del día en dos (2) turnos de doce (12) horas,

2. Planteamiento del problema

La cosecha es el eslabón de la cadena de valor del sector agrícola encargado de la recolección de frutos, hortalizas o semillas para su posterior procesamiento. Con relación a la industria azucarera, la cosecha es la etapa en la que se realiza el abastecimiento de caña de azúcar a los ingenios. Esta etapa está compuesta por la programación y ejecución del corte de caña, alce, transporte y entrega de la misma en el patio del ingenio, lo cual se conoce como sistema CATE [5].

La gestión logística aplicada específicamente en el área de cosecha, se ha estudiado desde hace más de 40 años, por su alto impacto en los costos, la complejidad presente entre las variables del sistema y la disminución en los precios del azúcar en el mercado mundial. La logística de cosecha tiene entre sus objetivos asegurar un abastecimiento continuo y uniforme de caña de azúcar, maximizar la tasa de descarga y minimizar la cantidad de caña de azúcar en las líneas de descarga [3]. El logro de estos objetivos se ve limitado por la variabilidad presente en el desarrollo de las operaciones del sistema CATE y la falta de coordinación entre las actividades que se realizan en los campos de cosecha y el área de recepción, lo cual trae como consecuencia la subutilización de recursos, disminución en la calidad de la caña cosechada y el desabastecimiento de caña de azúcar en el ingenio [5], incrementando los costos de oportunidad. Según Weekes [6], citado por Amú [5], en los diferentes países donde se cultiva la caña, los costos de cosecha conforman entre el 25% y 35% de los costos totales de producción y su administración está relacionada directamente con el nivel de eficiencia de las operaciones del sistema CATE. Entre los indicadores utilizados para medir la eficiencia del sistema CATE se encuentra el

ciclo de transporte de cosecha, el cual está conformado por: tiempo del equipo de transporte en viaje vacío (TV), tiempo del equipo de transporte en el campo de cosecha (TS), tiempo del equipo de transporte en viaje lleno (TLI) y tiempo del equipo de transporte en el área de descarga (TP). Según Amú [5], el ciclo de transporte determina el número de equipos de transporte requeridos según la distancia, el tipo de vehículo utilizado para el transporte y la eficiencia de las operaciones en el cargue y descargue de vagones.

Según Amú [5], los estudios realizados entre 2007 y 2008 por el proyecto CATE de Cenicaña, muestran que en los ingenios azucareros del Valle del Cauca se invierte más del 55% del tiempo de ciclo de transporte en el área de recepción y en los campos de cosecha y aproximadamente el 35% del tiempo del ciclo se consume en líneas de espera, lo que implica pérdidas económicas al ser un tiempo remunerado que no agrega valor, además de comprometer la eficiencia de las operaciones del sistema. En el ingenio objeto de estudio, se invierte cerca del 26% del tiempo de ciclo de transporte en los campos de cosecha, 24% en viaje lleno, 32% en el área de recepción y 18% en viaje vacío, lo cual evidencia que el área de recepción es el cuello de botella del sistema CATE.

El tiempo del ciclo de transporte influye en la calidad de la caña cosechada, debido a que en la medida en que la duración del tiempo de ciclo se incrementa, también lo hará el tiempo de permanencia de la caña de azúcar, el cual se define como el tiempo transcurrido entre la quema o corte de la caña, y el momento de molienda. Este tiempo está compuesto por: tiempo entre quema y corte (T1); tiempo entre corte y alce o llenado de vagones si el corte es mecanizado (T2); tiempo entre llenado de vagones y llegada a bascula (T3); y tiempo en el área de descargue hasta el momento de molienda (T4). Según Larrahondo y Briceño [7], el tiempo de permanencia afecta directamente el nivel de deterioro de la caña y la disminución del contenido de sacarosa entre 0,014% y 0,02% por hora. Igualmente factores como: variedad de caña de azúcar, grado de madurez de la caña cosechada, caña quemada o sin quemar, factores ambientales, cosecha mecánica o manual, sistemas de carga y transporte, influyen sobre el deterioro de la caña. En la medida en que se mejore la eficiencia de las operaciones de cosecha, mediante la reducción del tiempo de ciclo de transporte, se logrará una disminución en el tiempo de permanencia y con ello una reducción en las pérdidas de sacarosa.

Con el fin de hacer frente a las variaciones generadas en el tiempo de ciclo durante los cambios de turno y asegurar el abastecimiento continuo y uniforme de caña de azúcar, el ingenio objeto de estudio mantiene un inventario de caña que oscila entre 400 y 600 toneladas al inicio de cada turno. El desabastecimiento tiene un costo estimado de COP\$6.000,000 por hora, debido a que las calderas generadoras de vapor se alimentan con carbón y bagazo, y el desabastecimiento trae consigo la falta de este último, forzando un consumo de carbón adicional.

De acuerdo con el jefe de cosecha del ingenio objeto de estudio, la consideración de los aspectos antes nombrados sobre los tiempos de espera, el uso de los recursos en el área de recepción y la manipulación de la caña en el ingenio bajo estudio representan oportunidades de mejora en relación con sus procesos, los cuales podrían aumentar su competitividad y brindar ventajas comparativas respecto a los demás ingenios azucareros colombianos, motivando así el estudio de esta temática en el ingenio bajo análisis.

Teniendo en cuenta lo expuesto, se plantean las siguientes preguntas de investigación:

- ¿Qué factores inducen a la existencia de tiempos de espera de las diferentes entidades y recursos (tracto camiones, caña de azúcar y molinos de caña) en el área de recepción del ingenio objeto de estudio?
- ¿Cómo afectan los factores identificados la eficiencia de las operaciones realizadas en el área de recepción de caña del ingenio objeto de estudio?
- ¿Cómo se verá afectado el nivel de eficiencia de las operaciones del área de recepción del ingenio objeto de estudio si se modifican sus protocolos de operación en cuanto a reglas de descarga de tracto camiones y almacenamiento de caña de azúcar como inventario de seguridad?

3. Caso de estudio: Ingenio azucarero

El ingenio objeto de estudio es uno de los más tradicionales y reconocidos a nivel nacional por su historia y calidad del azúcar producida en sus instalaciones, las cuales se encuentran ubicadas en el municipio de Palmira, Valle del Cauca, y operan durante las veinticuatro (24) horas del día en dos (2) turnos de doce (12) horas (6am-6pm / 6pm-6am) con una capacidad de molienda de 10.000 toneladas de caña al día. Para el ingenio objeto de estudio, la gestión adecuada de los procesos y actividades desarrolladas en el marco de operación del sistema CATE es de vital importancia, ya que el abastecimiento de caña oportuno hacia el ingenio es uno de los eslabones de su cadena de valor, y se constituye en un punto de interés para mejorar su competitividad en el mercado nacional y extranjero. A continuación se introducen las principales actividades desarrolladas en el marco de operaciones del sistema CATE del ingenio objeto de estudio.

3.1 Inicio de turno

El transporte de caña al área de recepción del ingenio se realiza mediante tracto camiones. Actualmente el ingenio cuenta con veintiocho (28) de estos vehículos, los cuales realizan el siguiente ciclo: al inicio de cada turno se pesa el vehículo y luego recibe del jefe de patio una orden sobre a cuál de los nueve (9) frentes de cosecha debe dirigirse por caña, considerando el tipo de vagón y la necesidad de vagones vacíos de cada frente para despachar caña hacia el ingenio.

3.2 Campo

Una vez que un tracto camión llega a un frente de cosecha con vagones vacíos, es cargado y despachado nuevamente hacia el área de recepción.

3.3 Área de recepción

Estando en el área de recepción, el tracto camión es pesado para determinar las toneladas transportadas y luego procede a realizar la descarga. El ingenio dispone de dos (2) opciones para realizar la descarga de caña: *Descargue directo* y *Tren de avance en patio*.

- *Descargue directo*: el tracto camión se dirige a una línea de descarga que cuenta con dos grúas para efectuar esta labor. Por lo general, solo se usa una (1) grúa para descargar la caña. La caña se transporta posteriormente a través de una banda transportadora hacia los molinos de la fábrica.

- Tren de avance en patio: el tracto camión se dirige a una zona intermedia en la que “libera” vagones cargados y engancha vagones vacíos, para dirigirse de nuevo hacia un frente de cosecha. El tren de avance necesita de tracto camiones adicionales para movilizar la caña almacenada en los vagones previamente desenganchados, directamente hacia la línea de descarga.

En el área de recepción del ingenio normalmente se tiene un inventario de caña, el cual está conformado por la caña que ha sido ingresada al área pero aún no se ha descargado, esto incluye caña en líneas de espera y en vagones cargados desenganchados.

La orden sobre a cuál de las dos opciones de descarga debe dirigirse cada tracto camión es emitida por el jefe de patio, el cual además de considerar la necesidad de vagones vacíos en cada frente, tiene en cuenta la longitud de la cola en la línea de descarga, de modo que si el número de tracto camiones en la cola es menor a tres (3) (Lq. Max.), el vehículo tomará esta opción. En caso contrario, se evalúa si se cuenta con vagones vacíos para ejecutar el tren de avance; de ser así, el vehículo se dirigirá a este punto para desenganchar los vagones cargados y enganchar vagones vacíos; de lo contrario, el vehículo continuará esperando hasta que alguna de las dos opciones de descarga sea factible. Una vez que el tracto camión ha descargado se encuentra nuevamente libre para regresar al campo.

4. Identificación de factores críticos y costos por esperas

4.1 Factores críticos

Se realizó entrevistas a expertos con el fin de identificar factores críticos que inducen la existencia de tiempos de espera en el área de recepción del ingenio objeto de estudio y que resulten influenciados desde el área de recepción de caña de azúcar, la cual corresponde al punto bajo estudio del presente trabajo. Los factores señalados por el grupo de expertos así como las variables sobre las cuales tienen incidencia se resumen en la Tabla 1.

Tabla 1. Factores críticos y variables afectadas en sistema CATE

Factor crítico	Variables afectadas
Disponibilidad de vagones	Cantidad de caña que se corta, transporta e ingresa al ingenio desde los campos.
	Tiempo de permanencia de tracto camiones estacionados en campo.
	Cumplimiento de la meta de molienda diaria del ingenio. Ingreso de caña.
Disponibilidad tracto camiones	Tiempo de espera de tracto camiones en líneas de descarga.
	Llegada y regreso de tracto camiones a patio/campo.
	Tiempo de permanencia de caña en patio. Cumplimiento de la meta de molienda de fábrica/ Ingreso de caña.
Tasa de llegada de vehículos	Tiempo de espera de tracto camiones en líneas de descarga.
	Llegada y regreso de tracto camiones a patio/campo.
	Tiempo de permanencia de caña en patio. Cumplimiento de la meta de molienda de fábrica. Ingreso de caña. / Inventario en patio.

4.2 Costos

Durante las esperas realizadas por los tracto camiones, vagones, caña de azúcar y molinos en el área de recepción se incurre en una serie de costos que son de especial interés para la

gestión del sistema CATE. Existen costos en los que es inevitable incurrir, pero que si determinan la eficiencia de las operaciones en el área de recepción, como son los costos por espera en patio de tracto camiones y vagones. La clave está en disminuir el tiempo ocioso de éstos equipos, para hacer uso eficiente de los mismos. Por otra parte, el costo por desabastecimiento puede ser evitado garantizando un abastecimiento constante de caña al ingenio, aunque se puede incidir en él durante las fallas ocasionales dentro de planta. Estos costos se presentan en la Tabla 2.

Tabla 2. Costos asociados a los tiempos de espera de equipos, molinos y caña de azúcar.

Indicador	Costo
Desabastecimiento de caña	\$6.000.000/ hora
Tiempo espera tracto camiones en línea de descarga.	\$75.000/tracto-hora
Tiempo espera vagones	\$200.000/ tracto-hora
Pérdida de sacarosa	\$120--\$172 /ton-hora

Fuente: ingenio objeto de estudio

5. Escenarios propuestos

La representación del sistema bajo estudio así como de los escenarios propuestos se realizó en el Software *Promodel 7.5* Versión estudiantil, con un tiempo de simulación de una (1) semana para cada uno.

- Escenario 1: Se propone el uso de grúas de descarga de manera simultánea, con tren de avance opcional y exclusivo para caña picada.
- Escenario 2: Se plantea el uso de grúas de descarga de manera simultánea, con tren de avance permanente y exclusivo para caña larga.
- Escenario 3: Escenario basado en el uso de grúas de descarga de manera simultánea, con tren de avance permanente y general.

En la Tabla 3 se indica el periodo de calentamiento y el número de réplicas para cada modelo considerando una confiabilidad del 95% y un error de estimación del 8%.

Tabla 3. Características de los modelos.

	Periodo calentamiento (Horas)	Número de réplicas
Modelo base	25	180
Escenario 1	76	438
Escenario 2	42	470
Escenario 3	50	149

5.1 Comparación de escenarios

La comparación del estado actual de operación del sistema de abastecimiento del ingenio objeto de estudio, y los resultados tras los cambios propuestos en los Escenarios 1, 2 y 3, para los indicadores definidos se resumen la Tabla 4, siendo más favorables los resultados del Escenario 3, el cual logra una mejor eficiencia operacional en el área de recepción, soportada en el aumento presentado en el ingreso de caña, y las disminuciones en los tiempos de espera, inventario en patio y desabastecimientos. Dicha favorabilidad se ratifica

con el comportamiento de los costos tras los resultados obtenidos, como se resume en la Tabla 5, con reducciones esperadas entre el 10% y 94%, respecto a los costos actuales.

Tabla 4. Comportamiento de indicadores de validación para Modelo Base y Escenarios

Indicador	Modelo Base	Escenario 1	Escenario 2	Escenario 3
	Promedio	Promedio	Promedio	Promedio
Viajes caña picada (Viajes/Semana)	407	490	474	362
Viajes caña larga (Viajes/Semana)	322	210	229	380
Inventario patio (Toneladas)	1158,84	574,15	473,72	1.122,64
Ingreso Caña (Toneladas/Semana)	56.225,39	53.664,46	54.946,99	57.216,21
Permanencia vehículos (Minutos/Vehículo)	36,34	31,53	29,76	26,86
Permanencia caña (Horas/Tonelada)	3,89	2,55	1,99	3,61
Desabastecimiento (Horas/Semana)	2,23	21,52	24,41	0,14

Fuente: elaboración propia

Tabla 5. Comportamiento costos para modelo Base y Escenarios 1, 2 y 3

Generador de costo	Modelo Base	Escenario 1	Escenario 2	Escenario 3
Espera de vehículos en patio (COP \$/Equipo)	66.850	68.201↓	73.125↑	47.113↓
Espera de configuraciones en patio (COP \$/Configuración)	3.882.642	2.326.896↓	1.754.341↓	2.347.286↓
Desabastecimiento (COP \$/Semana)	13.380.000	128.520.000↑	146.460.000↑	840.000↓
Oportunidad por pérdida de sacarosa (COP \$)	658.128,5	213.756↓	137.634↓	591.698,5↓

Fuente: elaboración propia

6. Conclusiones

- La gestión operacional del sistema CATE, compuesto por los procesos de cosecha, alce, transporte y entrega de caña de azúcar, es de vital importancia para la generación de valor en la industria azucarera; y la disminución en los tiempos de espera de equipos de transporte, desabastecimientos y tiempos de permanencia de caña, son objetivos cuyo cumplimiento se logra con la gestión adecuada de las operaciones de dicho sistema.
- Con el fin de gestionar eficientemente las operaciones del sistema CATE, es necesario conocer cuál de sus componentes limita el desempeño eficiente del sistema. Con base en revisión bibliográfica y estudios realizados por Cenicaña, se evidencia que el área de recepción de caña, conocida comúnmente como patio, es por lo general el cuello de

- botella del sistema CATE de los ingenios azucareros colombianos; incluyendo al ingenio objeto de estudio.
- Sin embargo, no basta con identificar al cuello de botella del sistema CATE; también deben identificarse los principales factores que influyen en el desempeño operacional del sistema, principalmente en la generación de tiempos de espera de las diferentes entidades y recursos que tienen relación con el cuello de botella del sistema.
 - A través de la caracterización del sistema CATE del ingenio objeto de estudio con entrevistas a expertos, se evidencia la importancia de conocer los factores que influyen en el desempeño operacional y las relaciones existentes entre los mismos, lo cual realza su importancia a la hora de analizar la naturaleza de las relaciones existentes entre los diferentes componentes de cualquier sistema.
 - El uso de simulación por eventos discretos en este trabajo de investigación, para representar la dinámica de las operaciones del área de recepción del ingenio objeto de estudio, y evaluar modificaciones en los protocolos de operación del área, fue eficaz para la obtención de resultados y su posterior análisis, ya que sirvió para demostrar que se puede mejorar la eficiencia operacional del sistema con la ejecución del tren de avance en patio de forma permanente. Sin embargo, por sí sola no permite determinar cuál debería ser la condición óptima de inventario en patio.
 - En este trabajo de investigación se pudo evidenciar que no es suficiente contar con un inventario promedio de caña en patio superior a la tasa de molienda, sin tener en cuenta los valores mínimos de inventario que se pueden presentar, como consecuencia del cambio de turno y la variabilidad generada por las interacciones entre los diferentes componentes del sistema CATE.

Referencias

- [1] A. Higgins, P. Thorburn, A. Archer y E. Jakku, «Opportunities for value chain research in sugar industries,» *Agricultural Systems*, pp. 611-621, 2007.
- [2] C. A. Pantoja, «Informe final: Centro de investigación de tiempos perdidos de los equipos de cosecha en un ingenio azucarero colombiano. Pasantía para Ingeniero Industrial,» Universidad Autónoma de Occidente Facultad de ingeniería, San Antonio de los Caballeros, 2008.
- [3] A. P. Iannoni y R. Morabito, «A discrete simulation analysis of a logistics supply system,» *Transportation Research*, vol. 42, n° Part E, p. 192, 2006.
- [4] S. Solomon, «Post-harvest deterioration of sugarcane,» *Sugar Tech*, vol. 11, n° 2, pp. 109-123, 2009.
- [5] L. G. Amú, «Logística de cosecha: evaluación de tiempos y movimientos,» *Tecnicaña*, n° 26, pp. 25-30, 2010.
- [6] D. Weekes, «Harvest Management,» *Sugarcane*, 2004.
- [7] C. O. Briceño Beltrán y J. E. Larrahondo Aguilar, «Una aproximación a la reducción de las pérdidas de sacarosa entre cosecha y molienda en el sector azucarero Colombiano,» *Serie de Procesos Industriales*, n° 3, 2004.

Use and misuse of supply chain echelon competition to improve efficiency

Xavier Brusset

Skema Business School, Université Côte d'Azur, Lille, France

xavier.brusset@skema.edu

Per J. Agrell

Louvain School of Management, Louvain la Neuve, Belgium

per.agrell@uclouvain.be

March 15th, 2018

Abstract

Supply chains may contain partially overlapping downstream segments to induce efficiency through competition or to maximize market coverage, e.g. national distribution on a centralized physical production and distribution organization. We study the cannibalization and coordination problem in partially overlapping distribution channels within the same organization through control of the diversity in process definitions as to avoid free-riding and other incentive problems. An agency model is used to derive policy findings. A case based on the interactions between a parapharmacy retailer and a cosmetics manufacturer in Europe is presented.

Keywords: Supply chain management; coordination; contracts; incentives.

1 Introduction

A simplistic view of supply chain and distribution strategy would predict downstream differentiation and exclusive distribution channels. In this policy, each region (market, country or large area) is serviced by a single distributor, potentially supplied by a semi-autonomous supply chain. The advantages are naturally higher market rents by avoiding internal competition and potential customization of offered services and products, in addition to a potentially higher resilience to supply chain risks. However, a number of market conditions are necessary for this policy to be implemented.

First, the transaction costs for the buyers to obtain alternative supply from another region must be sufficiently high. This was previously the case in the automotive sector in Europe, where national registration and insurance regulations contributed to the implementation of spatial price discrimination among the manufacturers.

Second, the downstream clients must be spatially differentiable themselves, i.e. making decisions locally to take into account the transaction costs mentioned above. This may hold for supply chains controlling the flow down to final client, such as Apple for information technology, but it is

increasingly violated for chains distributing through consolidated retail chains, or chains supplying international business clients.

1.1 Motivation

This paper is inspired by a real managerial situation in which the two conditions above are not fulfilled and the supply chain operates with partially competing subsidiaries. The national subsidiaries, in the beauty care and cosmetics sector, are fully owned by an international group and supplied by central manufacturing resources. The immediate clients are retail stores, specialized stores and beauty salons. Each subsidiary operates national logistics operations (warehousing, transport, retail services) that reflect the specifics of each respective market, including decisions related to the listing of specific products from a common catalogue.

In the specific case, a major client with stores in Belgium and the Netherlands until then buying products from the respective national subsidiaries, decides to source centrally from the Netherlands the products which are common to both markets. The Dutch subsidiary wins the contract in which a certain number of products are bought for both markets and delivered to stores in both countries from a central location, primarily based on price arguments.

The remaining products still sold by the Belgian subsidiary to the retailer in Belgium (mainly products with French labels) are invoiced and delivered by the Belgian subsidiary.

The overall market share for the manufacturer's products is considerably higher in Belgium than in the Netherlands. The services offered by the manufacturer's subsidiary to retail customers (VMI, shelf and catalogue management, frequent small batch deliveries) and the higher marketing and promotional effort contribute to this in the Belgian market.

The Belgian subsidiary practices an intense marketing effort in its market to ensure a good competitive position in all the product categories in which the manufacturer is present. On the contrary, the Dutch subsidiary implements a frugal marketing effort, taking into account the Dutch consumers' preference for established and low cost products.

Once this new sourcing agreement is in place, a policy question arises. Given that the Belgian subsidiary incurs high marketing effort costs but will fail to receive at least part of the corresponding margin, should there be a reduction in marketing effort? It can also be argued that the retailer now pays less for the manufacturer's products in both markets and yet benefits from the higher marketing effort developed in the Belgian market. The Dutch subsidiary obtains an increase in sales together with the corresponding margin (difference between the wholesale price to the retailer and the transfer price that the Dutch subsidiary pays to the manufacturer).

A likely consequence of this in a market with high substitution and private label offers is that the manufacturer will suffer from a loss of sales resulting from a lesser service level in the Belgian outlets of the retailer as well as from a reduced marketing effort in the Belgian market overall.

The objective of this paper is to model the intra-group channel conflict in service provision, to derive some policy guidance for situations similar to the illustration which we believe are commonplace in contemporary international supply chain management, and suggest a mitigating strategy.

2 Model

Consider a manufacturer producing a complete lineup of products for distribution in two territories. The distribution is made through two subsidiaries operating with exclusivity. Each subsidiary can

be considered as a risk neutral, profit maximizing, independent firm active in its respective market, named A and B (see [Figure 1](#)). The manufacturer supplies the products to each subsidiary at the same price, normalized to zero.

Each subsidiary serves two clients; a retail client R that is active in both markets, and a local client. Let the demand for the retailer R 's products be $D(s|p)$ as a function of the final price p , set by the retailer, and marketing effort s , exerted by the distributor. The demand for the local client is given as $H(s)$ at a competitive wholesale price ν , thus uniquely dependent on the marketing effort s .

The costs of subsidiary i are constituted of a fixed marginal cost of distribution η and the cost of marketing effort $\varphi(s)$. In separation, as price takers on w and ν , their objective is to maximize the profit through optimizing marketing effort s , written as

$$\pi(s) = D(s|p)(w - \eta) + H(s)(\nu - \eta) - \varphi(s), \quad (1)$$

with w as wholesale price to R , ν wholesale price to the local client, p is the retailer final price, s is the effort level in the market and η a marginal cost for the two clients in the market.

We also introduce two important assumptions for the model:

Assumption 1 *The marketing effort in each market can only be exerted by the subsidiary that is located in the same market, respectively.*

This could e.g., be motivated by spatial, cultural or regulatory barriers that would create prohibitive cost barriers

Assumption 2 *The subsidiaries may have differing cost efficiency, represented through the marginal cost η .*

The marginal cost could be related to logistical standards, service level agreements and local competition characteristics for logistical services.

The common client for the subsidiaries, named the retailer R , is a profit maximizing entity deciding upon the retail price p .

$$\Pi(p) = D(s|p)(p - w). \quad (2)$$

We study three scenarios. In the first base scenario, we consider a fully centralized manufacturing group with full information. The group sells in both markets and to the retailer R . In the second, the subsidiaries are independently deciding upon their marketing effort. In each market, the wholesale price of the products sold to R is exogenously given and the distribution exclusivity is respected. In the third scenario, the subsidiaries compete for the demand of retailer R , but service is still performed by each subsidiary in their respective markets.

2.1 First scenario: Integrated and centralized distribution

As a first-best benchmark, consider the setting of an integration between the group, the two subsidiaries and the retailer. A coordinator optimizes the joint profit by deciding whether to serve the retailer from subsidiary A and/or B . To distinguish between the subsidiaries, we label the relevant

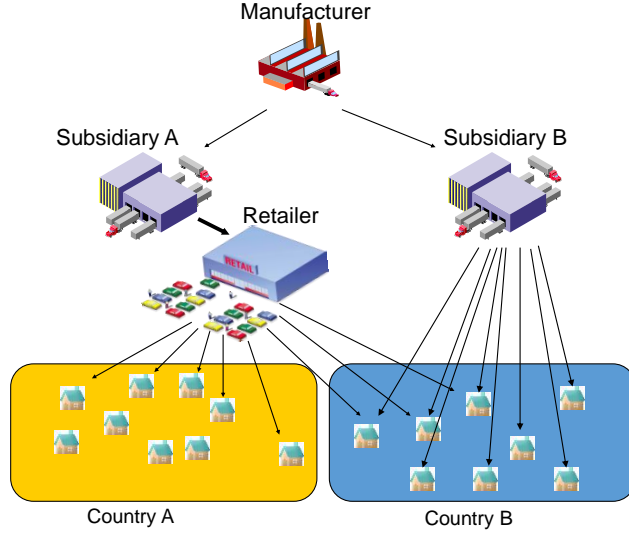


Figure 1: Distribution of products for the retailer in period 1: A sells products common to both countries to R , B sells the products which are particular directly to R 's stores.

parameters with the subscript letter A or B . Let $\delta = [0, 1]$ be the proportion of the volume of R attributed to A . The integrated objective function can be written as,

$$\begin{aligned} \pi(s_A, s_B, p, \delta) = & (p - \delta\eta_A - (1 - \delta)\eta_B)(D(s_A|p) + D(s_B|p)) \\ & + (\nu_A - \eta_A)H(s_A) + (\nu_B - \eta_B)H(s_B) \\ & - \varphi(s_A) - \varphi(s_B) \end{aligned} \quad (3)$$

In this centralized scenario, the manufacturing group decides upon the marketing effort which will satisfy the first order condition. We have

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi(s_A, s_B, p, \delta)}{\partial s_A} = & \frac{\partial D(s_A, p)}{\partial s_A} (p - \delta\eta_A - (1 - \delta)\eta_B) \\ & + \frac{\partial H(s_A)}{\partial s_A} (\nu_A - \eta_A) - \frac{\partial \varphi(s_A)}{\partial s_A} = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

A symmetric condition is obtained for subsidiary B . The first order condition on the price p is

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi(s_A, s_B, p, \delta)}{\partial p} = & \left(\frac{\partial D(s_A, p)}{\partial p} + \frac{\partial D(s_B, p)}{\partial p} \right) (p - \delta\eta_A - (1 - \delta)\eta_B) \\ & + (D(s_A, p) + D(s_B, p)) = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

Finally, the differential in terms of the share to be attributed to a subsidiary is

$$\frac{\partial \pi(s_A, s_B, p, \delta)}{\partial \delta} = (\eta_B - \eta_A) (D(s_A|p) + D(s_B|p)). \quad (6)$$

The first-order condition above immediately gives the allocation decision δ as function of the marginal cost differences :

$$\begin{cases} \eta_B \geq \eta_A, & \delta = 1; \\ \eta_B < \eta_A, & \delta = 0. \end{cases} \quad (7)$$

Let us denote the optimal values which maximize the joint profit as $s_A^{***}, s_B^{***}, p^{***}, \delta$.

We now turn to the decentralized scenario where the subsidiaries are given autonomy to select their marketing effort according to the market they serve.

2.2 Second scenario : decentralized decision makers, without competition

We can write the objective functions for both subsidiaries as an indexed instance of (1). As price takers under exclusive markets, the only decision for the subsidiaries is the marketing effort, say s_k for subsidiary k , $k \in \{A, B\}$:

$$\frac{\partial \pi_k(s_k^{**})}{\partial s_k} = \frac{\partial D(s_k^{**}, p)}{\partial s_k} (w - \eta_k) + \frac{\partial H(s_k^{**})}{\partial s_k} (\nu_k - \eta_k) - \frac{\partial \varphi(s_k^{**})}{\partial s_k} = 0. \quad (8)$$

For the retailer,

$$\frac{\partial \Pi(p|s_A, s_B)}{\partial p} = \left(\frac{\partial D(p|s_A)}{\partial p} + \frac{\partial D(p|s_B)}{\partial p} \right) (p - w) + D(p|s_A) + D(p|s_B). \quad (9)$$

Denote $(s_A^{**}, s_B^{**}, p^{**})$ the optimal policies.

2.3 Third scenario: competing subsidiaries

In this scenario, the two subsidiaries compete for the global volume $(D(s_A|p) + D(s_B|p))$ of R through the wholesale prices w . We ignore the special case of identical marginal costs, where the retailer is indifferent between the solution in the second scenario and any arbitrary allocation of volume to the two subsidiaries. Hence, we devote our attention to the case where one subsidiary has a marginal cost advantage, say A without loss of generality. It follows immediately that the maximum wholesale price is set to the alternative cost, $w = \eta_B$.

The respective profit functions for the subsidiaries can now be simplified as:

$$\begin{aligned} \pi_A(s_A) &= H(s_A)(\nu_A - \eta_A) + (\eta_B - \eta_A) (D(s_B, p) + D(s_A, p)) - \varphi(s_A), \\ \pi_B(s_B) &= H(s_B)(\nu_B - \eta_B) - \varphi(s_B). \end{aligned} \quad (10)$$

The optimal policy for the winning subsidiary A is defined by its FOC:

$$\frac{\partial \pi_A(s_A)}{\partial s_A} = \frac{\partial H(s_A)}{\partial s_A} (\nu_A - \eta_A) + \frac{\partial D(s_A, p)}{\partial s_A} (\eta_B - \eta_A) - \frac{\partial \varphi(s_A)}{\partial s_A} \quad (11)$$

For the losing subsidiary, the corresponding conditions are given as:

$$\frac{\partial \pi_B(s_B)}{\partial s_B} = \frac{\partial H(s_B)}{\partial s_B} (\nu_B - \eta_B) - \frac{\partial \varphi(s_B)}{\partial s_B} \quad (12)$$

The retail pricing policy is now revised to optimize the supply chain profit with

$$\frac{\partial \Pi(p)}{\partial p} = \left(\frac{\partial D(p|s_A)}{\partial p} + \frac{\partial D(p|s_B)}{\partial p} \right) (p - \eta_B) + (D(p|s_A) + D(p|s_B)). \quad (13)$$

Denote the optimal policies for the supply chain by (s_A^*, s_B^*, p^*) . The asymmetry of the incentives for effort and sales create a distortion in this scenario that we show as our first result.

Proposition 1 *Under competing asymmetric subsidiaries, the marketing effort is inferior to the first-best level, $s_B^* < s_B^{***}$ in the fringe market.*

Proof. The first-best benchmark follows for the case $\eta_A < \eta_B$ leading to $\delta = 1$ according to (7). Thus, the first-best optimal marketing effort s_B^{***} is obtained through

$$\frac{\partial D(s_B^{***}, p)}{\partial s_B} (p - \eta_A) + \frac{\partial H(s_B^{***})}{\partial s_B} (\nu_B - \eta_B) - \frac{\partial \varphi(s_B^{***})}{\partial s_B} = 0. \quad (14)$$

The decentralized optimal effort level s_B^* is obtained from (12) as

$$\frac{\partial H(s_B^*)}{\partial s_B} (\nu_B - \eta_B) - \frac{\partial \varphi(s_B^*)}{\partial s_B} = 0. \quad (15)$$

Comparing the two conditions above immediately yields that the demand effect on the retailer is missing. From the assumptions of a positive effort response, monotonous cost of effort and retailer participation constraint, it follows that $s_B^* < s_B^{***}$. ■

Proposition 2 *Under competing asymmetric subsidiaries, the optimal marketing effort for the winning subsidiary is less than the one for the non-competing independent subsidiaries, $s_A^* < s_A^{***}$ in A's market.*

Proof. The F.O.C. for the optimal effort for A is now

$$\frac{\partial \pi(s_A^*)}{\partial s_A} = \frac{\partial D(s_A^*, p)}{\partial s_A} (\eta_B - \eta_A) + \frac{\partial H(s_A^*)}{\partial s_A} (\nu_A - \eta_A) - \frac{\partial \varphi(s_A^*)}{\partial s_A} = 0, \quad (16)$$

and as $\eta_B < w$, from the assumptions of a positive effort response, monotonous cost of effort and retailer participation constraint, it follows that $s_A^* < s_A^{***}$. ■

To summarize,

$$\begin{cases} \eta_B \leq \eta_A, & \delta = 0, s_B^* = s_B^{***}, s_A^* = s_A^{***}; \\ \eta_B > \eta_A, & \delta = 1, s_B^* < s_B^{***}, s_A^* < s_A^{***}. \end{cases} \quad (17)$$

In this scenario, we observe that the possibility for a large retailer to choose to work with only one subsidiary of a large manufacturer leads to a permanent reduction in marketing effort overall and a loss to the supply chain. This competitive tension due to decentralization leads to some form of intragroup takeover.

3 Solution Method

Looking at the problem from the most general angle, we design a mechanism which induces B 's marketing effort to be held to the level prior to the tender so as to eliminate both free riding and moral hazard behaviours. The corresponding sales are proportional to this marketing effort. Thus, A becomes also a party to the effort that only B can develop. In any general situation of competition between subsidiaries to serve a large retailer which has points of sale in several territories and who wants to centralize procurement and logistics, information about where the products go in terms of volume is still easily verifiable by the new agent. To this end, we build a mechanism (not presented here) which induces coordination between both subsidiaries and protect the overall profit and sales of the manufacturer.

4 Conclusions

In this paper, we have quantified how procuring from a single source a product which was before bought from two firms in two different territories impacts the sales and marketing efforts as well as the profit levels of all the parties involved in selling this common product. We see how the decision by the retailer to source from just one single supplier, thus eliminating the horizontal competition between two internal divisions of a same manufacturer, induces a moral hazard (less sales and marketing effort deployed by the other supplier), reduces incentives for productive efficiency, service provision and innovation (because of reduced cost accountability), increases free riding (by enabling the second supplier to take advantage of the effort deployed by the first). We offer a coordinating mechanism which will mitigate the effect of this single sourcing policy to the suppliers. It allows the subsidiary losing the sales to still get a share of the revenues generated by its marketing effort. This contract has only two parameters and coordinates the two subsidiaries. It alleviates the sales reduction induced by a permanently lower effort by the subsidiary involved but will not reverse the permanent loss of profit. There is also a permanent loss for the manufacturer since the overall market share loss induced in B is never completely recovered nor compensated by a gain in A .

Evolution in distribution of fast moving consumer goods in several regions of the world, among which the European Union is a prime example, tends to stimulate these logistic service concentrations. After centralizing their warehouse and expeditions within one country's boundaries, retailers are increasingly on the lookout for similar synergies and efficiencies among whole groups of countries.

The effect quantified in this paper only attempts to show how this centralization process by customers actually induces subsidiaries to reduce the effort deployed to market the products of the multinational company and generates permanent rent transfers between subsidiaries.

Other effects which should be studied in further developments include the impacts on marketing and sales policies of pooled deliveries of products when product life cycles and inventory policy of retired products are different at each subsidiary. Product launches have to be synchronized, discontinued products have to be retired simultaneously in both territories, etc.

The paper is an initial attempt to address these prevalent coordination problems, further models are necessary to fully capture the impact on product assortment, innovation incentives, service provision and retail listing of logistic centralization.

Descomposición en tres etapas de un horario universitario utilizando programación entera binaria

José Israel Hernández Vázquez 1
Tecnológico Nacional de México en Celaya
d1703004@itcelaya.edu.mx

Salvador Hernández González 2
Tecnológico Nacional de México en Celaya
salvador.hernandez@itcelaya.edu.mx

María del Rosario Baltazar Flores 3
Tecnológico Nacional de México en León
rosario.baltazar@itleon.edu.mx

Resumen

En este artículo se formulan tres modelos de Programación Entera Binaria para la definición de horarios en el Tecnológico Nacional de México, usando como caso de estudio el Instituto Tecnológico de Celaya. El problema consiste en programar las materias a ser dictadas considerando estudiantes, profesores, horarios, aulas y las necesidades de la universidad. La definición del horario se realiza en tres etapas empleando la técnica exacta de ramificación y acotamiento, se inicia con la asignación de una materia a un horario, luego se asigna un aula a cada materia, y por último a cada materia se le asigna un maestro. La descomposición del problema original, genera una reducción importante en el uso de variables binarias considerando sólo dos subíndices en cada variable, esto permite resolver problemas de gran tamaño en tiempos computacionales cortos. Los resultados demuestran que una técnica exacta puede competir en tiempos de solución con una técnica metaheurística en un problema NP-Duro.

Palabras clave: Programación de horarios en universidades; Descomposición; Programación entera binaria; Optimización combinatoria.

1 Introducción

En la literatura existente sobre la asignación de horarios en las universidades (University Timetabling) se han reportado diferentes enfoques de solución a través del uso de modelado matemático, destacando principalmente los modelos de asignación y los modelos de optimización. En los modelos de optimización se utilizan técnicas exactas y técnicas metaheurísticas para encontrar una solución, estas últimas muy populares en los últimos años por la reducción del tiempo en la solución de problemas como se menciona en [5], sin embargo éstas no garantizan encontrar una solución óptima.

Desde la perspectiva de programación matemática, las programaciones de horarios en universidades son consideradas como problemas combinatorios ya que utilizan variables binarias o enteras, que hacen que el número de combinaciones y tiempo de solución se incremente de manera exponencial al aumentar el número de variables especialmente cuando se utilizan técnicas exactas, por lo cual se les considera como problemas NP-Duro como se muestra en [3].

Algunos de los artículos reportados en la literatura que destacan en la programación de horarios escolares a través del empleo de modelos matemáticos se muestran en la tabla 1.

Tabla 1 Artículos que destacan en la programación de horarios escolares utilizando modelos matemáticos

Autor	Año	Descripción
Lawrie [11]	1969	Plantea un modelo de programación entera cuya función objetivo busca maximizar la afinidad de cada clase con un periodo de tiempo en un problema de horarios escolar.
Akkoyunlu[1]	1973	Desarrolla un modelo matemático para la asignación de horarios en una universidad, dicho modelo es auxiliado por un algoritmo que realiza la búsqueda de combinaciones factibles.
Tripathy [15]	1984	Utiliza programación entera binaria para resolver un problema de asignación de horarios universitario en la India aplicando relajación lagrangiana.
Ferland y Roy [8]	1985	Presentan un enfoque de programación matemática binaria para resolver el problema del horario en una universidad, incluye dos subproblemas que se resuelven secuencialmente.
Daskalaki et al. [6]	2004	Desarrollan un modelo matemático usando variables binarias para la asignación de horarios en una universidad en Grecia, para reducir el área de búsqueda de materias utilizan subconjuntos.
Schimmelpfeng y Helber [13]	2007	Desarrollan un modelo de programación lineal entera para asignar las materias del verano 2006 en la universidad de Hannover en Alemania.
Bakir y Aksop [2]	2008	Plantean un modelo matemático para la asignación de materias de verano en una universidad de Turquía, desafortunadamente no fue posible encontrar una solución óptima al modelo.
Birbas et al. [4]	2009	Resuelven un problema de horarios de una escuela preparatoria a través de dos etapas empleando modelos de programación entera binaria, la primera etapa consiste en la asignación de turnos de trabajo a maestros y en la segunda etapa se resuelve el problema real del horario.
Sørensen y Dahms [14]	2014	Muestran una descomposición en dos etapas de un modelo de programación entera implementado en diferentes preparatorias en Dinamarca.
Kristiansen et al. [10]	2015	Resuelven la asignación de horarios en escuelas preparatorias a través de programación entera mixta y el formato XHSTT.
Feng et al. [7]	2016	Desarrollan un algoritmo genético híbrido que permite resolver problemas de asignación de horarios en universidades de Corea del sur, dicho algoritmo permite obtener soluciones de gran calidad en tiempos cortos evaluando en un modelo de programación lineal entero mixto.
Phillips et al. [12]	2016	Desarrollan un algoritmo basado en perturbación mínima en la definición de un horario universitario, dicho algoritmo evalúa en un modelo de programación entera y encuentra soluciones en tiempos cortos a datos reales de la universidad de Auckland en Nueva Zelanda.

2 Descripción del problema

Para la generación del horario universitario en el Tecnológico Nacional de México en Celaya se tienen consideradas las siguientes restricciones cada semestre, las cuales se calificaron en restricciones relacionadas con el horario (1-6), el aula (7-9) y el maestro (10-13):

1. Materias del mismo semestre y grupo deben ser asignadas en horarios distintos.
2. Se tienen 14 horarios disponibles por semana para cada aula Nota: El horario del día lunes depende de las horas de la materia (4, 5 o 6 horas).
3. Se tiene un número limitado de aulas para cada carrera, lo que restringe el número de horarios disponibles para la asignación de materias.
4. Las materias de un mismo semestre y grupo deberán asignarse preferentemente en horarios consecutivos.
5. En algunos departamentos piden de preferencia asignar materias en los horarios de la mañana.
6. Existe una junta de academia los miércoles que dificulta que se asignen materias a maestros de plaza en el horario de las 13:00 -15:00 hrs.

7. En un aula no se pueden asignar dos materias en un mismo horario.
8. El número de estudiantes por materia no debe exceder la capacidad de las aulas donde estas sean asignadas.
9. Tratar de optimizar la capacidad de las aulas en cuanto al número de estudiantes asignados por materia.
10. Las materias deberán asignarse a los maestros afines con las mismas. Existen tres categorías de maestros; 1- Titular de la materia, 2-Secundario o segunda opción y 3- Tercera opción.
11. Las materias deben ser asignadas a los maestros de acuerdo al número de horas de su plaza.
12. Las materias sólo serán asignadas en los horarios en los que disponga cada maestro.
13. Las materias deben ser asignadas a los maestros en horarios distintos.

El objetivo al definir el horario cada semestre es tratar de generar una solución que cumpla en su totalidad con las restricciones del problema, y se obtenga en un tiempo razonable. Una vez definido el horario, los estudiantes de las diferentes carreras eligen las materias a cursar.

3 Método

El número de combinaciones de solución de un modelo matemático con variables binarias es de 2^n , donde n es el número de variables binarias como se explica en [9], por lo tanto entre menos variables binarias tenga un modelo matemático el número de combinaciones se reducirá, de ahí la propuesta de acotar el número de combinaciones aminorando el número de variables binarias a través de una descomposición del modelo original en tres modelos matemáticos, lo que permitirá trabajar con variables binarias de dos subíndices en cada etapa, considerando la idea Sørensen y Dahms en su estudio presentado en [14] en horarios de preparatoria al descomponer el modelo original en dos etapas.

Todo inicia con el ordenamiento de las materias por semestre y grupo, posteriormente se realiza la definición del horario en tres etapas (3 modelos matemáticos); La primera etapa consiste en asignar a cada materia un horario, posteriormente en la segunda etapa se asigna un aula a cada materia, y por último en la tercera etapa a cada materia se le asigna un maestro (ver figura 1).

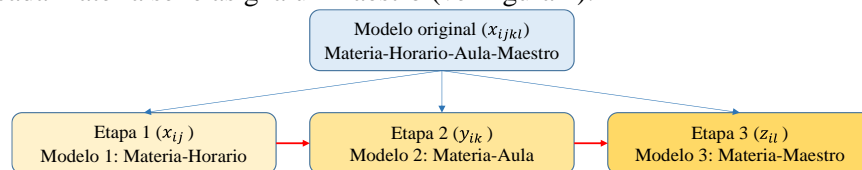


Figura 1 Descomposición del problema original en tres etapas

También se propone utilizar subconjuntos en cada uno de los modelos matemáticos con la intención de reducir el tiempo en la búsqueda de materias como lo hecho por Daskalaki et al. Descrito en [6], además de coeficientes en la función objetivo para agilizar la búsqueda en ciertas variables binarias.

3.1 Notación empleada en el desarrollo de los modelos matemáticos

Subíndices

i Subíndice para materia $i \in I$ j Subíndice para horario $j \in J$
 k Subíndice para aula $k \in K$ l Subíndice para maestro $l \in L$

Conjuntos

I Materias a asignar $I = \{Materia_1, Materia_2, \dots, Materia_{|I|}\}$.
 J Horarios disponibles en la universidad por semana $J = \{H_1, H_2, \dots, H_{|J|}\}$.
 K Aulas disponibles para la asignación de materias $K = \{A_1, A_2, \dots, A_{|K|}\}$.
 L Maestros disponibles para la impartición de materias $L = \{M_1, M_2, \dots, M_{|L|}\}$.

Subconjuntos

$I_m \in I$ {Materias de mismo semestre y grupo m }.

$I_n \in I$ {Materias asignadas a los horarios n de los días martes – jueves $n = \{1,2,3, \dots, 7\}$ }.

$I_o \in I$ {Materias asignadas a los horarios o de los días miércoles – viernes $o = \{8,9,10, \dots, 14\}$ }.

$I = I_n \cup I_o$.

Matrices de datos

a_{ij} = Afinidad de la materia con el horario.

$AULAS DISPONIBLES_j$ = Número de aulas disponibles para la asignación.

a_{ik} = Número de horas a asignar de la materia en cada aula.

b_{ik} = Número de estudiantes a asignar de la materia en cada aula.

$CAPAULA_k$ = Capacidad máxima de estudiantes del aula k .

a_{il} = Afinidad de la materia con cada maestro Nota: Se utilizan coeficientes de 5 para maestro titular de la materia, 4 para maestro de segunda opción, 3 para maestro de tercera opción y -1 cuando el maestro no es capaz de impartir la materia (esto para no ser considerado en la asignación).

b_{il} = Número de horas a asignar de la materia a cada maestro.

$HMIN_l$ = Horas mínimas a asignar para cada maestro l .

$HMAX_l$ = Horas máximas a asignar para cada maestro l .

$HORARIOM_l$ = Horarios en los que se puede asignar materias a maestro l .

Variable binaria que se utilizará en la etapa 1: asignación de Materia-Horario

x_{ij} 1 La materia i es asignada en el horario j .

0 La materia i es considerada en otro horario j .

Variable binaria que se utilizará en la etapa 2: asignación de Materia-Aula

y_{ik} 1 La materia i es asignada en el aula k .

0 La materia i es considerada en otra aula k .

Variable binaria que se utilizará en la etapa 3: asignación de Materia-Maestro

z_{il} 1 La materia i es asignada al maestro l .

0 La materia i es considerada para otro maestro l .

3.2 Modelo matemático para etapa 1: asignación de Materia-Horario

Función objetivo

1. Busca maximizar la asignación de materias por la mañana, además de asignar materias del mismo semestre y grupo en periodos consecutivos y en el mismo turno (mañana o tarde).

$$Z_{\text{Max}} = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J a_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

Restricciones

2. Obliga a que cada materia sea asignada en no más de un horario.

$$\sum_{j=1}^J x_{ij} \leq 1 \quad \forall i \in I \quad (2)$$

3. Obliga a que materias de un mismo semestre y grupo (subconjunto) queden en horarios distintos.

$$\sum_{i \in I_m} x_{ij} \leq 1 \quad \forall j \in J \quad (3)$$

4. Obliga a que en cualquier horario no se exceda el número de materias asignadas para las aulas disponibles.

$$\sum_{i=1}^I x_{ij} \leq AULAS DISPONIBLES_j \quad \forall j \in J \quad (4)$$

El resultado de esta primera etapa define la asignación de materias a cada subconjunto $I_n I_o$ que serán utilizados en las etapas 2 y 3.

3.3 Modelo matemático para etapa 2: asignación de Materia-Aula

Función objetivo

5. Busca maximizar el número de horas-clase a asignar de las materias en cada aula, además penaliza la diferencia entre la capacidad del aula y el número de estudiantes de la materia asignada, es decir tratará de asignar materias muy cercanas a la capacidad del aula.

$$Z_{\text{Max}} = \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K a_{ik} y_{ik} - \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K (CAPAULA_k - b_{ik})(0.01) y_{ik} \quad (5)$$

Restricciones

6. Obliga a que cada materia sea asignada en no más de un aula.

$$\sum_{k=1}^K y_{ik} \leq 1 \quad \forall i \in I \quad (6)$$

7. Obliga a que materias de misma hora pero distinto día no sumen más de 10 horas por aula (con la finalidad de no empalmar materias los días lunes).

$$\sum_{i \in I_n} a_{ik} y_{ik} + \sum_{i \in I_o} a_{ik} y_{ik} \leq 10 \quad \forall k \in K \quad (7)$$

8. Obliga a que por aula no se asignen grupos mayores a su capacidad.

$$\sum_{i \in I_n} b_{ik} y_{ik} \leq CAPAULA_k \quad \forall k \in K \quad (8)$$

$$\sum_{i \in I_o} b_{ik} y_{ik} \leq CAPAULA_k \quad \forall k \in K$$

9. Obliga a que por aula no se imparta más de una materia en un mismo horario.

$$\sum_{i \in I_n} y_{ik} \leq 1 \quad \forall k \in K \quad (9)$$

$$\sum_{i \in I_o} y_{ik} \leq 1 \quad \forall k \in K$$

3.4 Modelo matemático para etapa 3: asignación de Materia-Maestro

Función objetivo

10. Busca maximizar la afinidad de cada una de las materias con los maestros disponibles.

$$Z_{\text{Max}} = \sum_{i=1}^I \sum_{l=1}^L a_{il} z_{il} \quad (10)$$

Restricciones

11. Obliga a que cada materia sea asignada a no más de un maestro.

$$\sum_{l=1}^L z_{il} \leq 1 \quad \forall i \in I \quad (11)$$

12. Obliga a asignar la mínima cantidad de horas por maestro.

$$\sum_{i \in I_n} b_{il} z_{il} + \sum_{i \in I_o} b_{il} z_{il} \geq HMIN_l \quad \forall l \in L \quad (12)$$

13. Obliga a no exceder la máxima cantidad de horas por maestro.

$$\sum_{i \in I_n} b_{il} z_{il} + \sum_{i \in I_o} b_{il} z_{il} \leq HMAX_l \quad \forall l \in L \quad (13)$$

14. Obliga a que materias de misma hora pero distinto día no sumen más de 10 horas por maestro (con la finalidad de no empalmar materias los días lunes).

$$\sum_{i \in I_n} b_{il} z_{il} + \sum_{i \in I_o} b_{il} z_{il} \leq 10 \quad \forall l \in L \quad (14)$$

15. Obliga a asignar materias en los horarios disponibles de los maestros.

$$\begin{aligned} \sum_{i \in I_n} z_{il} &\leq HORARIOM_l \quad \forall l \in L \\ \sum_{i \in I_o} z_{il} &\leq HORARIOM_l \quad \forall l \in L \end{aligned} \quad (15)$$

16. Obliga a que por maestro no se imparta más de una materia en un mismo horario.

$$\begin{aligned} \sum_{i \in I_n} z_{il} &\leq 1 \quad \forall l \in L \\ \sum_{i \in I_o} z_{il} &\leq 1 \quad \forall l \in L \end{aligned} \quad (16)$$

4 Experimentos

Para la experimentación se utilizó una computadora con un procesador Intel(R) Celeron(R) CPU N2840 2.16 GHz con 4 GB de RAM, con Windows 10 Home. Las matrices de datos de los modelos matemáticos fueron hechas en Excel 2013 las cuales se ligaron al programa LINGO 12 donde se capturaron los modelos matemáticos y se les dio solución a través de la técnica exacta de ramificación y acotamiento (Branch and Bound). Para probar los modelos matemáticos se realizaron dos experimentos, el experimento principal considero 56 materias y un segundo experimento contemplo 84 materias, de los primeros 4 semestres de la carrera de ingeniería industrial del semestre Agosto-Diciembre del 2017, se consideraron grupos a, b y c de cada materia, así como 8 aulas, 9 maestros y 14 periodos de tiempo.

5 Resultados

Las características y tiempos en la búsqueda de solución de los dos experimentos realizados se muestran en la tabla 2, en ambos se obtuvieron soluciones óptimas para cada una de las tres etapas de asignación. La figura 2 muestra el porcentaje de materias asignadas preferentemente en horarios por la mañana, la figura 3 muestra la gráfica del porcentaje de materias asignadas a maestros de acuerdo a su afinidad, en ella se puede apreciar que se trató de asignar el mayor número de materias a maestros titulares y maestros de segunda opción. Además, cuando no fue posible encontrar una afinidad, o bien, se superó la capacidad de horas del maestro, no se asignaron las materias (como sucedió en el segundo experimento).

La tabla 3 muestra una comparativa del número de materias, variables binarias o enteras, restricciones y tiempos empleados en la búsqueda de una solución utilizados por diferentes autores, que han resuelto horarios universitarios a través de programación entera y técnicas exactas con características similares al estudio que se desarrolló. Al final de la tabla se obtuvieron tres factores que resultaron de dividir el número de variables, restricciones y tiempos entre el número de materias utilizadas en los diferentes experimentos, lo que permite identificar los recursos que se emplearon en cada materia. Es importante resaltar que la estrategia que se propone en este trabajo de descomponer la programación de un horario universitario en tres etapas, reduce en gran medida los recursos empleados en la búsqueda de la solución por materia.

Tabla 2 Características y tiempos en la búsqueda de una solución en los experimentos realizados

Hernández et al. (2018)			
Experimentos		1	2
Condiciones iniciales	N° Materias	56	84
	N° Aulas	8 aulas	8 aulas
	N° Maestros	9	9
Número de variables binarias	1er Modelo Etapa 1	784	1,176
	2do Modelo Etapa 2	448	672
	3er. Modelo Etapa 3	504	756
	Total	1,736	2,604
Número de restricciones	1er Modelo Etapa 1	379	569
	2do Modelo Etapa 2	2,297	2,325
	3er. Modelo Etapa 3	3,054	3,082
	Total	5,730	5,976
Tiempo en segundos para encontrar solución óptima	1er Modelo Etapa 1	1	2
	2do Modelo Etapa 2	4	5
	3er. Modelo Etapa 3	2	3
	Total seg	7	10
Número de non-zeros	1er Modelo Etapa 1	13,748	20,622
	2do Modelo Etapa 2	11,648	17,472
	3er. Modelo Etapa 3	23,466	35,198
	Total	48,862	73,292
Programa		LINGO 12	LINGO 12

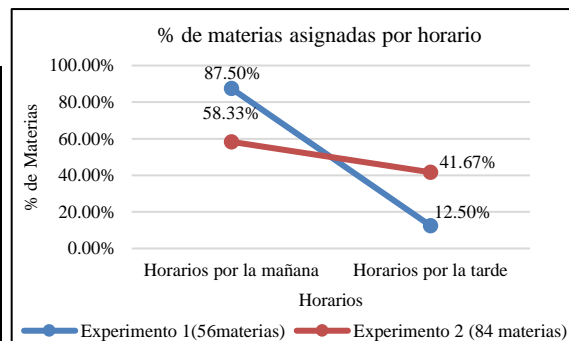


Figura 2 Gráfica de asignación de materias por horario

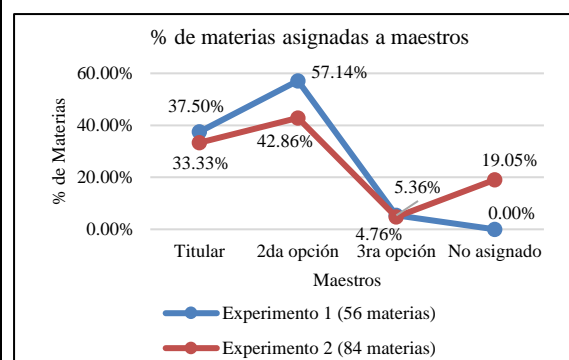


Figura 3 Gráfica de asignación de materias a maestros por afinidad

Tabla 3 Comparación de resultados con otras investigaciones de programación entera

	Autores						
	Daskalaki et al. [6]			Schimmelpfeng y Helber [13]	Bakir y Aksop [2]	Hernández et al. (2018)	
Experimentos	1	2	3	1	1	1	2
Número de modelos matemáticos	1	1	1	1	1	3	3
Número de materias	33	66	119	156	48	56	84
Número de variables binarias o enteras	4,100	13,527	19,295	91,768	7,610	1,736	2,604
Número de restricciones	7,543	12,734	17,159	35,611	34,978	5,730	5,976
Tiempo en segundos para encontrar solución óptima	150	1,110	5,700	248	No se encontró solución	7	10
Número de non-zeros	35,685	78,523	92,358	662,824	-----	48,862	66,432
Número de variables por materia	124.24	204.95	162.14	588.26	158.54	31.00	31.00
Número de restricciones por materia	228.58	192.94	144.19	228.28	728.71	102.32	71.14
Tiempo en segundos para encontrar solución por materia	4.545	16.818	47.899	1.592	No se encontró solución	0.125	0.119

La tabla 4 muestra una comparativa con autores que han utilizado metaheurísticas o algoritmos para la asignación de horarios en universidades recientemente, cabe mencionar que estos trabajos no consideran la asignación de maestros a diferencia del estudio que se presenta en este artículo. Para la comparación se utilizó un factor que resultó de dividir el tiempo en segundos para encontrar la mejor solución entre el número de materias en cada experimento, con la intención de determinar el tiempo que se lleva en encontrar la mejor solución por materia. Es importante resaltar que los tiempos obtenidos en este estudio con la técnica

exacta de ramificación y acotamiento, son semejantes o están por debajo de los reportados por metaheurísticas o algoritmos.

Tabla 4 Comparación de resultados con otras investigaciones que utilizan metaheurísticas y algoritmos

	Autores									
	Feng et al. [7]			Phillips et al. [12]					Hernández et al. (2018)	
Técnica implementada	Técnica metaheurística: Algoritmo genético híbrido			Algoritmo basado en perturbación mínima					Técnica exacta: Ramificación y acotamiento	
Experimentos	1	2	3	1	2	3	4	5	1	2
Número de materias	100	200	300	23	26	33	52	110	56	84
Tiempo en segundos para encontrar la mejor solución	16.35	35.03	59.94	5.00	7.00	5.20	5.92	33.20	7.00	10.00
Tiempo en segundos para encontrar la mejor solución por materia	0.1634	0.1751	0.1997	0.2173	0.2692	0.1575	0.1138	0.3018	0.1250	0.1190

6 Conclusiones

La descomposición del problema original en tres etapas (3 modelos matemáticos) reduce en un 97% el número de variables binarias empleadas en la definición del horario, así como una disminución en el uso de restricciones y tiempo alcanzado en la búsqueda de la solución de un problema NP-Duro (programación de horarios en universidades). Además, sólo es necesario utilizar dos subíndices en cada variable por etapa.

Referencias

- [1] Akkoyunlu, E. A. (1973). A linear algorithm for computing the optimum university timetable. *The Computer Journal*, 16(4), 347–350.
- [2] Bakir, M. A., & Aksop, C. (2008). A 0-1 integer programming approach to a university timetabling problem. *Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics*, 37(1), 41-55.
- [3] Bardadym, V. A. (1996). Computer-Aided School and University Timetabling: The New Wave. *Practice and theory of automated timetabling*, 1153, 22-45.
- [4] Birbas, T., Daskalaki, S., & Housos, E. (2009). School timetabling for quality student and teacher schedules. *Journal of Scheduling*, 12(2), 177-197.
- [5] Burke, E., Jackson, K., Kingston, J., & Weare, R. (1997). Automated university timetabling: the state of the art. *The computer journal*, 40(9), 565-571.
- [6] Daskalaki, S., Birbas, T., & Housos, E. (2004). An integer Programming Formulation for a Case Study in University Timetabling. *European Journal of Operational Research*, 153, 117-135.
- [7] Feng, X., Lee, Y., & Moon, I. (2016). An integer program and a hybrid genetic algorithm for the university timetabling problem. *Optimization Methods & Software*, 32, 1-25.
- [8] Ferland, J. A., & Roy, S. (1985). Timetabling problem for university as assignment of activities to resources. *Computers & Operations Research*, 12(2), 207–218.
- [9] Hiller, F., & Lieberman, G. (2010). *Introducción a la investigación de operaciones* (Octava ed.). México: Mc Graw Hill.
- [10] Kristiansen, S., Sørensen, M., & Stidsen, T. R. (2015). Integer programming for the generalized high school timetabling problem. *Journal of Scheduling*, 18, 377–392.
- [11] Lawrie, N. L. (1969). An integer linear programming model of a school timetabling problem. *The Computer Journal*, 12, 307–316.
- [12] Phillips, A. E., Walker, C. G., Ehrgott, M., & Ryan, D. M. (2016). Integer programming for minimal perturbation problems in university course timetabling. *Annals of Operations Research*, 252, 283-604.
- [13] Schimmelpfeng, K., & Helber, S. (2007). Application of a real-world university-course timetabling model solved by integer programming. *OR Spectrum*, 29(4), 783-803.
- [14] Sørensen, M., & Dahms, F. H. (2014). A Two-Stage Decomposition of High School Timetabling applied to cases in Denmark. *Computers & Operations Research*, 43, 36–49.
- [15] Tripathy, A. (1984). School Timetabling A Case In Large Binary Integer Linear Programming. *Management Science*, 30(12), 1473-1489.

Enfoque híbrido en el problema de localización del buffer para minimizar el inventario en proceso en líneas de producción abiertas en serie

José Omar Hernández Vázquez 1
Tecnológico Nacional de México en Celaya
d1703005@itcelaya.edu.mx

Salvador Hernández González 2
Tecnológico Nacional de México en Celaya
salvador.hernandez@itcelaya.edu.mx

Manuel Darío Hernández Ripalda 3
Tecnológico Nacional de México en Celaya
dario.hernandez@itcelaya.edu.mx

José Alfredo Jiménez García 4
Tecnológico Nacional de México en Celaya
alfredo.jimenez@itcelaya.edu.mx

Resumen

El problema de localización del buffer (BAP) es clasificado como un problema de optimización combinatorio NP-Duro en el diseño de las líneas de producción. Éste consiste básicamente en definir la localización de lugares de almacenamiento (buffers) dentro de una línea de producción, con el fin de incrementar al máximo la eficiencia del proceso. En este estudio, se propone un enfoque híbrido que utiliza las técnicas metaheurísticas de: Algoritmos Genéticos y Recocido Simulado como método generativo o de optimización, con el propósito de determinar los buffers requeridos que minimicen el promedio de inventario en proceso (*WIP Promedio*) en líneas de producción abiertas en serie *M/M/1/K*. Como método de evaluación se emplea un método analítico de descomposición para obtener el *throughput* y el *WIP Promedio* de la línea de producción. Resultados prometedores demuestran la eficacia del enfoque híbrido propuesto para el BAP.

Palabras clave: Problema de localización del buffer; Metaheurísticas híbridas; *WIP Promedio*.

1 Introducción

En la actualidad, existen numerosas publicaciones sobre el problema de localización del buffer (BAP, por sus siglas en inglés) el cual ha sido estudiado por más de 50 años. Las propuestas de solución implementadas en la solución del BAP involucran la aplicación de un método generativo y un método de evaluación de manera combinada. El método de evaluación es usado para obtener el valor de la función objetivo de un conjunto de entradas, luego, dicho valor es comunicado al método generativo el cual tiene como propósito buscar la solución óptima.

Para la mejor exploración del espacio de soluciones del BAP, una nueva tendencia es la hibridación de técnicas metaheurísticas con otros métodos tales como: Particiones Anidadas [13], métodos de Ramificación y Acotamiento [6], Método del Subgradiente [5] y Búsqueda Local [1,10]. Existe también estudios que reportan la hibridación de técnicas metaheurísticas con otras técnicas metaheurísticas, en el trabajo de Kose y Kilincci [8] hibridan Algoritmos Genéticos con Recocido Simulado, mientras que Su et al. [14] lo hacen con Búsqueda Tabú y Algoritmos Genéticos. Los trabajos mencionados reportan resultados muy interesantes, por lo que el enfoque de hibridación resulta ser un área muy prometedora en el estudio del BAP.

2 El problema de localización del buffer en líneas de producción en serie

El problema de localización del buffer es clasificado como un problema de optimización combinatorio NP-Duro en el diseño de las líneas de producción. Este consiste básicamente en definir la localización de lugares de almacenamiento (buffers) dentro una línea de producción, con el fin de incrementar al máximo la eficiencia del proceso. En líneas de producción en serie, existen W máquinas con $W-1$ áreas de almacén (denotadas por B_2, \dots, B_W) entre dichas máquinas conectadas en serie, como se muestra en la figura 1. El material fluye desde el exterior del sistema a W_1 , luego a B_2 , luego a W_2 , y así sucesivamente hasta llegar a W_W , para luego salir de la línea de producción. En las líneas de producción abiertas, se considera que la primera máquina nunca sufrirá de escasez de material, y que la última máquina nunca estará bloqueada.

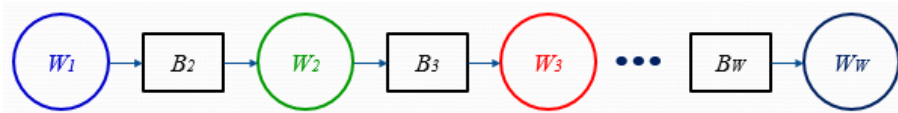


Figura 1 Línea de producción en serie con buffers

La formulación del BAP puede ser expresada principalmente de tres formas distintas dependiendo de su función objetivo como lo muestran Demir et al. [4] y Papadopoulos et al. [11]. Dichas funciones objetivos pueden considerar la maximización de la tasa del throughput (BAP1), la minimización del tamaño total del buffer (BAP2) y la minimización del promedio de inventario en proceso (BAP3). En el trabajo de Papadopoulos y Vidalis [12] se resuelve una variante del modelo matemático BAP3, la cual consiste básicamente en cambiar la desigualdad de la restricción 1 por una igualdad, a continuación se describe este modelo.

Problema 3 (BAP3) modificado: Esta formulación expresa la minimización del promedio de inventario en proceso (*WIP Promedio*), sujeto a un total de buffers disponibles y un nivel del throughput deseado.

$$\text{Min } Q(B) \tag{1}$$

Sujeto a:

$$\sum_{i=2}^W B_i = N \tag{2}$$

$$f(B) \geq f^* \tag{3}$$

$$B_i \geq 0 \tag{4}$$

Donde:

- $B = (B_2, B_3, \dots, B_W)$ = Vector del tamaño del buffer
- $Q(B)$ = *WIP Promedio* de la línea de producción en función del vector del tamaño del buffer
- $f(B)$ = Throughput de la línea de producción en función del vector del tamaño del buffer
- f^* = Nivel del throughput deseado
- N = Total de buffers disponibles
- W = Máquinas en la línea de producción
- B_i = Capacidad del buffer de la máquina i (variable entera no negativa)

Esta modificación en la restricción 1 obliga a que el total de buffers disponibles N sea asignado desde la máquina 2 hasta la última máquina W en la línea de producción. En el presente estudio, se resuelve el modelo matemático *BAP3 modificado* por Papadopoulos y Vidalis [12]. El objetivo será entonces, encontrar la mejor configuración de buffer que minimice el *WIP promedio*.

3 Sistemas markovianos con capacidad en la línea (buffer) $M/M/1/K$

El supuesto de capacidad infinita en una línea de espera difícilmente se cumple. Los sistemas markovianos $M/M/1/K$ se caracterizan por tener limitado el número de elementos permitidos en cualquier momento en el sistema (se consideran los elementos en la línea de espera y los que están siendo atendidos), dicho número está representado por K . La capacidad en la línea de espera se presenta:

- Cuando existe espacio limitado para recibir clientes.
- En el caso de una estación de producción, cuando el responsable decide mantener una cierta cantidad de trabajos frente a la estación (buffer), dicho material mantiene a la máquina en operación en caso de una falla en el suministro. Además, la tasa de llegadas (salida) debe corregirse ya que en cierta parte del tiempo, el equipo estará bloqueado y no recibirá material. Esta forma de trabajo es adoptada para la mayoría de las industrias de manufactura en la actualidad.

Las propiedades de los sistemas markovianos con capacidad en la línea (buffer) $M/M/1/K$ se pueden ver en [7] las cuales fueron empleadas en este estudio para el análisis de las diferentes máquinas o estaciones de trabajo. Además, el *WIP promedio* de la serie se obtiene con la ecuación de Little's Law mostrada en [3].

4 Enfoque híbrido propuesto

Las técnicas metaheurísticas híbridas se pueden distinguir entre dos categorías: la primera consiste en diseñar un solucionador que incluya componentes de una metaheurística en otra, mientras que la segunda combina la metaheurística con otras técnicas típicas de campos como la investigación de operaciones y la inteligencia artificial [2].

Una de las formas más utilizadas de hibridación metaheurística consiste en el uso de métodos basados en trayectoria dentro de los métodos basados en población. Los métodos basados en población son mejores para identificar áreas prometedoras en el espacio de búsqueda (buena búsqueda global) a partir de las cuales los métodos basados en trayectoria pueden alcanzar rápidamente óptimos locales (buena búsqueda local). Por lo tanto, los híbridos metaheurísticos que pueden combinar de manera efectiva las fortalezas de los métodos basados en población y los métodos basados en trayectoria a menudo son muy exitosos. En el presente estudio se realiza una hibridación de este tipo, donde el método basado en trayectoria es el Recocido Simulado (RS), y el método basado en población es el Algoritmo Genético (AG).

El diagrama de flujo del algoritmo híbrido AG-RS propuesto se muestra en la figura 2. A continuación se explican las características más relevantes del algoritmo propuesto.

4.1 Esquema inicial

El algoritmo requiere inicialmente de precisar el valor de parámetros que afectarán la búsqueda de la mejor configuración de buffer. El siguiente paso en cualquier algoritmo AG tradicional es la creación de una población inicial, para el algoritmo híbrido AG-RS propuesto no es la excepción. En este proceso, la población inicial consta de un número suficiente de configuraciones de buffer que cumplan la restricción 1 del problema BAP3 modificado. Cada configuración de buffer se genera aleatoriamente y está compuesta por una cadena codificada de valores enteros que representa las variables de decisión del BAP [$B = (B_2, B_3, \dots, B_W)$].

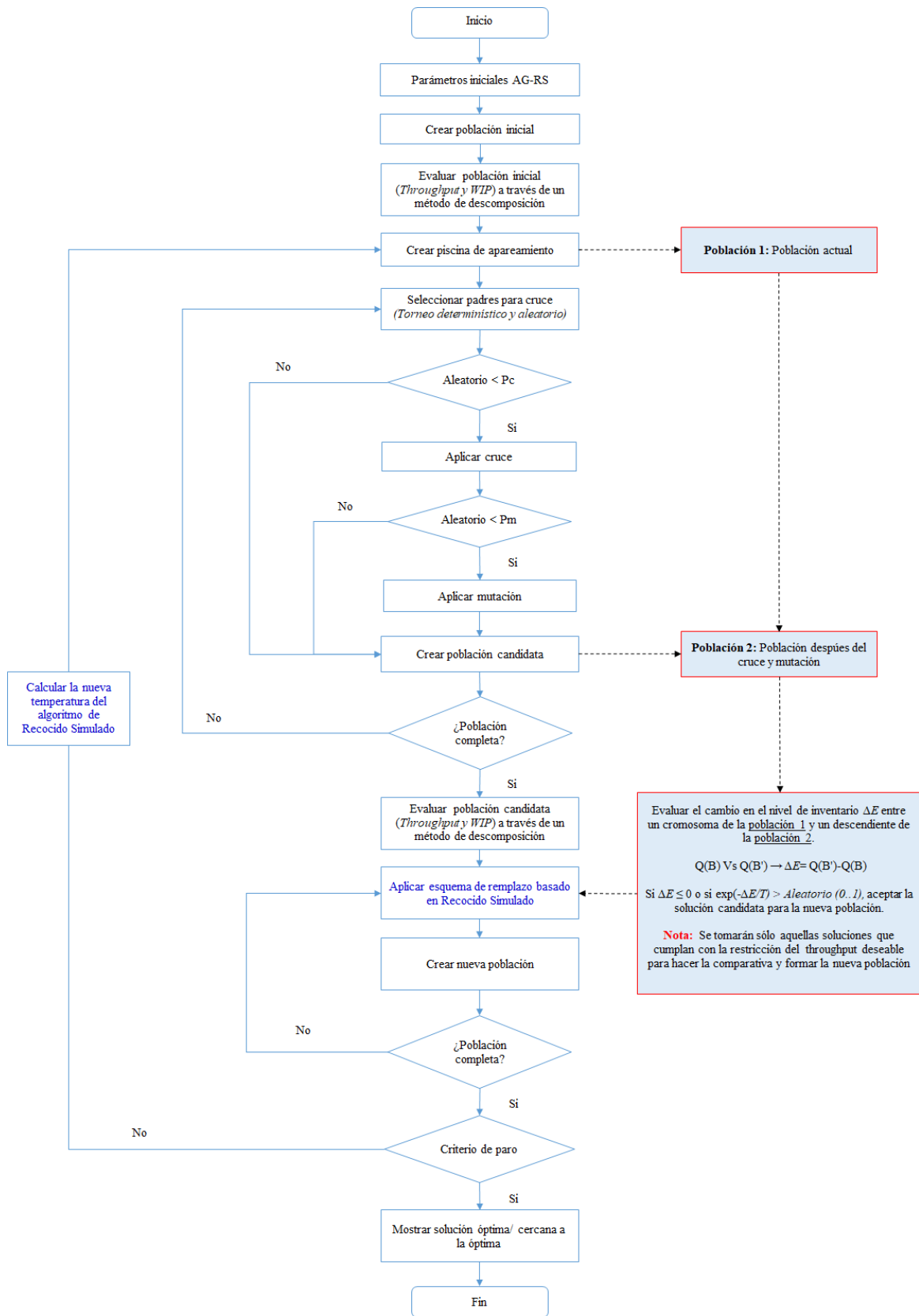


Figura 2 Diagrama de flujo del algoritmo híbrido AG-RS propuesto

4.2 Evaluación y esquema de selección

Una vez generada la población inicial, cada configuración en la población es evaluada. El *throughput* y el *WIP Promedio* son estimados usando el método de descomposición presentado por Takahashi et al. [15]. Entonces, dichos valores se comunican al algoritmo híbrido AG-RS propuesto de una manera iterativa. Aquellas configuraciones que presenten un valor del *throughput* menor al deseado, no se les calculará su *WIP Promedio*, ya que son consideradas como soluciones no factibles. Antes de iniciar con el procedimiento de cruce, se realiza una selección por elitismo de las 2 mejores soluciones generadas en la población actual y se hace una copia de éstas en la población candidata, de esta manera se garantiza que el proceso de búsqueda nunca dará un paso atrás en cuanto a la calidad de la mejor solución obtenida, sino que un cambio en ésta siempre implicará una mejora. Para el procedimiento de cruce, el padre 1 es seleccionado a través de un torneo determinístico, mientras que el padre 2 es escogido de forma aleatoria, con el fin de incrementar la exploración de nuevas regiones del espacio de búsqueda.

4.3 Cruce y mutación

Con el propósito de obtener las mejores configuraciones de buffer, se emplean operadores de cruce y mutación en el algoritmo híbrido AG-RS, similares a los presentados en los Algoritmos Genéticos. Una vez que 2 padres han sido seleccionados, se utiliza una probabilidad de cruce (P_c) para determinar si dichos padres serán cruzados o no. Los padres que no son cruzados, automáticamente pasan a la población candidata. En el algoritmo híbrido AG-RS propuesto, la mutación considera sólo aquellos hijos o descendientes generados después del cruce. Una vez realizado el cruce, se selecciona aleatoriamente a uno de los 2 hijos y se emplea una probabilidad de mutación (P_m) para determinar si éste será mutado o no. Una vez terminado el proceso mutación, ambos hijos pasan a la población candidata. En este estudio, se usa un procedimiento de cruce y mutación similar al adoptado por Vergara y Kim [16], quienes modificaron el procedimiento desarrollado por Liu y Tu [9] en su estudio.

4.4 Esquema de remplazo

El esquema de remplazo se basa en el presentado por Kose y Kilincci [8]. La idea clave es determinar cuál configuración de buffer debe permanecer en una población y cuál configuración de buffer debe transferirse a la siguiente generación. La prueba de aceptación o rechazo es igual a la presentada en un procedimiento de Recocido Simulado. El algoritmo híbrido AG-RS hace una comparativa entre los integrantes de la población actual y los integrantes de la población candidata. Si el *WIP Promedio* de la configuración candidata $Q(B')$ es menor al de la configuración actual $Q(B)$, entonces la configuración de buffer de la población candidata pasará a la nueva población. De otro modo, la solución candidata no se descarta a la primera, sino que se evalúa la probabilidad de aceptación dada por el *criterio de metrópolis*. El esquema de remplazo se repite hasta completar la nueva población.

4.5 Criterio de terminación

En los Algoritmos Genéticos, el establecimiento de un número fijo de generaciones es el criterio de terminación más utilizado. El algoritmo híbrido AG-RS propuesto, utiliza este criterio para detener su búsqueda de configuraciones de buffer. Sin embargo, el algoritmo híbrido AG-RS propuesto también presenta otro criterio de terminación, el cual consiste en establecer un número de iteraciones (o número de generaciones) sin mejorar la calidad de la solución. Finalmente, la mejor configuración de buffer factible que minimice el *WIP Promedio* es seleccionada para resolver el BAP en la línea de producción.

5 Resultados

5.1 Espacio de soluciones del BAP1 VS BAP3 modificado

Se analizó el espacio de soluciones de una línea de producción con arreglo en serie de $W= 5$ máquinas y $N= 5$ buffers, la tabla 1 muestra los parámetros en la línea de producción para cada una de las diferentes instancias de estudio. El número total de posibles configuraciones de solución factibles para el BAP1 es calculado con la ecuación presentada por Demir et al. [4], en este caso existen 56 configuraciones de solución; con respecto al BAP 3 modificado, se puede decir que este es el número de soluciones que cumplen al menos con la restricción 1 de su modelo matemático. De la gráfica mostrada en la figura 3 se puede concluir que al incrementar el nivel del throughput deseado (f^*), el espacio de soluciones factibles para el modelo matemático BAP3 modificado se vuelve más limitado en comparación con el modelo matemático BAP1 (el cual no considera f^*), incluso puede existir el caso donde no exista espacio de solución factible. Por lo tanto, los métodos generativos que se desarrollen para dar solución a este modelo tendrán mayor dificultad en identificar y explorar el espacio de soluciones factibles. Esto concuerda con lo expresado por Demir et al. [4] quienes mencionan que el modelo matemático BAP3 es el menos estudiado en la literatura y esto podría deberse al hecho de que el BAP3 implica restricciones más desafiantes que los otros 2 modelos (BAP1 y BAP2).

Tabla 1 La tasa de llega (λ) y las tasas de servicio (μ) en la línea de producción

Instancia de estudio	Tasa de llegada	Tasa de servicio				
	λ	μ_1	μ_2	μ_3	μ_4	μ_5
Instancia 1: Línea balanceada	1	2	2	2	2	2
Instancia 2: Línea con un cuello de botella	1	2	2	1	2	2
Instancia 3: Línea con dos cuellos de botella	1	2	2	1	2	1

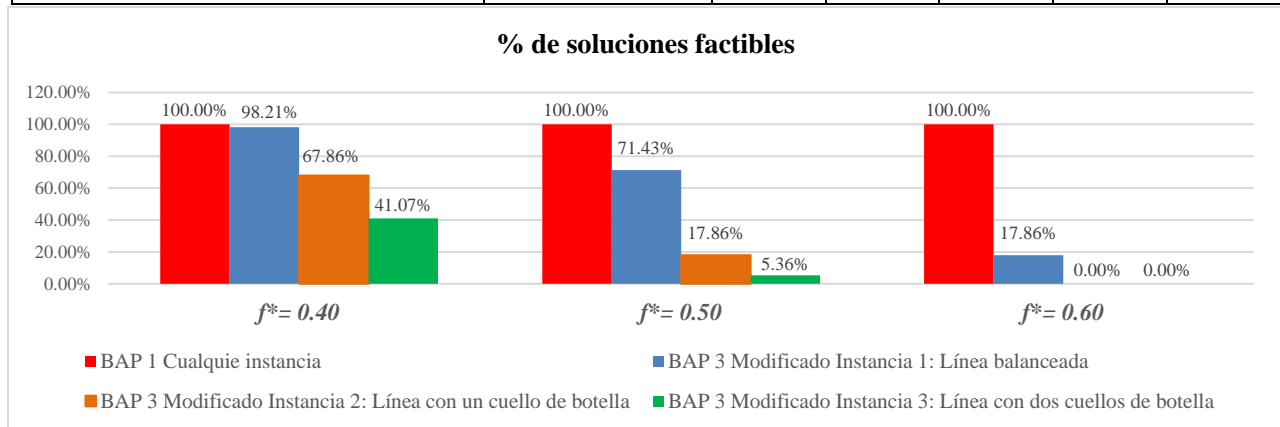


Figura 3 Comparativa del % de soluciones factibles para el BAP1 y BAP3 modificado

5.2 Experimento: Factores significativos y calibración del algoritmo híbrido AG-RS

Este experimento tuvo como objetivo inicial, identificar aquellos parámetros que realmente son significativos en la búsqueda de soluciones del algoritmo híbrido AG-RS. Para el análisis de ellos, se generó un diseño de experimentos Plackett-Burman considerando 2 niveles, 8 factores, 66 corridas base (44 corridas y 22 puntos centrales) y 3 réplicas. La variable de respuesta del experimento fue el *WIP Promedio*. El análisis señala que los parámetros que realmente son significativos en el diseño de experimentos realizado, son: *Tamaño de la población*, *Tasa de cruce (P_c)*, *Tasa de mutación (P_m)*, *Alfa (α)* y *Número de generaciones* (ver figura 4).

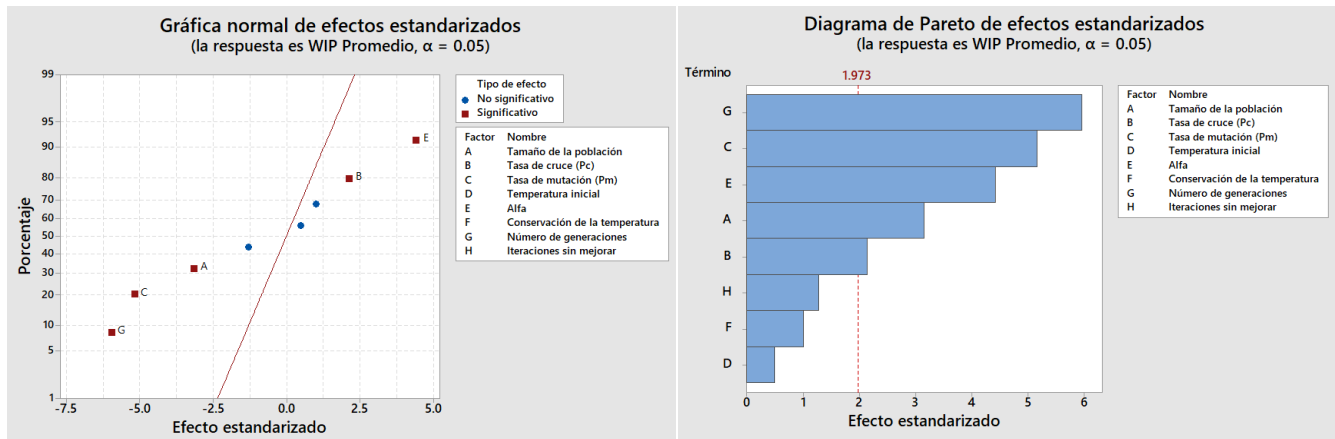


Figura 4 Gráfica normal y diagrama de Pareto de efectos estandarizados

Una vez identificados los parámetros que son significativos en el algoritmo híbrido AG-RS, la siguiente etapa del experimento consistió en determinar los valores que deben tomar estos con el propósito de encontrar las mejores soluciones (calibración del algoritmo). En esta etapa, se generó una regresión lineal múltiple utilizando las mismas corridas empleadas en el diseño de experimentos, los valores en los parámetros significativos que generan mejores soluciones son: *Tamaño de la población* = 100, *Tasa de cruce* (P_c) = 0.50, *Tasa de mutación* (P_m) = 0.12, *Alfa* (α) = 0.80 y *Número de generaciones* = 100.

5.3 Resultados numéricos del algoritmo híbrido AG-RS

Hasta ahora, no se ha reportado ningún estudio que busque minimizar el *WIP Promedio* con el método descomposición presentado por Takahashi et al. [15]. Por tal motivo, se realizaron dos algoritmos híbridos AG-RS, los resultados (ver tablas 2,3 y 4) muestran una comparativa entre dichos algoritmos, los cuales realizan una exploración del espacio de soluciones tomando en cuenta:

1. **Algoritmo híbrido AG-RS1:** Sólo soluciones factibles.
2. **Algoritmo híbrido AG-RS2:** Soluciones factibles y no factibles.

Tabla 2 Resultados para una *línea balanceada* con $W= 5$ máquinas, $\lambda=1$ pieza/minuto, $\mu=2$ piezas/minuto

N	f^*	AG-RS1			AG-RS2		
		B	$f(B^*)$	$Q(B^*)$	B	$f(B^*)$	$Q(B^*)$
5	0.6	0-1-1-3	0.65678	2.20014	0-1-1-3	0.65678	2.20014
10	0.6	1-0-3-6	0.60683	2.15542	1-0-3-6	0.60683	2.15542
15	0.85	1-2-3-9	0.85221	3.25271	1-2-3-9	0.85221	3.25271
20	0.85	0-5-5-10	0.85034	3.19173	0-5-5-10	0.85034	3.19173
30	0.95	2-4-6-18	0.95004	3.96796	2-4-6-18	0.95004	3.96796

Tabla 3 Resultados para una *línea balanceada* con $W= 7$ máquinas, $\lambda=1$ pieza/minuto, $\mu=2$ piezas/minuto

N	f^*	AG-RS1			AG-RS2		
		B	$f(B^*)$	$Q(B^*)$	B	$f(B^*)$	$Q(B^*)$
5	0.4	0-0-1-0-2-2	0.40021	1.78740	0-0-1-0-2-2	0.40021	1.78740
10	0.6	0-1-1-3-1-4	0.60470	2.88101	0-1-1-3-1-4	0.60470	2.88101
15	0.7	0-1-2-3-4-5	0.70202	3.45990	0-1-2-3-4-5	0.70202	3.45990
20	0.8	0-3-3-3-7-4	0.80026	4.21554	0-3-3-4-3-7	0.80029	4.21755
30	0.9	1-4-4-5-5-11	0.90052	5.19499	1-3-7-6-6-7	0.90001	5.18930

Tabla 4 Resultados para una línea balanceada con $W= 10$ máquinas, $\lambda=1$ pieza/minuto, $\mu=2$ piezas/minuto

N	f*	AG-RS1			AG-RS2		
		B	f(B*)	Q(B*)	B	f(B*)	Q(B*)
10	0.4	0-1-0-1-1-1-1-1-4	0.40479	2.59927	0-1-0-1-1-1-1-1-4	0.40479	2.59927
15	0.5	0-0-2-1-2-2-2-3-3	0.50004	3.26608	0-0-2-1-2-2-2-3-3	0.50004	3.26608
20	0.6	0-1-1-2-2-2-6-2-4	0.60012	4.12275	0-1-1-2-2-2-6-2-4	0.60012	4.12275
30	0.7	0-1-2-4-5-3-5-5-5	0.70000	5.06422	0-1-2-4-5-3-5-5-5	0.70000	5.06422
50	0.9	1-5-4-4-6-7-8-6-9	0.90028	7.65928	1-4-4-5-7-6-7-9-7	0.90024	7.64673

6 Conclusiones

El algoritmo híbrido AG-RS1 es capaz de encontrar soluciones similares en 12 de las 15 instancias analizadas con respecto al algoritmo híbrido AG-RS2 y es mejor en una instancia; mientras que el algoritmo híbrido AG-RS2 es mejor en dos instancias. Es importante observar que las configuraciones de buffer muestran un incremento en el número de buffer colocados en las máquinas que se encuentran hacia el final de la línea de producción. En futuros estudios sería conveniente probar la potencia del algoritmo híbrido AG-RS en líneas de producción no balanceadas (con cuellos de botella) y más largas.

Referencias

- [1] Amiri , M., & Mohtashami, A. (2011). Buffer allocation in unreliable production lines based on design of experiments, simulation, and genetic algorithm. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 62, 371–383.
- [2] Blum, C., Blesa Aguilera, M. J., Roli, A., & Sampels, M. (2008). *Hybrid metaheuristics an emerging approach to optimization*. Berlin: Springer.
- [3] Curry , G., & Feldman, R. (2009). *Manufacturing Systems Modeling and Analysis*. Berlin: Springer.
- [4] Demir , L., Tunali , S., & Tursel Eliiyi, D. (2012). The state of the art on buffer allocation problem: a comprehensive survey. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 25(3), 371-392.
- [5] Demir, L., & Tunali, S. (2008). A new approach for optimal buffer allocation in unreliable production lines. *Proceedings of 38th International Conference on Computers*, (pp. 1962-1970).
- [6] Dolgui, A., Ereemeev, A. V., & Sigaev, V. S. (2007). HBBA: hybrid algorithm for buffer allocation in tandem production lines. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 18, 411–420.
- [7] Gross, D., Shortie, J., Thompson, J., & Harris, C. (2008). *Fundamentals of Queueing Theory*. United States of America: Wiley.
- [8] Kose, S. Y., & Kilincci, O. (2015). Hybrid approach for buffer allocation in open serial production lines. *Computers & Operations Research*, 60, 67–78.
- [9] Liu, C., & Tu, F. S. (1994). Buffer allocation via the genetic algorithm. *In: Proceedings of 33rd conference on decision and control*, 609-610.
- [10] Mohtashami, A. (2014). A new hybrid method for buffer sizing and machine allocation in unreliable production and assembly lines with general distribution time-dependent parameters. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology* , 74, 1577–1593.
- [11] Papadopoulos, C. T., O’kelly, M. E., Vidalis, M. J., & Spinellis, D. (2009). *Analysis and design of discrete part production lines*. New York: Springer.
- [12] Papadopoulos, H. T., & Vidalis, M. I. (2001b). Minimizing WIP inventory in reliable production lines. *International Journal of Production Economics*, 70, 185–197.
- [13] Shi , L., & Men , S. (2003). Optimal buffer allocation in production lines. *IIE Transactions*, 35, 1–10.
- [14] Su, C., Shi, Y., & Dou , J. (2017). Multi-objective optimization of buffer allocation for remanufacturing system based on TS-NSGAI hybrid algorithm. *Journal of Cleaner Production*, 166, 756-770.
- [15] Takahashi, Y., Miyahara, H., & Hasegawa, T. (1980). An approximation method for open restricted queueing networks. *Operations Research*, 28(3), 594-602.
- [16] Vergara, H. A., & Kim, D. S. (2009). A new method for the placement of buffers in serial production lines. *International Journal of Production Research*, 47(16), 4437–4456.

APLICACIÓN DE SEIS SIGMA EN UNA PEQUEÑA Y MEDIANA EMPRESA (PYMES)

Hernán Samaniego Guevara
Docente de la Universidad Politécnica Salesiana Quito-Ecuador
hsamaniego@ups.edu.ec

Abstract

Six Sigma is an approach used to improve processes regardless of the scope and size of the company. Currently, this methodology is being used little by little in Ecuador with a very short presence in small and medium-sized enterprises (SMEs). This is one of the reasons why this work is presented below, which deals with the improvement of a process in a company of the wood sector.

The methodology described consists of the phases of definition, measurement, analysis, improvement and evaluation. This allowed the characterization of the project to be initially generated to later describe how each of the steps were applied or validated in the company under study, with the purpose of obtaining a saving in money and raw material with regard to the cutting of beams and crossbars in the manufacture of wooden doors.

Keywords: Six Sigma, methodology, SMEs, project.

1 Introducción

En la actualidad, las empresas en general tratan de incrementar el número de clientes y por ende obtener mayores utilidades; incremento que lo buscan de diversas maneras, por ejemplo, elaborando planes estratégicos, estableciendo objetivos e indicadores, etc. Muchas organizaciones para su crecimiento empresarial utilizan la mejora de procesos, a través de la implementación de la metodología denominada Seis Sigma, la cual ayuda a las empresas a identificar aquellos procesos en los que existen inconvenientes.

En este artículo se exponen los pasos efectuados para la implementación de Seis Sigma en una empresa de producción de puertas de madera, en la cual los resultados son bajos en relación a los que sus directivos desearían obtener; situación que se genera a partir de problemas como el desperdicio de materia prima en sus procesos de producción, lo que origina un incremento en varios ítems como horas extras, desperdicio de material y reprocesos de fabricación.

La empresa objeto de estudio es una PYMES del sector maderero, especializada en la construcción de puertas de madera, las cuales se fabrican para el sector habitacional de la ciudad de Quito. En el desarrollo del tema, primeramente, se expone la conceptualización de la metodología Seis Sigma, así como los estudios efectuados en el campo de las PYMES, para finalmente detallar el trabajo realizado en función de la metodología propuesta.

2 Marco Teórico

2.1. Seis Sigma

Seis Sigma, llamado también por algunos autores como Lean Seis Sigma es una metodología que busca que en los procesos se cometan la menor cantidad de errores; en otras palabras, busca la excelencia. Así, autores como (3) señalan que, “Seis Sigma, es una filosofía de trabajo y una estrategia de negocios, que se basa en el enfoque hacia el cliente, en un manejo eficiente de los datos y metodologías, diseños robustos que permite eliminar la variabilidad en los procesos y alcanzar un nivel de defectos menor o igual a 3 o 4 defectos por millón”. En cambio, (1) señala que la metodología del seis sigma es aquella que representa la desviación estándar en los procesos, la cual se utiliza “en estadística aplicada a la producción como un indicador de la dispersión o variabilidad esperada de los productos o componentes producidos en un proceso, entre mayor sea su valor, indicará que hay una variación mayor entre productos o componentes producidos en el proceso y viceversa”.

En cambio, (6) señalan que “Six Sigma es considerado como una evolución de las teorías clásicas de la calidad y la mejora continua, como el Control Estadístico de Proceso y la Administración de la Calidad Total (TQM)”. Por último, es posible rescatar lo que señalan (9), quienes describen a la metodología del Seis Sigma como una técnica que aplica cinco pasos en cualquier proceso que se considere para su mejora: definir, medir, analizar, mejorar y comprobar. Con estas consideraciones sobre cada uno de los autores se puede señalar que la metodología Seis Sigma busca la excelencia mediante la mejora continua de los procesos objeto de estudio, y para lo cual es necesario mas no indispensable utilizar una serie de pasos ya determinados para la aplicación de dicha metodología, lo que garantiza el éxito si se la aplica correctamente.

2.2. Seis Sigma aplicado a empresas

Diversos estudios de Seis Sigma se han realizado en diferentes tipos de empresas, sean estas grandes o pequeñas. En la tabla número 1, se describen algunos de los estudios ejecutados:

TABLA 1 TRABAJOS DE APLICACIÓN DE SEIS SIGMA EN DIVERSAS EMPRESAS

Autor/es	Estudio realizado	País de aplicación
(6) Heriberto Jiménez, Carmenza Amaya (2014)	El estudio realizado se compone de cuatro fases: factores claves, identificación de focos de mejora, ejecución en un proyecto priorizado, resultados alcanzados	Colombia, en una PYMES dedicada a la fabricación de muebles de madera
(3) Leonel Arias, Liliana Portilla, Juan Castaño (2008)	Desarrollan una metodología general dirigida hacia las organizaciones, basándose en las fases de definir, medir, analizar, mejorar y controlar	Colombia, en una PYMES dedicada a la fabricación pistón mecánico
(2) Daniela Arango, Beatriz Ángel (2012)	Realizan un plan de implementación de Seis Sigma en el proceso de admisiones de una institución de educación superior, en función de los defectos por millón de oportunidades	Colombia, en la Universidad Autónoma del Caribe
(9) Félix Tinoco (2013)	Realiza un estudio de Seis Sigma en logística.	Perú, aplicación en el almacén de una unidad minera artesanal
(5) Mónica Hidalgo (2014)	Realiza la aplicación de la metodología Seis Sigma en el proceso de producción	Ecuador, aplicación en la PYMES Mushee S.A.

(8) Ileana Pérez, Ana Cifuentes, Carolina Vásquez, Diana Ocampo (2013)	Realizan un modelo de gestión de inventarios, utilizando la metodología del Seis Sigma	Colombia, en una empresa de productos alimenticios
(7) Olga Mantilla; José Sánchez (2012)	Elaboran un estudio sobre un modelo tecnológico para el desarrollo de proyectos logísticos	Colombia, en una empresa de manufactura

Al hacer referencia a estos estudios se demuestra que es posible aplicar la metodología de Seis Sigma en diversos campos industriales u organizacionales, dependiendo, en buena medida, del objetivo o resultados que se desean alcanzar. Además, es importante señalar que para la aplicación de esta metodología se requiere un elevado porcentaje de apoyo de la alta dirección, la cultura organizacional y el compromiso de llegar al objetivo final.

3.- Objetivo y metodología

El objetivo principal de este trabajo es determinar la aplicación de cada una de las fases del Seis Sigma en una empresa del sector maderero, buscando utilizar en una PYMES las fases de definición, medición, análisis, mejora y control en el proceso de fabricación de puertas de madera; Proceso que consta de diversas actividades desde el ingreso de la materia prima a los talleres de la empresa, continúa con cada uno de los pasos de fabricación hasta culminar con la instalación y entrega del elemento fabricado.

Uno de los inconvenientes, detectado en este proceso, se presenta en la fase de producción, específicamente, en el corte del material, por cuanto, en muchas ocasiones existe un gran desperdicio del mismo, con la imposibilidad cierta de no poder utilizar el material sobrante en otro trabajo. La empresa fabrica las puertas conforme a los pedidos de los diversos clientes; por ello, se optó por analizar concretamente la producción de puertas para el ingreso a cuartos, baños y cocinas. La metodología aplicada se la puede visualizar a partir del punto 4 del presente estudio.

4. Metodología y resultados

4.1. Definición

En esta etapa se busca definir los aspectos generales del proyecto, tales como: nombre, problema, objetivo y alcance.

TABLA 2 CARACTERIZACIÓN DEL PROYECTO

Proyecto Seis Sigma
Nombre: Mejora del proceso de fabricación de puertas
Problema: Desperdicio excesivo de material en la fabricación de puertas para interiores de domicilios. En la actualidad la empresa trabaja con una calidad de 1.94 sigmas, lo que implica un costo anual de desperdicio de materia prima en alrededor de \$ 60,000.00 dólares
Objetivo: Incrementar el nivel de calidad Seis Sigma en el proceso de fabricación de puertas, buscando la disminución en el desperdicio de materia prima
Alcance: El proyecto se fundamenta en el análisis, desde la compra de la materia prima hasta el producto ingresado a bodega

En concordancia a la caracterización del proyecto, se detalla el diagrama de flujo del proceso:

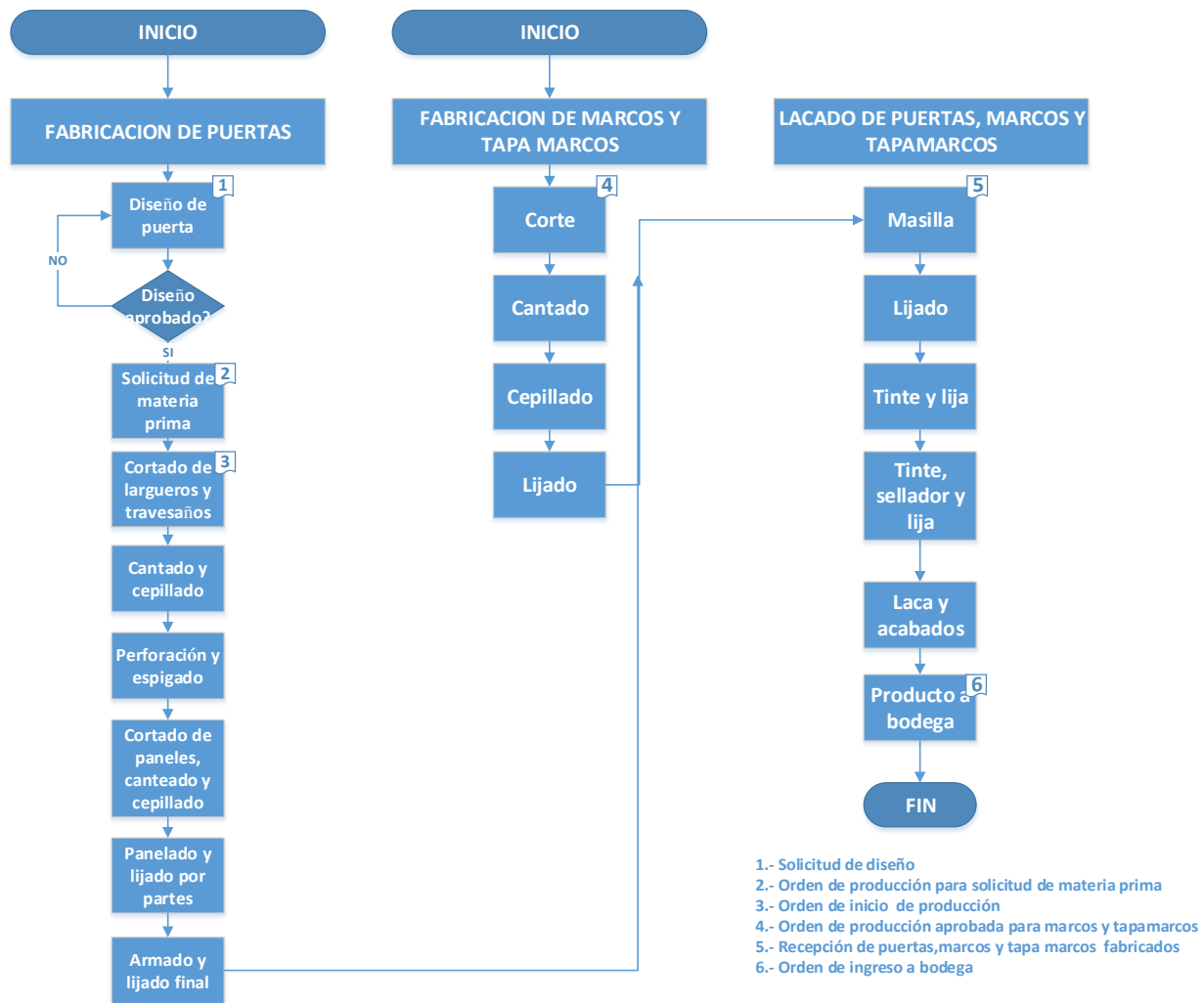


Figura 1. Diagrama de flujo, producción de puertas

4.2. Medición

En esta fase se seleccionan una o más características críticas; se analiza el proceso, se toma las medidas necesarias, se registra los resultados y se evalúa los sistemas de medición (3).

La identificación de los posibles puntos de mejora en la empresa, se ejecutó en base a la cantidad de desperdicio de material; lo que permitió reconocer las actividades que producían este inconveniente, empleando para ello la recolección de datos y su posterior análisis a través de la herramienta denominada diagrama de Pareto. Para encontrar dichos datos se tomaron los registros anteriores de producción, determinando así los desperdicios de material producidos además, se utilizó la actividad de observación y recopilación de datos en sitio.

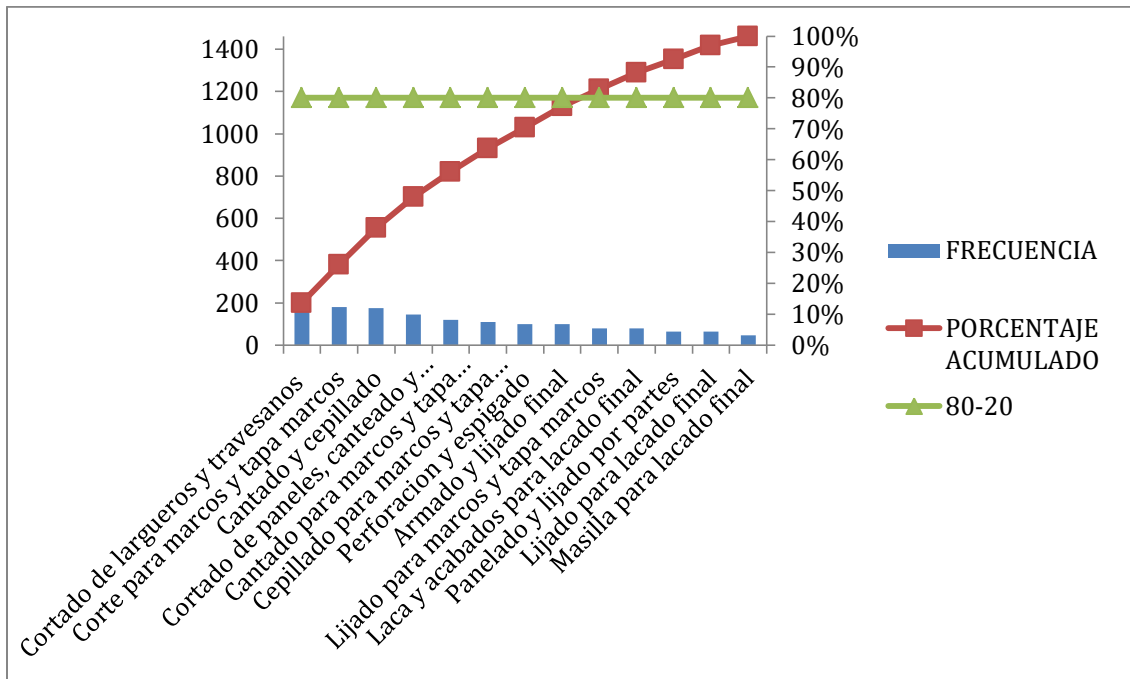


Figura 2. Diagrama de Pareto

Los resultados de la medición y análisis evidenciaron que el 80% de los defectos se encuentran concentrados en 7 actividades del proceso:

- Cortado de largueros y travesaños, corte para marcos y tapa marcos, cantado y cepillado, cortado de paneles, canteado y cepillado, cantado para marcos y tapa marcos, cepillado para marcos y tapa marcos, perforación y espigado

Al identificar los principales inconvenientes con la metodología de Pareto, fue posible concentrar esfuerzos, conforme a los proyectos viables de ejecutarse, considerando únicamente los cuatro primeros defectos, establecidos en conjunto con la alta dirección de la empresa.

TABLA 3 PROYECTOS PROPUESTOS

Defecto encontrado	Proyecto/s propuesto/s	Defecto encontrado	Proyecto/s propuesto/s
➤ Cortado de largueros y travesaños	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Disminución del desperdicio de material por problemas en la toma de medidas ➤ Disminución del desperdicio de material por problemas en la lectura de planos 	➤ Corte para marcos y tapa marcos	➤ Disminución del desperdicio de material por problemas en dimensiones existentes.

➤ Cantado y cepillado	➤ Disminución del desperdicio de material por problemas en cantado y cepillado.	➤ Cortado de paneles, canteado y cepillado	➤ Disminución del desperdicio de material por problemas en el corte de paneles.
-----------------------	---	--	---

Determinados los proyectos en conjunto con la alta dirección de la empresa, se decidió, en primer lugar, ejecutar el proyecto: disminución de desperdicio de material en la toma de medidas.

4.3. Análisis

El cortado de largueros y travesaños se considera como el principal defecto encontrado, por cuanto el desperdicio del material representaba el 37%, en relación al total de la materia prima utilizada.

El valor señalado es razón suficiente para considerar este defecto como crítico por los costos que representa, en cuanto a ocupación de mano de obra y el consiguiente desperdicio de material. Los costos citados se encontraban en el orden de los \$ 35,000.00 dólares, lo que representa un 58.33% del costo total especificado en la caracterización del proyecto.

Con los datos encontrados en base a datos históricos e inspección en sitio se efectuó un estudio de concordancia de atributos, cuyo error general se encuentra en el orden del 9,3%, por lo cual la consistencia en el proceso, así como los criterios de recolección de datos e inspección se consideran como aceptables. Posterior a esta actividad se realizó un análisis de la capacidad del proceso (Cp.), considerando para ello los valores de capacidad especificados por el autor (4).

Los resultados con los que se contó al inicio del estudio se contrastaron con los obtenidos al final del trabajo realizado, y el resumen de resultados se lo puede visualizar en la tabla 4. Inicialmente se expone en este literal los datos del inicio del proceso, tal como en la figura 3, en donde es posible visualizar dichos valores,

Cp.= 0.75, resultado que evidencia que la empresa, requiere cambios fundamentales en su proceso.

Z= 1.94, es bajo, lo cual ratifica que el proceso amerita cambios en su diseño y producto final.

De acuerdo a los resultados alcanzados, se elaboró un análisis para determinar los principales problemas que intervienen directamente en el cortado de largueros y travesaños, para lo cual se empleó el diagrama de Ishikawa que sirvió como herramienta principal para señalar las causas de los problemas que se presentan.

Esta metodología reveló que las causas estaban relacionadas con factores humanos, mostrando que la raíz estaba asociada principalmente a errores de lectura de planos y al desconocimiento en el manejo de herramientas y maquinaria.

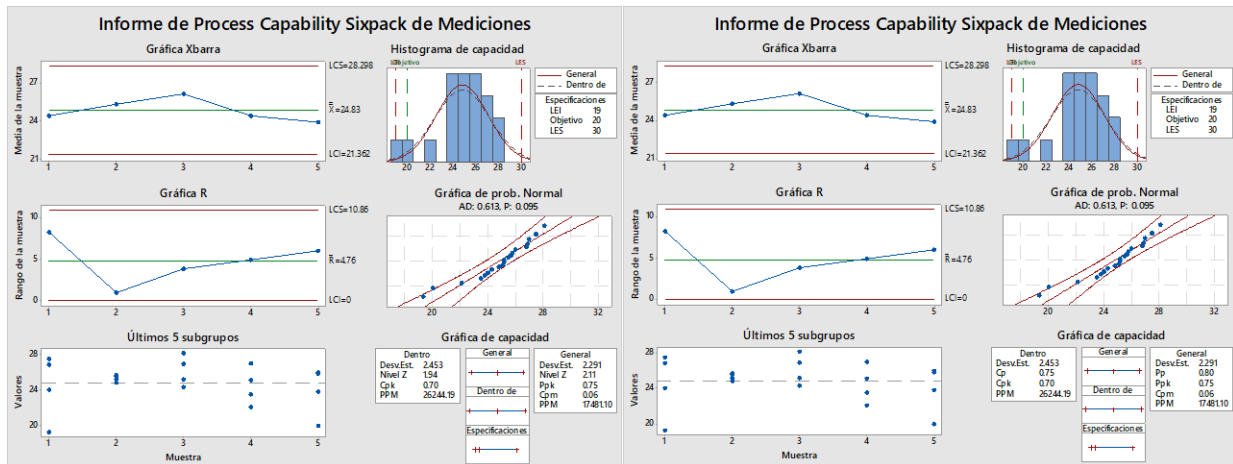


Figura 3a. Valores iniciales de Z

Figura 3b. Valores iniciales de Cp.

4.4. Mejora

Al considerar los resultados iniciales del proceso, se establecieron estrategias de mejora (proyectos) con la finalidad de eliminar las causas principales:

- Implementar un acompañamiento integral de parte de la Empresa a través de la jefatura de producción o delegado para efectuar un seguimiento continuo en el corte de largueros y travesaños.
- Implementar una inducción relacionada a metrología y procesos para disminuir el porcentaje de desperdicio del material, por el manejo de las herramientas y máquinas.
- Implementar inicialmente gráficas de control semanal, para disponer de información continua y ejecutar análisis de variación de medida/s obtenidas.

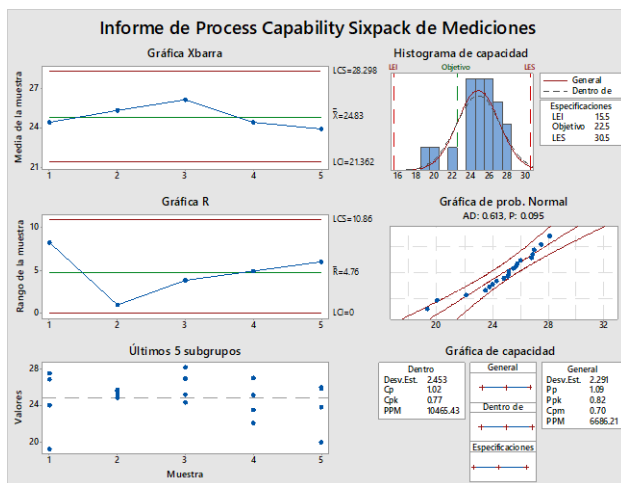


Figura 4a. Valor de Cp. posterior a la implementación de estrategias

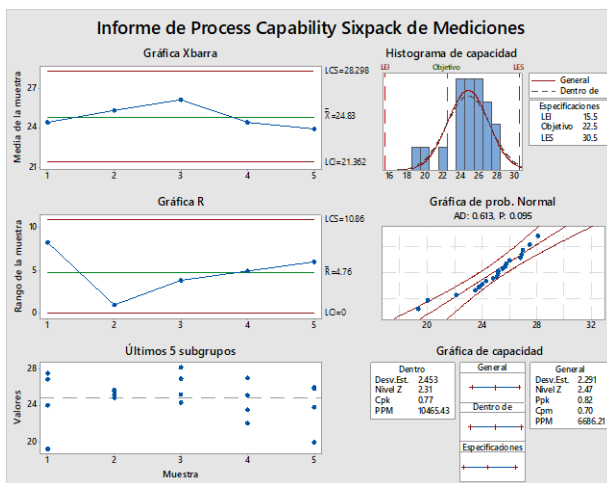


Figura 4a. Valor de Z, posterior a la implementación de estrategias

4.5. Evaluación

Los resultados iniciales y finales alcanzados en el presente estudio, se muestran en la tabla número 4.

TABLA 4 RESULTADOS FINALES ALCANZADOS

Resultados iniciales	Resultados alcanzados	Ahorro obtenido
Nivel Sigma: 1.94 Cp.: 0.75 Desperdicio en materia prima: \$ 60,000.00 dólares	Nivel Sigma: 2.31 Cp.: 1.02 Desperdicio en materia prima: \$ 42,000.00 dólares	\$ 18,000.00

5. Conclusiones

La metodología propuesta y aplicada en el presente estudio fue posible ejecutarla debido a la apertura brindada por la empresa objeto de estudio, la cual facilito la información necesaria, al tiempo que permitió implementar los cambios propuestos para la obtención de los resultados alcanzados. Se puede señalar que la aplicación del estudio realizado es positiva en todo aspecto. Además, la continuación de este y de los demás proyectos es fundamental para alcanzar mayores beneficios económicos y de producción en la organización. Adicionalmente, la realización de los proyectos debe abarcar el aspecto de socialización y capacitación constante y continúa que la metodología requiere.

La socialización y capacitación, a la vez, deben generar un mayor compromiso de la administración, principalmente con el personal y/o empleados que participan en este proceso. Por consiguiente, la metodología desarrollada brinda una base sólida para replicarla dentro de la empresa, lo que logrará incrementar su producción. Cabe destacar que la metodología posee fortalezas que permite la aplicabilidad de herramientas de calidad para alcanzar mejoras en los procesos; sin embargo también es posible que se presenten debilidades en el aspecto de capacitación a los empleados y en la asignación de recursos; debilidades que en su momento puede ser superadas por la empresa.

Referencias

1. P. Aguilar. *Manufactura delgada y Seis Sigma en empresas mexicanas: experiencias y reflexiones*, pp. 51-69. Revista Contaduría y Administración, Bogotá, 2002.
2. D. Arango, B. Ángel. *Plan de implementación de Six Sigma en el proceso de admisiones de una institución de educación superior*, pp. 13-21. Revista Prospect, Bogotá, 2012.
3. L. Arias, L. Portilla, J. Castaño. *Aplicación de Six Sigma en las organizaciones*, pp. 265-270. Scientia et Technica, Pereira, 2008.
4. H. Gutiérrez, R. de la Vara. *Control estadístico de la calidad y seis sigma*, tercera edición, México D.F. 2013.
5. M. Hidalgo. *Aplicación de la metodología Seis Sigma en la empresa industrias Mushee S.A.* Tesis de maestría sin publicar, Quito, 2014.
6. H. Jiménez, C. Amaya. *Lean Six Sigma en pequeñas y medianas empresas: un enfoque metodológico*, pp. 263-277. Revista Chilena de Ingeniería, Santiago de Chile, 2014.
7. O. Mantilla, J. Sánchez. *Modelo tecnológico para el desarrollo de proyectos logísticos usando Lean Six Sigma*, pp. 23-43. Revista Estudios Gerenciales, Bucaramanga, 2012.
8. I. Pérez, A. Cifuentes, C. Vásquez, D. Ocampo. *Un modelo de gestión de inventarios para una empresa de productos alimenticios*, pp. 227-236. Revista de Ingeniería Industrial, Cali, 2013.
9. F. Tinoco. *Six Sigma en logística: aplicación en el almacén de una unidad minera*, pp. 67-74. Revista de la facultad de Ingeniería Industrial, Lima, 2013.

Li and Reeves dual model applied to Brazilian airports system

Deivison da Silveira Pereira
Universidade Federal Fluminense, Niteroi, Brazil
dspereira@id.uff.br

Mariana Rodrigues de Almeida
Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, Brazil
almeidamariana@yahoo.com

Luana Carneiro Brandão
Universidade Federal Fluminense, Niteroi, Brazil
luanabrandao@id.uff.br

João Carlos Correia Baptista Soares de Mello
Universidade Federal Fluminense, Niteroi, Brazil
joaocsmello@gmail.com

Abstract

This paper aims to extend the use of the Li and Reeves (1999) model and the advances proposed by Chaves, Soares Mello and Angulo-Meza (2016) for an evaluation of the main Brazilian airports. The sample selection procedures used the H index in the sample definition. Air transport managers have been instrumental in bringing together fleets and increasing the position of a region on a global scale. The results of the dual problem address how the major airports increase the productivity of the economic sector as well as the inefficient units become efficient by the obtained benchmarks.

Keywords: data envelopment analysis; multiobjective programming, Brazilian airports.

1 Introduction

Li and Reeves (1999) developed a model using of Data Envelopment Analysis (DEA) associated with Multiobjective Linear Programming to solve recurrent problems in classic DEA models. This intervention aims to increase the discriminatory power of the evaluated units (DMU – decision making unit) and also obtain a more homogeneous distribution in the weights.

To solve these problems, Li and Reeves (1999) model appears with the use of a resolution by the multiobjective function that considers the criteria of minisum and minimax. In the end, after the resolution procedure, the problem gets few efficient DMUs which becomes valid when the sample of the problem is small.

This article aims to evaluate the main Brazilian airports using Li and Reeves (1999) model. The main airports used for the sample is extracted by h-centrality analysis (Pereira et al, 2015) of the Brazilian air routes. We shall consider in this article the Li and Reeves (1999) model to evaluate the main Brazilian airports efficiency and also Chaves et al (2016) dual model to find benchmarks for each airport analyzed.

We show in the first part of the article (2) the theoretical bases regarding Data Envelopment Analysis (DEA) and Multiobjective Linear Programming, then (3) the research procedures made, (4) result analysis and later (5) some conclusions of the study.

2 Theoretical bases

2.1 Review of Li and Reeves (1999)

Li and Reeves (1999) presented a multiobjective model that seeks to improve the discrimination of DMUs in DEA and to promote better distribution of multipliers through the primal model. The model proposed by Li and Reeves (1999) was formulated with the use restricted only by CCR classic model from DEA (Charnes et al, 1978).

This model consists of three objective functions: (1) to determine the efficiency of each analyzed DMU, (2) to minimize the sum of the deviations (minisum) and (3) to minimize the maximum deviation M (minimax). These three objective functions are independent of each other. The objective function is a direct representation of the deviation sum. A DMU is classified as efficient in the minimax function if, and only if, the value corresponding to the solution that minimizes the third objective function of the MCDEA model is zero (Chaves et al, 2016).

In the proposed model, Li and Reeves (1999) developed only their primal formulation by the set of equations (1):

$$\begin{aligned}
 & \min d_o \\
 & \min \sum_{j=1}^n d_o \\
 & \min M \\
 & \text{s.t} \\
 & \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} = 1 \\
 & \sum_{r=1}^s u_r y_{r0} - \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} + d_j = 0, j = 1, \dots, n \\
 & u_r, v_i, d_j \geq 0
 \end{aligned} \tag{1}$$

Li and Reeves (1999) model is also used to improve the discrimination and dispersion of weights (Chang et al 2007, Ghamesi et al, 2014 and Bal et al, 2010). However, Soares de Mello et al (2009) used a model of Li and Reeves to analyze a small number of DMU's, while Carrillo et al (2016) verified the ranking of alternatives with multiobjective DEA. Additionally, Lins et al (2004) verified the targets using a multiobjective DEA model.

The Li and Reeves (199) model is applied in different areas. Bostian et al. (2015) apply the multiobjective DEA optimization model to verify methods in the agricultural area where they perform an analysis with fertilizers. Lu et al (2007), Lu et al (2012) and Liang et al (2004) use environmental variables in environmental assessment models involving multiobjective techniques in DEA.

Lu et al (2010) analyze company groups in China and their performance. In the financial sector, Adler et al (2002) verified the performance of institutions with better discrimination of the multiobjective DEA weights. Additionally, Ahn et al (2014) analyze efficiency measures for banking evaluation. Meanwhile, in another area of application, Che et al (2011) and Che et al (2016) use multiobjective techniques to select suppliers. Considering this article, the aviation sector has been applied by Soares de Mello et al (2008) with a variation of the model Li and Reeves (1999) in Brazilian airlines.

2.2. Li and Reeves dual model

Chaves et al (2016) formulated a model considering two bi-objective functions, called: R12 and R13. R12 contemplates the first and second objective functions referring to Li and Reeve (1999) model. While, the R13 function considers the first and third objective functions of to Li and Reeve (1999) model. With this association, the dual model was formulated to obtain the benchmarks of the efficient DMUs.

In this proposal of duality, Chaves et al (2016) aimed at determining the benchmarks, keeping the original Li and Reeves model from a reduction to a bi-objective formulation.

The dual formulation presents similarities to CCR envelope DEA model, where dual variables λ may in some conditions play a similar role. The objective function from original Li and Reeves model not used in R12 and R13 is transformed into a constraint following a lexicographic method (Clímaco et al, 2003). The dual model of the R12 and R13 models are presented by the set of equations (2) and the set of equations (3), respectively:

R12 – dual model (2)

$$\text{Min } z = h + \Psi\theta$$

s.a.

$$\sum_{j=1}^n y_{rj}\lambda_j - \sum_{j=1}^n y_{rj}\theta \geq y_{r0}$$

$$x_{i0}h - \sum_{j=1}^n x_{ij}\lambda_j - \sum_{j=1}^n x_{ij}\theta \geq 0$$

$$u_r, v_i, \lambda_j \geq 0$$

R13 – dual model (3)

$$\text{Min } k = h + \varphi\theta$$

s.t.

$$\sum_{j=1}^n y_{rj}\lambda_j - \sum_{j=1}^n y_{rj}\delta_j \geq y_{r0}$$

$$x_{i0}h - \sum_{j=1}^n x_{ij}\lambda_j - \sum_{j=1}^n x_{ij}\delta_j \geq 0$$

$$\sum_{j=1}^n (-1)\delta_j + \theta \geq 0$$

$$\lambda_j, \delta_j \geq 0$$

We use ψ to solve R12 in order to find the optimal (minimum) value of the minisum function. The minisum function aims to increase the average efficiency, but in this case increases the number of efficient DMUs. Thus, the parameters ψ obtained by the set of equations (4) are essential for solving the objective function:

$$\text{Min } \Psi = \sum_{j=1}^n ((-\sum_{r=1}^s u_r y_{r0}) + (\sum_{i=1}^m v_i x_{i0})) \quad (4)$$

s.t.

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{r0} - \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} \leq 0, j = 1, \dots, n$$

$$u_r, v_i \geq 0$$

However, we solve the R13 dual, φ arises to reduce the maximum inefficiency of the DMUs. The minimax function improves the average efficiency of the DMUs, without increasing the number of efficient ones, only acting in the least efficient DMU. The φ is determined by the set of equations (5):

$$\begin{aligned}
& \text{Min } \varphi && (5) \\
& \text{s.t.} \\
& \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} = 1 \\
& \sum_{r=1}^s u_r y_{r0} - \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} \leq 0, j = 1, \dots, n \\
& \varphi - \left(\sum_{i=1}^m v_i x_{i0} - \sum_{r=1}^s u_r y_{r0} \right) \geq 0
\end{aligned}$$

The MCDEA properties define that a DMU is classified efficiently in the minimax or minisum function, the DMU must also be classified in the CCR DEA model as efficient. We consider this efficiency because the set of equations (1) from primal model Li and Reeves (1999) requires $d_o = 0$.

However, DMUs efficient in DEA is not necessarily efficient in MCDEA model. Therefore, the number of efficient DMUs is lower in the result obtained by Li and Reeves (1999) and Chaves et al (2016).

These intermediate functions (minisum and minimax) have no meaning in the DEA context, as they only seeks to evaluate the efficiency in reference to the analyzed DMU. The proposal of these functions is solely associated to solve the set of equations (2), (3), (4) and (5) with the purpose of minimizing the sum of the deviations, as minimization of the maximum deviation obtained by the corresponding Equations.

2.3. Literature Review

2.3.1. Multi Objective Data Envelopment Analysis

In DEA, evaluation involving multiobjective is also used to improve the discrimination and dispersion of weights (Bal et al, 2008, Chang et al 2007, Ghamesi et al, 2014 and Bal et al 2010). Soares de Mello et al (2009) use a model of Li and Reeves to evaluate a small number of DMU's, while Carrillo et al. (2016) verified the ranking of alternatives with multiobjective DEA. Lins et al (2004) verified targets using multiobjective DEA model.

The Li and Reeves model is applied in different areas in the literature. Bostian et al. (2015) apply the multiobjective DEA optimization model in verification of methods in the agricultural area where they evaluate the use of fertilizers in a multiobjective approach. Lu et al (2007), Lu et al (2012) and Liang et al (2004) use environmental variables in environmental assessment models involving multi-objective techniques in DEA. Yilmaz et al (2009) use multiobjective DEA to verify efficiencies on irrigation activities, while Raju et al (2006) compare with others multicriteria methods of decision.

In companies' evaluation, Lu et al (2010) analyze groups of companies in China and their performance. In the financial sector, Adler et al (2002) verified the performance of institutions with better discrimination of the multi-objective DEA weights. In this line, Ahn et al (2014) analyze efficiency measures for bank evaluation. While Che et al (2011) and Che et al (2016) use multiobject techniques for supplier selection. In the aviation sector, Soares de Mello et al (2008) evaluated with a variation of the model Li and Reeves the efficiency of Brazilian airlines

In the research and development sector, Caballero et al (2004) analyze the estimated costs and the resources applied in university with multiobjective techniques in DEA. Köksal et al (2006) verify the application of resources in engineering departments. San Cristóbal (2011) applies multiobjective DEA to analyze renewable energy technologies, in this line Liang et al (2004) check alternatives to solve industrial pollution in China comparing technology options. Zhao et al (2006) use multiobjective DEA to evaluate project allocation regarding of the environmental impact assessment (EIA).

Considering studies applying DEA models in airport analysis, Adler and Berechman (2001) developed a model to verify the quality and relative efficiency from a set of European and non-European airports. In this line, Lin and Hong (2006) assess the operational performance from of twenty major airports around the world. Another approach Liu (2016) analysis the global and operational efficiencies for the ten major Asian airports, using a sub process model of DEA. Meanwhile, Lozano et al (2013) use the sub process DEA model to analyze Spain airport considering the aircrafts movements comparing with passengers and cargo for each flight.

2.3.2. Airport review

Green (2007) and Brueckner (2013) consider studies in air traffic area important because of their relation to the economic development of any country. According to Doganis (1992), airports are considered strategic assets by governments as well as considered by airlines companies in their strategic decisions (Bel et al, 2008). We also checked that per capita Gross Domestic Product (GDP) and population are important factors for the choice of the operating hub by an airline company (Bailey et al, 1985).

In addition, Zook and Brunn, 2006 show air transport connectivity as a crucial factor in influencing the position of a region on a global scale. Pereira et al (2015) inform that connectivity has a direct impact on financial results of the airlines companies by the analysis equilibrium of the commercial aviation market in Brazil.

In other study, Pereira et al (2015) the network of a Brazilian airline company using some measures of centrality to determine the central airports for this company, where the considered the characteristics of each measure.

3 Case

We use for this article data based on Brazilian regular commercial flights (domestic and international) from ANAC (in Portuguese from Agência Nacional de Aviação Civil - the national regulation agency for air sector). Moreover, we considered for passenger transportation and also load of June, 2015.

All airports' code are according to IATA (International Air Transport Association). We also chose commercial flights of passengers with departures on Mondays. However, we excluded freight flights and the postal network since the low impact on air transport operation in the Brazilian airports.

In another approach, Pereira (2015) analyzes the main network of the Brazilian network by h-centrality model. From Pereira (2015) we verified that the general h-index for of Brazil is 6, since it contemplates a sample by at least 6 airports with h-index greater or equal to 6. We use here these 6 main Brazilians airports as case of study to apply the Chaves et al (2016) model, considering the requirements for low sample to analyze.

From Pereira (2015) we consider: Guarulhos (GRU), Congonhas (CGH), Brasília (BSB), Galeão (GIG), Confins (CNF) and Viracopos (VCP). These airports represent more than 50% of the flights approved by the Brazilian air fleet.

The data from each airport are: (1) airport site, considering the total area, as input. As output, we consider four variables: (2) the number of companies that operate in the airport, (3) the number of certificated departures, (4) quantity of passengers departed, and (5) cargo load departed. Table 1 presents data on the inputs and outputs used to analyze the air transport system of Brazilian airports for the case of this article.

Table 1 - Data from main airports

H-Centrality	Airport Site (x10 ³ m ²)	Airliners	Takeoffs	Cargo Load (Tonx10 ³)	Passengers (x10 ³)
GRU	11905	50	11595	10.25888	985.946
CGH	1647	5	7526	2.208907	749.621
BSB	13774	18	6852	3.695521	739.21
GIG	17881	35	5425	2.164595	493.447
CNF	15120	15	4663	1.089886	417.231
VCP	17659	22	5566	1.01053	370.127

The objective of this article is to determine the dual model for the main Brazilian airports selected by the h-index (Pereira, 2015). We shall analyze the airports that have a greater demand for the number of flights and passengers given the infrastructure of the analyzed network, in the case the Brazilian sector.

3.1. Results

The method developed by Chaves et al (2016) is to determine the duality of the model from Li and Reeves (1999). For this evaluation of efficiency, the multiobjective function is split into Equations 4 and 6.

In this case, Table 2 presents the results obtained by the R-12 model with the purpose of determining which DMU analyzed has as minimizing the sum of the deviations (minisum). This means that for this model the efficient airports were: Guarulhos and Congonhas. When evaluating the profile of the airports, in relation to the others, Guarulhos airport exhibits a much higher number of departures than any other in sample, as well as the number of companies positioned in the air traffic. This exposes that the original data already has a large deviation from the DMUs.

At the other extreme, the Congonhas airport has a very small airport area, as well as a limited number of operating companies. However, the airport of Congonhas operates in high productivity. No matter that Congonhas contains a small area, it has a high flow of aircrafts. Thus, these two DMUs were classified in the models of Li and Reeves and Chaves et al (2016) as efficient.

Table 2 – Dual results for R12 model Chaves et al (2016)

	Efficiency	Benchmarks	
GRU	Efficient	-	-
CGH	Efficient	-	-
BSB	0,17742	GRU	CGH
GIG	0,22887	GRU	CGH
CNF	0,0808	GRU	CGH
VCP	0,1397	GRU	CGH

Table 3 presents the results of the dual reference model by the minimax function with the objective of improving the average efficiency of the DMUs, without increasing the number of efficient ones, in which it identifies the benchmarks of the analysis. Thus, it is identified that the Congonhas and Guarulhos airports appear as efficient in both models.

Table 3 – Dual results for R13 model Chaves et al (2016)

	Efficiency	Benchmarks	
GRU	Efficient	-	-
CGH	Efficient	-	-
BSB	0,043	GRU	CGH
GIG	0,070	GRU	
CNF	0,033	GRU	CGH
VCP	0,045	GRU	CGH

From the results, we verify that the Congonhas and Guarulhos airports obtained 100% efficiency for all the two models proposed by Chaves et al (2016). Thus, it meets the particularities and characteristics of the MCDEA model. In both dual models, they corroborated as benchmarks for the main Brazilian airports, in both models R12 and R13.

However, Congonhas is not a benchmark for Galeão. This could reinforce that an very large airport focused on international routes shall not have a domestic airport as benchmark, as we could check with this example. The inefficient units are those whose efficiency results Θ are less than 100%. From the sample analyzed, four inefficient BSB, GIG, CNF and VCP airports were identified.

4 Conclusion and discussions

Based on our results, the largest connectivity centers in the country represented by the efficiency model are represented by the Guarulhos and Congonhas airport, located in the state of São Paulo.

The duality proposal is a national reference for other airports to use as a basis for representativeness and diagnostics to be observed in the air system and look for their benchmarks.

In addition, a future proposal is to define targets for the inefficient units from the model developed by Chaves et al (2016).

References

1. Adler, N., Berechman, J. Measuring airport quality from the airlines' viewpoint: an application of data envelopment analysis. *Transport Policy*, v.8 (3). 2001
2. Adler, N., Golany, B. Including principal component weights to improve discrimination in data envelopment analysis *Journal of the Operational Research Society*, 53 (9), pp. 985-991. 2002
3. Ahn, H., Le, M.H. An insight into the specification of the input-output set for DEA-based bank efficiency measurement. *Journal fur Betriebswirtschaft*, 64 (1), pp. 3-37. 2014
4. Bailey, E.E., Graham, D.R., Kaplan, D.P. *Deregulating the Airlines*. MIT Press, Cambridge MA. 1985
5. Bal, H., Örkücü, H.H., Çelebioğlu, S. A new method based on the dispersion of weights in data envelopment analysis. *Computers and Industrial Engineering*, 54 (3), pp. 502-512. 2008
6. Bal, H., Örkücü, H.H., Çelebioğlu, S. Improving the discrimination power and weights dispersion in the data envelopment analysis. *Computers and Operations Research*, 37 (1), pp. 99-107. 2010
7. Bostian, M., Sinha, A., Whittaker, G., Barnhart, B. Incorporating Data Envelopment Analysis solution methods into bilevel multi-objective optimization. 2015 *IEEE Congress on Evolutionary Computation, CEC 2015 - Proceedings*, art. no. 7257087, pp. 1667-1674. 2015
8. Bruechner, J. K. Airline traffic and urban economic development. *Urban Studies*, 40, 1455-1470. 2013
9. Caballero, R., Galache, T., Gómez, T., Molina, J., Torrico, A. Budgetary allocations and efficiency in the human resources policy of a university following multiple criteria. *Economics of Education Review*, 23 (1), pp. 67-74. 2004

10. Carrillo, M., Jorge, J.M. A multiobjective DEA approach to ranking alternatives. *Expert Systems with Applications*, 50, pp. 130-139. 2016
11. Chang, S.-Y., Chen, T.-H. A simple approach to adjust factor weights in data envelopment analysis. *Journal of the Chinese Institute of Industrial Engineers*, 24 (2), pp. 120-127. 2007
12. Charnes, A.; Cooper, W.W.; Rhodes, E. Measuring the Efficiency of Decision-Making Units. *European Journal of Operational Research*, 2(6): 429–444. 1978.
13. Chaves, M.C.C.; Soares De Mello, J.C.C.B.; Angulo Meza, L. Studies of some duality properties in the Li and Reeves model. *Journal of the Operational Research Society*, v. 67, p. 474-482. 2016
14. Che, Z.H., Chang, Y.F. Integrated methodology for supplier selection: the case of a sphygmomanometer manufacturer in Taiwan. *Journal of Business Economics and Management*, 17 (1), pp. 17-34. 2016
15. Che, Z.H., Chiang, T.-A., Wang, H.S., Chang, Y.F. Development and application of an integrated multi-objective methodology for supplier selection. *International Journal of Physical Sciences*, 6 (25), pp. 5951-5960. 2011
16. Climaco, J. N.; Alves, M. J. G. Using cutting planes in an interactive reference point approach for multiobjective integer linear programming problems. *European journal of operational research*, vol117, n. 3, pp.565 -577. 1999
17. Green, R. Airports and economic development. *Real estate economics*, v. 35, p. 91-112. 2007
18. Li, X. B.; Reeves, G. R. A multiple criteria approach to data envelopment analysis, *European Journal of Operational Research*, v. 115, n. 3, p. 507-517. 1999
19. Liang, L., Wu, D., Hua, Z. MES-DEA modelling for analysing anti-industrial pollution efficiency and its application in Anhui province of China. *International Journal of Global Energy Issues*, 22 (2-4), pp. 88-98. 2004
20. Lin, C., Hong, H. Operational performance evaluation of international major airports: An application of data envelopment analysis. *Journal of Air Transport Management*. V.12 (6), p.342-351. 2006
21. Lins, M.P.E., Angulo-Meza, L., Da Silva, A.C.M. A multi-objective approach to determine alternative targets in data envelopment analysis. *Journal of the Operational Research Society*, 55 (10), pp. 1090-1101. 2004
22. Liu, D. Measuring aeronautical service efficiency and commercial service efficiency of East Asia airport companies: An application of Network Data Envelopment Analysis. *Journal of Air Transport Management*, v. 52, p. 11-22. 2016.
23. Lozano, S.; Gutiérrez, E.; Moreno, P. Network DEA approach to airports performance assessment considering undesirable outputs. *Applied Mathematical Modelling*, v. 37, n. 4, p. 1665-1676. 2013.
24. Lu, W.-M., Lo, S.-F. A closer look at the economic-environmental disparities for regional development in China. *European Journal of Operational Research*, 183 (2), pp. 882-894. 2007
25. Lu, W.-M., Lo, S.-F. Constructing stratifications for regions in China with sustainable development concerns. *Quality and Quantity*, 46 (6), pp. 1807-1823. 2012
26. Pereira, D. S. Análise da rede aérea brasileira com base na centralidade tipo H. *Master thesis in Production Engineering, Universidade Federal Fluminense – Niterói, RJ*, 84 f.. 2015
27. Pereira, D. S., Brandão, L.C., Del Vecchio, R.R., Soares de Mello, J.C.C.B. Centralidade aérea baseado no índice tipo h. In: *XXIX Congresso de Pesquisa e Ensino em Transportes - Anpet, 2015, Ouro Preto, MG/Brazil*. 2015
28. Pereira, D. S., Wolff, M. G. C., Del Vecchio, R.R., Soares de Mello, J.C.C.B. Aplicação de centralidade de grafos a uma rede de rotas de uma empresa de aviação comercial brasileira. In: *XLVII SBPO - Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, 2015, Porto de Galinhas, Ipojuca, PE/Brazil*. 2015
29. Raju, K.S., Kumar, D.N. Ranking irrigation planning alternatives using Data Envelopment Analysis. *Water Resources Management*, 20 (4), pp. 553-566. 2006
30. San Cristóbal, J.R. A multi criteria data envelopment analysis model to evaluate the efficiency of the Renewable Energy technologies. *Renewable Energy*, 36 (10), pp. 2742-2746. 2011
31. Soares De Mello, J. C. C. B.; Climaco, J. C. N.; Angulo-Meza, L. Efficiency evaluation of a small number of DMUs: an approach based on Li and Reeves s model. *Pesquisa Operacional*. v. 29, n. 1, p. 97-110, 9. 2009
32. Yilmaz, B., Yurdusev, M.A., Harmancioglu, N.B. The assessment of irrigation efficiency in Buyuk Menderes Basin. *Water Resources Management*, 23 (6), pp. 1081-1095. 2009
33. Zook, M.A., Brunn, S.D. From Podes to Antipodes: Positionalities and Global Airline Geographies. *Annals of the Association of American Geographers*, v. 96, p. 471–490. 2006

A DEA perspective to analyze the eco-efficiency assessment through the LCA+DEA approach

Lidia Angulo Meza

Departamento de Engenharia de Produção – Universidade Federal Fluminense
lidiaangulomeza@id.uff.br

Marcela Gonzalez Araya

Departamento de Ingeniería Industrial, Facultad de Ingeniería, Universidad de Talca
mgonzalez@utalca.cl

Alfredo Iriarte

Departamento de Ingeniería Industrial, Facultad de Ingeniería, Universidad de Talca
a.iriarte@utalca.cl

João Carlos C. B. Soares de Mello

Departamento de Engenharia de Produção – Universidade Federal Fluminense
jcsmello@producao.uff.br

Ricardo Rebolledo-Leiva

Centro de Extensionismo Tecnológico en Logística, Facultad de Ingeniería, Universidad de Talca
ricardo.rebolledo@cetlog.cl

Abstract

The Life Cycle Assessment (LCA) and Data Envelopment Analysis (DEA) approach, called LCA+DEA, has been used to assess the eco-efficiency of units from both an operational and environmental point of view. Although, it has been used in several applications, especially in agriculture, the LCA+DEA approach has not been studied from a DEA point of view. That is, issues concerning to the choice of a specific DEA model, orientation and assumptions of returns to scale, the use of undesirable outputs (emissions), the weights of the variables composing the eco-efficiency index, even the choice of the method to implement to LCA+DEA approach, have not been yet addressed in the literature or addressed only partially. In this paper, we address all these issues, presenting their main characteristics, the current assumptions, the different ways to solve or deal with them and some questions for further research.

Keywords: Eco-efficiency; Data Envelopment Analysis; Life Cycle Assessment.

1 Introduction

In recent years, the concern with the environment has materialized in scientific research in different fields. In this sense, Life Cycle Assessment (LCA), a methodology to evaluate the environmental impacts of products and services through the supply chain, can be used as a decision support tool for authorities and has been applied in a wide range of mainly agricultural (Rebolledo-Leiva *et al.*, 2017). Due to the different

processes/products that have to be assessed, average values are often used as a result of the LCA, which may lead to differences in conclusions in the presence of large deviations. An alternative to averages values is the use of a tool to analyze the inventory. Thus, Data Envelopment Analysis (DEA) has been used in conjunction with the LCA, since it allows the determination of an efficiency index for the evaluated units, identification of best-practices (benchmarks) and targets for the inefficient ones. This joint use of LCA and DEA was initially introduced by (Lozano *et al.*, 2009), considering in this way both an operational and environmental point of view.

A review of the LCA+DEA literature shows that this approach has been used essentially in applications. However, there are some theoretical issues concerning DEA, that deserve greater attention: the DEA model to be used (radial, non-radial, return of scale) and its orientation; the stage in which the DEA model will be applied within the LCA context and the use of their results; the appropriate use of the undesirable variables in the models (their weak or strong disposability assumption and its importance); the weights that compose the eco-efficiency index; among other issues. Therefore, this article presents the aforementioned issues from a DEA point of view, we analyze their characteristics, the current assumptions, the different ways to solve or address them and the questions for future works.

2 The LCA+DEA approach for eco-efficiency assessment

Life Cycle Assessment (LCA) is a methodology that allows determining the environmental impacts of a process or a product through its supply chain, specifically for a product the supply chain is considered from the extraction of the raw materials, all intermediate products to produce the final product, including transport and the final destination of the product, whether discarded or recycled.

For the analysis of a particular type of process or product, an inventory should be made as close as possible to the reality from a technical, geographical and temporal point of view (Klöpffer and Grahl, 2014). In this analysis, all the variables involved in the process, called the Life Cycle Inventory (LCI), are determined. After the inventory, the environmental characterization is made in which the environmental emissions are determined. LCA follows the general structure defined by ISO 14040 (ISO, 2006). Moreover, in calculating emissions to the environment each product or process follows its particular rules. For example, in the work of (Rebolledo-Leiva *et al.*, 2017) the carbon footprint (CF) of blackberry production in organic gardens in Chile was determined by following the PAS 2050 standard (BSI, 2011), with its horticulture specification given by PAS 2050-1 (BSI, 2012).

Since multiple products/processes have to be evaluated to obtain an accurate inventory, average values are determined. In the existence of large deviations between products/processes, the average values may lead to inaccurate conclusions. An alternative is the use of an individual inventory for each unit (process or product) and for each variable. In this case, it is necessary to use additional tools to interpret the results (Lozano *et al.*, 2009). Thus, DEA has emerged as an alternative to analyze such results.

Data Envelopment Analysis (DEA) (Charnes *et al.*, 1978) is a methodology that uses linear programming to assess the efficiency of units called Decision Making Units (DMUs), taking into account several inputs and outputs. In addition to the efficiency index (thus identifying the best-practices), the targets for the inefficient DMUs and their benchmarks are determined. DEA has applied to variety of different areas, a review of DEA applications can be found in (Liu *et al.*, 2013), for example; a more general survey on DEA can be found in (Emrouznejad and Yang, 2017).

The first publication proposing the combined use of the LCA and DEA methodologies is (Lozano *et al.*, 2009) who evaluated the operational and environmental efficiency of mussel farming companies. They presented an approach called by (Iribarren *et al.*, 2010) the Three-Step method to implement the joint use of LCA and DEA, emissions were included within the DEA model to add an environmental dimension in addition to the operational dimension. The Five-Step method was presented by (Vázquez-Rowe *et al.*, 2010). These two methods differ in the third step, whether the environmental variables are included (Three-

step method) or not (5-step method) in the DEA model. In the Five-step approach, environmental impacts are calculated in the second step and recalculated in the fourth step taking into account the targets provided by the DEA model, they are later analyzed and compared in the fifth step. Figure 1 presents the Three-Step Method and the Five-Step method as presented by Iribarren *et al.* (2010).

Later, (Rebolledo-Leiva *et al.*, 2017), in a method focused on Carbon Footprint (CF), presented a Four-Step method, in which the CF is included in an output oriented DEA model, and in the fourth step, new levels for resources that contribute to CF are determined. This method is presented in Figure 2.

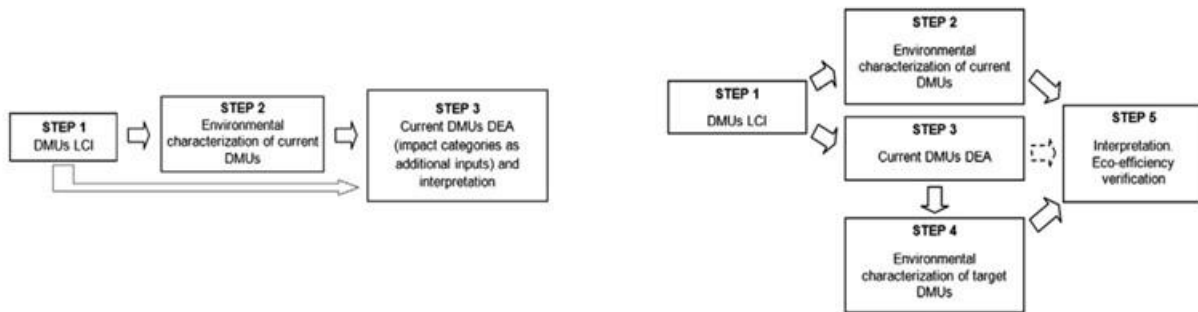


Figure 1. The Three-Step method and the Five-Step method.

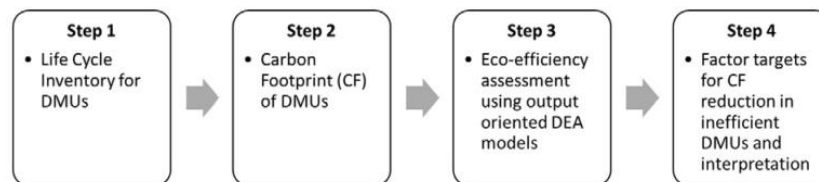


Figure 2. The Four-Step method.

As for the DEA models used, in the first work of (Lozano *et al.*, 2009) they used a non-radial model, the ERM - Enhanced Russell graph Measure (Pastor *et al.*, 1999), in (Lozano *et al.*, 2010) the SBM - Slacks Based Model (Tone, 2001) was used. Much of the later work has used these two models taking into account both constant returns and variable returns of scale. Other DEA models are used such as the BCC model (Banker *et al.*, 1984), a variation of the CCR model (Charnes *et al.*, 1978) and super-efficiency for sensitivity analysis (Zhu, 2001), among other models.

3 Issues of the LCA+DEA approach from a DEA perspective

In using the LCA+DEA approach the eco-efficiency is assessed from both an operational and environmental point of view. Besides the eco-efficiency index, benchmarks are determined, that is, best practices considering production with less environmental impact. Moreover, the targets provided by the DEA model, individual levels for the variables of each inefficient unit to become efficient. This results in emissions reduction that are possible to achieve by observing/replicating the operational processes of the best practices. All this information supports the search for more environmentally efficient agricultural production in line with WBCSD's definition of eco-efficiency, which defines how the ability to produce goods and a gradual reduction of environmental impacts, or produce more with less and with lower

environmental impacts (Schmidheiny and Stigson, 2000). The LCA+DEA literature uses this definition of eco-efficiency for the assessment.

Despite the growing research that applies the LCA+DEA approach, the focus has been on the environmental aspects or from the LCA point of view, leaving DEA issues aside or taken for granted. In this way, several questions remain from a DEA point of view, that need more attention and that will be discussed in the next sub-sections:

1. The use of the DEA model within the LCA + DEA approach.
2. The choice of the DEA model, orientation and returns to scale.
3. The approach for the inclusion of environmental variables.
4. The analysis of the weights of the eco-efficiency index.

3.1 The use of DEA within the LCA approach

In the different LCA + DEA studies it has been observed that the DEA model is used as support for decisions specifically related to efficiency indexes, targets for variables and benchmarks, although the potential for DEA goes beyond this. For example, in the 4-step approach proposed by (Rebolledo-Leiva *et al.*, 2017), the benchmarks provided by the output-oriented BCC model are used in step 4 to determine targets for the resources that contribute the emissions in the LCA approach. This is done to replicate the operational practices of the benchmarks for the best use of their resources. This approach could be seen as one that simultaneously optimizes inputs and outputs, but it lets to the LCA the calculation of resources to achieve the target emissions.

We also proposed to analyze and / or propose other potential developments of the LCA + DEA integration derived from the observations and conclusions made in the previous analyzes. For example, the use of the layered DEA (Barr *et al.*, 2000), where the efficient units are withdrawn iteratively from the set to determine new efficient frontiers. In this way a very inefficient unit (low efficiency index) can be have successively targets to become efficient instead of very aggressive targets that may discourage them to implement changes in their operations. Another alternative is to approach their operations as a network connected to processes of the supply chain, in this case, a network DEA or dynamic DEA approach can be used within the LCA+DEA approach.

3.2 The choice of the DEA model, orientation and returns to scale

As mentioned previously, it was verified that there has been a preference for non radial models. (Lozano *et al.*, 2009) used the ERM model (Enhanced Russell Measure model) with multiple inputs and one output, non-oriented, with the environmental variables as inputs. In this model, the objective function is an average of the inputs reductions divided by the increase of the output. For further details see (Pastor *et al.*, 1999). Later, the SBM model (Slacks-Based Measure model) was used by (Lozano *et al.*, 2010). In this model, the slacks, differences between the efficient projection and the actual values are taking into account (more details on the SBM can be found in (Tone, 2001), this means that any potential improvement in the variables is taken into account for the determination of the efficiency index. The argument is strong, however, there has been observed a trend to use the SBM input orientation without any discussion of model choice over other non-radial models.

At this point, it is important to highlight that the definition of eco-efficiency implies a reduction of inputs and an increase of outputs with less emissions to the environment. Thus, non-oriented models seem to be the most appropriate when determination of new levels for variables are only determined by DEA models. Another important discussion is the assumption of the returns to scale, whether is constant (CRS as in the CCR model), variable (VRS as in the BCC model), or any other. It is important to point out that VRS assumptions are more suitable when considering, mainly, differences in size and scale, and CRS, when considering a competitive market. The discussion on the returns to scale to be used has not been observed in the existing literature. Although it is usually determined on a case-by-case basis, it is important to

consider the feasibility of reaching the targets. These targets are important to producers to come up with an improvement plan. Moreover, it is known that CRS goals are stricter than those of the VRS. This may be positive for a reduction of emissions to the environment, however, the choice of CRS in an eco-efficiency assessment may lead to the unfeasibility of implementing the targets, as they may be "unreachable" in the short term. In this way, CRS and VRS assumption targets may be used sequentially, first the VRS and then the CRS, or even associated with layered DEA mentioned previously (Barr *et al.*, 2000) for determining gradual improvements.

On the other hand, it is worth analyzing the feasibility of having more than one benchmark for inefficient DMUs. Since most LCA + DEA work is mainly centered on agricultural practices, it is important to assess whether it is feasible and meaningful to identify more than one benchmark. If there is a requirement for only one benchmark, it is necessary to analyze whether one should choose the most relevant benchmark (with the highest intensity) or to choose a model such as the FDH (Tulkens, 1993) for the determination of the single benchmark, targets and efficiency. Moreover, it is important to analyze the consequences of that choice both from a theoretical and practical point of view.

3.3 The approach for the inclusion of environmental variables

In DEA, models consider multiple inputs and multiple outputs, where the inputs are variables to be minimized and the outputs are variables to be maximized. However, there are cases in which the inputs or outputs have a different behavior, which are called undesirable variables. In the case of the LCA + DEA approach, the environmental variables, that is, the emissions to the environment are undesirable outputs.

In almost all the reviewed literature, whenever the environmental variables are included in the DEA models, they are included as inputs, in this way this variable is minimized as any input. This use of an undesirable output as an input is classified as an indirect approach by (Scheel, 2001), in which, undesirable variables are treated before applying DEA models.

Another indirect approach is the Inverse Additive (Koopmans, 1951) in which undesirable output is transformed into a desirable one by changing the signal of the values, that is, $f(U) = -u$. In this way, the undesirable outputs follow the rule of maximizing their value.

The third indirect approach is the Multiplicative Inverse (Golany and Roll, 1989). In this approach, we use the inverse of undesirable output as output, that is, $f(U) = 1/u$, and a desirable output is obtained. However, when the undesired output has zero value, this approach cannot be used.

Finally, the fourth indirect approach is called Translation in which a translation of the values of the form $f(U) = -u + \beta$ is performed. Thus, a positive scalar, β , sufficiently large is added to the Additive Inverse, so that the resulting values are positive for each DMU. This approach has the limitation of being valid only for the BCC model (if it is an undesirable output has to be input oriented and vice versa) and Additive model, since the CCR model is not translation invariant (Cooper *et al.*, 2007). On the other hand, this approach has an advantage over the Inverse Additive approach as it allows DEA models to work with nonnegative values.

Considering that three of the four approaches require mathematical operations to deal with undesirable variables and their possible limitations, it is easy to understand why using undesirable outputs as inputs is almost the only approach used in the LCA + DEA literature articles. However, the treatment of environmental variables as inputs is a paradox in the production process, since they are outputs of the whole process.

Moreover, the target provided by the DEA model for reducing the emissions of an inefficient DMU is not necessarily equivalent or proportional to reducing the resources that contribute to said emission, since emissions are determined by LCA procedures and not by DEA.

On the other hand, there are direct approaches to deal with the undesirable variables, which are those that consider the weak or strong disposability of the undesirable variables. However, it is important to emphasize that this approach should only be used if the decision maker is correct about the technical relationships

between the undesirable output and the other variables of the problem. Briefly, disposability expresses the relationship between inputs and undesirable output, a strong disposability means that to reduce an undesirable output, inputs must be reduced by a similar proportion. In the weak disposability the proportion in the reduction of the inputs is smaller than the reduction in the undesirable output. A model considering weak disposability can be found in (Scheel, 2001). A broader discussion of undesirable outputs can be found, for example, in (Kao, 2017).

3.4 The analysis of the weights of the eco-efficiency index

The DEA efficiency index of an observed DMU o is, in its classic proposal in (1), the weighted sum of the j outputs divided by the weighted sum of the i inputs, a mathematical model determines the weights of each variable with freedom. This freedom demonstrates the benevolent character of DEA approach that highlights the best of each DMU to determine the efficiency index (Soares de Mello *et al.*, 2005). However, as noted by (Allen *et al.*, 1997; Thanassoulis *et al.*, 2004; Cooper *et al.*, 2007) among many others, some variables may be ignored in the analysis (with zero weights) when determining the efficiency index.

$$Eff_o = \frac{\sum u_j y_{jo}}{\sum v_i x_{io}} \quad (1)$$

In the context of LCA + DEA, (Cristóbal *et al.*, 2016) observed that it is possible for a unit to be efficient only by its production and low consumption of a resource, without considering emissions, giving zero weight, but they circumvented this situation in a practical way considering only environmental variables in the model as inputs and production as output.

There are methods to bypass this problem, such as weight restrictions (Allen *et al.*, 1997; Thanassoulis *et al.*, 2004). However, the inclusion of weights restrictions in the DEA model require a consensus about the relative importance (value judgments/a priori information) of the variables among decision makers, consumers and all those affected by the environmental impacts, which is not feasible in this context. There are methods that do not require value judgments or a priori information (Angulo-Meza and Lins, 2002) to reduce the problem of benevolence in DEA, though they usually provide the efficiency index but do not provide benchmarks and vice-versa. For example, the inverted frontier (Soares de Mello *et al.*, 2008) provides only an efficiency index; the determination of targets and benchmarks through the MORO multiobjective model (Lins *et al.*, 2004; Quariguasi Frota Neto and Angulo-Meza, 2007) does not provide an efficiency index. Some options to be studied may be a combination MORO multiobjective approach with the radial efficiency index (Gomes Junior *et al.*, 2013) or the MCDEA model (Li and Reeves, 1999) with their dual benchmarks (Carvalho Chaves *et al.*, 2016), or even a goal-programming model (Rubem *et al.*, 2017), among others.

In the case of the ERM and SBM models, it can be noticed in the objective functions of the models in Table 1 that they treat all slacks as averages; this means that all variables have the “same importance” into the eco-efficiency index. This implication must also be addressed in future research.

Another point related to the efficiency index deals with a closer analysis of the causal relationship between the variables, as performed by (Gomes *et al.*, 2009) in order to avoid that, when zero weights exist, the efficiency index is defined by variables with no causal relationship, taking into account the possible existence of multiple optimal solutions.

Therefore, it is necessary to analyze the distribution of weights in the eco-efficiency index, as well as alternative or complementary techniques, such as those already mentioned, in order to ensure that no variables are disregarded from the eco-efficiency assessment.

4 Final Comments

This paper presents some questions of the approach that integrates the Life Cycle Assessment with Data Envelopment Analysis called LCA + DEA from a DEA point of view. Although widely used since its initial

proposal, there has been no critical analysis of this approach. This analysis concerns five important issues: the different methods to implement LCA+DEA, the use of the DEA model within the LCA approach; the choice of the DEA model to be used and its orientation; the focus for the inclusion of environmental variables and the analysis of weights that make up the eco-efficiency index. In addition, some proposals were presented for the use of models and approaches in DEA for future works in the LCA + DEA approach.

References

- Allen, R., Athanassopoulos, A., Dyson, R. G. and Thanassoulis, E. (1997). Weights restrictions and value judgements in data envelopment analysis: evolution, development and future directions. *Annals of Operations Research*, 73, 13-34.
- Angulo-Meza, L. and Lins, M. P. E. (2002). Review of methods for increasing discrimination in data envelopment analysis. *Annals of Operations Research*, 116, 225-242.
- Banker, R. D., Charnes, A. and Cooper, W. W. (1984). Some models for estimating technical scale inefficiencies in data envelopment analysis. *Management Science*, 30 (9), 1078-1092.
- Barr, R. S., Durchholz, M. L. and Seiford, L. M. (2000). Peeling the DEA onion: Layering and rank ordering DMUs using tiered DEA: Southern Methodist University.
- BSI (2011). PAS 2050:2011. Specification for the Assessment of Life Cycle Greenhouse Gas Emissions of Goods and Services. London: British Standards Institution.
- BSI (2012). PAS 2050-1:2012. Assessment of life cycle greenhouse gas emissions from horticultural products. London: British Standards Institution (BSI).
- Carvalho Chaves, M. C., Soares de Mello, J. C. C. B. and Angulo-Meza, L. (2016). Studies of some duality properties in the Li and Reeves model. *J Oper Res Soc*, 67 (3), 474-482.
- Charnes, A., Cooper, W. W. and Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision-making units. *European Journal of Operational Research*, 2 (6), 429-444.
- Cooper, W. W., Seiford, L. M. and Tone, K. (2007). *Data envelopment analysis: a comprehensive text with models, applications, references and DEA-solver software*.
- Cristóbal, J., Limleamthong, P., Manfredi, S. and Guillén-Gosálbez, G. (2016). Methodology for combined use of data envelopment analysis and life cycle assessment applied to food waste management. *Journal of Cleaner Production*, 135, 158-168.
- Emrouznejad, A. and Yang, G. L. (2017). A survey and analysis of the first 40 years of scholarly literature in DEA: 1978-2016. *Socio-Economic Planning Sciences*.
- Golany, B. and Roll, Y. (1989). An application procedure for DEA. *Omega*, 17 (3), 237-250.
- Gomes, E. G., Soares de Mello, J. C. C. B., E Souza, G. D. S., Angulo-Meza, L. and Mangabeira, J. A. d. C. (2009). Efficiency and sustainability assessment for a group of farmers in the Brazilian Amazon. *Annals of Operations Research*, 169 (1), 167-181.
- Gomes Junior, S. F., Soares de Mello, J. C. C. B. and Angulo-Meza, L. (2013). DEA nonradial efficiency based on vector properties. *International Transactions in Operational Research*, 20 (3), 341-364.
- Iribarren, D., Vázquez-Rowe, I., Moreira, M. T. and Feijoo, G. (2010). Further potentials in the joint implementation of life cycle assessment and data envelopment analysis. *Science of The Total Environment*, 408 (22), 5265-5272.
- ISO (2006). ISO 14040:2006. Environmental Management—Life Cycle Assessment—Principles and Framework. Geneva: International Organization for Standardization.
- Kao, C. (2017). Special Types of Input and Output Factors. In *Network Data Envelopment Analysis: Foundations and Extensions*, edited by Kao, C. Cham: Springer International Publishing, 113-131.
- Klöpffer, W. and Grahl, B. (2014). *Life Cycle Assessment (LCA): A Guide to Best Practice*: Wiley Blackwell.
- Koopmans, T. C. (1951). Analysis of production as an efficient combination of activities. In *Activity Analysis of Production and Allocation*, edited by Koopmans, T. C.: John Wiley and Sons, Inc, 33 – 97.
- Li, X.-B. and Reeves, G. R. (1999). A multiple criteria approach to data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research*, 115 (3), 507-517.
- Lins, M. P. E., Angulo-Meza, L. and Moreira da Silva, A. C. (2004). A multi-objective approach to determine alternative targets in data envelopment analysis. *Journal of the Operational Research Society*, 55 (10), 1090–1101.
- Liu, J. S., Lu, L. Y. Y., Lu, W. M. and Lin, B. J. Y. (2013). A survey of DEA applications. *Omega*, 41 (5), 893-902.

- Lozano, S., Iribarren, I., Moreira, M. and Feijoo, G. (2009). The link between operational efficiency and environmental impacts. A joint application of Life Cycle Assessment and Data Envelopment Analysis. *Science of The Total Environment*, 407, 1744-1754.
- Lozano, S., Iribarren Lorenzo, D., Moreira, M. T. and Feijoo, G. (2010). Environmental impact efficiency in mussel cultivation. *Resources, Conservation and Recycling*, 54, 1269-1277.
- Pastor, J. T., Riuz, J. L. and Sirvent, I. (1999). An Enhanced DEA Russell Graph Efficiency Measure. *European Journal of Operational Research*, 115, 596-607.
- Quariguasi Frota Neto, J. and Angulo-Meza, L. (2007). Alternative targets for data envelopment analysis through multi-objective linear programming: Rio de Janeiro Odontological Public Health System Case Study. *Journal of the Operational Research Society*, 58, 865-873.
- Rebolledo-Leiva, R., Angulo-Meza, L., Iriarte, A. and González-Araya, M. C. (2017). Joint carbon footprint assessment and data envelopment analysis for the reduction of greenhouse gas emissions in agriculture production. *Science of The Total Environment*, 593-594, 36-46.
- Rubem, A. P. D. S., Soares de Mello, J. C. C. B. and Angulo Meza, L. (2017). A goal programming approach to solve the multiple criteria DEA model. *European Journal of Operational Research*.
- Scheel, H. (2001). Undesirable outputs in efficiency valuations. *European Journal of Operational Research*, 132 (2), 400-410.
- Schmidheiny, S. and Stigson, B. (2000). Eco-efficiency: Creating More Value With Less Impact. In WBCSD: World Business Council for Sustainable Development.
- Soares de Mello, J. C. C. B., Angulo-Meza, L., Gomes, E. G. and Biondi Neto, L. (2005). Curso de Análise de Envoltória de Dados. In *Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, at Gramado.
- Soares de Mello, J. C. C. B., Gomes, E. G., Angulo-Meza, L. and Leta, F. R. (2008). DEA Advanced Models for Geometric Evaluation of used Lathes. *WSEAS Transactions on Systems*, 7 (5), 500-520.
- Thanassoulis, E., Portela, M. C. and Allen, R. (2004). Incorporating Value Judgments in DEA. In *Handbook on Data Envelopment Analysis*, edited by Cooper, W. W., Seiford, L. M. and Zhu, J. New York, Boston, Dordrecht, London, Moscow: Kluwer Academic Publishers, 99-138.
- Tone, K. (2001). Slacks-based measure of efficiency in data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research*, 130 (3), 498-509.
- Tulkens, H. (1993). On FDH efficiency analysis: Some methodological issues and applications to retail banking, courts and urban transit. *Journal of Productivity Analysis*, 4 (1/2), 183-210.
- Vázquez-Rowe, I., Iribarren Lorenzo, D., Moreira, M. T. and Feijoo Costa, G. (2010). Combined application of life cycle assessment and data envelopment analysis as a methodological approach for the assessment of fisheries. *International Journal of Life Cycle Assessment*, 15, 272-283.
- Zhu, J. (2001). Super-efficiency and DEA sensitivity analysis. *European Journal of Operational Research*, 129 (443-455).

Proposição de um Modelo Matemático Baseado em Programação Linear Inteira para o Planejamento da Plantação e Cultivo de Flores numa Floricultura Brasileira

Edwin Benito Mitacc Meza

Instituto de Ciência e Tecnologia, Universidade Federal Fluminense (UFF)
emitacc@id.uff.br

Dalessandro Soares Vianna

Instituto de Ciência e Tecnologia, Universidade Federal Fluminense (UFF)
dalessandrosoares@yahoo.com.br

Roberta Diniz

Instituto de Ciência e Tecnologia, Universidade Federal Fluminense (UFF)
robertadiniz.nf@gmail.com

Iara Tammela

Instituto de Ciência e Tecnologia, Universidade Federal Fluminense (UFF)
iaratammela@id.uff.br

Máximo Concepción Mitacc Meza

Programa de Estudios Generales, Universidad de Lima (ULima)
mmitacc@correo.ulima.edu.pe

Resumo

A floricultura constitui-se atualmente como um dos principais segmentos promissores do agronegócio brasileiro, exibindo nos últimos anos um grande crescimento econômico. Diante este crescimento e com o desenvolvimento de novas tecnologias, este segmento sofreu modificações na sua forma de gestão e organização. Assim, o produtor rural se vê diante de uma realidade onde seu conhecimento não é suficiente para alcançar o sucesso de forma a se manter no mercado. Assim, este trabalho tem como objetivo propor um modelo matemático para a programação da plantação e cultivo de flores numa empresa do estado de Rio de Janeiro. Para a construção do modelo foram levados em consideração opiniões de tomadores de decisão bem como restrições do próprio problema. Para solução do modelo foi utilizado o software LINGO, e para sua validação foram construídos diversas instancias do problema. Os resultados foram satisfatórios, sendo verificados pelos decisores da empresa.

Palavras Chaves: Floricultura; Programação da Produção; Modelo de Programação Linear Inteira.

1 Introdução

A floricultura é uma atividade econômica que proporciona diversas opções de cultivo, como flores de corte, flores envasadas, plantas e folhagens ornamentais. No Brasil, este setor vem apresentando um crescimento na geração de empregos e oportunidades para pequenos e médios produtores. Neste contexto, o planejamento das atividades agrícolas tem-se tornado cada vez mais importante para os produtores, de forma a evitar contratempos no sistema produtivo e serem mais competitivos no mercado.

Além disso, tomar decisões não é algo trivial, principalmente para o pequeno agricultor que leva em conta elementos de tradição, aprendizado, infraestrutura, psicológicos, sociais e, especialmente,

elementos econômicos [1][2]. Assim, a falta de modelos de planejamento é algo preocupante para os produtores rurais, principalmente quando as ferramentas de gestão existentes não se adequam à sua realidade, pois, em geral, são sofisticadas, apresentam alto custo e necessitam de treinamento específico para sua utilização [3]. Em virtude disso, muitas vezes o planejamento é feito levando em conta apenas a tradição e a experiência, fazendo com que o agricultor não tome decisões adequadas.

Neste ambiente, onde tomar decisões é extremamente difícil, o uso da Programação Linear pode apresentar bons resultados. Assim, segundo [4] são abundantes os trabalhos envolvendo a aplicação da pesquisa operacional para aperfeiçoar alguma atividade produtiva. Porém, no campo da agricultura, os números não são expressivos, restringindo-se mais ainda quando se trata da cultura de flores.

Em [5], por exemplo, utilizou-se a programação linear para auxiliar as tomadas de decisão anuais de técnicos ligados ao planejamento canavieiro visando melhorar o gerenciamento da propriedade como um todo. Já em [6] é proposto um modelo matemático para a otimização do gerenciamento da produção em uma propriedade agrícola, através da construção de um sistema protótipo cujo objetivo foi evidenciar o problema de planejamento a partir da visualização de um sistema integrado e do estabelecimento da viabilidade de mecanização, introduzindo parâmetros significativos para o processo de produção agrícola.

Por outro lado, em [7] foi desenvolvido um modelo matemático para apoiar a elaboração do cronograma de colheita florestal, definindo quais as glebas disponíveis para corte, quais deverão ser colhidas e como será sua sequência. Finalmente em [8] é apresentado um modelo de programação linear multiobjectivo para otimização do planejamento ambiental de uma propriedade agrícola, através do ajuste da época adequada para a realização das operações de condução de lavoura à rotação de culturas de acordo com a disponibilidade de mão de obra e de maquinário, obtendo um planejamento anual equilibrado.

Diante da escassez na literatura de trabalhos envolvendo a pesquisa operacional na otimização da atividade de produção de flores, tornam-se relevantes os estudos que auxiliem em seu gerenciamento e agreguem valor a esse produto, principalmente diante do novo cenário promissor do setor.

Assim, este trabalho visa analisar uma propriedade rural que produz flores de corte, localizada no estado do Rio de Janeiro e propor uma programação da produção que auxilie a tomada de decisões, visto que atualmente a propriedade não possui nenhuma ferramenta que auxilie na elaboração da programação da produção, o que dificulta a tomada de decisão de forma racional. Esta programação deverá nortear os tomadores de decisões para questões como: “quanto produzir?” e “quando produzir?”.

2 Descrição do Problema

A propriedade rural em estudo está localizada na região serrana do estado do Rio de Janeiro, e começou sua atividade de produção de flores de corte em 1990 com o cultivo de palma e atualmente conta com dez variedades de produtos em diferentes cores, de acordo com a cultura. Com a introdução de novas culturas, a propriedade passou a apresentar dificuldades em programar a produção. Esta dificuldade em programar a produção pode ser notada quando comparada a produção referente ao ano de 2017 e a demanda estimada pelos sócios da propriedade de algumas culturas (Lírio e Lisianthus), ver Figura 1.

Na Figura 1 pode-se observar que a demanda geralmente é mais elevada que a produção, logo, a propriedade pode não ter capacidade de produção para atender a demanda, no entanto, é possível notar que o comportamento entre eles não é semelhante, havendo uma grande desigualdade entre demanda e produção. Portanto, os tomadores de decisão devem trabalhar para tornar a curva de produção e demanda a mais próxima possível para melhor atender seus clientes, reduzir desperdícios e aumentar seu lucro. Neste caso, entregar os produtos no momento certo é uma tarefa difícil, pois as flores são um tipo de produto dependente de fatores climáticos, e estes não podem ser controlados, apenas em algumas situações podem ser contornados. Diante dessa dificuldade, é possível perceber a importância de uma boa programação da produção para tentar evitar essa situação.

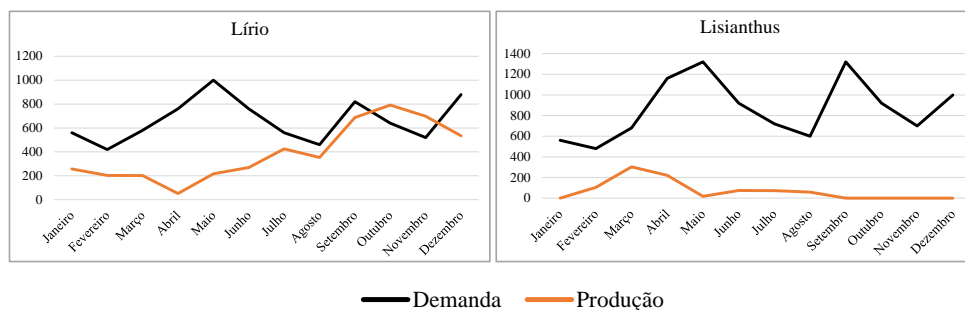


Figura 1 – Comparação entre demanda e produção

É importante ressaltar que as culturas apresentam diferenças em seu manejo. Entretanto, o processo produtivo é semelhante. A Figura 2 representa o processo produtivo de forma genérica destas culturas. A parte amarela refere-se as atividades de cultivo e a parte verde refere-se as atividades de colheita. Tanto o cultivo, quanto a colheita apresentam um ciclo maior no inverno do que no verão. Também é importante ressaltar que, uma determinada flor pode ter diferentes plantios numa determinada estação, e que cada plantio é composto por um período de cultivo seguido de um período de colheita.

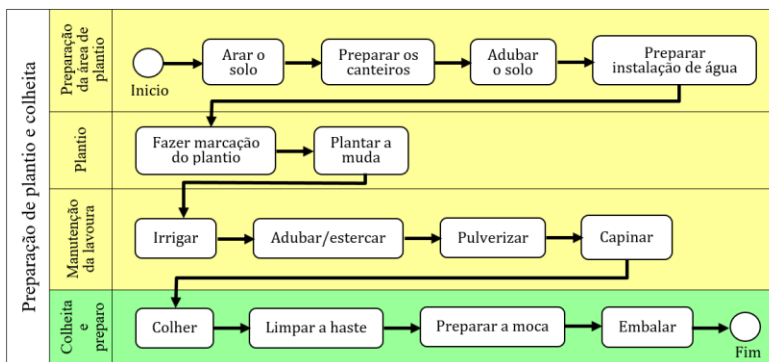


Figura 2 – Processo de cultivo e colheita

As atividades de preparação da área do plantio e as atividades de plantio são feitas apenas uma vez em todo processo. Por outro lado, as atividades de manutenção da lavoura são feitas mais de uma vez. Irrigar, por exemplo, no inverno é feita apenas uma vez por semana e no verão três vezes, ou então conforme a necessidade. A pulverização, geralmente é feita uma vez por semana para prevenção de pragas e doenças, entretanto, caso apareça alguma doença, esta é feita conforme recomendação. A capina normalmente é feita uma vez por mês, ou então, de acordo com a necessidade. Em relação à adubação, geralmente é feita na preparação do solo, como indicado no processo, na fase de crescimento e na fase floração, de acordo com a cultura.

Por fim, as atividades de colheita e preparo da moca são realizadas de acordo com a produtividade da lavoura. Quanto maior a produtividade, mais vezes as atividades de colheita e preparação são realizadas. As mudas produzem hastes com flores então, primeiramente são colhidas de forma manual as hastes com as flores que estão no ponto de colheita. Estas hastes são limpadas, onde são retiradas algumas folhas para a preparação da moca. A moca é formada pela de uma determinada quantidade padrão de hastes, em alguns casos, por exemplo, uma dúzia, e então, elas são embaladas estando prontas para a comercialização. É importante ressaltar que existe um percentual da colheita previsto para cada semana. Além disso, após colhidas, as flores podem ser armazenadas por um determinado período na câmara fria sem que percam sua qualidade. No geral, elas podem ficar armazenadas em torno de 20 dias.

Outro ponto a ser destacado, é que durante todo o processo produtivo existem perdas. Estas perdas ocorrem pelo falecimento das mudas, hastes que se quebram, flores fora do padrão de qualidade, e outras situações que podem levar a perda da produtividade. As perdas na propriedade foram estimadas em torno de 2 a 8%, dependendo da espécie, pois umas são mais delicadas que outras.

Vale lembrar que para o bom andamento do processo, dois elementos são essenciais: a mão-de-obra (h-h disponível) e a área disponível para plantio. Como se trata de uma empresa de pequeno porte, a mão de obra fica dividida entre plantio e cultivo; colheita, preparo e embalagem; armazenagem e logística dos produtos, além do tempo dedicado para a venda dos mesmos. Quanto a área disponível, esta é dividida em cultivo em campo aberto e cultivo protegido. No sistema de cultivo em campo aberto as plantas ficam sem proteção aérea, expostas às condições climáticas, estando sujeita à redução da produtividade e qualidade do produto no caso de uma intempérie climática. Por outro lado, no cultivo protegido as plantas dispõem de uma proteção aérea, conhecida como estufas. Neste caso, as plantas ficam menos sujeitas às intempéries climáticas, dificultando a infestação de pragas e doenças, sendo mais fácil garantir a produtividade e qualidade dos produtos. No entanto, a área destinada ao cultivo protegido é reduzida, pois o investimento para a construção de uma estufa é alto, limitando assim, as culturas de cultivo protegido.

Por fim, as culturas são divididas em semipermanentes e não permanentes. As culturas semipermanentes possuem um manejo em torno de dois a três anos. Já as culturas não permanentes possuem um ciclo que dura em torno de dois a seis meses, dependendo da espécie e da época do ano. Estas culturas possuem o ciclo de cultivo menor no verão do que no inverno, entretanto, a produtividade é a mesma nas duas estações. Assim, as culturas não permanentes serão o objeto de estudo porque elas necessitam que a programação da produção seja realizada mais vezes, principalmente no momento da compra das mudas, para que estas cheguem no tempo certo de plantio. As culturas não permanentes cultivadas na propriedade são a chuva de prata, o girassol, o lírio e lisianthus.

3 Formulação e Modelagem Matemática do Problema

Esta seção descreve o modelo de programação linear inteira mista proposto para o problema abordado. Na tarefa de modelagem buscou-se minimizar o uso de variáveis inteira, utilizando alguns artifícios os quais serão apresentados na descrição do modelo.

Índices:

i → representa os produtos (flores);
 j → representa os plantios das flores;
 k → representa as semanas disponíveis.

Parâmetros:

P → conjunto dos produtos (flores);
 C_i → conjunto de plantios da flor i ;
 S → conjunto de semanas disponíveis para o plantio;
 $TCULT_i$ → tempo necessário para o cultivo da flor i ;
 $TCOLH_i$ → tempo necessário para a colheita da flor i ;
 $PCOLH_{ik}$ → percentual da colheita da flor i a ser colhido na k -ésima semana de colheita;
 $TPLANT_i$ → tempo total de plantio ($TCULT_i + TCOLH_i$) da flor i ;
 $TARM_i$ → tempo máximo que a flor i pode ficar armazenada após a colheita;
 $PVEND_{ik}$ → preço de venda da flor i na semana k ;
 $MMUDA_i$ → número de mucas por muda da flor i ;
 $AMUDA_i$ → área ocupada por cada muda da flor i ;
 HH → valor do homem-hora (h-h);
 $AREA$ → área disponível para o plantio das flores;
 $MIMPED_i$ → número mínimo de mudas a serem entregues pelo fornecedor;
 $SPCULT_i$ → número de semanas máximo entre a entrega das mudas da flor i e seu plantio;

$DEMPREV_{ik}$ → demanda prevista da flor i na semana k ;
 $HHSCULT_{ik}$ → $h-h$ necessário para o cultivo de uma muda da flor i na k -ésima semana de cultivo;
 $HHSCOLH_{ik}$ → $h-h$ necessário para a colheita de uma moça da flor i na k -ésima semana de colheita;
 $HMAX$ → $h-h$ máximo disponível em uma semana.

Variáveis de decisão:

$xIni_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{Se o plantio } j \text{ da flor } i \text{ inicia na semana } k \\ 0, & \text{Caso contrário} \end{cases}$
 $zIni_{ijk}$ = indica a quantidade de mudas no plantio j da flor i na primeira semana do cultivo;
 u_{ij} = indica se ocorre o plantio j da flor i . A lógica garante que os valores possíveis sejam 0 ou 1;
 z_{ij} = indica a quantidade de mudas no plantio j da flor i ;
 $xCult_{ijk}$ = indica se o cultivo do plantio j da flor i ocorre na semana k . A lógica garante que seja 0 ou 1;
 $zCult_{ijk}$ = informa a quantidade de mudas cultivadas na semana k do plantio j da flor i ;
 $xColh_{ijk}$ = indica se a colheita do plantio j da flor i ocorre na semana k . A lógica garante que seja 0 ou 1;
 $zColh_{ijk}$ = informa a quantidade de mudas colhidas na semana k do plantio j da flor i ;
 $xVend_{ijk}$ = indica se as mocas da flor i , provenientes do plantio j , podem ser vendidas na semana k .
 $zVend_{ijk}$ = indica a quantidade de mocas da flor i , provenientes do plantio j , vendidas na semana k ;
 $hhCult_{ijk}$ = informa a quantidade de $h-h$ utilizadas, na semana k , no cultivo do plantio j da flor i ;
 $hhColh_{ijk}$ = informa a quantidade de $h-h$ utilizadas, na semana k , na colheita do plantio j da flor i ;
 $yPlant_{ijk}$ = informa a quantidade de área plantada na semana k do cultivo j da flor i .

Com esta notação, o problema pode ser formulado como um modelo de programação inteira mista:

$$\text{Maximizar} = \sum_{i \in P} \sum_{j \in C_i} \sum_{k \in S} zVend_{ijk} \times PVEND_{ik} - HH \times \sum_{i \in P} \sum_{j \in C} \sum_{k \in S} hhCult_{ijk} + hhColh_{ijk}$$

s. a.

$$\sum_{k \in S} xIni_{ijk} \leq 1 \quad \forall i, j \quad (R1)$$

$$zIni_{ijk} \geq z_{ij} - \left(\frac{AREA}{AMUDA_i} \right) \times (1 - xIni_{ijk}) \quad \forall i, j, k \quad (R2)$$

$$\sum_{j_2 \in C_i} \sum_{k_2 \in S} zIni_{ij_2k_2} \geq MIMPED_i \times xIni_{ij_1k_1} \quad \forall i, j_1, k_1 \mid (k_1 - SPCULT_i) < k_2 < (k_1 + SPCULT_i) \quad (R3)$$

$$u_{ij} = \sum_{k \in S} xIni_{ijk} \quad \forall i, j \quad (R4)$$

$$z_{ij} \leq \left(\frac{AREA}{AMUDA_i} \right) \times u_{ij} \quad \forall i, j \quad (R5)$$

$$xCult_{ijk_2} \geq xIni_{ijk_1} \quad \forall i, j, k_1, k_2 \mid k_1 \leq k_2 < (k_1 + TCULT_i) \quad (R6)$$

$$\sum_{k \in S} xCult_{ijk} = TCULT_i \times u_{ij} \quad \forall i, j \quad (R7)$$

$$zCult_{ijk} \leq \left(\frac{AREA}{AMUDA_i} \right) \times (xCult_{ijk} + xColh_{ijk}) \quad \forall i, j, k \quad (R8)$$

$$zCult_{ijk} \geq z_{ij} - \left(\frac{AREA}{AMUDA_i} \right) \times (1 - xCult_{ijk} + xColh_{ijk}) \quad \forall i, j, k \quad (R9)$$

$$zCult_{ijk} \leq z_{ij} \quad \forall i, j, k \quad (R10)$$

$$xColh_{ijk_2} \geq xIni_{ijk_1} \quad \forall i, j, k_1, k_2 \mid (k_1 + TCULT_i) \leq k_2 < (k_1 + TPLANT_i) \quad (R11)$$

$$\sum_{k \in S} xColh_{ijk} \leq TCOLH_i \times u_{ij} \quad \forall i, j \quad (R12)$$

$$zColh_{ijk_2} \geq PCOLH_{i, k_2 - k_1 - TCULT_{i+1}} \times z_{ij} \times MMUDA_i - \left(\frac{AREA}{AMUDA_i} \right) \times MMUDA_i \times (1 - xIni_{ijk_1}) \quad \forall i, j, k_1, k_2 \mid (k_1 + TCULT_i) \leq k_2 < (k_1 + TPLANT_i) \quad (R13)$$

$$\sum_{k \in S} zColh_{ijk} = z_{ij} \times MMUDA_i \quad \forall i, j \quad (R14)$$

$$xVend_{ijk_2} \geq xIni_{ijk_1} \quad \forall i, j, k_1, k_2 \mid (k_1 + TCULT_i) \leq k_2 < (k_1 + TPLANT_i) \quad (R15)$$

$$\sum_{k \in S} xVend_{ijk} = (TCOLH_i + TARM_i) \times u_{ij} \quad \forall i, j \quad (R16)$$

$$zVend_{ijk} \leq \left(\frac{AREA}{AMUDA_i} \right) \times MMUDA_i \times xVend_{ijk} \quad \forall i, j, k \quad (R17)$$

$$\sum_{j \in C_i} zVend_{ijk} \leq DEMPREV_{ik} \quad \forall i, k \quad (R18)$$

$$zVend_{ijk} \leq \sum_{k_2 \leq k} zColh_{ijk_2} - \sum_{k_3 < k} zVend_{ijk_3} \quad \forall i, j, k \quad (R19)$$

$$hhCult_{ijk_2} \geq HHSCULT_{i, k_2 - k_1 + 1} \times \left(zCult_{ijk_2} - \left(\frac{AREA}{AMUDA_i} \right) \times (1 - xIni_{ijk_1}) \right) \quad \forall i, j, k_1 \mid k_1 \leq k_2 < (k_1 + TCULT_i) \quad (R20)$$

$$hhColh_{ijk_2} \geq HHSCOLH_{i, k_2 - k_1 + 1} \times \left(zColh_{ijk_2} - \left(\frac{AREA}{AMUDA_i} \right) \times MMUDA_i \times (1 - xIni_{ijk_1}) \right) \quad \forall i, j, k_1 \mid (k_1 + TCULT_i) \leq k_2 < (k_1 + TPLANT_i) \quad (R21)$$

$$\sum_{i \in P} \sum_{j \in C_i} (hhCult_{ijk} + hhColh_{ijk}) \leq HHMAX \quad \forall k \quad (R22)$$

$$yPlant_{ijk} \geq (z_{ij} + 1) \times AMUDA_i - AREA \times (1 - xCult_{ijk} - xColh_{ijk}) \quad \forall i, j, k \quad (R23)$$

$$yPlant_{ijk} \leq AREA \times (xCult_{ijk} + xColh_{ijk}) \quad \forall i, j, k \quad (R24)$$

$$\sum_{i \in P} \sum_{j \in C_i} yPlant_{ijk} \leq AREA \quad \forall k \quad (R25)$$

$$xIni_{ijk} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j, k \quad (R26)$$

$$zCult_{ijk}, zColh_{ijk}, zVend_{ijk}, zIni_{ijk}, hCult_{ijk}, hColh_{ijk} \geq 0 \quad \forall i, j, k \quad (R27)$$

$$u_{ij} \geq 0 \quad \forall i, j \quad (R28)$$

$$xCult_{ijk}, xColh_{ijk}, xVend_{ijk}, yPlant_{ijk} \in [0, 1] \quad \forall i, j, k \quad (R29)$$

A Função Objetivo visa maximizar o lucro – a primeira parcela apresenta o valor obtido com a venda de mocos e a segunda parcela mostra o custo de produção. A restrição (R1) garante que existirá, no máximo, uma semana de início de um determinado plantio. A quantidade de mudas a ser produzida em um determinado plantio é calculada pela desigualdade (R2). As mudas para serem plantadas devem ser entregues pelo fornecedor, o qual estabelece um mínimo de mudas por pedido. Este pedido pode suprir diferentes plantios de uma flor. A restrição (R3) permite associar diferentes plantios a um pedido, respeitando o prazo máximo que se pode esperar entre a entrega das mudas pelo fornecedor até seu plantio. Na igualdade (R4) é verificado se existe o plantio j do produto i. A lógica utilizada nesta expressão garante que a variável u_{ij} poderá assumir apenas os valores 0 ou 1, mesmo sendo definida como uma variável de decisão linear. A desigualdade (R5), um limite superior é estabelecido para a quantidade de mudas em um determinado plantio. As restrições (R6), (R7), (R8), (R9) e (R10) estabelecem restrições referentes ao período de cultivo. A desigualdade (R7) garante que só haverá cultivo se houver um plantio. O tempo de semanas alocadas para o cultivo de uma flor deve ser igual ao previsto. Este fato é garantido pela equação (R7). A lógica utilizada na expressão (R6), juntamente com a restrição descrita na expressão (R7), garante que a variável $xCult_{ijk}$ poderá assumir apenas os valores 0 ou 1, mesmo sendo definida como uma variável de decisão linear. As desigualdades (R8), (R9) e (R10) definem os limites inferior e superior da quantidade de mudas a serem cultivadas em um plantio. As expressões (R11), (R12), (R13) e (R14) estabelecem restrições referentes ao período de colheita. A desigualdade (R11) garante que só haverá colheita se houver um plantio. O tempo de semanas alocadas para a colheita de uma flor deve ser igual ao previsto. Este fato

é garantido pela desigualdade (R12). A lógica utilizada na expressão (R11), juntamente com a restrição descrita na expressão (R12), garante que a variável $xColh_{ijk}$ poderá assumir apenas os valores 0 ou 1, mesmo sendo definida como uma variável de decisão linear. As expressões (R13) e (R14) definem os limites inferior e superior da quantidade de mocas a serem colhidas em um plantio, o que leva em consideração, dentre outros fatores, o percentual previsto para cada semana de colheita. As expressões (R15), R(16), (R17), (R18) e (R19) estabelecem restrições referentes à venda das flores (em mocas). As desigualdades (R15) e (R16) garantem que só haverá venda se houver um plantio. A venda de uma flor pode ocorrer desde a primeira semana de colheita até TARM semanas após o término da colheita. Este fato é garantido pela Expressão (R17). A lógica utilizada na expressão (R16), juntamente com a restrição descrita na expressão (R17), garante que a variável $xVend_{ijk}$ poderá assumir apenas os valores 0 ou 1, mesmo sendo definida como uma variável de decisão linear. As desigualdades (R17), (R18) e (R19) definem os limites inferior e superior da quantidade de mocas a serem vendidas, o que leva em consideração, dentre outros fatores, a previsão de demanda para cada semana. As desigualdades (R20), R(21) e (R22) abordam o HH utilizado em cada período. As expressões (R20) e (R21) calculam o HH de cultivo e colheita, respectivamente. O limite de HH disponível por semana não pode ser ultrapassado, o que é garantido na expressão (R22). As desigualdades (R23), (R24) e (R25) estabelecem os limites inferior e superior para a área usada em um plantio. O domínio das variáveis é descrito nas expressões (R26) a (R29).

4 Testes Computacionais para Validação do Modelo

As instâncias utilizadas, para validação do modelo, foram construídas a partir de dados reais oriundos da produção de flores da empresa em estudo, no ano de 2017. Quatro instâncias são apresentadas na Tabela 1, as quais variam na área utilizada para plantio – “Campo aberto” ou “Cultivo protegido” – e a época do ano – verão (período quente) e inverno (período frio). Os períodos de verão e inverno são compostos, respectivamente, de 32 e 24 semanas. Nesta mesma tabela, são apresentados também o número de flores e o número máximo de plantios – informações importantes para, junto com o número de semanas previsto, dimensionar o grau de dificuldade da instância, o qual é medido pela variável binária $xIni$.

Tabela 1. Instâncias Testes.

Instância	Área	Período	# de semanas	# de flores	# de plantios
InvProteg	Cultivo protegido	Inverno	24	4	2
VerProteg	Cultivo protegido	Verão	32	4	4
InvAberto	Campo aberto	Inverno	24	5	6
VerAberto	Campo aberto	Verão	32	5	11

A modo de ilustração, a Figura 3 apresenta o resultado final da programação do cultivo protegido na época do inverno, considerando 4 tipos de flores. É importante ressaltar que, os experimentos computacionais foram executados em um processador Intel 5Y70, CPU 1.10Ghz e 8Gb de memória RAM. O solver LINGO 10.0 foi utilizado sob o sistema operacional Windows 10.

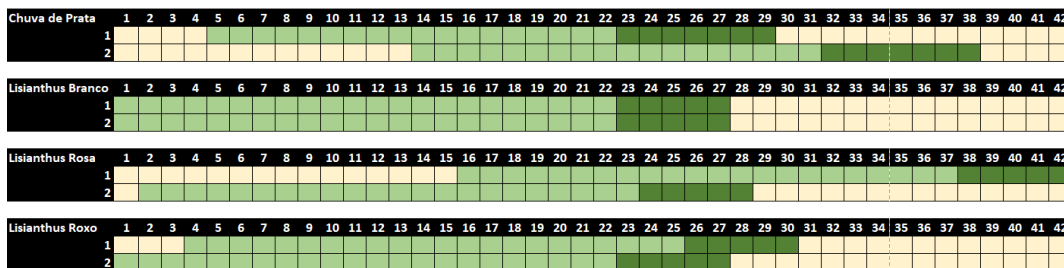


Figura 3. Resultado da programação da produção do cultivo protegido - inverno.

A Tabela 2 apresenta os resultados obtidos em 4 horas de execução. Nesta tabela, são apresentados, para cada instância teste, o número total de variáveis, o número de variáveis inteiras, o número de restrições, o limite superior apresentado pelo solver, a solução obtida e o gap percentual entre a solução obtida e o limite superior. O gap foi calculado por $(\text{Limite superior} - \text{Solução obtida})/\text{Limite superior}$.

Tabela 2. Resultados obtidos em 4 horas de execução.

Instância	nº variáveis	nº var. inteiras	nº de restrições	Limite superior	Solução obtida	gap
InvProteg	3679	140	25486	266068	249191	6,34%
VerProteg	6744	411	39515	291565	254727	12,63%
InvAberto	7863	420	53339	22799	15424	32,35%
VerAberto	13383	852	89598	25559	13948	45,43%

Nas duas primeiras instâncias, relativas à área de cultivo protegido, os resultados obtidos não ficaram distantes do limite inferior. Estas duas instâncias são as mais fáceis dentre as instâncias testes. Nas instâncias relativas à área de campo aberto, principalmente na instância “VerAberto”, o resultado obtido ficou distante do limite superior. Isto indica que mais tempo de solver deve ser concedido à estas instâncias ou, o mais provável, uma abordagem heurística deverá ser desenvolvida.

5 Conclusões

O estudo teve como objetivo propor um modelo matemático para a programação da plantação e cultivo de flores, levando em consideração as diferentes características do problema. Analisando os resultados pode-se concluir que o modelo se mostrou capaz de auxiliar na programação da produção da propriedade, determinando o volume ótimo de produção de flores. Apresentou bons resultados para diferentes instâncias, mas sendo necessário o uso de heurísticas para instâncias de grande porte, devido ao número elevado de variáveis inteiras. Assim, para trabalhos futuros, sugere-se desenvolver heurísticas para resolução do modelo matemático proposto.

Referências

1. Contini, E. *Planejamento da propriedade agrícola: modelos de decisão*, Embrapa-DDT, 1984.
2. Oliszeski, C. A. N. Modelos de planejamento agrícola: um cenário para otimização de processos agroindustriais. Dissertação, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2011.
3. Vilckas, M. Determinantes na tomada de decisão sobre as atividades produtivas rurais: proposta de um modelo para a produção familiar. Dissertação, Universidade Federal de São Carlos, 2004.
4. Caixeta, J. V. Pesquisa operacional: técnicas de otimização aplicadas a sistemas agroindustriais, Atlas, 2015.
5. Barata, M.Q.F.B. Otimização econômica do corte e reforma de canaviais. Dissertação de mestrado. Universidade de São Paulo, Piracicaba, 1992.
6. Nevo, A.; Oad, R.; Podmore, T.H. An integrated expert system for optimal crop planning. *Agricultural Systems*, Oxford, v. 45, p. 73-92, 1994.
7. Fidelis, A. C.; Reis, R.P. Decisão no planejamento bianual da colheita florestal: o uso da programação inteira mista. *Revista de Economia e Sociologia Rural*, Brasília, v. 39, n. 2, p. 9-26, 2001.
8. Annetts, J. E.; Audsley, E. Multiple Objective linear programming for environmental farm planning. *Journal of the Operational Research Society*, Silsoe, v. 53, p. 933-943, 2002.

Exact approach to solve the Capacitated Vehicle Routing Problem with Stochastic Demands and Restocking Policy

Juan-José Salazar-González

Department of Mathematics, University of La Laguna, Spain
jjsalaza@ull.es

François Louveaux

Department of Business Administration, University of Namur, Belgium
flouveau@fundp.be

17 April 2018

Abstract

This paper considers a vehicle routing problem where the customer demands are stochastic variables. Due to uncertainty, along a route the vehicle may be unable to load all planned customers' demand. The vehicle has to return to the depot, unload and then resume its trip. In order to avoid unplanned return trips to the depot, one may decide to make some preventive return: even if it is not full, the vehicle returns to the depot, unload and resume its trip at the next customer. These preventive returns avoid visiting the same customer twice at the expense of possibly making an unneeded return. In this paper, we propose an exact procedure for designing routes to minimize the total expected cost of the routes. It consists of a branch-and-cut algorithm based on the L-shaped method for stochastic programs with binary first-stage variables. Also, a sophisticated procedure has been designed to detect lower bounding cuts violated by a fractional solution. The paper proposes the first algorithm in the literature to find optimal solutions to the problem. The procedure is based on decomposing a fractional solution into chains and unstructured sets, and on lower bounds for each of these parts. Computational results show that the overall algorithm is able to find optimal solutions for some benchmark instances with up to 100 customers. This work is based on a manuscript by the authors that has been recently accepted to be published in *Transportation Science* (2018). This work has been partially supported by the Spanish research project MTM2015-63680-R (MINECO/FEDER) and by Fundación CajaCanarias (2016TUR11).

Keywords: Stochastic Demands; Vehicle Routing; Exact Approach.

1 Introduction

The *Vehicle Routing Problem* (VRP) concerns designing routes for a fleet of capacitated vehicles to satisfy the demand of a set of customers. See for example [18] for a survey of articles on this area. As in many of these articles, we assume that the fleet of vehicles is homogeneous and there

is a central depot from which all routes start and end. Each customer provides an amount (called *demand*) of a product that must be transported by the vehicle through a route to the depot. The roads are associated with travel costs, thus each route implies a routing cost. When the demands of all the customers and the costs of all the roads are known in advance, before designing the routes, then a well-studied variant of the VRP is to determine routes such that (i) each customer is in one route, (ii) all the demands are satisfied without violating the vehicle capacity, and (iii) the total cost of all the routes is minimized. This deterministic problem is known to be very difficult and is called *Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP)*.

An interesting variant of the CVRP occurs when each demand is assumed to be a random number with a known probability distribution until the vehicle visits the customer. Then the problem is called *VRP with stochastic demands (SDVRP)*. As in most articles on SDVRP, we assume that the customer demands are independent random numbers. Due to the demand uncertainty and the vehicle capacity limitation, a vehicle may arrive to a customer and be unable to serve its full demand with one visit. This situation is called *failure* and is solved with a recourse action that consists of a return trip to the depot, unload the vehicle, and resume collecting through the a priori route from the point of failure. In other words, we assume that the demand of each customer can be split when the remaining capacity of the vehicle is not enough to fully serve the customer, and in this case the vehicle serves part of the demand with its load, return to the depot, upload the full capacity, return to the customer to serve the rest of its demand, and continue the planned route. The non-split variant where the vehicle serves the complete demand only in the second visit after a failure can be addressed with a minor modification of the approach in this article, but it is not analyzed here. This strategy is called *a priori optimization* in the sense that the sequence of visits to customers is not changed while performing the service. Observe that this strategy requires the vehicle to follow the planned route even if it comes out with almost full load after serving the full demand of a customer, as recourse actions are taken only on failures. Each recourse action increases the cost of the routes, and the aim of the SDVRP is to design them to minimize the expected routing cost. As in the CVRP, each customer must be assigned to exactly one a priori route, and in the SDVRP the expected demand collected by the vehicle along each a priori route cannot exceed the vehicle capacity. [11] details an example to show that the solution from SDVRP is considerably better than solving the CVRP with demands equal to the mean values of the random variables.

A different strategy is called *reoptimization* and implies solving another SDVRP with the remaining customers after a failure is detected. This is the so-called *Dynamic Vehicle Routing Problem*; see, e.g., [16]. There are also many generalizations of the SDVRP when including customer time windows and route duration constraints; see e.g. [1, 2, 3, 14]. No one of these considerations is addressed in our work. Instead, a very interesting variant of the SDVRP tries to avoid failures by so-called *preventive returns*. Preventive returns are also called restocking when the vehicle delivers products from the depot to the customers. A preventive return is an unplanned trip to the depot before visiting a customer where a failure may occur. The decision on when to do a preventive return in a route is the result of a computation which depends on the current load of the vehicle. It is described in Section 4. A preventive return has the advantage of trying to avoid visiting a customer twice, which may reduce the expected cost of a route when the distances are (for example) Euclidean. It also includes the natural decision of sending the vehicle to the depot when it is full after serving the full demand of a customer, rather than driving to the next customer and getting a failure as assumed in the SDVRP. This variant is called *SDVRP with preventive returns*

(PRSDVRP) and, as before, the aim is to design the routes to minimize the expected routing cost. In this case, the cost of the a priori routes is incremented with the cost of return trips in case of failures and of preventive returns. These extra costs are the additional travel cost plus a fixed cost related to the time lost in unloading at the depot, and to the failure on unplanned trips.

The PRSDVRP was first addressed by [19], where two heuristic approaches are proposed and analyzed. Several other heuristics have been proposed; see e.g. [17, 13, 6]. Our paper proposes the first optimal solution approach in the literature for PRSDVRP.

The paper is organized as follows. Section 2 describes the problem. Section 3 summarizes the principles of the integer L-shaped method. Section 4 presents the computation of the expected recourse cost for a given route.

2 Problem Description

We start defining the notation that is used through the rest of the paper. Let $G = (V, A)$ be a directed graph where $V = \{0, 1, \dots, n\}$ is the vertex set and $A = \{(i, j) : i, j \in V, i \neq j\}$ is the arc set. Vertex 0 represents the depot and vertices $1, \dots, n$ represent the customers. Each customer i is associated with a demand ξ_i , which is a random number with a known probability distribution. We assume that this distribution is discrete, taking non-negative values ξ_i^k with probability p_i^k for $k = 1, \dots, K$ and $i = 1, \dots, n$. Each arc (i, j) represents a road from vertex i to j , and is associated with a travel cost c_{ij} . For any subset S of vertices, let $\delta^+(S)$ represent the set of arcs leaving S and $\delta^-(S) = \delta^+(V \setminus S)$. By abuse of notation, $\delta^+(i)$ and $\delta^-(i)$ are used for $\delta^+(\{i\})$ and $\delta^-(\{i\})$, respectively. The vehicle capacity is denoted by Q , and the number of vehicles in the fleet is m . We define a *route* as a sequence of customers that a vehicle could follow, starting from the depot with zero load, serving the expected demand of each customer, and finishing at the depot. As in the CVRP literature (see, e.g., Chapter 1 in [18]), we assume that each vehicle must perform a route, so a PRSDVRP solution must contain m routes. There are also articles without upper limit on the number of routes (e.g., [5]).

We use $E(\xi_i)$ to represent the mean value of the random number ξ_i (i.e. $E(\xi_i) = \sum_{k=1}^K p_i^k \xi_i^k$).

To present a mathematical formulation for the PRSDVRP, we use the binary variables standard in the VRP literature: each arc $a \in A$ is associated with a binary variable x_a assuming value 1 if and only if a is in a route of the vehicle. For brevity of notation, for any subset T of arcs we write $x(T)$ instead of $\sum_{a \in T} x_a$. Then PRSDVRP can be modelled as

$$\min \sum_{a \in A} c_a x_a + R(x) \quad (1)$$

subject to

$$x(\delta^+(i)) = x(\delta^-(i)) = 1 \quad \text{for all } i \in V \setminus \{0\} \quad (2)$$

$$x(\delta^+(0)) = x(\delta^-(0)) = m \quad (3)$$

$$x(\delta^+(S)) \geq \frac{1}{Q} \sum_{i \in S} E(\xi_i) \quad \text{for all } S \subseteq V \setminus \{0\} \quad (4)$$

$$x_a \in \{0, 1\} \quad \text{for all } a \in A, \quad (5)$$

where $R(x)$ represents the expected recourse cost (*penalty*) resulting from unplanned trips to the depot due to failures and preventive actions when the vehicles follow the routes in x . The cost

of a return trip to the depot includes the additional travel cost and a fixed cost. This fixed cost is related to the time lost unloading at the depot, plus another time lost at a customer if the return is forced by a failure. It is denoted by Δ^f for unplanned returns due to failures, and by Δ^p for preventive returns. The objective function (1) adds the routing cost of the a priori route and expected penalty. Equations (2) ensure that each customer is visited once by an a priori route in the solution. Equations (3) control the number of a priori routes. In some applications m may be a variable of the problem, as it is the case when a single vehicle is used to serve all customers. In other applications m is fixed to (or bounded by) the number of vehicles in the fleet. Inequalities (4) guarantee that the vehicle capacity is satisfied along each a priori route, in the sense that the expected demand served by each route is not larger than Q .

Inequalities (4) are called *fractional capacity cuts* and are dominated by the *rounded capacity cuts*

$$x(\delta^+(S)) \geq \left\lceil \frac{1}{Q} \sum_{i \in S} E(\xi_i) \right\rceil \quad \text{for all } S \subseteq V \setminus \{0\}, \quad (6)$$

and by the *multistar inequalities*

$$x(\delta^+(S)) \geq \frac{1}{Q} \left(\sum_{i \in S} E(\xi_i) + \sum_{j \notin S} E(\xi_j)(x_{ij} + x_{ji}) \right) \quad \text{for all } S \subseteq V \setminus \{0\}. \quad (7)$$

A special case of (6) are the *subtour elimination constraints*

$$x(\delta^+(S)) \geq 1 \quad \text{for all } S \subseteq V \setminus \{0\}. \quad (8)$$

All these families of inequalities contain an exponential number of inequalities, but it does not preclude solving a formulation with them. Indeed, the number of inequalities is not so important as the availability of an algorithm to detect a violated one (if any) by a given solution x^* . This is called *separation problem* of the family, and it is known to be solvable by max-flow algorithms for the families (4), (7) and (8). No polynomial-time algorithm is known to separate the family (6), but there are good heuristic approaches in the CVRP literature (see e.g. [18]).

The above mathematical formulation is however very complex to be managed as the functional $R(x)$ in the objective function cannot be expressed directly in terms of x . [10] proposed an approach called *integer L-shaped method* to deal with this issue for the SDVRP. The next section summarizes this approach. The main contribution of our paper is to adapt the L-shaped method to find optimal solutions for PRSDVRP instances of median size. The approach can be used to solve the variant where m in (3) is not fixed in advance and/or the capacity constraints (4) are not considered.

3 The integer L-shaped approach

The major complexity of dealing with the model (1)–(5) is the term $R(x)$. Contrary to $c \cdot x$, the term $R(x)$ cannot be expressed as a linear function of x . However, it can be computed exactly when x is an integer solution, i.e., a collection of routes. This computation is described in Section 4. The integer L-shaped method also assumes that a global lower bound L on the function $R(x)$ is available.

The integer L-shaped method ([10]) follows a branch-and-cut scheme, in the sense that it explores a branch-and-bound tree while applying a cutting-plane technique to a linear program at

each node. The linear program uses the variables x_a and also a new variable θ which represents a lower bound on $R(x)$. Its objective function is

$$\min \sum_{a \in A} c_a x_a + \theta \quad (9)$$

The constraints of the initial linear program are (2), (3), $x_a \geq 0$ and $\theta \geq L$. Its optimal objective value defines the initial lower bound, while the initial upper bound is a large number. The cutting-plane technique separates CVRP inequalities like the inequalities (6) and (7).

In addition, since (9) is only a lower bound of (1), θ must be lifted up (at least) each time the linear program produces a solution (x^*, θ^*) where x^* is an integer CVRP solution and $\theta^* < R(x^*)$. To this purpose, the cutting-plane technique also considers the so-called *lower bounding cuts*:

$$W(x) \leq (\theta - L)/(L' - L) \quad (10)$$

where L' is a lower bound of $R(x)$, better than L , when x satisfies a given condition; and $W(x)$ is a linear function on x that gives value 1 if x satisfies such condition and 0 (or negative) otherwise. The first application of this technique in vehicle routing is in (7).

An example of (10) occurs when the condition is whether x is an integer feasible solution x^* , i.e. a set of m routes. Then, $L' = R(x^*)$ and $W(x) = \sum_{a \in A^*} x_a - |A^*| + 1$, where $A^* := \{a \in A : x_a^* = 1\}$. However, in this example, the left-hand side of (10) is integer due to (5), and therefore inequality (10) is dominated by the inequality with the right-hand side rounded down, i.e., by $W(x) \leq 0$, or equivalently by

$$\sum_{a \in A^*} x_a \leq |A^*| - 1. \quad (11)$$

These inequalities are known in the VRP literature as *infeasible path elimination constraints* and strengthened variants have been proposed for some problems (see e.g. (9)).

4 Expected penalty of a given route

This section presents a procedure to compute the expected extra cost (or penalty) of a given route due to potential failures and preventive returns. This procedure is fundamental in our approach as it allows, for example, to compute the $R(x)$ term in the objective function (1) when x is an integer solution by repeating the calculation for each route and summing up. The section starts introducing some notation.

Let us consider a given route, and let us define $f_j(q)$ to be the expected penalty when the vehicle leaves customer j in the route with remaining capacity q . Then, the expected penalty of the route is $f_0(Q)$. This section presents a dynamic programming procedure to compute $f_j(q)$ for each customer j in the route and each $q = 0, 1, \dots, Q$. It is as follows.

Let us assume that the route is defined by the vertex sequence $0, 1, \dots, r, 0$. Let $s_{ij} = \max\{c_{i0} + c_{0j} - c_{ij} + \Delta^p; 0\}$ represent the extra cost for a preventive return for i and j consecutive customers in the route. Let $s_i = c_{i0} + c_{0i} + \Delta^f$ represent the extra cost for a return trip to the depot from customer i .

The initialization stage defines $f_r(q) = 0$ for $q = 0, 1, \dots, Q$. Assuming $\xi_j^k \leq Q$ for all j and k , the recursion defines

$$f_{j-1}(q) = \min \left\{ \begin{array}{l} s_{j-1,j} + \sum_{k=1}^K f_j(Q - \xi_j^k) \cdot p_j^k \quad ; \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{aligned} & \sum_{k:\xi_j^k \leq q} f_j(q - \xi_j^k) \cdot p_j^k + \sum_{k:\xi_j^k > q} (s_j + f_j(q + Q - \xi_j^k)) \cdot p_j^k \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

for $j = r, \dots, 2$ and $q = 0, 1, \dots, Q$. The expected penalty of the route is then

$$f_0(Q) = \sum_{k=1}^K f_1(Q - \xi_1^k) \cdot p_1^k. \quad (13)$$

This procedure was first proposed in [19] for the SDVRP. Our version only concerns $R(x)$, while [19] considered the recursion on the expected cost (1). This means that at each step of the recursion we subtract $c_{j-1,j}$ compared to their formula. This does not affect the properties obtained in [19]: $f_j(q)$ is a decreasing function of q , and there exists a threshold, say τ_j , such that $f_j(q)$ is constant for all $q \leq \tau_j$. These values τ_j are those for which the first term in the minimization (12) is smaller than the second one. Then, the expected penalty when leaving j does not depend on the available load when arriving in j but only on the remaining space in the vehicle when leaving j .

Formulaes (12) and (13) can be extended to cover the cases where $\xi_j^k > Q$ for some j and k . As an example, if we consider the first term in the bracket of (12), it must include $t - 1$ additional return trips to the depot for some t 's:

$$s_{j-1,j} + \sum_{k:\xi_j^k \leq Q} f_j(Q - \xi_j^k) \cdot p_j^k + \sum_{t \geq 2, k: (t-1)Q < \xi_j^k \leq tQ} ((t-1)s_j + f_j(tQ - \xi_j^k)) \cdot p_j^k.$$

We do not consider this extension.

As mentioned in the introduction, we assume that the demand of a customer can be split to be served in two visits when there is a failure in the first visit. That is the reason of the term $f_j(q + Q - \xi_j^k)$ in (12). To deal with the non-split variant one must replace this term by $f_j(Q - \xi_j^k)$, and the rest of the approach is valid. This variant is not explored in this article.

5 Further details

The paper proposes the first algorithm in the literature to find optimal solutions to the problem. It is based on the L-shaped method to deal with the complex objective function through the generation of lower bounding cuts. These cuts are based on lower bounds for the expected cost, and two methods are described in this paper. Also, a sophisticated procedure has been designed to detect lower bounding cuts violated by a fractional solution. The procedure is based on decomposing a fractional solution into chains and unstructured sets, and on lower bounds for each of these parts. It extends the L-shaped method described in [8] for the problem without the restocking action. Computational results show that the overall algorithm is able to find optimal solutions for some benchmark instances with up to 100 customers. The working papers [15] and [4] describe alternative approaches and computational comparisons with our results [12], submitted to *Transportation Science* in 2016 and accepted for publication in 2017.

References

- [1] A. Ak, A.L. Erera. A paired-vehicle recourse strategy for the vehicle-routing problem with stochastic demands. *Transportation Science* 41(2) (2007) 222–237.

- [2] M. Dror. Vehicle routing with stochastic demands: models & computational methods. *International Series in Operations Research & Management Science* 46 (2016) 625–649.
- [3] A. Erera, J.C. Morales, M. Savelsbergh. The vehicle routing problem with stochastic demands and duration constraints. *Transportation Science* 44(4) (2010) 474–492.
- [4] A. Florio, R.F. Hartl, S. Minner. Branch-Cut-and-Price for the Vehicle Routing Problem with Stochastic Demands under Optimal Restocking. Technical report 2017.
- [5] C. Gauvin, G. Desaulniers, M. Gendreau. A branch-cut-and-price algorithm for the vehicle routing problem with stochastic demands. *Computers & Operations Research* 50 (2014) 141–153.
- [6] J.C. Goodson, B.W. Thomas, J.W. Ohlmann. Restocking-Based Rollout Policies for the Vehicle Routing Problem with Stochastic Demand and Duration Limits. *Transportation Science* 50(2) (2015) 591–607.
- [7] C. Hjørning, J. Holt. New optimality cuts for a single-vehicle stochastic routing problem. *Annals of Operations Research* 86(0) (1999) 569–584.
- [8] O. Jabali, W. Rei, M. Gendreau, G. Laporte. Partial-route inequalities for the multi-vehicle routing problem with stochastic demands. *Discrete Applied Mathematics* 177 (2014) 121–136.
- [9] B. Kallehauge, N. Boland, O.B.G. Madsen. Path inequalities for the vehicle routing problem with time windows. *Networks* 49(4) (2007) 273–293.
- [10] G. Laporte, F.V. Louveaux. The integer L-shaped method for stochastic integer programs with complete recourse. *Operations Research Letters* 13(3) (1993) 133–142.
- [11] F.V. Louveaux. An introduction to stochastic transportation models. In: M. Labbé, G. Laporte, K. Tanczos, P. Toint (Eds.). *Operations Research and Decision Aid Methodologies in Traffic and Transportation Management*. NATO ASI Series, Series F: Computer and Systems Sciences, Springer-Verlag, Berlin and Heidelberg (1998) 244–263.
- [12] F.V. Louveaux, J.J. Salazar-González. Exact approach for the vehicle routing problem with stochastic demands and preventive returns. *Transportation Science* (2018) in press.
- [13] Y. Marinakis, G.R. Iordanidou, M. Marinaki. Particle swarm optimization for the vehicle routing problem with stochastic demands. *Applied Soft Computing* 13(4) (2013) 1693–1704.
- [14] J. Oyola, H. Arntzen, D. Woodruff. The stochastic vehicle routing problem, a literature review, part I: models. *EURO Journal on Transportation and Logistics* (2016) 1–29.
- [15] M. Salavati-Khoshghalb, M. Gendreau, O. Jabali, W. Rei. An Exact Algorithm to Solve the Vehicle Routing Problem with Stochastic Demands under an Optimal Restocking Policy. Technical report CIRRELT 2017–61.
- [16] N. Secomandi. A Rollout Policy for the Vehicle Routing Problem with Stochastic Demands. *Operations Research* 49(5) (2001) 796–802.
- [17] N. Secomandi. Analysis of a rollout approach to sequencing problems with stochastic routing applications. *Journal of Heuristics* 9(4) (2003) 321–352.
- [18] P. Toth, D. Vigo. *Vehicle routing problems, methods, and applications*. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2014.
- [19] W. Yang, K. Mathur, R.H. Ballou. Stochastic vehicle routing problem with restocking. *Transportation Science* 34(1) (2000) 99–112.

Algoritmo Híbrido para Solucionar el Problema de Programación de Vehículos de Transporte Público con Múltiples Depósitos

Rubén Iván Bolaños, Antonio Hernando Escobar Zuluaga
Mauricio Granada Echeverri
Universidad Tecnológica de Pereira
{*ribolanos, aescobar, magra*}@utp.edu.co

César Augusto Marín Moreno, Luis Miguel Escobar Falcón
Integra S.A.
{*cmarin, lescobar*}@integra.com.co

Anand Subramanian
Universidade Federal da Paraíba
anand@ci.ufpb.br

Abstract

Se propone un algoritmo híbrido para solucionar el Problema de Asignación de Vehículos con Múltiples Depósitos. La metodología desarrolla un algoritmo genético, inicializado con tres constructivos especializados; la solución ofrecida por este es refinada a través de un modelo de Set Partitioning, cuyas columnas corresponden a los itinerarios presentes en la población final. El SP mejora la incumbente y brinda un punto inicial que disminuye el límite superior del modelo, resuelto luego a través de un solver MIP, llegando en la mayoría de las ocasiones a optimalidad en máximo de tiempo de cómputo de 500 segundos. El algoritmo es validado en casos de prueba compuestos por 2, 3 y 5 depósitos; y una carga de servicios variando entre 100 y 500. Así mismo, la metodología fue aplicada en un sistema de transporte real de Colombia (2 depósitos - 719 servicios), obteniendo una disminución en el tamaño de la flota requerida y una asignación balanceada de servicios disminuyendo los viajes en vacío.

Keywords: Vehicle Scheduling; Heurística; Mateheurística; Set Partitioning; Planeación Táctica; Bus Rapid Transit.

1 Introducción

De manera general, la planeación de los sistemas de transporte público de pasajeros, se aborda a través de la solución de sub-problemas, que son divididos en planificación estratégica, planeación táctica, planeación operacional y estrategias de control en tiempo real. Los sub-problemas se solucionan de manera secuencial, es decir, la solución del primer problema se convierte en insumo o entrada para la solución del siguiente hasta agotar las cuatro etapas de planeación identificadas.

Este artículo aborda el problema de planeación operativa, específicamente el problema de programación de vehículos (VSP del inglés *Vehicle Scheduling Problem* extendido a la versión que incluye múltiples depósitos (MDVSP del Inglés *Multi-Depot Vehicle Scheduling Problem*).

En la literatura especializada existen diversas metodologías aplicadas al problema de programación de vehículos VSP en casos de prueba académicos, sin embargo, dichos métodos deben ser flexibles desde el punto de vista computacional, ya que en los casos reales la cantidad de servicios crece de manera considerable en comparación con las instancias de prueba, esto hace que dichos problemas no puedan ser resueltos de manera exacta exclusivamente. De esta manera, la creación de itinerarios para cada vehículo se convierte en una de las tareas más complejas y requiere gran cantidad de tiempo en la gestión de la operación. Este proceso es un problema de gran interés ya que sin duda alguna el costo que representan los vehículos, ya sea por su adquisición o por uso, es uno de los costes más elevados dentro del presupuesto de la operación de los sistemas de transporte público [1].

Trabajos como [6], que presentan una metodología basada en un modelo de flujo en redes de costo mínimo, donde los autores abordan el problema de programación de vehículos con flota heterogénea (MVT-VSP), solucionan un caso real en Nueva Zelanda y los resultados muestran una mejora del 15%, en términos del costo de la flota de vehículos.

Otra forma de ver el VSP es planteada en [12] con un algoritmo de clonación, este presenta tiempos de cómputo cortos y capacidad para solucionar casos de gran tamaño, como es la operación de buses en Nanjing, China.

Finalmente, a través de un marco heurístico que combina una red de espacio-tiempo, el trabajo presentado en [5], aborda el problema de programación de vehículos con múltiples depósitos y flota heterogénea (MDVTSP), utilizando generación de columnas truncada y reducción del espacio de estados. Los resultados obtenidos son prometedores y constituyen una alternativa viable para resolver de forma eficiente el MDVTSP.

2 Descripción del Problema

El MDVSP puede ser representado a través de un conjunto T_1, T_2, \dots, T_n de tablas de programación (time tables) de viajes que deben ser realizados en un horizonte de tiempo τ . Cada viaje T_i está caracterizado tanto por el tiempo y lugar de inicio, así como el de finalización. Sea D_1, D_2, \dots, D_k el conjunto de depósitos y d_l el número de vehículos estacionados en el depósito D_l .

Una pareja de viajes (T_i, T_j) es compatible, si el viaje T_j puede ser realizado inmediatamente después de la finalización del viaje T_i por un mismo vehículo, esto es posible, si el tiempo de finalización del viaje T_i más el tiempo de viaje en vacío (deadhead) desde T_i hasta T_j (sumados con un margen de seguridad suficiente), es menor que el tiempo de inicio del viaje T_j .

Así las cosas, el **objetivo** del MDVSP es conectar o agrupar parejas de viajes en cadenas, iniciando y terminando en el mismo depósito de vehículos, de esta manera, un vehículo es asignado a cada uno de ellos de tal manera que la suma de los costos asociados a la operación sea mínimo.

La formulación propuesta en [9], es una alternativa adecuada de implementación, principalmente porque no presenta conjuntos de restricciones con explosión combinatorial.

En dicha formulación, se establece un modelo matemático basado en teoría de grafos para el MDVSP. Considerando un grafo $G = (V, A)$ definido de manera tal que, un conjunto de vértices $V = \{1, 2, \dots, n+k\}$ es particionado en $I = \{1, 2, \dots, m\}$, correspondiente a los viajes T_1, T_2, \dots, T_n , y $D = \{n+1, n+2, \dots, n+k\}$, correspondiendo a los depósitos D_1, D_2, \dots, D_k . El conjunto A

contiene los arcos (i, j) correspondiente a las parejas de viajes factibles (T_i, T_j) y todos los arcos de salidas y entradas a los depósitos $(i, n+l), (n+l, i)$ para $l = 1, 2, \dots, k$ e $i = 1, 2, \dots, n$. Un costo c_{ij} está asociado a cada arco de manera que, para cada $(i, j) \in I \times I$, dicho costo estima el consumo de combustible necesario para el viaje tipo deadhead desde i hasta j , y otras penalidades que quiera aplicar la compañía de transporte. El costo relativo a los enlaces desde o hacia un depósito se denotan como: $c_{n+l, n+l} = 0, l = 1, 2, \dots, k$ y $c_{n+l, n+l'} = \infty, l, l' = 1, 2, \dots, k, l \neq l'$.

En el caso particular en que las compañías de transporte busquen minimizar de manera simultánea el tamaño de la flota empleada y los costos de viajes en vacío (deadheads), entonces $c_{n+l, i}(c_{i, n+l})$ representa el costo del viaje en vacío desde el depósito D_l al lugar de inicio del viaje T_i (desde el lugar de finalización del viaje T_i al depósito D_l), mas la mitad del costo incurrido por la utilización del vehículo perteneciente al depósito D_l .

Ahora, el MDVSP consiste en encontrar el conjunto de circuitos de mínimo costo que cumplan las siguientes condiciones: (i) Cada vértice $i \in I$ es cubierto exactamente una vez por un circuito, (ii) Cada circuito contiene exactamente un vértice del conjunto D y (iii) El número de circuitos que cubren el vértice $n+l$ nunca excede $d_l(l = 1, 2, \dots, k)$.

3 Metodología propuesta

En esta sección se describe la metodología de solución propuesta en este trabajo, la cual se considera híbrida tanto en la generación de las soluciones iniciales, como en la metaheurística que realiza mejoras para ofrecer un punto inicial a la técnica exacta final. Se plantea un enfoque que busca aprovechar estrategias de exploración de grafos generales y específicos de problemas de ruteamiento de vehículos, ajustándolas a un problema de asignación, cuya red suele ser incompleta o inconexa en más del 50%. Este enfoque consiste en un Algoritmo Genético tipo Chu-Beasley [2] alimentado por constructivos especializados, que generan un repositorio (pool) de itinerarios para que un Set Partitioning obtenga la mejor combinación de dichos itinerarios y brinden un Upper Bound de mejor calidad como punto de inicio a un solver tipo MIP, que finalmente resuelve el MDVSP. Para fines prácticos, el algoritmo de esta metodología será referido como **GA+SP+B&C**.

3.1 Constructivos

Con el fin de inicializar la técnica metaheurística, se proponen los siguientes tres algoritmos constructivo.

- **Concurrent Scheduler Clusterizado (CSC):** En este procedimiento, se propone aplicar el método tradicional Concurrent Scheduler [3] adicionando una primera etapa de clusterización, es decir, el algoritmo inicia determinando desde qué depósito D_l debe ser atendido cada uno de los viajes T_i , para ello, se asigna cada viaje de manera heurística teniendo en cuenta el menor valor $c_{n+l, i}$. El paso siguiente consiste en ordenar los viajes asignados a cada depósito de acuerdo al tiempo de inicio de manera creciente. Una vez se tiene el orden cronológico, se crea cada itinerario teniendo en cuenta la factibilidad. Cuando sucede la primera infactibilidad, se termina el itinerario y se asigna a un vehículo del depósito. El proceso continúa de acuerdo al orden de los viajes restantes, y se repite hasta que no queden viajes por asignar en cada uno de los clústers. En caso de que el depósito con menor costo $c_{n+l, i}$ para atender el servicio T_i e iniciar el itinerario, no cuente con más vehículos, se reasignará al siguiente depósito con menor costo. El proceso termina cuando todos los viajes han sido asignados.

- **Secuencia de Atención de Mínimo Costo (SAMC):** El método se basa en la construcción de una secuencia general con todos los viajes T_i , es decir, solo se tienen en cuenta los nodos del conjunto I ; el primer viaje en la secuencia corresponde al viaje cuyo tiempo de inicio es menor. Los siguientes viajes en la secuencia se asignan de acuerdo al costo de la transición entre un par (i, j) de menor valor y que sea factible. Adicional a esto, el nodo terminal, en términos de teoría de grafos [7] debe tener como mínimo grado 2. Cuando la transición es infactible o no se satisface el requerimiento de mínimo grado, el algoritmo para y marca una subsecuencia que se toma como un itinerario. La construcción de la secuencia general continúa con los siguientes viajes que aún no han sido asignados, tomando como viaje de empalme aquel que posea el mayor grado de salida factible, y se repite el proceso anterior hasta que todos los viajes tengan un lugar en la secuencia general. Finalmente, las subsecuencias se toman como supernodos y se resuelve el Problema de Asignación Generalizada para relacionarlo con el conjunto de depósitos D , y tener una solución MDVSP completa.
- **División de Secuencia de Atención (DSA):** Este algoritmo corresponde a una adaptación de la metodología de división de secuencias propuesta en [11] y extendida en [8] para problemas de ruteamiento de vehículos. El método inicia con una secuencia de todos los viajes ordenados de manera ascendente por su tiempo de inicio. A partir de dicha secuencia se obtiene un subgrafo del problema original, cuya exploración exhaustiva permite la construcción de un digrafo o grafo auxiliar con todos los itinerarios y subitinerarios factibles posibles. Por ser un problema con múltiples depósitos, cada itinerario se repite en igual cantidad de veces como depósitos existan. El camino mínimo entre el viaje que inicia más temprano en la secuencia y el último en el digrafo, brinda la solución del MDVSP. En este trabajo se utiliza un modelo matemático de flujo mínimo para encontrar el camino más corto.

Es importante mencionar, que durante las pruebas realizadas, se observó que los constructivos no logran dominarse entre sí para las diferentes variantes, por el contrario, son complementarios para obtener resultados de buena calidad entre las diferentes instancias de la librería.

3.2 Algoritmo Genético (AG)

Después de generar varias soluciones iniciales con los constructivos, una metaheurística poblacional es una estrategia adecuada para sacar provecho de las programaciones construidas. Partiendo de esta base, se conforma la población inicial, complementándola con un procedimiento que busca obtener rápidamente un Upper Bound de la flota necesaria para la atención de los servicios. Este procedimiento consiste simplemente, en ordenar todos los servicios T_i ascendentemente por su tiempo de inicio, y construir itinerarios de manera consecutiva con esta secuencia.

En este trabajo se opta entonces por un Algoritmo Genético Chu-Beasley como metaheurística poblacional. Se emplea un criterio de aceptación elitista, y cuando es posible realizar actualización de la población, sólo se modifica la peor de las soluciones presentes. El objetivo de esta fase, es mejorar tanto como se pueda la combinación de soluciones generadas para disminuir el Upper Bound de las fases posteriores.

La codificación de las soluciones que conforman la población, está constituida por dos vectores; el primero representa el orden en el que los servicios son agregados a los itinerarios, y el segundo indica los vehículos a los cuales son asignados los servicios del primer vector, como se propone en

[10]. En este trabajo se mejora el criterio de asignación de los viajes a los itinerarios, utilizando un operador de inserción de los viajes a cada uno de los itinerarios en construcción.

3.3 Set Partitioning (SP)

Cuando concluyen las iteraciones del AG, la población inicial ha sido mejorada y la incumbente encontrada por la metaheurística está contenida en la misma. El objetivo del SP, es alcanzar una mejora rápida para disminuir el Upper Bound antes de resolver el modelo citado en la sección 2. En esta fase, se construye una solución con los mejores itinerarios de la población final entregada por el AG. La estrategia consiste en particionar cada solución (cada una es un conjunto de itinerarios) y realizar la reconstrucción óptima de una solución para el MDVSP.

En [13] se propone un modelo compacto de SP orientado a problemas de ruteamiento de vehículos con flota homogénea, heterogénea y variantes sutiles de los mismos. En este trabajo se aplica dicho modelo para el MDVSP de la siguiente manera: Sea \mathcal{R} el conjunto de todos los posibles itinerarios asignados a los diferentes depósitos y $\mathcal{R}_i \subseteq \mathcal{R}$ el conjunto de itinerarios que contienen el viaje o servicio $i \in I$ (I definido en la sección 2). Se define y_j como la variable binaria asociada al itinerario o cadena de servicios $j \in \mathcal{R}$, y c_j su costo. Sea $\mathcal{R}_l \subseteq \mathcal{R}$ el conjunto de rutas asignadas al depósito $l \in D$ y sea d_l el número de buses o vehículos disponibles en el depósito l (sección 2).

Dado que es un modelo compacto que contendrá alrededor de miles de itinerarios, el modelo es resuelto fácilmente con CPLEX® Version 12.7, construyendo la mejor solución posible con el repositorio de itinerarios (pool) que ofrece la población final del AG.

3.4 Punto inicial y solución del modelo

Finalmente, el Upper Bound, mejorado por las etapas previas, facilita la solución del modelo utilizado en este trabajo [9]. Se utiliza un solver MIP que utiliza mecanismos basados en Branch-and-Cut para encontrar la mejor asignación de servicios a los vehículos.

4 Resultados Computacionales

Este trabajo fue implementado en C++® bajo sistema operativo Linux, distribución Ubuntu 16.04.03 de 64-bits LTS junto con el solver CPLEX® Version 12.7 de 64-bits. Los experimentos fueron realizados en un procesador Intel® Core™ i5-4570 CPU de 3.20GHz \times 4, y 8 GB de memoria RAM.

Para validar la efectividad del enfoque propuesto en este trabajo, se utilizó la librería de la literatura especializada presentada en [4]. Estos casos de prueba están conformados por 10 instancias por cada una de las variantes. Las variantes combinan 100, 200, 300, 400 y 500 servicios con 2 depósitos. Para 3 depósitos manejan un máximo de 400 servicios y finalmente para 5 depósitos un máximo de 300 servicios. En las Tablas 1, 2 y 3 se agrupan las 10 instancias de cada variante, y se presentan los promedios correspondientes para cada uno de los grupos (**OPT**, valor óptimo de la función objetivo). En la misma, se muestran de manera comparativa el número de vehículos empleados promedio (**NV**), los tiempos de cómputo en segundos (**T(s)**) y los GAPS que presentan las diferentes etapas de la metodología.

Table 1: Consolidado (promedio) de los grupos de instancias con 2 depósitos

Instancias	Fischetti et al. [4]			GA+SP+B&C				
	OPT	NV	T(s)	GAP AG	GAP SP	GAP B&C	NV	T(s)
2-100	309258,4	27,90	0,60	2,46%	1,21%	0,00%	27,90	2,345
2-200	606028,1	54,80	23,30	3,12%	1,13%	0,00%	54,80	30,014
2-300	833318,7	75,50	84,16	3,35%	1,77%	0,00%	75,50	130,189
2-400	1115927,9	101,40	297,94	3,11%	1,98%	0,00%	101,40	361,886
2-500	1373243,4	125,10	1160,73	3,94%	1,89%	0,19%	125,10	481,911

Table 2: Consolidado (promedio) de los grupos de instancias con 3 depósitos

Instancias	Fischetti et al. [4]			GA+SP+B&C				
	OPT	NV	T(s)	GAP AG	GAP SP	GAP B&C	NV	T(s)
3-100	309642,3	28,20	2,80	2,65%	1,19%	0,00%	28,0	39,051
3-200	584726	53,60	72,74	3,49%	1,36%	0,01%	53,60	233,718
3-300	831986,7	76,50	339,84	3,91%	1,99%	0,02%	76,50	472,109
3-400	1084336,6	99,90	3177,63	3,54%	2,13%	0,40%	99,90	847,763

Table 3: Consolidado (promedio) de los grupos de instancias con 5 depósitos

Instancias	Fischetti et al. [4]			GA+SP+B&C				
	OPT	NV	T(s)	GAP AG	GAP SP	GAP B&C	NV	T(s)
5-100	320728,9	29,50	22,49	2,95%	1,40%	0,00%	29,50	249,597
5-200	587420,1	54,30	341,43	3,66%	1,76%	0,08%	54,30	461,198889
5-300	827447	76,80	3130,49	4,28%	2,20%	0,61%	76,80	499,16

El algoritmo propuesto, además de alcanzar la optimalidad en la mayoría de los casos de prueba, también encuentra el número de vehículos óptimo requerido en todas las instancias; lo cual permite concluir que el algoritmo es efectivo para los casos de la literatura especializada y puede ser extendido a un caso de prueba real de transporte público masivo de pasajeros.

4.1 Aplicación a un Caso Real

Los resultados tanto de los constructivos, como del algoritmo GA+SP+B&C aplicados al caso de operación para días hábiles en el caso real, se muestran en la Tabla 4 y en las Figuras 1(a) y 1(b). El caso de prueba real está constituido por dos depósitos o estacionamientos de vehículos y 719 servicios que deben ser atendidos por la flota disponible.

Table 4: Tabla Comparativa Constructivos Caso Real Día Hábil

Instancia	NV			
	Programación Manual	CSC	SAMC	DSA
719 viajes - 2 depósitos	36	66	35	36

Como se observa en la Tabla 4, solamente aplicando los constructivos especializados, se logra una disminución de un vehículo en la flota necesaria para la atención de la totalidad de los servicios en un día hábil. En las etapas posteriores no se logra una disminución del número de vehículos, dado que la demanda es muy alta, pero el algoritmo GA+SP+B&C disminuye los viajes en vacío, y logra una distribución uniforme en la asignación de servicios a los buses. Esto se evidencia en las

Figuras 1(a) con una función objetivo de 20240 y 1(b) con una función objetivo de 17504, las cuales contrastan la asignación arrojada por la incumbente de la población inicial y la solución obtenida por la metodología (no óptima pero de mejor calidad), respectivamente.

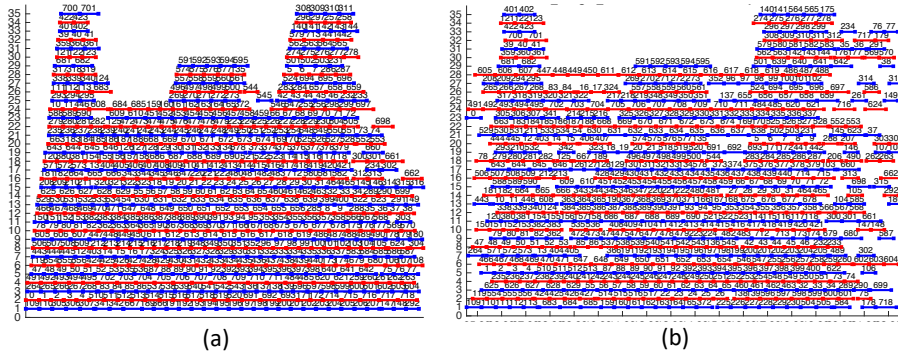


Figure 1: Impacto del algoritmo en la asignación resultante

Es posible concluir entonces, que el número de vehículos utilizados está en su punto mínimo, y que los viajes en vacío fueron reducidos notablemente.

5 Agradecimientos

Los autores agradecen el apoyo de Integra S.A., COLCIENCIAS, Servicio Nacional de Aprendizaje SENA, el Programa de Maestría en Ingeniería Eléctrica de la Universidad Tecnológica de Pereira y el Programa de Doctorado en Ingeniería de la misma universidad.

6 Conclusiones y Trabajos Futuros

En este artículo se propone una metodología híbrida que involucra algoritmos constructivos, una metaheurística, un método de Set Partitioning y la solución de un MIP, la metodología propuesta es capaz de resolver casos de prueba de tamaño considerable tanto de la literatura especializada como un caso real, en tiempos de computo razonables. La aproximación al MDVSP con técnicas utilizadas comúnmente en problemas de ruteamiento de vehículos presentan un desarrollo adecuado, ofreciendo especial estabilidad cuando se incrementa el número de depósitos y la cantidad de viajes. Para un trabajo futuro, se propone la inclusión de tareas de mantenimiento de los vehículos para modelar de manera más realista la operación en esta metodología, que ha sido probada detenidamente. Finalmente, técnicas de cómputo especializadas, entre ellas procesamiento paralelo, podrían disminuir los tiempos de cómputo excesivos que surgen en algoritmos complejos de un solo hilo como el que se describe en este trabajo.

References

- [1] Avishai Ceder. *Public Transit Planning and Operation: Theory, modelling and practice*. Elsevier, Linacre House, Jordan Hill, Oxford OX2 8DP 30 Corporate Drive, Suite 400, Burlington, MA 01803, 1 edition, 2007.

- [2] Paul C Chu and John E Beasley. A genetic algorithm for the multidimensional knapsack problem. *Journal of heuristics*, 4(1):63–86, 1998.
- [3] Mauro Dell’Amico, Matteo Fischetti, and Paolo Toth. Heuristic algorithms for the multiple depot vehicle scheduling problem. *Management Science*, 39(1):115–125, 1993.
- [4] Matteo Fischetti, Andrea Lodi, and Paolo Toth. A branch-and-cut algorithm for the multiple depot vehicle scheduling problem. *Dipartimento di Elettronica e Informatica, Università di Padova, Italy*, 1999.
- [5] Pablo C Guedes and Denis Borenstein. Column generation based heuristic framework for the multiple-depot vehicle type scheduling problem. *Computers & Industrial Engineering*, 90:361–370, 2015.
- [6] Stephan Hassold and Avishai Ceder. Public transport vehicle scheduling featuring multiple vehicle types. *Transportation Research Part B*, 67:129–143, 2014.
- [7] Dieter Jungnickel. *Graphs, networks and algorithms*, volume 5. Springer Science & Business Media, 2007.
- [8] Shuguang Liu, Weilai Huang, and Huiming Ma. An effective genetic algorithm for the fleet size and mix vehicle routing problems. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 45(3):434 – 445, 2009.
- [9] Marta Mesquita and J Paixão. Multiple depot vehicle scheduling problem: A new heuristic based on quasi-assignment algorithms. In *Computer-Aided Transit Scheduling*, pages 167–180. Springer, 1992.
- [10] Yang-Byung Park. A hybrid genetic algorithm for the vehicle scheduling problem with due times and time deadlines. *International Journal of Production Economics*, 73(2):175–188, 2001.
- [11] Christian Prins. A simple and effective evolutionary algorithm for the vehicle routing problem. *Computers Operations Research*, 31(12):1985 – 2002, 2004.
- [12] Xinguo Shui, Xingquan Zuo, Cheng Chen, and Alice E. Smith. A clonal selection algorithm for urban bus vehicle scheduling. *Applied Soft Computing*, 36:36–44, 2015.
- [13] Anand Subramanian, Eduardo Uchoa, and Luiz Satoru Ochi. A hybrid algorithm for a class of vehicle routing problems. *Computers & Operations Research*, 40(10):2519–2531, 2013.

Análise da colaboração na cadeia de suprimentos de uma empresa da indústria farmacêutica no elo fornecedor-cliente

RAFAELA REY COSTA TOSTES

Merck Group
rafaelarct@gmail.com

PRISCILLA CRISTINA CABRAL RIBEIRO

Universidade Federal Fluminense
priscillaribeiro@id.uff.br

MARIA HELENA CAMPOS SOARES DE MELLO

Universidade Federal Fluminense
mhelena@id.uff.br

MARCELO MACIEL MONTEIRO

Universidade Federal Fluminense
mmaciel@id.uff.br

Resumo

Com a complexidade da cadeia de suprimentos da indústria farmacêutica e o aumento do nível de serviço demandado pelo consumidor, as empresas passaram a utilizar práticas para gerir melhor sua cadeia de suprimentos. Uma destas práticas é a colaboração entre os elos da cadeia por meio das ferramentas de colaboração. Por isso, este trabalho tem como objetivo analisar a colaboração, na cadeia de suprimentos de uma empresa multinacional da indústria farmacêutica no elo fornecedor-cliente. Para isso, foi utilizada uma pesquisa qualitativa a partir de entrevistas semiestruturadas em quatro áreas da empresa estudada (demanda; propaganda e *marketing*; comercial; planejamento e controle da produção) e dois de seus clientes. Como resultado, o estudo sugere melhorias, como redesenho de processos, maior integração entre fornecedor e cliente, e a implementação de uma ferramenta de colaboração, para que a cadeia de suprimentos possa tornar-se mais colaborativa.

Palavras-chave: Colaboração, Cadeia de Suprimentos, Indústria Farmacêutica, Distribuidoras.

1. Introdução

A Gestão da Cadeia de Suprimentos (GCS) tem sido uma forma que as organizações encontraram para responder positivamente aos desafios vindos do mercado (Chan *et al.*, 2012; Hudnurkar *et al.*, 2014). Inserida nessa grande área de conhecimento, a discussão sobre colaboração tem atraído pesquisadores e organizações (Bookbinder *et al.*, 2010; Khang *et al.*, 2010).

Cohen e Roussel (2013) definiram a colaboração como um meio pelo qual membros da cadeia de suprimentos (CS) trabalham juntos para atingir um objetivo mútuo, dividindo ideias, informações, conhecimento, riscos e recompensas. Ela pode ser melhorada com o uso de ferramentas, como o *Efficient Consumer Response* (ECR), o *Collaborative Planning, Forecasting and Replenishment* (CPFR), e o *Vendor Managed Inventory* (VMI) (Guimarães *et al.*, 2015).

Essas ferramentas podem auxiliar na colaboração em qualquer empresa e, unidas a uma análise da GCS, melhorar os resultados em uma indústria. De acordo com Candan e Yazgan (2016), a indústria farmacêutica

caracteriza-se por pertencer a uma cadeia de suprimento que possui uma grande quantidade de produtos em estoque, os *Stock Keeping Units* (SKUs), entre outras questões. Este trabalho tem como objetivo analisar a colaboração na cadeia de suprimentos de uma empresa multinacional da indústria farmacêutica no elo fornecedor-cliente.

2. GCS, colaboração e a indústria farmacêutica: configuração, ferramentas e problemas

Para ajudar a identificar o nível de colaboração em uma cadeia de suprimentos, Holweg *et al.* (2005) definiram quatro diferentes configurações, que são: cadeia de suprimentos tradicional, troca de informações, estoque gerenciado pelo fornecedor e cadeia sincronizada. Além disso, observa-se duas classificações que podem ser adotadas: *lean* e *agile*. Dada a diversidade e dinâmica das cadeias de suprimentos, estas duas classificações podem ser adotadas em conjunto pela mesma CS para potencializar o seu desempenho (Mason-Jones *et al.*, 2000). Naylor *et al.* (1999) a denominaram como *leagility* ou *leagile* (Agarwal *et al.*, 2006; Naim; Gosling, 2011). Uma CS *leagile* tem os custos dominantes, tanto físicos, quanto de comercialização, a margem de lucro é considerada média, assim como a variedade de produto. No entanto o ciclo de vida do produto é o mesmo que para uma CS *agile*, curto, e a demanda de mercado é volátil e imprevisível (Agarwal *et al.*, 2006).

Para um melhor desempenho da CS, é necessária a colaboração, via algumas ferramentas: ECR, VMI e CPFR (Sari, 2008; Danese, 2011; Kamalapur *et al.*, 2013; Xu *et al.*, 2015). Elas possuem vantagens e desvantagens encontradas na literatura (Barratt; Oliveira, 2001; Attaran; Attaran, 2007; Pires, 2007; Danese, 2011; Hollmann *et al.*, 2015). Na cadeia de suprimentos da indústria farmacêutica há elos como qualquer outra CS, que demandam integração, conforme a Figura 1:

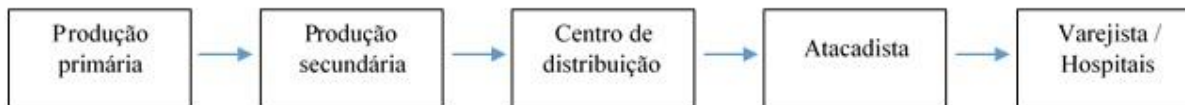


Figura 1 - Elos da CS na Indústria Farmacêutica

Fonte: Shah (2004)

Segundo o mesmo autor, os processos de uma cadeia de suprimentos dessa indústria variam de empresa para empresa, mas os macroprocessos costumam ser os mesmos. Contudo, as empresas farmacêuticas enfrentam alguns problemas ao realizar tais processos, como a dificuldade de projetar a capacidade futura uma vez que a demanda é variável (Shah, 2004). Esta flutuação ocorre devido à incerteza gerada pela inserção de um novo produto a cada um ou dois anos. Além disso, há outros problemas: baixa tecnologia do processo de manufatura, tornando-o longo e inflexível, alta sensibilidade das matérias-primas e a necessidade de garantir a qualidade dos produtos finais, forte regulamentação dos órgãos governamentais, uso intenso de recursos para as operações, curto prazo de validade do produto final e alto índice de desperdício (Shah, 2004; Candan; Yazgan, 2016).

De acordo com as características apresentadas por Shah (2004), pode-se resumir que esta cadeia possui os seguintes aspectos: capacidade baixa de produção; variabilidade alta de demanda; e competitividade alta no mercado. Diante de tais características, Kamalapur *et al.* (2013) verificaram que, para esta indústria, o melhor método colaborativo a ser adotado é o CPFR. Os benefícios e redução em custos são maiores com o uso dessa ferramenta, tanto para o distribuidor, quanto para o produtor.

Um diferencial da colaboração é o processo de reposição se estender além da parceria produtor-distribuidor, todos os elos da cadeia devem estar integrados. Os benefícios listados pelo VICS (2004) são: redução de estoque, da possibilidade de falta de estoque, maior visibilidade para uma reposição de produto; alinhamento da capacidade de produção com a demanda. Esta configuração de colaboração vai ao encontro com a sugestão de Holmstrom *et al.* (2002), de implementar o CPFR com o VMI. A colaboração na cadeia de suprimentos da indústria farmacêutica, como visto em Shah (2004) e Candan e Yazgan (2016), tem muito a receber com essa implementação.

3. Método

Neste artigo foi utilizada a pesquisa exploratória, o método utilizado foi o estudo de caso com traços de pesquisa-ação, e uma abordagem qualitativa. Dentre as técnicas de coleta de dados, para este artigo, foi utilizada a técnica de observação direta intensiva, a partir de entrevista e observação, e foi realizada com colaboradores de áreas identificadas que têm maior influência na cadeia de suprimentos (Lakatos; Marconi, 2004). O instrumento de pesquisa foi um roteiro de perguntas abertas e fechadas. A pesquisa seguiu duas etapas, a análise e a interpretação (Lakatos; Marconi, 2004). Para a primeira etapa, foram analisadas as respostas obtidas através das entrevistas relacionando-as com a teoria inferida na revisão de literatura. Após esta análise, foi possível interpretar estes dados e obter conclusões do estudo. A amostra foi uma empresa e os entrevistados foram colaboradores de cada uma das áreas envolvidas com a questão da CS: demanda (E1); propaganda e *marketing* (P&M) (E2); comercial (E3); planejamento e controle da produção (PCP) (E4). A organização escolhida possui três tipos de clientes: distribuidores, redes de farmácia e órgãos públicos. Como não foi possível acesso a um órgão público, foram entrevistados: um colaborador do distribuidor mais representativo em relação ao valor de venda e um colaborador de umas das maiores redes de farmácias do Estado do Rio de Janeiro.

4. Discussão e análise de resultados

4.1 Apresentação das empresas

A empresa objeto do estudo de caso é uma empresa multinacional do setor farmacêutico e químico, instalada no Brasil no início do século XX. Para manter o seu anonimato, ela será identificada como empresa X. Dentre os produtos comercializados, a pesquisa foi realizada no grupo dos medicamentos a granel e líquidos. A empresa possui cerca de 70 clientes cadastrados. Contudo, deste montante, há 18 principais que representam cerca de 95% do faturamento anual da empresa. Para este estudo foram selecionados dois dentre os 18 principais clientes, que serão identificados como Empresa Y e Empresa Z, e que responderam ao contato realizado.

4.2 Discussão dos Resultados

Pelas observações e entrevistas, foi identificado que a CS da empresa X tem características *leagile*, embora ela esteja em um momento de transição. Para quatro entrevistados, a configuração da CS da empresa X é a troca de informações, mas os demais identificaram características de uma cadeia sincronizada, segundo Holweg *et al.* (2005).

Os problemas de uma cadeia de suprimentos da indústria farmacêutica identificados na literatura foram comprovados na CS da empresa, o principal foi a forte regulamentação dos órgãos governamentais (Shah, 2004; Candan; Yazgan, 2016), mas também foram encontrados: curto prazo de validade do produto final (Shah, 2004); processo de planejamento integrado (IBP) (Bauman, 2010; Holmann *et al.*, 2015; Vieira *et al.*, 2010); falta de sincronia entre as áreas da empresa (Kurt Salmon Associates, 1993; Barrat; Oliveira, 2001).

Quanto a algumas questões sobre colaboração, na questão relacionamento fornecedor-cliente, ao confrontar a literatura (Barrat e Oliveira, 2001; Pires, 2007; Hollmann *et al.*, 2015; Julianelli, 2016) com o que ocorre na empresa, há divergência entre os entrevistados, para a maioria há confiança, respeito e transparência. Diferente do que apresenta a literatura (Simatupang; Sridharan, 2004), não há características que comprovem o compartilhamento de riscos, custos e benefícios e não há características de processos únicos de decisão.

Nos processos de S&OP e IBP na empresa X, há uma distinção entre a literatura e o que ocorre na empresa, pois o VICS (2010) explica que IBP ocorre quando há a união do processo de S&OP com uma ferramenta como o CPFR e pelo trabalho conjunto de dois ou mais parceiros da CS. Entretanto, a empresa denomina seu processo como IBP sem fazer uso de ferramenta e sem parcerias com clientes.

Sobre o processo de previsão de vendas, ela pode ser realizada de forma integrada entre os membros da cadeia (Wang; Xu, 2014) ou individualmente e, posteriormente, ser discutida para chegar a uma única previsão (Whipple; Russel, 2007). No entanto, é possível perceber que os clientes não participam diretamente deste processo, e que há variações, principalmente no setor de P&M.

Foi detectada uma colaboração entre os parceiros da cadeia (empresas X, Y e Z), e uso de ferramentas de colaboração (Gomes; Klieman Neto, 2015). Foi possível identificar, também, uma forma de ECR na empresa ao confrontar o sistema integrado entre os pontos de vendas e o CD da empresa Z descrito pelo entrevistado 6 e a explicação da ferramenta por Pires (2009). Ao implementar uma ferramenta de colaboração na cadeia suprimentos, a literatura (Tyan; Wee, 2003; Sari, 2008; Kamalapur *et al.*, 2013) sugere identificar quem possui maior influência na CS. Para os entrevistados 2, 3 e 4 os clientes são os maiores detentores de influência no mercado farmacêutico nacional. No entanto, para os entrevistados 5 e 6, a indústria possui maior influência na tomada de decisão da CS pois eles detêm o conhecimento da fabricação dos produtos.

Tabela 1 - Colaboração na CS da empresa X

Questões	Autores	Resultados
Relacionamento fornecedor-cliente	Barratt e Oliveira (2001) e Pires (2007) e Heavey <i>et al.</i> (2015) e Hollmann <i>et al.</i> (2015) e Julianelli (2016)	E2, E4 e E5: Confiança, respeito e transparência na relação E1 e E6: Não há confiança total pois o cliente busca sempre o melhor preço
Relacionamento entre a área de vendas do fornecedor com a área de compras do cliente	Julianelli (2016)	E1, E2, E4, E5 e E6: Há um bom relacionamento Cada cliente ter um gerente de conta responsável por atendê-lo aproxima essa relação.
Alinhamento de incentivos	Simatupang e Sridharan (2004)	Não há características que comprovem o compartilhamento de riscos, custos e benefícios
Sincronização das decisões	Simatupang e Sridharan (2004)	Não há características de processos únicos de decisão para atender o cliente final
Compartilhamento de informação	Simatupang e Sridharan (2004)	Ferramenta utilizada pelos representantes de vendas da empresa X Envio dos mapas de estoque dos clientes para a empresa X
Previsão de venda	Whipple e Russel (2007) e Wang e Xu (2014)	Elaborada durante o processo de IBP que está preparado para absorver variações de mercado
Processo de IBP	Baumann (2010) e VICS (2010)	Processo incompleto pois não há integração a uma ferramenta de colaboração Falta de participação dos clientes neste processo
Efeito Chicote	Lee <i>et al.</i> (1997) e Holweg <i>et al.</i> (2005)	As demandas do cliente final e do distribuidor estão alinhadas Não há acesso imediato às informações de mercado, podendo causar ruptura no distribuidor
Ferramentas (ECR, VMI, CPFR)	Pires (2009) e Gomes e Klieman Neto (2015)	E1, E2, E4 e E6: Desconhecem o que são ferramentas de colaboração Colaboração no sistema utilizado pelos representantes de vendas da empresa X ECR na empresa Z entre o CD e os pontos de venda
Maior influência na CS	Tyan e Wee (2003) e Sari (2008) e Kamalapur <i>et al.</i> (2013)	E2, E3 e E4: os clientes (distribuidores e redes de farmácia) pois possuem o poder de negociação E1, E5 e E6: a indústria pois detêm o conhecimento da fabricação dos produtos
Ganho mútuo para as empresas	Simatupang e Sridharan (2002) e Holweg <i>et al.</i> (2005)	Processo de deslocamento de produto com validade curta para um distribuidor que consiga escoá-lo
Transparência nas informações	Danese (2011)	Através do compartilhamento dos mapas de estoque dos clientes para a empresa X
Busca por vantagem competitiva na CS	Mentzer <i>et al.</i> (2001)	Através dos contratos para incrementar a demanda de um produto, aumentando a rentabilidade para as empresas

5. Conclusões

Apesar de não apresentar uma colaboração total entre os elos, a empresa está buscando melhorias em seu processo que permitam elevar o nível de colaboração dentro de sua CS. Estas melhorias incluem a adoção do processo de IBP, a utilização de tecnologias de EDI e o estreitamento da relação produtor-cliente para promover a integração. Como consequência, a empresa pode perder espaço no mercado ao ter dificuldades para reduzir seus preços, que são mais altos que os preços praticados pelos seus rivais. Sugere-se que a empresa X reformule suas reuniões de IBP para que os clientes possam participar e, juntos, construam uma previsão de vendas mais sólida.

A empresa X não possui uma sincronia entre as suas áreas. Por isso, é preciso melhorar o fluxo interno e alinhar os objetivos entre as diretorias, via TIs. Um fator que prejudica a implementação e o sucesso da colaboração é a falta do alinhamento de incentivos e sincronização das decisões. Essa ausência dificulta a colaboração e contribui para o efeito chicote, que ocorre na empresa X, aumentando os custos na cadeia e a possibilidade de falta de estoque. Como a empresa Z já apresenta um sistema integrado entre seu CD e os pontos de venda do grupo, este estudo sugere que as empresas X e Z explorem mais este sistema para que, futuramente, ele possa ser integrado com a empresa X, compartilhando os custos de destruição desta última para que possam escoar produtos com validade curta.

Os autores afirmam que o principal fator para o sucesso da colaboração é a confiança entre os parceiros. Apesar do bom relacionamento entre a empresa X e seus clientes, percebido pelas entrevistas, é necessário estreitar esta relação.

Foi possível identificar um sistema similar ao VMI e o processo de S&OP na empresa X e uma ferramenta de ECR na empresa Z. Entretanto, devido às características do mercado farmacêutico como variabilidade alta de demanda e competitividade alta no mercado, indica-se o uso da ferramenta do CPFMR descrita por Whipple e Russel (2007). Nesta configuração não estarão as oito etapas descritas pelo VICS (2004), mas o processo mais crítico para a empresa X, a previsão de vendas, passará a ser realizado em conjunto com seus principais clientes, reduzindo, assim, a probabilidade de grande variação nas vendas. Ainda assim, é necessário que a ferramenta de colaboração seja implantada pelos dois elos da cadeia, diferente do que ocorre hoje, um uso isolado de uma ferramenta.

Referências

1. A. Agarwal and R. Shankar and M. K. Tiwari. Modeling the metrics of lean, agile and leagile supply chain: An ANP-based approach. *European Journal of Operational Research*, 173(1):211-225, 2006.
2. M. Attaran and S. Attaran. Collaborative supply chain management: the most promising practice for building efficient and sustainable supply chains. *Business Process Management Journal*, 13(3):390-404, 2007.
3. M. Barratt and A. Oliveira. Exploring the experiences of collaborative planning initiatives. *International Journal of Physical Distribution & Logistics Management*, 31(4):66-289, 2001.
4. F. Baumann. The shelf-connected supply chain: strategically linking CPFMR with S&OP at the executive level. *Journal of Business Forecasting*, 29(4):21-28, 2010.
5. J. H. Bookbinder and M. Gümüş and E. M. Jewkes. Calculating the benefits of vendor managed inventory in a manufacturer-retailer system. *International Journal of Production Research*, 48(19):5549-5571, 2010.
6. G. Candan and H. R. Yazgan. A novel approach for inventory problem in the pharmaceutical supply chain. *DARU Journal of Pharmaceutical Sciences*, 24(1):1, 2016.
7. F. T. S. Chan and A. Y. L. Chong and L. Zhou. An empirical investigation of factors affecting e-collaboration diffusion in SMEs. *International Journal of Production Economics*, 138(2):329-344, 2012.
8. S. Cohen and J. Roussel. *Strategic Supply Chain Management: The Five Disciplines For Top Performance*. New York: McGraw Hill Education, 2013.
9. P. Danese. Towards a contingency theory of collaborative planning initiatives in supply networks. *International Journal of Production Research*, v.49, n.4, p.1081-1103, 2011.

10. R. Evans and A. Danks. Strategic Supply Chain Management. In: J. Gattorna. *Strategic Supply Chain Alignment: Best Practice in Supply Chain Management*. Reino Unido: Gower Publishing Ltd, cap. 2, 1998.
11. L. de C. Gomes and F. J. Kliemann Neto. Métodos colaborativos na gestão de cadeias de suprimentos: Desafios de implementação. *Revista de Administração de Empresas*, 55(5):563-577, 2015.
12. T. Guimarães and C. Scarpin and M. T. Steiner. Políticas de distribuição com lote econômico de entrega em problemas de roteirização com estoque gerenciado pelo fornecedor e sistema logístico em três níveis. *Gestão & Produção*, 22(1):133-148, 2015.
13. R. L. Hollmann and L. F. Scavarda and A. M. T. Thomé. Collaborative planning, forecasting and replenishment: a literature review. *International Journal of Productivity and Performance Management*, 64(7):971-993, 2015.
14. J. Holmstrom and K. Främling and J. Tuomi and T. Ala-Risku. Implementing Collaboration Process Networks. *The International Journal of Logistics Management*, 13(2):39-50, 2002.
15. M. Holweg and S. Disney and J. Holmstrom and J. Smaros. Supply chain collaboration: Making sense of the strategy continuum. *European Management Journal*, 23(2):170-181, 2005.
16. M. Hudnurkar and S. Jakhar and U. Rathod. Factors affecting collaboration in supply chain: A literature review. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 133:189-202, 2014.
17. L. Julianelli. *Uma breve revisão do CPFR – Collaborative Planning, Forecasting and Replenishment para empresas*. 14/03/2016. Disponível em: <http://www.ilos.com.br/web/uma-breve-revisao-do-cpfr-collaborative-planning-forecasting-and-replenishment/>. Acesso em 13/01/2017.
18. R. Kamalapur and D. Lyth and A. Houshyar. Benefits of CPFR and VMI collaboration strategies: A simulation study. *Journal of Operations and Supply Chain Management*, 6(2):59, 2013.
19. T. S. Khang and V. Arumugan and A. Y. Chong and F. T. S. Chan. Relationship between supply chain management practices and organisation performance: a case study in the Malaysian service industry. *International Journal of Modelling in Operations Management*, 1(1):84-106, 2010.
20. Kurt Salmon Associates. *Efficient Consumer Response: Enhancing Consumer Value in the Grocery Industry*. Food Marketing Institute. Washington, DC. 1993
21. E. M. Lakatos and M. de A. Marconi. *Fundamentos da Metodologia Científica*. 5 ed. São Paulo: Altas, 2010.
22. H. L. Lee and V. Padmanabhan and S. Whang. The bullwhip effect in supply chains. *Sloan Management Review*, 38(3):93, 1997.
23. R. Mason-Jones and B. Naylor and D. R. Towill. Engineering the leagile supply chain. *International Journal of Agile Management Systems*, 2(1):54-61, 2000.
24. J. T. Mentzer and W. Dewitt and J. S. Keebler and S. Min and N. W. Nix and C. D. Smith and Z. G. Zacharia. Defining supply chain management. *Journal of Business Logistics*, 22(2):1-25, 2001.
25. M. M. Naim and J. Gosling. On leanness, agility and leagile supply chains. *International Journal of Production Economics*, 131(1):342-354, 2011.
26. J. B. Naylor and M. M. Naim and D. Berry. Leagility: integrating the lean and agile manufacturing paradigms in the total supply chain. *International Journal of Production Economics*, 62(1):107-118, 1999.
27. S.R.I. Pires. *Gestão da Cadeia de Suprimentos: conceitos, estratégias, práticas e casos*. 2 ed. São Paulo: Atlas, 2007.
28. K. Sari. On the benefits of CPFR and VMI: A comparative simulation study. *International Journal of Production Economics*, 113(2):575-586, 2008.
29. N. Shah. Pharmaceutical supply chains: key issues and strategies for optimisation. *Computers & Chemical Engineering*, 28(6):929-941, 2004.
30. T. M. Simatupang and R. Sridharan. Benchmarking supply chain collaboration: an empirical study. *Benchmarking: An International Journal*, 11(5):484-503, 2004.
31. T. M. Simatupang and R. Sridharan. The collaborative supply chain. *The International Journal of Logistics Management*, 13(1):15-30, 2002.
32. J. G. V. Vieira and H. T. Y. Yoshizaki and L. J. Lustosa. Um estudo exploratório sobre colaboração logística num grande varejo supermercadista. *Revista Produção*, 20(1):135-147, 2010.
33. Voluntary Interindustry Commerce Standards (VICS). *Linking CPFR and S&OP: a roadmap to integrated business planning*. 2010. Disponível em:

- https://www.gs1us.org/DesktopModules/Bring2mind/DMX/Download.aspx?command=core_download&entryid=433&language=en-US&PortalId=0&TabId=134. Acesso em 29/05/2017
34. _____ . *CPFR - Collaborative Planning, Forecasting and Replenishment - Guidelines* 2004. Disponível em: http://vics.org/docs/committees/cpfr/cpfr_overview_us-A4.pdf. Acesso em 10/05/2016.
 35. W. J. WANG and Q. XU. A Bayesian Combination Forecasting Model for Retail Supply Chain Coordination. *Journal of applied research and technology*, 12(2):315-324, 2014.
 36. J. Tyana and H. M. Wee. Vendor managed inventory: a survey of the Taiwanese grocery industry. *Journal of Purchasing & Supply Management*, 9:11–18, 2003.
 37. J. M. Whipple and D. Russell. Building supply chain collaboration: a typology of collaborative approaches. *The International Journal of Logistics Management*, 18(2):174-196, 2007.
 38. K. XU and Y. DONG and Y. XIA. ‘Too Little’ or ‘Too Late’: The timing of supply chain demand collaboration. *European Journal of Operational Research*, 241(2):370-380, 2015.

Identificação das potências olímpicas da história utilizando uma metodologia baseada em sucessivos cálculos do núcleo h

Bruno Guimarães Torres
Universidade Federal Fluminense
brunotorres@id.uff.br

Juliana de Castro Reis
Universidade Federal Fluminense
juliana.dcreis@gmail.com

João Carlos Correia Baptista Soares de Mello
Universidade Federal Fluminense
jcsmello@producao.uff.br

Resumo

Os Jogos Olímpicos foram criados em 1886, onde 241 homens competiram em 10 modalidades. Desde então, novas edições vêm sendo realizadas de 4 em 4 anos, com cada vez mais atletas, países competidores, e mais modalidades disputadas. Apesar de não existir um *ranking* oficial divulgado pelo Comitê Olímpico Internacional (COI), os meios de comunicação sempre criam *rankings* para avaliar a participação dos países. Este estudo propõe uma metodologia para analisar a performance dos países, através da aplicação de sucessivos índices h e núcleos h, onde o objetivo não é gerar uma classificação final, e sim identificar as potências olímpicas da história dos Jogos. Os conceitos de índice h e núcleo h foram utilizados para eliminar o problema da subjetividade de cada decisor na escolha das potências. Como resultado, 6 países foram apontados como as potências olímpicas da história: EUA, URSS, Alemanha, Reino Unido, China e Rússia.

Palavras-Chave: Índice h; Núcleo h; Jogos Olímpicos.

1 Introdução

Os Jogos Olímpicos são uma das maiores competições esportivas entre países do mundo. Suas edições sempre foram palco de disputas intensas, não apenas para os atletas, mas também para as nações, que querem obter maior poder e influência ganhando mais medalhas que as outras. As Olimpíadas de Berlim, em 1936, por exemplo, foram utilizadas por Hitler como forma de demonstrar a força do Regime Nazista. Da mesma forma, durante a Guerra Fria, Estados Unidos e União Soviética lutavam para ver qual país era o mais imponente (Wallechinsky, 2004).

Mesmo com essa competição intensa entre países, o Comitê Olímpico Internacional, responsável pela organização dos Jogos, nunca divulgou um *ranking* oficial das nações. O

quadro geral de medalhas das Olimpíadas mais conhecido é elaborado pela mídia e utiliza o método lexicográfico. Este método leva em consideração a soma das medalhas de ouro conquistadas por cada país e, apenas em caso de empate, considera as medalhas de prata e bronze (Lins *et al.*, 2003).

O método lexicográfico é muito criticado, pois supervaloriza a medalha de ouro e desconsidera que cada modalidade distribui uma quantidade diferente de medalhas. Dessa maneira, um país que tem boa performance em uma modalidade que possui muitas competições, como o Atletismo, tende a ter uma melhor posição quando comparado com um país que é forte em modalidades coletivas, que distribuem apenas duas medalhas de ouro, uma na categoria masculina e outra na feminina.

Por esse motivo, Reis *et al.* (2017) propuseram um método de avaliação dos países participantes de uma edição dos Jogos Olímpicos que, diferentemente dos *rankings* tradicionais, identifica as nações que foram destaque nas Olimpíadas, chamadas de Potências Olímpicas. O método proposto utiliza os conceitos de índice h (Hirsch, 2005) e núcleo h (Glänzel, 2012), e possui a característica de considerar cada modalidade igualmente. Uma das vantagens desse método é sua simplicidade e fácil entendimento, características do índice h.

Para reconhecer quais e quantas são as potências olímpicas de uma edição dos Jogos Olímpicos, calcula-se o índice h de cada modalidade presente naquela edição, assim, as nações presentes em seu núcleo h são consideradas potências daquela modalidade. Em seguida, os países que compõem o núcleo h de cada modalidade são agregados e calcula-se novamente o índice h, dessa vez para os Jogos Olímpicos. No fim, os países presentes no seu núcleo h são as potências olímpicas.

No entanto, esse método é restrito a apenas uma edição dos Jogos Olímpicos. Propõe-se nesse estudo, identificar as potências olímpicas da história, ou seja, um conjunto de países que é destaque das Olimpíadas nas suas muitas edições até hoje. Para isso, será utilizado um método similar ao utilizado por Reis *et al.* (2017), com o cálculo de sucessivos índices e núcleos h.

O presente artigo está organizado como segue: na seção 2 são apresentados os conceitos de índice h e núcleo h. A metodologia proposta é detalhada na seção 3, e na seção 4 é realizada a análise dos resultados obtidos. Por fim, na seção 5 estão descritas as conclusões do estudo e algumas considerações finais.

2 Índice h e Núcleo h

Desenvolvido por Hirsch em 2005, o índice h tem como objetivo avaliar a produção científica de pesquisadores e leva em consideração a quantidade de citações que as publicações do autor receberam. Quanto maior o índice h de um pesquisador, maior o impacto de seus trabalhos e maior a sua produtividade (Franceschini e Maisano, 2010).

O índice h é calculado identificando as h publicações de um autor que receberam no mínimo h citações (Hirsch, 2005). Para isso, primeiramente deve-se ordenar todas as publicações do autor analisado em ordem decrescente da quantidade de citações. Em seguida, encontra-se o maior valor h de publicações que possuem pelo menos h citações.

O índice h em sua função original é utilizado pelas bases do SCOPUS e do Google Scholar para medir a produtividade acadêmica de cada autor. No entanto, na literatura encontram-

se diversos estudos utilizando os conceitos de índice h para outras aplicações, por exemplo, na área de educação, sem o foco da avaliação dos pesquisadores (Braun; Glänzel e Schubert, 2006), na área de ciência molecular (Hu e Rousseau, 2014), na área de grafos (Lü *et al.*, 2016) e na área de esportes (Constant *et al.*, 2016; Reis *et al.*, 2017).

Arelado ao índice h está o conceito de núcleo h. O núcleo h é composto pelas publicações que possuem número de citações igual ou superior ao índice h de seu autor. Pode-se dizer, então, que o núcleo h delimita a escolha dos principais itens daquele determinado autor.

Em geral, o núcleo h é formado por h itens. Porém, em caso de empates, ou seja, mais de uma publicação com exatamente h citações, o núcleo pode possuir mais que h itens. Alguns autores propõem métodos para definir qual publicação deve permanecer no núcleo h (Ruane e Tol, 2008), e outros, como Burrell (2007), defendem que nesses casos todos os itens sejam considerados integrantes do núcleo.

Schubert (2007) introduziu o conceito de índices-h sucessivos, que tem como princípio calcular um índice h de um conjunto de índices h. Como já mencionado anteriormente, para calcular o índice h de um pesquisador deve-se classificar a lista de artigos deste pesquisador em ordem decrescente do número de citações (nível 1). Suponha que se tem um grupo de pesquisadores que trabalham juntos no mesmo departamento de uma universidade. Pode-se listar esses pesquisadores em ordem decrescente de seus índices h e, então, calcular o índice h do departamento (nível 2). Em seguida, pode-se listar os departamentos em ordem decrescente de seus índices h e calcular o índice h da universidade (nível 3). Pode-se ir ainda mais longe, continuando a sucessão para redes de universidades, países ou outros níveis mais elevados de agregação.

Na literatura, outros autores já realizaram o cálculo de índices h sucessivos como Prathap (2006) e Ruane e Tol (2008), no entanto, a utilização não levou em consideração o cálculo simultâneo de núcleos h sucessivos.

3 Metodologia

A metodologia utilizada nesse estudo é inspirada no modelo desenvolvido por Reis *et al.* (2017), cujo objetivo é identificar as potências olímpicas de uma edição dos Jogos Olímpicos. No entanto, nesse artigo a metodologia será adaptada para realizar a identificação das potências olímpicas de todas as edições dos Jogos.

Uma potência olímpica é uma nação que possui bons resultados em várias modalidades da competição. E uma potência olímpica da história das Olimpíadas é aquele país que obtém bom desempenho em diversas modalidades em várias edições dos Jogos.

O método lexicográfico será utilizado para elaboração do *ranking* de cada esporte, assim, evita-se o problema de se considerar o mesmo peso para todas as medalhas. Também se evita que ocorra uma influência diferente no *ranking* final de acordo com a modalidade, pois o número de medalhas distribuídas em cada uma delas é distinto. Isto é, uma modalidade como o atletismo, que distribui historicamente muitas medalhas de ouro, tem um peso maior que o futebol, que distribui apenas uma medalha de ouro por gênero.

A fim de identificar as potências de cada modalidade, e depois de cada Olimpíada, há de se determinar quantas nações, das melhores ranqueadas, merecem essa nomeação. Como essa decisão pode ser distinta para cada decisor questionado, serão utilizados os conceitos de índice h e núcleo h para evitar a subjetividade e identificar, em cada modalidade ou

edição dos Jogos, quais são os países de destaque.

O método consistirá em duas etapas, que serão realizadas de forma sucessiva em três fases a fim de se atingir o objetivo do estudo. Na primeira fase, serão identificadas as potências esportivas de cada modalidade dos Jogos, na segunda, serão encontradas as potências olímpicas de cada edição, enquanto na terceira fase, as potências olímpicas da história serão obtidas.

Fazendo uma analogia com o cálculo do índice h e do núcleo h da maneira tradicional (para a avaliação de cientistas), com o presente estudo, cada país representa um artigo. Além disso, na primeira fase, o número de medalhas de ouro se relaciona com o número de citações, enquanto o autor a ser avaliado é cada modalidade. Na segunda fase, a avaliação é feita para cada edição dos Jogos Olímpicos e o número de citações é a quantidade de vezes que um país esteve no núcleo h de cada modalidade. Na última fase, avalia-se os Jogos Olímpicos em geral (todas as edições juntas), sendo o número de citações a quantidade de vezes que um país esteve no núcleo h de uma edição dos Jogos Olímpicos. Assim, as etapas realizadas na primeira fase do método, para cada modalidade em cada edição dos Jogos, são as seguintes:

1ª Etapa: Calcular o *ranking* lexicográfico da modalidade;

2ª Etapa: Calcular o índice h e identificar os países que pertencem ao núcleo h da modalidade, esses países são as potências daquele esporte para essa edição dos Jogos.

Na segunda fase, as seguintes etapas são realizadas, para cada edição dos Jogos:

1ª Etapa: Agregar todos os países pertencentes aos núcleos h das modalidades, indicando quantas vezes cada país pertenceu a um núcleo h e organizando em ordem decrescente;

2ª etapa: Calcular o índice h e o núcleo h desse conjunto de países. Os países pertencentes ao núcleo h são as potências olímpicas daquela edição dos Jogos.

Tendo obtido as potências olímpicas de todos os Jogos Olímpicos, deve-se realizar a terceira fase:

1ª Etapa: Agregar todos os países pertencentes aos núcleos h de cada Olimpíada, indicando quantas vezes cada país pertenceu a um núcleo h e organizando em ordem decrescente;

2ª etapa: Calcular o índice h e o núcleo h desse conjunto de países. Os países pertencentes ao núcleo h são as potências olímpicas da história dos Jogos Olímpicos.

Percebe-se então, que há um padrão de repetição do método, ou seja, calcula-se sucessivamente o índice h e o núcleo h . Primeiro para a identificação das potências esportivas, em seguida para a obtenção das potências olímpicas e, por último para encontrar os países que são as potências históricas dos Jogos Olímpicos.

Em todas as fases da metodologia, caso o número de países no núcleo h for maior do que o valor do índice h (isso possivelmente ocorre quando há empates entre os países que tem exatamente o valor analisado igual ao índice h), todos esses países serão considerados como potências.

4 Resultados

4.1 Os Jogos Olímpicos

Os Jogos Olímpicos Modernos foram criados em 1896 pelo Barão de Coubertin, mentor do movimento olímpico e fundador do COI, inspirados nos Jogos da Grécia Antiga. A

primeira edição ocorreu em Atenas, onde apenas 241 homens competiram em 10 modalidades diferentes. Desde então, de quatro em quatro anos novas edições foram realizadas, sendo cada uma sediada numa cidade. Em 1916, 1940 e 1944, os Jogos não ocorreram devido a Primeira e Segunda Guerra Mundiais (SESI, 2015).

A última edição dos Jogos ocorreu no Rio de Janeiro, em 2016, onde 11.237 atletas competiram por 306 medalhas de ouro, em 39 modalidades distintas. Percebe-se que as Olimpíadas ganharam muito prestígio durante os anos, sendo cada vez maior o número de atletas e países competidores, e de modalidades a serem disputadas.

Dentre as diferentes modalidades, apenas o atletismo, a natação, a esgrima e a ginástica artística, estiveram presentes em todas as edições dos Jogos. Alguns esportes surgiram primeiramente como demonstração, para depois se tornarem olímpicos, como o Voleibol. Enquanto outros esportes eram considerados olímpicos e posteriormente foram retirados do programa, caso do Cabo de Guerra e do Crôquete, disputados em Paris 1900.

Segundo o COI, para uma modalidade ser considerada olímpica, ela deve ser organizada por uma Federação Internacional, deve estar em conformidade com a Carta Olímpica, deve aplicar o Código Mundial Anti-Doping e ser amplamente praticada no mundo (The Olympic Museum, 2013). Nas próximas Olimpíadas que serão realizadas em Tóquio em 2020, cinco novas modalidades foram adicionadas: surfe, beisebol, skate, caratê e escalada. Historicamente, a nação que obteve maior sucesso nos Jogos Olímpicos, segundo o método lexicográfico, foram os Estados Unidos da América (EUA), com 1022 medalhas de ouro, seguido pela União Soviética (395 medalhas de ouro) e pelo Reino Unido (263 medalhas de ouro). O Brasil ocupa apenas a 35ª colocação, com 30 medalhas de ouro.

4.2 Análise dos resultados

A metodologia descrita na seção 3 foi aplicada aos Jogos Olímpicos para a identificação das potências da história dos Jogos. Assim, separou-se as conquistas dos países em cada edição das Olimpíadas pelas modalidades. Optou-se por utilizar a classificação das modalidades de acordo com o COI.

Primeiramente, aplicou-se a primeira fase, onde foram encontradas as potências esportivas e em seguida a segunda fase, que destacou as potências olímpicas de cada edição dos Jogos. Assim, as potências olímpicas de cada Olimpíada, assim como o índice h de cada edição podem ser observados na Tabela 1. O estudo proposto por Reis *et al.* (2017), que foi base para esse artigo, aplicou essa mesma metodologia apenas para os Jogos Rio 2016.

Percebe-se pelos resultados expostos na Tabela 1 que o índice h teve uma tendência de crescimento com o passar dos anos, variando de 2 para 5. Isto ocorreu devido ao fato do número de modalidades ter aumentado, assim um país possui hoje maiores chances de ser uma potência em algum esporte do que antigamente.

Destacam-se as Olimpíadas de Moscou 1980 e Los Angeles 1984 pelo seu baixo valor de índice h que não segue a tendência destacada. Justificam-se esses casos pelos boicotes políticos realizados pelos adversários da guerra fria, o que fez com que um número menor de países participasse das competições nessas edições (Wallechinsky, 2004).

Observa-se também na Tabela 1 que algumas edições dos Jogos tiveram mais nações no núcleo h do que o valor do índice h dos Jogos, caso das Olimpíadas Atenas 1896, Melbourne/Estocolmo 1956 e Montreal 1976. Isso ocorreu pois houve mais de um país em

cada uma dessas posições na linha de corte do índice h, assim todos os países empatados foram considerados potências olímpicas.

Tabela 1 – Potências olímpicas de cada edição dos Jogos

Cidade	Ano	Índice h	Potências Olímpicas (Núcleo h)
Rio de Janeiro	2016	5	Reino Unido, EUA, China, Rússia e Alemanha
Londres	2012	5	EUA, Reino Unido, China, Rússia e França
Pequim	2008	4	China, EUA, Rússia e Alemanha
Atenas	2004	4	Rússia, EUA, China e Alemanha
Sidney	2000	4	Rússia, EUA, China e Austrália
Atlanta	1996	4	EUA, Rússia, Alemanha e China
Barcelona	1992	4	Alemanha, Equipe Unificada, EUA e China
Seul	1988	4	URSS, EUA, Alemanha Oriental e Coreia do Sul
Los Angeles	1984	3	EUA, Alemanha Ocidental e Romênia
Moscou	1980	2	URSS e Alemanha Oriental
Montreal	1976	4	URSS, EUA, Alemanha Oc., Alemanha Or. e Japão
Munique	1972	4	URSS, EUA, Alemanha Oc. e Alemanha Or.
Cidade do México	1968	3	URSS, EUA e Hungria
Tóquio	1964	4	URSS, EUA, Hungria e Japão
Roma	1960	3	URSS, EUA e Itália
Melbourne/Estocolmo	1956	3	URSS, EUA, Hungria e Suécia
Helsinque	1952	3	EUA, Hungria e URSS
Londres	1948	3	EUA, Suécia e França
Berlim	1936	3	Alemanha, EUA e Hungria
Los Angeles	1932	3	EUA, Itália e França
Amsterdã	1928	2	EUA e Alemanha
Paris	1924	3	EUA, França e Suíça
Antuérpia	1920	3	Reino Unido, Suécia e EUA
Estocolmo	1912	2	Suécia e Reino Unido
Londres	1908	2	Reino Unido e EUA
St Louis	1904	2	EUA e Canadá
Paris	1900	2	França e Reino Unido
Atenas	1896	2	Grécia, EUA, Alemanha e Reino Unido

Uma característica interessante a ser analisada é a vantagem para o país de sediar os Jogos Olímpicos. Em 20 das 28 edições, o país-sede foi potência olímpica daquela olimpíada, o que demonstra indícios de “home advantage”. Além disso, as nações quando descobrem que vão sediar os Jogos tendem a investir mais em esportes, o que também justifica a melhor performance.

A terceira e última fase da metodologia pretende encontrar os países que são as potências olímpicas de todas as Olimpíadas. Os resultados estão descritos na Tabela 2.

Segundo o método, os países apontados como potências olímpicas da história das Olimpíadas são: EUA, URSS, Alemanha, Reino Unido, China e Rússia, pois foram os seis países que foram potências olímpicas em pelo menos 6 edições dos Jogos.

É importante ressaltar que entre os anos de 1896 e 2016, diversas mudanças geopolíticas foram observadas, como a divisão e posterior reunificação da Alemanha, e a criação e a posterior fragmentação da União Soviética. Nesse estudo decidiu-se por agrupar os países de acordo com o entendimento da época em que ganharam as medalhas. Assim, Rússia,

URSS e Equipe Unificada (equipe criada nos Jogos de 1992 com ex-integrantes da URSS) e Alemanha, Alemanha Oriental e Alemanha Ocidental são consideradas separadamente.

Tabela 2 – As potências olímpicas da história das Olimpíadas

País	Nº de vezes que aparece no núcleo-h de uma olimpíada	Ranking proposto	Ranking método lexicográfico
EUA	25	1	1
URSS	9	2	2
Alemanha	8	3	7
Reino Unido	7	4	3
China	7	4	4
Rússia	6	6	10
França	5	7	5
Hungria	5	7	8
Suécia	4	9	12
Alemanha Oriental	4	9	9
Alemanha Ocidental	3	11	21
Itália	2	12	6
Japão	2	12	13
Grécia	1	14	33
Equipe Unificada	1	14	29
Canadá	1	14	20
Romênia	1	14	16
Suíça	1	14	24
Austrália	1	14	11
Coréia do Sul	1	14	15

No entanto, isso não impediu que URSS, Alemanha e Rússia fossem apontadas com potências históricas, pois mesmo não participando de muitas das edições o domínio dessas nações foi notável. Destaca-se também na Tabela 3 o grande desempenho dos EUA, que foram potência olímpica de 25 das 28 edições dos Jogos já realizados.

Em comparação com o método Lexicográfico, EUA manteve a liderança nos dois *rankings*. Enquanto França e Itália, que possuem muitas medalhas conquistadas, não conseguiram ser potência em muitas Olimpíadas, possivelmente por investir mais em determinadas modalidades que garantem muitas vitórias e não diversificar tanto quanto o Reino Unido, a Alemanha e a Rússia.

5 Conclusões

O estudo teve como objetivo identificar as potências olímpicas da história dos Jogos Olímpicos. Para esse fim foi desenvolvida uma metodologia baseada na aplicação de sucessivos cálculos de índices h e núcleos h, a fim de remover a subjetividade na escolha dos países que merecem ser classificados como potências.

Ao final do estudo, seis países foram apontados como as potências olímpicas da história pelo método proposto, são eles: EUA, URSS, Alemanha, Reino Unido, China e Rússia.

Uma característica do método proposto é que ele iguala os países campeões em esportes que distribuem muitas medalhas de ouro aos países que ganham medalhas em esportes

coletivos, em que uma única medalha recompensa um grupo de atletas. Adicionalmente, também beneficia as nações que investem em várias modalidades distintas, como Reino Unido, Alemanha e Rússia.

Uma grande vantagem do método é a sua simplicidade, visto que o cálculo do índice h e do núcleo h é feito de forma fácil e pode ser rapidamente entendido por todos.

É importante destacar também que a mesma metodologia proposta pode ser utilizada para identificar potências em diferentes campos, além do esportivo. Por exemplo, pode-se identificar aqueles autores que são referências em um grupo de periódicos ou em determinada área de conhecimento.

Referências

1. T. Braun; W. Glänzel e A. Schubert. A Hirsch-type index for journals. *Scientometrics*, 69(1), 169–173, 2006.
2. Q. L. Burrell. On the h -index, the size of the Hirsch core and Jin's A -index. *Journal of Informetrics*, 1(2), 170–177, 2007.
3. R. S. Constant; L. G. Machado; D. S. Pereira e J. C. C. B. Soares de Mello. Índice h para torneios round Robin - um estudo de caso. In: *Anais do XLVIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*. Vitória, Brasil, 2016.
4. F. Franceschini e D. A. Maisano. Analysis of the Hirsch Index's Operational Properties. *European Journal of Operational Research*, 203(2), 494–504, 2010.
5. W. Glänzel. The Role of Core Documents in Bibliometric Network Analysis and Their Relation with H -Type Indices. *Scientometrics*, 93(1), 113–123, 2012.
6. J. E. Hirsch. An Index to Quantify an Individual's Scientific Research Output. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 102(46), 16569–16572, 2005.
7. X. Hu e R. Rousseau. Describing the Development of Molecular Research in the Context of Nervous System Diseases Using Year-Based H -Cores. *Journal of Information Science*, 40(1), 107–114, 2014.
8. M. P. E. Lins; E. G. Gomes; J. C. C. B. Soares de Mello e A. J. R. Soares de Mello. Olympic Ranking Based on a Zero Sum Gains DEA Model. *European Journal of Operational Research*, 148(2), 312–322, 2003.
9. L. Lü; T. Zhou; Q. M. Zhang e H. E. Stanley. The H -index of a network node and its relation to degree and coreness. *Nature Communications*, 7, 10168, 2016.
10. G. Prathap. Hirsch-type indices for ranking institutions scientific research output. *Current Science*, 91, 1439, 2006.
11. J. C. Reis; B. G. Torres e J. C. C. B. Soares de Mello. Identificação das Potências Olímpicas dos Jogos Olímpicos de 2016 Utilizando o Conceito de Núcleo h . *Revista Meta: Avaliação*, 9(26), 337–359, 2017.
12. F. Ruane e R. S. J. Tol. Rational (successive) h -indices: An application to economics in the Republic of Ireland. *Scientometrics*, 75(2), 395–405, 2008.
13. A. Schubert. Successive h -indices. *Scientometrics*, 70(1), 201–205, 2007.
14. SESI. *A evolução do esporte olímpico*. Editora SESI – Serviço Social da Indústria. São Paulo, 2015.
15. The Olympic Museum. *The Modern Olympic Games*. The Olympic Museum, Lausanne. 3ª edição, 2013.
16. D. Wallechinsky. *The Complete Book of the Summer Olympics: Athens 2004*. [s.l.] Sport Media Pub., 2004.

Un Algoritmo para Programación No Lineal Entera Mixta Convexa Basado en Plano de Corte Extendido

Wendel Melo

Facultad de Computación, Universidad Federal de Uberlandia, Brasil

wendelmelo@ufu.br

Marcia Fampa

Instituto de Matemática y COPPE, Universidad Federal de Rio de Janeiro, Brasil

fampa@cos.ufrj.br

Fernanda Raupp

Laboratório Nacional de Computación Científica, Brasil

fernanda@lncc.br

Resumen

En este trabajo, proponemos una modificación en el algoritmo Plano de Corte Extendido (PCE) para resolución de problemas de programación no lineal entera mixta convexa. Nuestro método, denominado como *Plano de Corte Extendido Modificado* (PCEM), mantiene la apreciada característica de PCE de ser un método de primer orden mientras utiliza una actualización del conjunto de puntos de linealización inspirada en la del algoritmo Aproximación Externa (AE), que genera cortes más fuertes que la de PCE. Testes computacionales sobre un conjunto de 343 problemas de prueba han apuntado la efectividad de PCEM, cuyo desempeño ha sido superior al de PCE y competitivo comparado al de AE, en especial en las instancias con mayor porcentaje de restricciones no lineales.

Palabras claves: Programación No Lineal Entera Mixta; Plano de Corte Extendido; Aproximación Externa.

1. Introducción

En este trabajo, tratamos el problema de Programación No Lineal Entera Mixta (PNLEM) convexa:

$$\begin{aligned} (P) \quad & \min_{x, y} f(x, y) \\ & \text{s. a } g(x, y) \leq 0, \\ & x \in X, y \in Y \cap \mathbb{Z}^{n_y}, \end{aligned} \tag{1}$$

donde X e Y son subconjuntos poliédricos de \mathbb{R}^{n_x} y \mathbb{R}^{n_y} , respectivamente, Y es limitado, $f : \mathbb{R}^{n_x+n_y} \rightarrow \mathbb{R}$ y $g : \mathbb{R}^{n_x+n_y} \rightarrow \mathbb{R}^m$ son funciones convexas y continuamente diferenciables. Aquí, se asume que el problema (P) tiene una o más soluciones óptimas.

La dificultad relacionada al tratamiento del problema (P), tal como su gran aplicabilidad en variadas circunstancias, justifican la investigación por métodos eficientes para su resolución. En este contexto, diversos algoritmos han sido formulados para solucionar problemas de PNLEM [6]. Entre estos diferentes algoritmos, los de la clase de aproximación lineal merecen especial destaque. Esta clase de algoritmos resuelve un problema de PNLEM convexo aproximándolo por una secuencia de problemas de Programación Lineal Entera Mixta (PLEM). Estas aproximaciones se obtienen mediante derivadas de primer orden y se basan en la convexidad de las funciones de (P). De este modo, sus resoluciones proporcionan cotas inferiores (para el caso de minimización) para el valor objetivo óptimo del problema considerado. La principal ventaja de estos algoritmos es que ellos se valen directamente de todo el avance y madurez ya logrados en el área de PLEM.

Un algoritmo de la clase de aproximación lineal muy difundido en la literatura es Aproximación Externa (AE). En cada iteración, AE resuelve un problema de PLEM en conjunto con uno o dos problemas de Programación No Lineal continua (PNL). Tal esquema ha sido concebido de modo a garantizar la convergencia de AE en un número finito de iteraciones y se ha mostrado eficiente en muchos casos prácticos. Otro algoritmo de la clase de aproximación lineal también popular en la literatura es el algoritmo Plano de Corte Extendido (PCE). La principal diferencia entre AE y PCE es que PCE no hace uso de cualquier problema de PNL en su ejecución, estando limitado a sólo resolver problemas de PLEM. Aunque, por un lado, esta sea una ventaja de PCE, por otro lado, esta estrategia hace que lo mismo no tenga convergencia garantizada en un número finito de iteraciones. Hemos observado que, en muchos casos, PCE necesita un número de iteraciones más grande que AE para convergir a una solución óptima del problema (P). Esta característica puede hacer que PCE requiera, en general, más esfuerzo computacional que AE. Sin embargo, como no necesita solucionar problemas de PNL, el algoritmo PCE dispensa el cálculo de derivadas de segundo orden, o cualquier tipo de aproximación de estas. En algunas situaciones prácticas, esa peculiaridad puede ser bastante ventajosa, especialmente en casos en los cuales cálculo de derivadas de segundo orden es por demasiado dispendioso o no puede ser realizado por algún motivo cualquiera.

En este trabajo, presentamos un algoritmo para PNLEM basado en PCE. Nuestro método consiste en una simple modificación en el algoritmo PCE con la intención de tornarlo más próximo a AE, con la expectativa de reducir así el número de iteraciones requeridas para su convergencia, al paso que mantenemos la amigable propiedad de PCE de no necesitar derivadas de segundo orden. A pesar de modesta, nuestra contribución, denominada como *Plano de Corte Extendido Modificado* (PCEM), ha presentado resultados prometedores para un conjunto de 343 problemas de prueba de PNLEM, indicando así que el algoritmo propuesto es competitivo comparado a PCE y AE.

2. El Algoritmo Plano de Corte Extendido

El algoritmo Plano de Corte Extendido (PCE) ha sido presentado por [7] y se basa en la aproximación de (P) por un problema de PLEM, denominado como problema *maestro*. A fin de facilitar su comprensión, observamos que se puede reformular (P) como un problema de función objetivo lineal mediante la introducción de una variable auxiliar α :

$$\begin{aligned}
 (\bar{P}) \quad & \underset{\alpha, x, y}{\text{mín}} && \alpha \\
 \text{s. a} \quad & f(x, y) \leq && \alpha, \\
 & g(x, y) \leq && 0, \\
 & x \in X, y \in Y \cap \mathbb{Z}^{n_y}. &&
 \end{aligned} \tag{2}$$

Una vez que las restricciones de (\bar{P}) son convexas, al linealizarlas por medio de la serie de Taylor sobre un dado punto cualquier $(\bar{x}, \bar{y}) \in X \times Y$, obtenemos las siguientes desigualdades válidas:

$$\nabla f(\bar{x}, \bar{y})^T \begin{pmatrix} x - \bar{x} \\ y - \bar{y} \end{pmatrix} + f(\bar{x}, \bar{y}) \leq \alpha, \quad (3)$$

$$\nabla g(\bar{x}, \bar{y})^T \begin{pmatrix} x - \bar{x} \\ y - \bar{y} \end{pmatrix} + g(\bar{x}, \bar{y}) \leq 0. \quad (4)$$

Así, construimos el problema maestro (M^L) , que se constituye en una relajación de (P) , a partir de un conjunto $L = \{(x^1, y^1), \dots, (x^k, y^k)\}$ con k puntos de linealización:

$$\begin{aligned} (M^L) \quad & \min_{\alpha, x, y} \alpha \\ \text{s. a} \quad & \nabla f(x^j, y^j)^T \begin{pmatrix} x - x^j \\ y - y^j \end{pmatrix} + f(x^j, y^j) \leq \alpha, \quad \forall (x^j, y^j) \in L, \\ & \nabla g(x^j, y^j)^T \begin{pmatrix} x - x^j \\ y - y^j \end{pmatrix} + g(x^j, y^j) \leq 0, \quad \forall (x^j, y^j) \in L, \\ & x \in X, y \in Y \cap \mathbb{Z}^{n_y}. \end{aligned} \quad (5)$$

Sea $(\hat{\alpha}, \hat{x}, \hat{y})$ una de las soluciones óptimas de (M^L) . Señalamos que el valor $\hat{\alpha}$ es una cota inferior válida para (\bar{P}) y (P) . Si $(\hat{\alpha}, \hat{x}, \hat{y})$ es factible para (\bar{P}) , el valor $\hat{\alpha}$ también será una cota superior para (\bar{P}) y (P) . En este caso, dado que $(\hat{\alpha}, \hat{x}, \hat{y})$ proporciona el exacto mismo valor como cota inferior y superior para (\bar{P}) , esta solución será óptima para (\bar{P}) . Por consecuencia, (\hat{x}, \hat{y}) será una solución óptima para (P) . De otra parte, si $(\hat{\alpha}, \hat{x}, \hat{y})$ no es factible para (\bar{P}) , es necesario añadir desigualdades válidas a (M^L) para cortar esa solución de su región factible. Para alcanzar este objetivo, PCE adopta la estrategia de añadir la propia solución (\hat{x}, \hat{y}) al conjunto L .

Entrada: (P) : problema de PNLEM, ϵ_c : tolerancia de convergencia.

Salida: (x^*, y^*) : solución óptima de (P) .

- 1 $z^l = -\infty$;
- 2 $z^u = +\infty$;
- 3 Elija un punto de linealización inicial (x^0, y^0) ;
- 4 $L = \{(x^0, y^0)\}$;
- 5 $k = 1$;
- 6 Sea (M^L) el problema maestro construido a partir de (P) sobre los puntos de L ;
- 7 **mientras** $z^u - z^l > \epsilon_c$ **hacer**
- 8 Sea $(\hat{\alpha}^k, \hat{x}^k, \hat{y}^k)$ una solución óptima de (M^L) ;
- 9 $z^l = \hat{\alpha}^k$;
- 10 **si** (\hat{x}^k, \hat{y}^k) es factible para (P) y $f(\hat{x}^k, \hat{y}^k) < z^u$ **entonces**
- 11 $(x^*, y^*) = (\hat{x}^k, \hat{y}^k)$;
- 12 $z^u = f(\hat{x}^k, \hat{y}^k)$;
- 13 $L = L \cup (\hat{x}^k, \hat{y}^k)$;
- 14 $k = k + 1$;

Algoritmo 1: Algoritmo Plano de Corte Extendido (PCE).

El algoritmo PCE es presentado como Algoritmo 1. Resaltamos que PCE no necesita solucionar cualquier tipo de problema de Programación No Lineal (PNL) y no trabaja sobre cualquier tipo

de información procedente de derivadas de segundo orden o mismo con sus aproximaciones. Esa característica puede ser ventajosa en algunos casos, especialmente cuando el cálculo de derivadas de segundo orden es arduo o no puede ser realizado por alguna circunstancia cualquier. Evidenciamos aún que la estrategia de agregar la solución (\hat{x}, \hat{y}) al conjunto L al final de cada iteración (línea 13) hace que PCE no tenga convergencia finita.

3. El Algoritmo Aproximación Externa

El algoritmo Aproximación Externa (AE) [3, 4], así como PCE, tiene su principal fundamento en la adopción del problema maestro (M^L) y en la acumulación, a cada iteración, de un nuevo punto de linealización a L hasta que la cota inferior proveniente por (M^L) se quede suficientemente cerca a la mejor cota superior conocida para (P) . Sea $(\hat{\alpha}^k, \hat{x}^k, \hat{y}^k)$ una solución óptima de (M^L) en la iteración k . Un intento de obtener una cota superior para (P) consiste en la resolución del problema $(P_{\hat{y}^k})$, que es el problema de PNL construido a partir de (P) fijando y en el valor \hat{y}^k :

$$\begin{aligned} (P_{\hat{y}^k}) \quad & \min_x \quad f(x, \hat{y}^k) \\ & \text{s. a} \quad g(x, \hat{y}^k) \leq 0, \\ & \quad \quad x \in X. \end{aligned} \tag{6}$$

Si $(P_{\hat{y}^k})$ es viable, sea (\tilde{x}, \hat{y}^k) una de sus soluciones óptimas. En este caso, $f(\tilde{x}, \hat{y}^k)$ es una cota superior válida para (P) y (\bar{P}) , y el punto (\tilde{x}, \hat{y}^k) es añadido a L . Note que (\tilde{x}, \hat{y}^k) es la mejor solución para (P) y (\bar{P}) teniendo \hat{y}^k como valor para y (o una de las mejores, caso $(P_{\hat{y}^k})$ tenga múltiples soluciones óptimas). Caso $(P_{\hat{y}^k})$ sea infactible, entonces el siguiente problema de factibilidad es resuelto:

$$\begin{aligned} (P_{\hat{y}^k}^F) \quad & \min_{u, x} \quad \sum_{i=1}^m u_i \\ & \text{s. a} \quad g(x, \hat{y}^k) \leq u, \\ & \quad \quad u \geq 0, x \in X, u \in \mathbb{R}^m. \end{aligned} \tag{7}$$

Sea (\tilde{u}, \tilde{x}) una solución óptima de $(P_{\hat{y}^k}^F)$ en el contexto descrito. Entonces, el punto (\tilde{x}, \hat{y}) es añadido al conjunto L . Después de la actualización de L , por medio de la inclusión de (\tilde{x}, \hat{y}) si $(P_{\hat{y}^k})$ es factible, o de la inclusión de (\tilde{x}, \hat{y}) en otro caso, el algoritmo empieza una nueva iteración, teniendo como regla de parada una máxima tolerancia para la diferencia entre las mejores cotas inferior y superior obtenidas. Como demostrado en [1], bajo la asunción de que las condiciones de KKT se cumplen en las soluciones óptimas de $(P_{\hat{y}^k})$ y $(P_{\hat{y}^k}^F)$, una determinada solución \hat{y}^k para la variable entera y no es visitada más que una vez por el algoritmo, excepto si la misma hace parte de la solución óptima de (P) (en este caso, la solución podría ser visitada como máximo dos veces). Una vez que el número de soluciones enteras es finito por hipótesis, visto que Y es limitado, el algoritmo aseguradamente encuentra una solución óptima de (P) en un número finito de iteraciones. Así, comparado al algoritmo PCE, AE tiende a requerir un menor número de iteraciones, al coste de necesitar resolver, a cada iteración, uno o dos problemas de PNL. De modo general, AE ha sido el algoritmo preferente para la resolución de problemas convexos de PNLEM en diversos contextos gracias a su buen rendimiento práctico.

El Algoritmo 2 trae el algoritmo AE. En la línea 2, se debe obter un punto de linealización inicial. Una buena elección es utilizar la solución de la relajación continua de (P) , que es el problema de PNL obtenido a partir de (P) relajándose su restricción de integralidad de y . Note que esta misma

	Entrada: (P) : problema de PNLEM, ϵ_c : tolerancia de convergencia.
	Salida: (x^*, y^*) : solución óptima de (P) .
1	$z^l = -\infty$; $z^u = +\infty$;
2	Elija un punto de linealización inicial (x^0, y^0) , (en general, la solución óptima de la relajación continua de (P));
3	$L = \{(x^0, y^0)\}$;
4	$k = 1$;
5	Sea (M^L) el problema maestro construido a partir de (P) sobre los puntos de L ;
6	Sea $(P_{\hat{y}^k})$ el problema de PNL obtenido de (P) por fijar y en \hat{y}^k ;
7	Sea $(P_{\hat{y}^k}^F)$ el problema de PNL de factibilidad obtenido a partir de $(P_{\hat{y}^k})$;
8	mientras $z^u - z^l > \epsilon_c$ hacer
9	Sea $(\hat{\alpha}^k, \hat{x}^k, \hat{y}^k)$ una solución óptima de (M^L) ;
10	$z^l = \hat{\alpha}^k$;
11	si $(P_{\hat{y}^k})$ es factible entonces
12	Sea x^k una solución óptima de $(P_{\hat{y}^k})$;
13	si $f(x^k, \hat{y}^k) < z^u$ entonces
14	$z^u = f(x^k, \hat{y}^k)$;
15	$(x^*, y^*) = (x^k, \hat{y}^k)$;
16	en otro caso
17	Sea x^k una solución óptima de $(P_{\hat{y}^k}^F)$;
18	$L = L \cup (x^k, \hat{y}^k)$;
19	$k = k + 1$;

Algoritmo 2: Algoritmo Aproximación Externa (AE).

estrategia se podría adoptar en PCE (Algoritmo 1). No obstante, si eso es hecho, PCE pasa a necesitar de una rutina de PNL y, posiblemente, de derivadas de segundo orden.

4. Nuestro Algoritmo Plano de Corte Extendido Modificado

En esta sección, presentamos nuestro método basado en el algoritmo PCE, aquí denominado como *Plano de Corte Extendido Modificado* (PCEM). Nuestra principal motivación es mejorar el rendimiento de PCE, dejándolo más cerca a AE, con la expectativa de, así, disminuir el número de iteraciones necesarias para PCE convergir mientras mantenemos la característica de PCE de no resolver problemas de PNL y no utilizar derivadas de segundo orden o sus aproximaciones. Para eso, en lugar de considerar los problemas $(P_{\hat{y}^k})$ y $(P_{\hat{y}^k}^F)$, PCEM considera una aproximación lineal para $(P_{\hat{y}^k})$ construida sobre el mismo conjunto de puntos de linealización L que genera (M^L) . Denominamos este nuevo problema como $(M_{\hat{y}^k}^L)$ y lo definimos enseguida:

$$\begin{aligned}
 (M_{\hat{y}^k}^L) \quad & \min_{\alpha, x} \quad \alpha \\
 \text{s. a} \quad & \nabla f(x^j, y^j)^T \begin{pmatrix} x - x^j \\ \hat{y}^k - y^j \end{pmatrix} + f(x^j, y^j) \leq \alpha, \quad \forall (x^j, y^j) \in L, \\
 & \nabla g(x^j, y^j)^T \begin{pmatrix} x - x^j \\ \hat{y}^k - y^j \end{pmatrix} + g(x^j, y^j) \leq 0, \quad \forall (x^j, y^j) \in L, \\
 & x \in X.
 \end{aligned} \tag{8}$$

Tenga en cuenta que $(M_{\hat{y}^k}^L)$ es obtenido a partir de (M^L) al fijar la variable y en el valor \hat{y}^k . Así, por considerar $(M_{\hat{y}^k}^L)$, tenemos la expectativa de alcanzar soluciones factibles más temprano que PCE. Estas soluciones son utilizadas para una posible actualización de la cota superior z^u y para fortalecer la relajación dada por (M^L) a través de su adición al conjunto L .

Entrada: (P) : problema de PNLEM, ϵ_c : tolerancia de convergencia.
Salida: (x^*, y^*) : solución óptima de (P) .

- 1 $z^l = -\infty$; $z^u = +\infty$;
- 2 Elija un punto de linealización inicial (x^0, y^0) ;
- 3 $L = \{(x^0, y^0)\}$; $k = 1$;
- 4 Sea (M^L) el problema maestro construido a partir de (P) sobre los puntos de L ;
- 5 Sea $(M_{\hat{y}^k}^L)$ el problema obtenido por fijar la variable y de (M^L) en el valor \hat{y}^k ;
- 6 **mientras** $z^u - z^l > \epsilon_c$ **hacer**
- 7 Sea $(\hat{\alpha}^k, \hat{x}^k, \hat{y}^k)$ una solución óptima de (M^L) ;
- 8 $z^l = \hat{\alpha}^k$;
- 9 $L = L \cup (\hat{x}^k, \hat{y}^k)$;
- 10 **si** $(M_{\hat{y}^k}^L)$ es factible **entonces**
- 11 Sea (α^k, x^k) una solución óptima de $(M_{\hat{y}^k}^L)$;
- 12 **si** (x^k, \hat{y}^k) es factible para (P) y $f(x^k, \hat{y}^k) < z^u$ **entonces**
- 13 $(x^*, y^*) = (x^k, \hat{y}^k)$;
- 14 $z^u = f(x^k, \hat{y}^k)$;
- 15 $L = L \cup (x^k, \hat{y}^k)$;
- 16 $k = k + 1$;

Algoritmo 3: Algoritmo de Plano de Corte Extendido Modificado (PCEM).

El algoritmo PCEM se muestra como Algoritmo 3. En comparación a PCE, la novedad aquí es la introducción de las líneas 5, 10-15. Observamos que, en cada iteración, entre la resolución de (M^L) (línea 7) y la resolución de $(M_{\hat{y}^k}^L)$ (línea 10-11), la solución (\hat{x}^k, \hat{y}^k) es añadida al conjunto L (línea 9), de modo a fortalecer la relajación lineal construida sobre los puntos de este conjunto. Por esa razón, es posible que la solución óptima x^k de $(M_{\hat{y}^k}^L)$ sea diferente de \hat{x}^k . Con esta estrategia, esperamos que PCEM encuentre soluciones factibles más rápidamente, y, así, consiga cerrar el *gap* de optimalidad haciendo menor esfuerzo comparado a PCE. Observamos aún que la solución obtenida con la resolución de $(M_{\hat{y}^k}^L)$ también es añadida a L (línea 15), caso este problema sea factible. Una vez que $(M_{\hat{y}^k}^L)$ es un problema de programación lineal, su resolución no trae carga significativa en comparación con la resolución de (M^L) .

Es válido resaltar que la convergencia de PCEM para la solución óptima de (P) es fácilmente comprobada a partir de la convergencia de PCE, visto que PCEM considera, a lo largo de sus iteraciones, todos los puntos de linealización considerados por PCE (con algunos puntos adicionales). Apuntamos aún que, en el contexto de PCEM, no tendría sentido la aproximación lineal del problema de factibilidad $(P_{\hat{y}^k}^F)$, pues caso $(M_{\hat{y}^k}^L)$ sea infactible, el valor \hat{y}^k ya no podrá más presentarse como solución para y en (M^L) a partir de la iteración k , y, por lo tanto, no es necesario resolver cualquier problema de factibilidad para cortar de (M^L) las soluciones con el valor \hat{y}^k .

Por último, enfatizamos que $(M_{\hat{y}^k}^L)$ es una tentativa de aproximar el problema $(P_{\hat{y}^k})$ por medio de programación lineal. De este modo, PCEM sigue siendo un método de primer orden que puede ser implementado sin cualquier rutina de resolución de problemas de PNL. Esta característica puede

ser ventajosa en términos prácticos, pues además de las razones já mencionadas sobre dificultad de cálculo de derivadas de segundo orden en algunas aplicaciones, en muchos casos, incluso las mejores rutinas computacionales de PNL pueden fallar en convergir para la solución óptima del problema considerado, aunque este problema sea convexo y continuamente diferenciable. De esta forma, como no depende de rutinas de PNL, el algoritmo PCEM se presenta como un método robusto para la resolución de problemas diversos de PNLEM convexa.

5. Resultados Computacionales

En esta sección, presentamos resultados computacionales generados a partir de la aplicación de PCE, AE y nuestro método PCEM sobre un conjunto de 343 problemas de prueba de PNLEM convexa obtenidas de [2, 5, 8]. La Tabla 1 trae estadísticas sobre los problemas de prueba.

Tabla 1: Estadísticas sobre los problemas de prueba.

	min	max	media	mediana
variables	2	107222	975,34	114
variables enteras (%)	0,00	1,00	0,52	0,40
restricciones	0	108217	1184,65	211
restricciones lineales (%)	0,00	1,00	0,89	0,95

Los algoritmos mencionados fueran implementados en C++ y compilados con ICPC 16.0.0. Para la resolución de problemas de PLEM y PNL, adoptamos los *solvers* Cplex 12.6.0 y Mosek 7.1.0, respectivamente. Las pruebas se ejecutaron en un ordenador con procesador core i7 4790 (3,6 GHz), sobre el sistema operativo Open Suse Linux 13.1. Se configuraron a todos los algoritmos para ejecución por *thread* única de procesamiento. El tiempo de procesamiento de cada algoritmo en cada problema de prueba fue limitado a 4 horas. Los valores 10^{-6} y 10^{-3} fueran adoptados como tolerancias de convergencia absoluta y relativa, respectivamente, para todos los algoritmos.

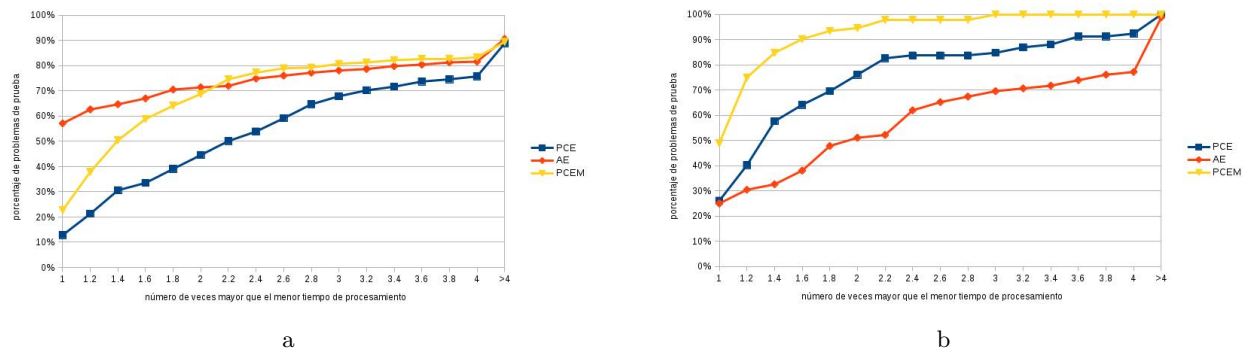


Figura 1: Comparación relativa de tiempo de procesamiento de los algoritmos: (a) todos los problemas de prueba (b) problemas de prueba con mayores porcentajes de restricciones no lineales.

La Figura 1a trae una comparación relativa entre los algoritmos con respecto al tiempo de procesamiento sobre el conjunto de problemas de prueba. Note que los datos están normalizados

con relación al mejor resultado obtenido por todos los algoritmos para cada problema de prueba. Por ejemplo, la curva de AE pasa por el punto (1, 57%). Esto significa que, para 57% de los problemas de prueba considerados, AE alcanzó el mejor resultado con respecto al tiempo de procesamiento (una vez mayor que el mejor resultado). A continuación, la curva pasa por el punto (1,2, 63%), indicando que AE consiguió resolver 63% de los problemas de prueba consumiendo hasta 20% más de tiempo que el mejor algoritmo en cada problema (1,2 veces mayor que el mejor resultado). De esta forma, de una manera bien informal, podemos afirmar que un algoritmo tuvo mejor rendimiento que los demás cuanto más su curva está “por encima” de las curvas de los demás en el gráfico.

Al analizar la Figura 1a, podemos observar que el desempeño de AE domina el de PCE. Es posible notar también que nuestro algoritmo PCEM presentó resultados acentuadamente mejores que PCE, dominando completamente su desempeño y tornándose competitivo a AE. Es válido destacar que la curva de PCEM domina, aunque de forma modesta, la de AE para resultados mayores o iguales a 2,2 veces el mejor resultado. Todos los algoritmos fueron capaces de resolver cerca de 90% de los problemas de prueba en el tiempo máximo de ejecución estipulado.

A continuación, evaluamos el desempeño de los algoritmos sobre los problemas de prueba con mayor porcentaje de restricciones no lineales. Fueran separados entonces los 92 problemas de prueba del grupo de 343 con 20% o más de restricciones no lineales para generar un nuevo gráfico comparativo con respecto al tiempo de procesamiento, mostrado en la Figura 1b.

A través de la Figura 1b, vemos que, para los problemas cuya porcentaje de restricciones no lineales es mayor, AE no ha sido capaz de repetir el mismo éxito presentado para todo el grupo de problemas de prueba, siendo superado de manera substancial por los demás algoritmos. Una vez más, es evidente que nuestro método PCEM dominó el desempeño de PCE, siendo en ese contexto, sin dudas, el algoritmo de mejor rendimiento. Por fin, informamos que las implementaciones de los algoritmos utilizadas en este estudio se encuentran disponibles para uso en el *solver* Muriqui [6].

Referencias

- [1] Pierre Bonami, Lorenz T. Biegler, Andrew R. Conn, Gérard Cornuéjols, Ignacio E. Grossmann, Carl D. Laird, Jon Lee, Andrea Lodi, François Margot, and Nicolas Sawaya. An algorithmic framework for convex mixed integer nonlinear programs. *Discrete Optimization*, 5(2):186–204, May 2008.
- [2] CMU-IBM. Open source minlp project, <http://egon.cheme.cmu.edu/ibm/page.htm>, 2012.
- [3] Marco Duran and Ignacio Grossmann. An outer-approximation algorithm for a class of mixed-integer nonlinear programs. *Mathematical Programming*, 36:307–339, 1986. 10.1007/BF02592064.
- [4] Roger Fletcher and Sven Leyffer. Solving mixed integer nonlinear programs by outer approximation. *Mathematical Programming*, 66:327–349, 1994. 10.1007/BF01581153.
- [5] Sven Leyffer. Macminlp: Test problems for mixed integer nonlinear programming, 2003. <https://wiki.mcs.anl.gov/leyffer/index.php/macminlp>, 2013.
- [6] Wendel Melo, Marcia Fampa, and Fernanda Raupp. An overview of minlp algorithms and their implementation in muriqui optimizer. *Annals of Operations Research*, May 2018.
- [7] Tapio Westerlund and Frank Pettersson. An extended cutting plane method for solving convex minlp problems. *Computers & Chemical Engineering*, 19, Supplement 1(0):131 – 136, 1995.
- [8] GAMS World. Minlp library 2, <http://www.gamsworld.org/minlp/minlplib2/html/>, 2014.

Rail Rapid Transit Network Capacity Expansion Planning

Author Ángel Marín¹

Universidad Politécnica de Madrid, Spain Ciudad Universitaria, Madrid, Spain.

email: angel.marin@upm.es

Co-author Luis Cadarso²

Institution European Institute for Aviation Training and Accreditation (EIATA)

Universidad Rey Juan Carlos, Fuenlabrada (Madrid), Spain

email: luis.cadarso@urjc.es

Co-author Laureano F. Escudero³

Institution Area Statistics and Operations Research,

Universidad Rey Juan Carlos Móstoles (Madrid), Spain

email: laureano.escudero@urjc.es

April 25, 2018

Abstract

The rail Rapid Transit Network Design (RTND) problem along a multi-period time horizon (Capacity Expansion Planning, CEP) is treated by considering uncertainty in passenger demand, strategic costs and network disruption. The problem has strategic decisions about the timing to construct stations and edges, and operational decisions on the available network at the periods. The uncertainty in the strategic side is represented in a multistage scenario tree, while the uncertainty in the operational side is represented in two-stage scenario trees which are rooted with strategic nodes. The aim of the RTND-CEP model consists of maximizing the expected passenger demand, minimizing the expected service interruption and the expected total design and operational costs. Additionally, a measure for risk reduction of the negative impact of the solutions on non-wanted scenarios is going. So, we propose to consider a set of multi-function risk reduction profiles in the risk averse measure, the so-called time stochastic dominance (TSD). The goodness of the proposal is verified by computational experience on well-known RTNDs in the literature.

Keywords: rail rapid transit network design; multistage multi-horizon scenario trees; passenger demand and costs uncertainty; disruption.

1 Introduction

Increasing mobility and longer journeys caused by the growth of cities have stimulated the construction and expansion of rail rapid transit systems such as metro and light rail. These facts raise the concerns about energy constraints and greenhouse emissions. Because a network design heavily affects to its future operation and to the area where it is constructed, it is important to pay close attention to the future impacts on mobility and congestion.

The rail RTND consists of two intertwined problems: location of stations and track alignments between them. These design decisions are considered at an upper level and demand behavior at a lower level. At the upper level the maximum coverage of demand is usually the main objective, taking line and budget constraints into account. At the lower level demand behavior is modeled accounting for trip alternatives; here, the existing infrastructure and the new one to be constructed are considered. In public transport, a convenient attribute for attracting passengers is to offer direct trips without transfers. In our approach, transfers are penalized considering that passengers always try to avoid them when commuting.

The transportation systems are spatially distributed systems vulnerable to different incidents which may perturb or disrupt daily planning operations. When designing a transport network, decisions are made according to an expected value for network state variables, such as infrastructure, vehicle, and traffic conditions, which are uncertain in a planning horizon of up to decades. Because disruptions, such as infrastructure breakdowns, will arise and affect the network on the daily operations, actions must be taken in the network design. As robust solutions have been demonstrated to be too conservative and, then, expensive on a daily basis [3]. The key is the recovery of the system in different operational scenarios in each given strategic scenario. This work aims at advancing the state-of-the-art of rapid transit network design by introducing a novel modeling approach for a stochastic recoverable robustness.

2 Problem Description

Given the very long-term time horizon of the problem under study, disruptions are characterized by future edge malfunction or out of use, due to causes such as vehicle breakdowns, infrastructure malfunction, collisions and outrages. This work focuses on disruptions which affect to the new RTN assuming that only a subset of the edges will fail during operation. Therefore, a set of admissible disruptions is considered, where each scenario represents a different disruption. Disruptions may be modeled by assigning extremely high routing costs (i.e., penalties) to the edges where the disruption has occurred. Consequently, these edges will not be used by passengers and, then, they find cheaper paths in the new RTN or in the current network.

In [10] a RTND model is developed which maximizes public demand coverage subject to budget constraints as side ones, while incorporating the station location and the design of multiple lines. RTN capacity expansion for the deterministic case was considered in [13]. An important item in RTND is the modeling of transfers between lines, see [2].

Robustness and recovery in a two-stage model are combined in [3]. It is a balance between the traditional approaches of transport demand coverage and the recovery of disruptions considered in [11]. In other rail related problems, [12] develop the recoverable robustness; their main focus is on finding recoverable solutions with a limited effort. In case of disruption, they apply a recovery algorithm while minimizing the maximum deviation of the recovered solutions.

It should be pointed out that the optimization of the RN model has the drawback of providing a solution that ignores the potential variability of the objective function value in the scenarios and, so, the occurrence of low-probability high-cost scenarios. Alternatively, risk averse measures could be considered. A computational comparison of some risk averse measures is presented in [1]. Several versions of the multistage mixed 0-1 time-inconsistent risk averse measure based on the Stochastic Dominance (SD) functional introduced in [5] have been recently presented in [7], and a time-consistent version of the multistage mixed 0-1 risk averse SD measure is introduced in [8]. However, the algorithmic methodology presented in those works could require an unaffordable computing effort, unless the methodology is properly adapted.

Contributions

This work is an extended abstract of [4], where the following contributions are broadly presented, jointly with a extensive computational experience in order to validate the modeling and algorithmic approaches:

1. Modeling the optimization of the RTND planning problem along a time horizon under uncertainty in passenger demand, strategic and operational costs and network disruption. So, the problem has strategic decisions about the timing of constructing stations and edges and operational decisions on the available RTN elements in the periods along the time horizon.
2. Consecutive periods are grouped in stages, and two types of scenario trees are considered, namely, the strategic and the operational ones. So, a strategic multistage scenario tree is introduced, where the strategic decisions can be made at the first period of any stage. For each strategic node, an operational two-stage tree is considered, whose second stage represents the uncertainty for the whole set of periods of the related stage.
3. Some types of algorithms are proposed that belong to the so-called Lazy and Fix-and-Relax (FR) scenario clustering methodologies [6, 9]. In particular, the decomposition matheuristics so-named FLAggA (Fix-and-Lazy-and-Aggregation / de-aggregation Algorithm) and LAggA (Lazy-and-Aggregation / de-aggregation Algorithm) are key elements in the proposal method.

3 Strategic multistage operational two-stage stochastic 0-1 RTND

A comprehensive deterministic approach which includes passenger demand transfers has been presented in [2]. A static stochastic approach based on a two-stage scenario tree is introduced in [3], where the uncertainty is related to the RTN infrastructure elements' disruption. In this work, a modeling approach for deciding the sequence of investments in those RTN elements along the time horizon is proposed, instead of a single time period-based network design. In this way, such RTN design gives flexibility to planners to change, delay or even abandon future investment, if necessary. Let the following notation to be used in the stochastic RTND-CEP model:

Sets

$[N]$ nodes of the network where stations may be constructed. $[\Gamma_i]$ adjacent nodes to node i in the network, for $i \in N$. $[A]$ edges linking the nodes where a connection ij between nodes i and j can be constructed. $[L]$ potential lines. $[W]$ passenger groups defined by origin/destination (o/d) pairs. $[Ao]$ dummy edges between origin nodes (i.e., origin centroids) in the network and stations. $[Ad]$ dummy edges between stations and destination centroids.

It is worth to point out that the new infrastructure to be constructed is not isolated from the current network (probably formed by different modes of transport, e.g., a bus network). The networks are independent and they use different infrastructures.

Deterministic parameters

$[m]$ lower bound on the number of edges in any line; $[\bar{m}]$, related upper bound. $[o_w]$ origin centroid node of passenger group w ; and d_w , related destination centroid. $[\ell_i]$ latency in the construction of station i , for $i \in N$; and ℓ_{ij} and ℓ_l , related latency for edge ij and line l , resp., for $ij \in A$, $l \in L$.

Uncertain parameters

For strategic node n , for $n \in \mathcal{N}$: $[c_i^n]$ construction cost of station i . $[c_{ij}^n]$ construction cost of edge ij , for $ij \in A$. $[\bar{c}^n]$ available budget for construction. For operational scenario π , for $\pi \in \Pi^n$, $n \in \mathcal{N}$: $[g_w^\pi]$ number of passengers in group w , for $w \in W$. $[\mu_w^\pi]$ congestion factor for passenger group w , for $w \in W$. $[c_w^\pi]$ cost of passenger group w in the current network, for $w \in W$. $[d_{ij}^\pi]$ penalty assigned to edge ij , for $ij \in A$. It usually corresponds to the Euclidean distance between the nodes i and j in case that the RTN is underground. $[tc_w^\pi]$ transfer penalty from one line to another for each passenger group w , for $w \in W$.

Strategic 0-1 variables

All the strategic variables are step ones, which means that for strategic node n and RTN infrastructure element i (i.e., an edge, a station, a line), the value 1 means that the construction of the element has started by period t_{en} in node n and otherwise, 0, for $n \in \mathcal{N}$. They are as follows: $[\psi_i^n]$ for station i , for $i \in N$. $[x_{ij,l}^n]$ for line l using edge ij , for $ij \in A$, $l \in L$. $[\phi_{i,l}^n]$ for line l using station i , for $i \in N$, $l \in L$. $[\delta_l^n]$ for line l , for $l \in L$.

Operational 0-1 variables

All the operational variables are impulse ones, which means that for operational scenario π in the two-stage tree rooted with node n and RTN operational action i , the value 1 means that the action is performed at stage e^n in node n and otherwise, 0, for $w \in W$, $\pi \in \Pi^n$, $n \in \mathcal{N}$. Those variables are for passenger group w and a given RTN infrastructure element in the new network, for $w \in W$: $[f_{ij,w}^\pi]$ flow through edge $ij \in A$. $[\tau_{l,w}^\pi]$ use of line $l \in L$. Additionally, f_w^π is 0-1 variable, such that its value 1 means that passenger group w is lost to the current network in operational scenario π and otherwise, 0 (i.e., the passenger group chooses to use the new network), for $w \in W$, $\pi \in \Pi^n$, $n \in \mathcal{N}$.

3.1 Objective Function

The objective function (1)-(4) is composed of three terms, such that each one has associated a $[0,1]$ weight in the objective function, say α , β and γ . The weights express the modeler-driven importance given to the terms z_{loc} , z_{cur}^π and z_{route}^π , resp., for $\pi \in \Pi^n$, $n \in \mathcal{N}$. So, z_{loc} is the NPV of the total expected construction cost of the stations and edges of the new network; z_{cur}^π is the expected number of passengers lost since, alternatively, they continue using the current network; and z_{route}^π is the expected dummy cost included in the objective function in order to take into account passenger behavior.

$$\min z = \alpha z_{loc} + \sum_{n \in \mathcal{N}} w^n \sum_{\pi \in \Pi^n} w^\pi (\beta z_{cur}^\pi + \gamma z_{route}^\pi) \quad \text{where} \quad (1)$$

$$z_{loc} = \sum_{ij \in A} \sum_{n \in \mathcal{N} : t_{en} \leq T - \ell_{ij}} w^n \frac{c_{ij}^n}{(1+k)^{t_{en}}} \sum_{l \in L} (x_{ij,l}^n - x_{ij,l}^{\sigma^n}) + \sum_{i \in N} \sum_{n \in \mathcal{N} : t_{en} \leq T - \ell_i} w^n \frac{c_i^n}{(1+k)^{t_{en}}} (\psi_i^n - \psi_i^{\sigma^n}), \quad (2)$$

$$z_{cur}^\pi = \sum_{w \in W} g_w^\pi f_w^\pi \quad \text{and} \quad (3)$$

$$z_{route}^\pi = \sum_{w \in W} \left[\sum_{ij \in AUAd \cup Ao} d_{ij}^\pi f_{ij,w}^\pi + \sum_{ij \in AUAd \cup Ao} d_{ij}^\pi f_{ji,w}^\pi \right] + \sum_{w \in W} [t c_w^\pi (\sum_{l \in L} \tau_{l,w}^\pi - (1 - f_w^\pi)) + \mu_w^\pi c_w^\pi f_w^\pi]. \quad (4)$$

3.2 Strategic constraints

Step variables domain defining and upper bound on the strategic node investment:

$$\psi_i^{\sigma^n} \leq \psi_i^n \quad \forall i \in N, n \in \mathcal{N} : t_{en} \leq T - \ell_i \quad (5)$$

$$x_{ij,l}^{\sigma^n} \leq x_{ij,l}^n \quad \forall ij \in A, l \in L, n \in \mathcal{N} : t_{en} \leq T - \ell_{ij} \quad (6)$$

$$\phi_{i,l}^{\sigma^n} \leq \phi_{i,l}^n \quad \forall i \in N, l \in L, n \in \mathcal{N} : t_{en} \leq T - \ell_i \quad (7)$$

$$\delta_l^{\sigma^n} \leq \delta_l^n \quad \forall l \in L, n \in \mathcal{N} : t_{en} \leq T - \ell_l. \quad (8)$$

$$\frac{1}{(1+k)^{t_{en}}} \left[\sum_{ij \in A : t_{en} \leq T - \ell_{ij}} c_{ij} \sum_{l \in L} (x_{ij,l}^n - x_{ij,l}^{\sigma^n}) + \sum_{i \in N : t_{en} \leq T - \ell_i} c_i (\psi_i^n - \psi_i^{\sigma^n}) \right] \leq \bar{c}^n, \quad \forall n \in \mathcal{N} \quad (9)$$

Line constraints

The variable upper bound (10) prevents that a station is assigned to a line *by* a strategic node if the construction of the station has not been started *by* that node.

$$\phi_{i,l}^n \leq \psi_i^n \quad \forall i \in N, l \in L, n \in \mathcal{N} : t_{en} \leq T - \ell_i. \quad (10)$$

The clique inequality constraint (11) forces that any edge *ij* can only be assigned to one line *l* in any strategic node, at most.

$$\sum_{l \in L} x_{ij,l}^n \leq 1 \quad \forall ij \in A, n \in \mathcal{N} : t_{en} \leq T - \ell_{ij}. \quad (11)$$

Remark: Common lines may be allowed by removing these constraints. However, they have been included for better illustrating computational results.

The variable upper bound system (12) prevents that an edge is assigned to a line *by* a strategic node if either the construction of the origin station or the construction of the destination station of a given hedge has

not been started yet *by* that node.

$$x_{ij,l}^n \leq \phi_{i,l}^n, \quad x_{ij,l}^n \leq \phi_{j,l}^n \quad \forall ij \in A, l \in L, n \in \mathcal{N} : t_{en} \leq T - \ell_{ij}. \quad (12)$$

Constraint system (13)-(15) imposes the lower and upper bounds on the number of edges to be assigned to line l , if any, such that variable δ_l^n has the value 1 if the construction of the line starts *by* strategic node n . It also forces that the number of stations is the number of edges plus one, and each station may only have two incident edges per line, at most.

$$\underline{m} \cdot \delta_l^n \leq \sum_{ij \in A: t_{en} \leq T - \ell_{ij}} x_{ij,l}^n \leq \overline{m} \cdot \delta_l^n \quad \forall l \in L, n \in \mathcal{N} \quad (13)$$

$$\delta_l^n + \sum_{ij \in A: t_{en} \leq T - \ell_{ij}} x_{ij,l}^n = \sum_{i \in N} \phi_{i,l}^n \quad \forall l \in L, n \in \mathcal{N} \quad (14)$$

$$\sum_{j \in \Gamma_i: t_{en} \leq T - \ell_{ij}} x_{ij,l}^n \leq 2 \quad \forall i \in N, l \in L, n \in \mathcal{N} \quad (15)$$

3.3 Strategic and operational linking constraints

Location-allocation constraints

Constraint system (16)-(18), for $\pi \in \Pi^n$, $n \in \mathcal{N}$, states whether passenger group w makes use of a new network element or not, for $w \in W$. Notice that the edge and station constructions have associated a related construction starting period. Observe also that deciding the construction at node n does not necessarily mean that the element will be available at the immediate successor node, since it depends on the latency of the element that is considered.

$$f_{ij,w}^\pi + f_{ji,w}^\pi \leq \sum_{l \in L} x_{ij,l}^n \quad \forall ij \in A \quad (16)$$

$$f_{owj,w}^\pi \leq \psi_j^{\iota_j^n} \quad \forall j \in N \quad (17)$$

$$f_{id_w,w}^\pi \leq \psi_i^{\iota_i^n} \quad \forall i \in N. \quad (18)$$

Transfer constraints

Let the 0-1 bilinear term $f_{ij,w}^\pi x_{ij,l}^n$ whose value 1 means that passenger group w visits line l using edge ij in operational scenario π , provided that line l using edge ij is available at node n and otherwise, 0, for $ij \in A$, $w \in W$, $l \in L$, $\pi \in \Pi^n$, $n \in \mathcal{N}$. So, if there is one of those term equal to one, at least, for a triple (l, w, π) , a constraint is required for implying that variable $\tau_{l,w}^\pi$ is equal to one (i.e., passenger group w uses line l in the new network in operational scenario π). On the other hand, if there is not any of those bilinear terms equal to one, then passenger group w does not use line l in operational scenario π . On the other hand, observe that an edge can only be assigned to one line, if any, see (11).

However, in order to avoid nonlinearities, the above bilinear terms are replaced with a linear system, such that if the lhs of constraint (19) is greater than one, then it means that passenger group w uses line l in operational scenario π and, so, the 0-1 variable $\tau_{l,w}^\pi$ is equal to 1. Although the constraint does not force $\tau_{l,w}^\pi = 0$ when its lhs takes the value 0, it results that the objective function term (4) does it. Hence, the

number of transfers to be performed, if any, is $\sum_{l \in L} \tau_{l,w}^\pi - 1$.

$$f_{ij,w}^\pi + f_{ji,w}^\pi + x_{ij,l}^n \leq 1 + \tau_{l,w}^\pi \quad \forall ij \in A, l \in L, w \in W, \pi \in \Pi^n, n \in \mathcal{N} \quad (19)$$

It is worth to point out that if $f_w^\pi = 1$ then $\tau_{l,w}^\pi = 0$, for all lines l in set L , since passenger group w chooses to use the current network. So,

$$\tau_{l,w}^\pi \leq 1 - f_w^\pi \quad \forall l \in L, w \in W, \pi \in \Pi^n, n \in \mathcal{N}. \quad (20)$$

Notice that the number of transfers $\sum_{l \in L} \tau_{l,w}^\pi - (1 - f_w^\pi)$ is penalized in term (4).

3.4 Operational constraints

Flow conservation constraints

The classical flow conservation constraint for the pair node i and passenger group w , for $i \in N, w \in W, \pi \in \Pi^n, n \in \mathcal{N}$, can be expressed as

$$\sum_{j \in \Gamma_i} f_{ji,w}^\pi - \sum_{j \in \Gamma_i} f_{ij,w}^\pi = \begin{cases} f_w^\pi - 1 & \text{if } i = o_w \\ 1 - f_w^\pi & \text{if } i = d_w \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (21)$$

Transportation mode defining

The objective function term (3) and constraints (20) and (22) define the transportation mode to choice, for passenger group w in operational scenario π , being either the new one or the current network, for $w \in W, \pi \in \Pi^n, n \in \mathcal{N}$.

$$\sum_{ij \in A \cup Ad \cup Ao} d_{ij}^\pi f_{ij,w}^\pi + \sum_{ij \in A \cup Ad \cup Ao} d_{ij}^\pi f_{ji,w}^\pi + tc_w^n \left(\sum_{l \in L} \tau_{l,w}^\pi - (1 - f_w^\pi) \right) \leq \mu_w^\pi c_w^\pi (1 - f_w^\pi) \quad (22)$$

On the one hand, if $f_w^\pi = 0$, and given constraint (21), then there is a path for passenger group w in operational scenario π in the new RTN that is shorter (i.e., cheaper) than or equal to $\mu_w^\pi c_w^\pi$. On the other hand, if $f_w^\pi = 1$ then $f_{ij,w}^\pi = 0$ for all edges $(i, j) \in A \cup Ad \cup Ao$. Note: In fact, $-(1 - f_w^\pi)$ in the lhs of (22) can be replaced by simply -1; however, for clarification purposes, it has been kept as it is.

4 Risk Neutral RTND-CEP Solution Method

The dimensions of the RTND-CEP problem are very large; with a large scenario tree (4 stages and 40 strategic nodes with 8 operational scenarios each) are 2.6M+ constraints and 1.6M+ variables, that the MIP solvers alone cannot provide a solution in an affordable time. For illustrative purposes, the plain use of CPLEX v.12.6.2 was stopped, due to running out of memory after 85 hours and 6 minutes, for a version of the model with a relaxation of the passenger transfer constraints. Four matheuristic decomposition algorithms have been presented in our paper [4]. The best solutions are obtained by FLAggA, which stands for Fix-and-Lazy with flexible and dynamic Aggregation and de-aggregation of operational scenarios in the two-stage

trees. The schemes for variable fixing and cut generation and appending are key ingredients on obtaining good solutions in reasonable computational time. The incumbent solution was obtained in 43025 seconds, i.e, less than 12 hours, and, based on the lower bound on the optimal solution obtained by plain use of CPLEX, its quasi-optimality gap was 3.81%, a good indication of the algorithm's performance.

Currently, we are working on a research project that consists of extending the model to consider a stochastic dominance functional for risk averse management.

References

- [1] A. Alonso-Ayuso, F. Carvallo, L.F. Escudero, M. Guignard, J. Pi, R. Puranmalka and A. Weintraub. On the optimization of copper extraction in mining under uncertainty in copper prices. *European Journal of Operational Research*, 233:711-726, 2014.
- [2] L. Cadarso and A. Marín. Improved rapid transit network design model: considering transfer effects. *Annals of Operations Research*, :1-21, 2015. doi:10.1007/s10479-015-1999-x, 2015.
- [3] L. Cadarso and A. Marín. Combining robustness and recovery in rapid transit network design. *Transportmetrica A: Transport Science*, 12:203-229, 2016.
- [4] L. Cadarso, L.F. Escudero and A. Marín. On strategic multistage operational two-stage stochastic 0-1 optimization for the Rapid Transit Network Design problem. Submitted to *European Journal of Operational Research* 2018.
- [5] D. Dentcheva and A. Ruszczyński. Optimization with stochastic dominance constraints. *SIAM Journal on Optimization*, 14:548-566, 2003.
- [6] Ch. Dillenberger, L.F. Escudero A. Wollensak and W. Zhang. On practical resource allocation for production planning and scheduling with period overlapping setups. *European Journal of Operational Research* 75:275-286. 1994.
- [7] L.F. Escudero, A. Garín and A. Unzueta. Cluster Lagrangean decomposition for risk averse in multistage stochastic optimization. *Computers and Operations Research*, 85:154-171, 2017.
- [8] L.F. Escudero, J.F. Monge and D. Romero-Morales. On time-consistent stochastic dominance risk averse measure for tactical supply chain planning under uncertainty. *Computers and Operations Research*, doi.org/10.1016/j.cor.2017.07.011, 2017.
- [9] L.F. Escudero and J. Salmerón. On a Fix-and-Relax framework for large-scale resource-constrained project scheduling. *Annals of Operations Research* 140:163-188. 2005.
- [10] G. Laporte, A. Marín, J.A. Mesa and F.A. Ortega. An integrated methodology for the rapid transit network design problem. In F. Geraets, L. Kroon, A. Schoebel, D. Wagner and C.D. Zaroliagis (eds.). *Algorithmic Methods for Railway Optimization*, pp. 187-199. Springer, 2007.
- [11] G. Laporte, A. Marín, J.A. Mesa and F. Perea. Designing robust rapid transit networks with alternative routes. *Journal of advanced transportation*, 45:54-65, 2011.
- [12] C. Liebchen, M. Lübbecke, R. Möhring and S. Stiller. The Concept of recoverable robustness, linear programming recovery and railway applications. In R. Ahuja, R. Möhring and C. Zaroliagis (eds). *In Robust and Online Large-Scale Optimization*, pp. 127. Springer, 2009.
- [13] A. Marín and P. Jaramillo. Urban rapid transit network capacity expansion. *European Journal of Operational Research*, 191:45-60, 2008.

Multi-period Prize Collecting Steiner Tree Problem with Budget Constraints

Larissa Faria
PUC-Rio
lfaria@inf.puc-rio.br

David Sotelo
Petrobras
david@petrobras.com.br

Sanjay Jena
UQAM
jena.sanjay-dominik@uqam.ca

Jean-François Cordeau
HEC
jean-francois.cordeau@hec.ca

Hélio Lopes
PUC-Rio
lopes@inf.puc-rio.br

Abstract

This article presents an optimization model whose purpose is to identify the optimal expansion of the gas network to cities currently not met, but that belong to the area of operation of a particular local distribution company. The model maximizes the potential increase to the company's profit on a horizon specified by the user, seeking to link neighboring cities. The problem is defined as a Multi-period Prize Collecting Steiner Tree problem with budget constraints, since there are vertex profits, edge costs and limits to the company's budget per period. The formulation is of an integer linear program on a directed graph model. The Branch-and-Cut technique is used with cuts based on the separation of sets of violated inequalities by a maximum flow algorithm. Instances up to 250 cities are satisfactorily evaluated with the model.

Keywords: branch and cut; optimization; natural gas.

1 Introduction

The natural gas industry, as well as other infrastructure sectors, is an example of networking industry. This type of industry is characterized by the presence of distinct activities constituted in the form of a physical network, in which the interconnection is essential to its operation and provision of the service. The gas network is composed of pipelines, that connect one city to the next, provisioning natural gas. Also, to ensure a good prediction of future demand for natural gas, one must study the distribution network of the gas pipeline, which is dynamic, and learn to estimate its future expansion.

Our purpose, then, is to develop an optimization model that objectively identifies the expansion trends of the distribution network by maximizing the potential profit increment for the distributor, identifying the most attractive cities in its area.

This work is organized in the following way. In Section 2, the problem is described in detail. In Section 3, the current model is presented. Section 4 shows early results and Section 5 concludes this article.

2 Problem description

2.1 Problem instance

In mathematical terms, the following define the problem instance considered in this work:

1. An undirected graph $G = (V, E)$ representing a natural gas distribution network. In this graph, the set of vertices V symbolizes the cities to be considered, while the set of edges E corresponds to pairs of cities which can be connected directly by a stretch of pipeline.
2. A function $dist: E \rightarrow Q^+$, denoting the distance between pairs of cities represented in E in kilometers.
3. There is a specially identified rooted vertex $v_0 \in V$ that represents all cities that are already connected to the pipeline network.
4. An average cost per distance unit of pipeline to be built, denoted by $costPerKm$.
5. The total budget limit for construction of the network expansion, over the study horizon, denoted by $budgetLimit$.
6. The yearly distance limit, which is the maximum yearly distance that can be built due to physical and logistical constraints, denoted by $distanceLimit$.
7. The number of *periods* comprising the study horizon to be considered.
8. A function $profit: (V \times \{1, \dots, periods\}) \rightarrow Q^+$ representing the profit margin to be obtained if a city $v \in V$ is added to the network during period $p \in \{1, \dots, periods\}$.

The main constraints of the problem are the budget limit and the maximum yearly buildable distance.

2.2 Problem output

The expected result of the problem is the estimated year for the gas network to reach each city, within the horizon of the proposed study.

Hence the problem output is:

1. A connected subgraph $T = (V_T, E_T)$ of G , $V_T \subseteq V$, $E_T \subseteq E$ for each period of the study horizon. This can be translated to: a boolean variable *output* for all cities and all periods within the study horizon.

2.3 Related problems

2.3.1 Prize-Collecting Steiner Tree Problem

The problem of finding the optimal expansion of the country's gas network can be generalized to a network design problem. Among all network design problems, to the best of our knowledge, the one that is closest to the problem in hand is the Prize-Collecting Steiner Tree problem (PCST).

Definition 1 (Prize-Collecting Steiner Tree Problem, PCST) Let $G = (V, E, c, p)$ be an undirected graph, with a prize function $p: V \rightarrow Q^+$ over its vertices and a cost function $c: E \rightarrow Q^+$ over its

edges. The Linear Prize-Collecting Steiner Tree problem (PCST) consists of finding a connected subgraph $T = (V_T, E_T)$ of G , $V_T \subseteq V$, $E_T \subseteq E$ that maximizes:

$$profit(T) = \sum_{v \in V_T} p(v) - \sum_{e \in E_T} c(e)$$

It is easy to see that every optimal solution T will be a tree. Selecting the most profitable customers and connecting them by a least-cost network immediately leads to the problem of computing a Steiner tree (Ljubic et al., 2006). This problem is NP-hard in general.

The aim of the authors in Ljubic et al. (2006) is the construction of an algorithmic framework to solve large and difficult instances of PCST to optimality within reasonable running time. The method of choice is a branch-and-cut approach based on an ILP formulation depending on connectivity inequalities which can be written as cuts between an artificial root and every selected customer vertex.

Bienstock et al. (1993) introduced the PCST, proposing a factor 3 approximation algorithm. Several other approximation algorithms have been developed. Goemans et al. (1996) presented an approximation algorithm which runs in $O(n^3 \log n)$ time ($n := |V|$), and yields solutions within a factor of $2 - \frac{1}{n-1}$ of optimality. This result has been improved in Johnson et al. (2000), with the proposition of a $2 - \frac{1}{n-1}$ -approximation algorithm with $O(n^2 \log n)$ running time. The algorithm of Feofiloff et al. (2007) achieves a ratio of $(2 - \frac{2}{n})$ within the same time.

Johnson et al. (2000) consider quota and budget versions of the PCST problem. In the first, one is looking for the tree with minimum edge cost that contains vertices whose total prize is at least a given quota; in the second one is looking for the tree with maximum prize, given that the total edge cost is within a given budget. The quota problem is a generalization of the k-MST problem, and it is possible to observe how constant-factor approximation algorithms for that problem can be extended to it. Johnson et al. (2000) also shows how a $(5 + \varepsilon)$ -approximation algorithm for the (unrooted) budget problem can be derived from Garg's 3-approximation algorithm for the k-MST.

Johnson et al. (2000) believed that none of these algorithms would likely be used in practice, but, to the best of our knowledge, their budget problem is the closest PCST problem to our own. Gladly, despite their belief, Johnson et al. (2000) showed how the general approach behind their budget problem could be incorporated into a practical heuristic, involving the performance of multiple runs of the Goemans-Williamson algorithm (Goemans et al., 1996) and the use of an increasing sequence of prize multipliers.

Furthermore, two metaheuristic approaches for PCST have been developed: a multi-start local-search-based algorithm with perturbations has been proposed by Canuto et al. (2001); a memetic algorithm with incorporated local improvement has been developed by Klau et al. (2004).

2.4 Problem in hand

2.4.1 Multi-period Prize-Collecting Steiner Tree Problem with Budget Constraints

Definition 2 (Multi-period Prize-Collecting Steiner Tree Problem with Budget Constraints, MPPCSTBC) Let $G = (V, E, c, r)$ be an undirected graph, with a revenue function $r: V \rightarrow Q^+$ over its vertices and a cost function $c: E \rightarrow Q^+$ over its edges, both varying by period p . The Multi-period Prize-Collecting Steiner Tree problem with Budget Constraints (MPPCSTBC) consists of finding a connected subgraph $T = (V_T, E_T)$ of G , $V_T \subseteq V$, $E_T \subseteq E$ that maximizes:

$$profit(T) = \sum_P \left(\sum_{v \in V_T} r_p(v) - \sum_{e \in E_T} c_p(e) \right), p \in P$$

Subject to:

$$\sum_{e \in E_T} c(e) \leq budgetLimit$$

$$c(e) = dist(e) \times costPerKm$$

$$\sum_{e \in E_T} dist(e) \leq distanceLimit_p, \forall p \in P$$

Henceforth, the MPPCSTBC problem is considerably more difficult than the PCST due to extra elements:

1. It is a multi-period problem, i.e., the problem is studied over a specified horizon. Therefore, the decision is made dynamically: the decisions made in one period affect the decisions made in the next;
2. There is a budget limit for construction of the network expansion, over the study horizon;
3. There is a distance limit which is the maximum yearly distance that can be built due to physical and logistical restrictions.

Suhl et al. (1998) is the only article in the literature, to the best of our knowledge, that attempts to solve the Multi-period Steiner tree problem with budget constraints. The authors opt for a Branch and Cut algorithm to solve this type of optimization problem. An optimization software system for solving large-scale LP and mixed integer models is used.

Our idea is solving the Multi-period Prize-Collecting Steiner Tree problem with Budget Constraints using Branch and Cut with two separation procedures. One to separate integer solutions and the other to separate fractional ones. The solving method is specified in detail in the next Section.

3 Solving Method

We present an integer programming formulation for the multi-period Prize-Collecting Steiner Tree with budget constraints problem.

First of all, we transform the original undirected graph into a directed graph, replacing the edges to arcs with the same costs as the edges. Therefore, let $G = (V, A)$ be a directed graph with vertex set $V = \{0, \dots, n\}$ and arc set $A = \{a = (i, j) : i, j \in V\}$, where each arc $a \in A$ has an associated cost c_a^t , depending on the time period considered.

For $S \subseteq V$, define $A(S)$ as the set of arcs with both endpoints in S . Finally, let M be the set of vertices that must be present in a solution. These vertices are called mandatory or terminal vertices. Note that $V = M \cup S$ and $M \cap S = \emptyset$.

t represents the time periods. T is defined as the planning horizon (2018 to 2043, for instance). Therefore, $t \in T$. We denote $\hat{T}_B = \{T_B\}$, where $T_B \subseteq T$. T_B is a five-year horizon (typically).

We assume that there is a rooted vertex, denoted as $v_0 \in V$, that represents all cities that are already connected to the pipeline network beforehand. The rooted vertex v_0 is open and used in all time periods. In order to model the connectivity constraints among the connected cities, it is sufficient to ensure that all other cities in V are connected to the root v_0 .

Furthermore, we denote $\delta^-(W) := \{(i, j) \in A \mid i \notin W, j \in W\} \forall W \subseteq V$.

To describe the initial network connection of cities and edges, we introduce the variables $y_i^t \in \{0,1\} \forall i \in V, t \in T$ and the aggregated arc variables $x_{ij}^t \in \{0,1\} \forall a \in A, t \in T$, which are interpreted as $y_i^t = 1$ if city i is connected for the first time in time period t , and 0 otherwise and $x_{ij}^t = 1$ if arc a is connected for the first time in time period t , and 0 otherwise.

The edge connecting costs c_{ij}^t need to be payed only once: at the time period they are built. The revenue must be considered in the period that vertex i enters the network and, also, in the following periods (with different revenue values). In summary, there is a revenue function over the vertices and a cost function over the edges.

The profit function given in Section 2.4.1 is known in the literature as a function describing the *Net Worth Maximization Problem* (Johnson et al., 2000). In the so-called *Goemans and Williamson Minimization Problem* (Goemans et al., 1996), the goal is to find a subtree that minimizes the objective function that follows. Those two formulations are equivalent, as far as optimization is concerned. In this paper, we are going to concentrate on the *Goemans and Williamson Minimization Problem* formulation, as it has been considered in the literature before (see Goemans et al. (1996) and Canuto et al. (2001)).

With these variables and notations, the Multi-period Prize-Collecting Steiner Tree problem with budget constraints can be formulated as follows:

Minimize

$$\sum_{t \in T} \left(\sum_{i \in V} r_i^t \cdot y_i^t + \sum_{(i,j) \in A} c_{ij}^t \cdot x_{ij}^t \right)$$

Subject to

Side constraints

$$\sum_{t \in T_B} \sum_{(i,j) \in A} c_{ij}^t \cdot x_{ij}^t \leq \text{budgetLimit}^{T_B}, \quad \forall T_B \in \hat{T}_B \quad (1)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} \text{dist}_{ij} \cdot x_{ij}^t \leq \text{distanceLimit}^t, \quad \forall t \in T \quad (2)$$

Connectivity constraints

$$\sum_{t'=1}^t y_i^{t'} \geq \sum_{t'=1}^t x_{ij}^{t'}, \quad \forall (i, j) \in A, \forall t \in T \quad (3)$$

$$\sum_{j \in V} x_{ji}^t \geq y_i^t, \quad \forall i \in V, \forall t \in T \quad (4)$$

$$\sum_{t'=1}^t x_{ij}^{t'} + x_{ji}^{t'} \leq \sum_{t'=1}^t y_i^{t'}, \quad \forall i \in V, \forall t \in T \quad (5)$$

Multi-period constraints

$$\sum_{t \in T} x_{ij}^t \leq 1, \quad \forall (i, j) \in A \quad (6)$$

$$\sum_{t \in T} y_i^t \leq 1, \quad \forall i \in V \quad (7)$$

Mandatory nodes constraints

$$\sum_{t \in T} y_i^t = 1, \quad \forall i \in M \quad (8)$$

Cut constraints

$$\sum_{t'=1}^t \sum_{(u,v) \in \delta^-(W)} x_{uv}^{t'} \geq \sum_{t'=1}^t y_i^{t'}, \quad \forall W \subseteq V \setminus \{v_0\}, \forall i \in W, \forall t \in T \quad (9)$$

Binary variables

$$x_{ij}^t, y_i^t \in \{0,1\}, \quad \forall (i,j) \in A, i \in V, t \in T \quad (10)$$

Constraint set (1) expresses the maximum budget requirement and constraint set (2) expresses the distance limit requirement for each time period. Inequalities (3), (4) and (5) are connectivity constraints that improve the efficiency of the model. Inequalities (6) and (7) ensure that we know the time period the edges are built. Constraints (8) force the presence of the vertices of M in the solution. Finally, the exponentially large constraint set (9) ensures that, in each time period, all network cities are connected to the root node. The inequalities in constraint set (9) enforce that for every subset $W \subseteq V$, that includes a city i and does not include the root vertex v_0 , at least one of the arcs in the set of all incoming arcs in W must be built if city i is connected. These inequalities correspond to the directed cutset inequalities in the Steiner tree formulation.

In this formulation, we use cut constraints (9) to guarantee connectivity in the network. However, the literature shows that said connectivity can also be assured through GSEC constraints. Chopra et al. (1994) have shown for the Steiner tree problem that directed GSECs dominate directed counterparts of several other facet defining inequalities of the undirected (GSEC) formulation. This is also the reason why the directed formulation is preferable in practice.

Suhl et al. (1998), as mentioned earlier, is the only article in the literature, to the best of our knowledge, that attempts to solve the Multi-period Steiner tree problem with budget constraints. GSEC is used to exclude cycles within a time period. No separation algorithm is mentioned. The instances solved are considerably small in comparison to the ones we propose to solve.

Usually the model chosen in this article is less dense than the equivalent directed (GSEC) model, so it may be computationally preferable within the branch-and-cut implementation (Ljubic et al., 2005).

Two separation procedures are used: one to separate integer solutions and another to separate fractional ones, both of them based on the cut constraint set (9). The separation procedures exploit the fact that constraints (9) imply the connectivity of the root to all other selected vertices (Costa et al., 2009). During the separation phase, which is applied at each node of the branch-and-bound tree, we add constraints of type (9) that are violated by the current solution of the problem (Ljubic et al., 2005).

To separate integer solutions, we find the connected components of a selected vertex. If they do not include the root vertex, we insert the cut. For fractional solutions, connectivity constraints are separated by the calculation of the maximum flow (Fischetti et al., 2017). For a given LP-solution (\hat{x}, \hat{y}) , we construct a support graph $G_S = (S, A_S, \hat{x})$ with arc capacities set to \hat{x}_{ij} , for all $ij \in A_S$. Then we calculate the maximum flow from the root node to each potential (selected) vertex $i \in V$ such that $\hat{y}_i > 0$. If this maximum flow value is less than y_i , we have found a violated inequality, induced by the corresponding min-cut in the graph G_S , and we insert it into the LP. For the calculation of the maximum flow we use an adaptation of Goldberg's maximum flow algorithm (Gollwitzer, 2011).

4 Results

Random instances were created to test our approach. They have from 10 to 250 vertices and all edges available between them (therefore from 45 to 31125 edges). Number of time periods vary from 2 to 8 and the budget and distance limits vary from 10 to 250. Edge costs equal 1 and vertex revenues equal 2.

Our results were achieved on a laptop Lenovo with an Intel® Core™ i7-7500U processor, 8GB of RAM, running Windows 10.

Table 1 – Time periods: 2. Budget and distance limits: 10

name	V	E	LB	UB	Gap (%)	time
Toy10	10	45	9.00	9.00	0.00	0.56
Toy20	20	190	36.29	36.29	0.00	0.16
Toy50	50	1225	150.61	150.61	0.00	1.09
Toy100	100	4950	342.68	342.68	0.00	28.22
Toy150	150	11175	534.75	534.75	0.00	70.92
Toy200	200	19900	726.83	726.83	0.00	207.15
Toy250	250	31125	918.90	956.52	3.93	654.20

Table 2 – Time periods: 3. Budget and distance limits: 10

name	V	E	LB	UB	Gap (%)	time
Toy10	10	45	9.00	9.00	0.00	0.25
Toy20	20	190	36.29	36.29	0.00	0.35
Toy50	50	1225	191.30	191.30	0.00	2.47
Toy100	100	4950	468.15	468.15	0.00	29.70
Toy150	150	11175	744.99	744.99	0.00	177.70
Toy200	200	19900	1021.84	1021.84	0.00	660.55
Toy250	250	31125	1298.69	1378.69	5.80	709.74

Table 3 – Time periods: 5. Budget and distance limits: 10

name	V	E	LB	UB	Gap (%)	time
Toy10	10	45	9.00	9.00	0.00	0.64
Toy20	20	190	36.29	36.29	0.00	0.45
Toy50	50	1225	219.62	219.62	0.00	6.20
Toy100	100	4950	645.67	645.67	0.00	54.09
Toy150	150	11175	1072.43	1072.43	0.00	483.80
Toy200	200	19900	1499.20	1698.52	11.74	658.92
Toy250	250	31125	1925.96	2125.29	9.38	1633.61

Table 4 – Time periods: 8. Budget and distance limits: 10

name	V	E	LB	UB	Gap (%)	time
Toy10	10	45	9.00	9.00	0.00	0.38
Toy20	20	190	36.29	36.29	0.00	0.68
Toy50	50	1225	219.62	219.62	0.00	24.55
Toy100	100	4950	772.25	772.25	0.00	134.31
Toy150	150	11175	1382.20	1817.65	23.96	804.39
Toy200	200	19900	1992.15	2427.60	17.94	605.71
Toy250	250	31125	2661.37	3037.55	12.38	1898.82

5 Conclusions and Future Work

The Multi-period Prize-Collecting Steiner Tree problem with budget constraints formalizes in an intuitive way the planning problem encountered in the design of a gas network. Selecting the most profitable customers and connecting them by a least-cost network immediately leads to the problem of computing a Steiner tree.

The aim of this paper is finding solutions of guaranteed quality for realistic problem sizes in a reasonable amount of computing time. The method of choice is a branch-and-cut approach: the cut constraints set is inserted as needed.

Future work includes developing a multi-period primal heuristic that could significantly improve the gap between the lower bound and the best known feasible solution for our most challenging problem instances.

References

1. Bienstock, D., Goemans, M., Simchi-Levi, D. & Williamson, D. (1993), "A note on the prize-collecting traveling salesman problem.", *Mathematical Programming* 59, 413-420.
2. Canuto, S., Resende, M. & Ribeiro, C. (2001), "Local search with perturbations for the prize-collecting steiner tree problem in graphs.", *Networks* 38, 50-58.
3. Chopra, S. & Rao, M.R. (1994), "The Steiner tree problem I: Formulations, compositions and extension of facets.", *Mathematical Programming* 64, 209-229.
4. Costa, A.M., Cordeau, J-F. & Laporte, G. (2009), "Models and branch-and-cut algorithms for the steiner tree problem with revenues, budget and hop constraints.", *Networks* 53(2), 141-159.
5. Feofiloff, P., Fernandes, C., Ferreira, C. & Pina, J. (2007), "Primal-dual approximation algorithms for the prize-collecting steiner tree problem.", *Information Processing Letters* 103(5), 195-202.
6. Fischetti, M., Leitner, M., Ljubic, I., Luipersbeck, M., Monaci, M., Resch, M., Salvagnin, D. & Sinnl, M. (2017), "Thinning out steiner trees: a node-based model for uniform edge costs.", *Mathematical Programming Computation* 9(2), 203-229.
7. Goemans, M. & Williamson, D. (1996), "The primal-dual method for approximation algorithms and its application to network design problems.", In D. S. Hochbaum, editor, *Approximation algorithms for NP-hard problems* pp. 144-191.
8. Gollowitzer, S. & Ljubic, I. (2011), "MIP models for connected facility location: a theoretical and computational study.", *Computers & Operations Research* 38(2), 435-449.
9. Johnson, D., Minkoff, M. & Phillips, S. (2000), "The prize-collecting steiner tree problem: Theory and practice.", In *Proceedings of 11th ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms* pp. 760-769.
10. Klau, G., Ljubic, I., Moser, A., Mutzel, P., Neuner, P., Pferschy, U. & Weiskircher, R. (2004), "Combining a memetic algorithm with integer programming to solve the prize-collecting steiner tree problem.", In K. Deb, editor, *Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference (GECCO-2004)* 3102, 1304-1315.
11. Ljubic, I., Weiskircher, R., Pferschy, U., Klau, G., Mutzel, P. & Fischetti, M. (2005), "Solving the prize-collecting steiner tree problem to optimality.", *ALENEX/ANALCO*, 68-76.
12. Ljubic, I., Weiskircher, R., Pferschy, U., Klau, G., Mutzel, P. & Fischetti, M. (2006), "An algorithmic framework for the exact solution of the prize-collecting steiner tree problem.", *Mathematical Programming, Series B* 105, 427-449.
13. Suhl, U.H. & Hilbert, H. (1998), "A branch-and-cut algorithm for solving generalized multiperiod steiner problems in graphs.", *Networks* 31, 273-282.

Tendências Futuras para Pesquisas em Problemas de Roteamento de Veículos

Luiz Satoru Ochi, Lúcia Drummond, Yuri Frota
Instituto de Computação – Universidade Federal Fluminense - RJ – Brazil
e-mail: {[satoru](mailto:satoru@ic.uff.br); [lucia](mailto:lucia@ic.uff.br); yuri@ic.uff.br}

Cristiana Bentes, Igor Machado Coelho
Universidade Estadual do Rio de Janeiro – UERJ – RJ – Brazil
e-mail: {cris@eng.uerj.br; igor.machado@gmail.com}

Resumo

Neste artigo, apresentamos algumas contribuições em termos de algoritmos heurísticos híbridos para problemas de roteamento de veículos - PRV (*Vehicle Routing Problems - VRP*) e mostramos algumas tendências promissoras para novas pesquisas neste tema. A literatura tem nos mostrado que, para vários problemas de otimização combinatória, incluindo VRP, os melhores algoritmos heurísticos ou aproximados são versões híbridas. Neste contexto, apresentamos neste trabalho uma revisão da literatura com algumas propostas de algoritmos híbridos baseados em três paradigmas diferentes: (i) através da conjugação de diferentes metaheurísticas num único algoritmo, (ii) através da junção de conceitos de metaheurísticas com métodos exatos de programação matemática (*Matheuristics*), e (iii) através da utilização de processamento paralelo em ambientes heterogêneos compostos de CPU e de Unidade de Processamento Gráfico (*Graphics Processing Unit – GPU*). A proposta destes três caminhos para novas pesquisas é justificada pelos resultados altamente relevantes mostrados na literatura, incluindo as nossas experiências em pesquisas anteriores.

Abstract

In this paper, we present some contributions in terms of hybrid heuristic algorithms for Vehicle Routing Problems (VRP) and we show some promising trends for further research on this topic. The literature has shown us that for several combinatorial optimization problems, including VRP, the best approximate or heuristic algorithms are hybrid versions. In this context, we present some proposals of hybrid algorithms, either conjugating different metaheuristics in a single algorithm, or through the assembly of concepts of metaheuristics with exact mathematical programming methods (*Matheuristics*), or using different programming paradigms and computer architectures, CPU and GPU, in different versions of parallel algorithms. The proposal of these three avenues for further research is justified by the highly relevant results shown in the literature, including our experiences in previous research.

Palavras-chaves: *vehicle routing problem; green computing; hybrid algorithms*

Introdução

Apresentamos neste artigo, alguns caminhos promissores para pesquisa em diferentes problemas de otimização combinatória, em particular para problemas de roteamento de uma frota de veículos (*vehicle routing problems – VRP*). Problemas que têm objetivo de gerar percursos otimizados para diferentes meios de transporte (caminhões, ônibus, navios, aeronaves, trens, veículos não tripulados entre outros) são um dos temas clássicos dentro da Pesquisa Operacional e da Otimização Combinatória.

Esta popularidade se deve tanto ao fato da literatura apresentar, nas últimas décadas, contribuições de grande relevância para diferentes aplicações, mas também, pelo fato de que, quando utilizadas em modelos da vida real, muitos destes métodos apresentam boas soluções no sentido operacional.

Desde o surgimento do primeiro artigo sobre VRP proposto por Dantzig & Ramser (1959) [24], muito tem se pesquisado nesta área. A partir da década de 80, surgiram muitas metaheurísticas com contribuições relevantes para o problema.

Nas últimas décadas, houve um grande desenvolvimento de métodos exatos para o problema. Mais recentemente, algoritmos paralelos para ambientes heterogêneos (CPU e GPU) têm apresentado resultados de eficiência bastante promissores. Este tema está entre os problemas de otimização de grande popularidade com um elevado número de novas contribuições, tanto no contexto de novas teorias, como no de propostas de novos algoritmos sequenciais e paralelos para a sua resolução.

A proposta deste artigo é apresentar alguns direcionamentos de novas pesquisas neste tema, baseando-se no que temos observado na literatura e também em nossas contribuições nestes segmentos. Veja [1-23].

Heurísticas Híbridas para VRP

Apresentamos, nesta seção, propostas de algoritmos heurísticos híbridos que têm se mostrado muito eficientes na resolução de diferentes modelos de VRP.

Primeiramente, apresentamos a versão híbrida em que são conjugados conceitos de diferentes metaheurísticas num só algoritmo heurístico. Este conceito é bastante conhecido e utilizado pela literatura afim. Entre as metaheurísticas mais usadas, podemos citar Algoritmos Genéticos (AG) também chamados de Algoritmos Evolutivos. Nestes algoritmos, a população inicial em versões híbridas pode ser gerada por um algoritmo construtivo como a do GRASP e é incorporado um módulo de busca local ativado apenas para alguns indivíduos (soluções) gerados pelo AG com melhor qualidade (*elite set*). Outra versão bastante utilizada é empregar os AGs para calibrar os parâmetros de Redes Neurais.

Nesta classe de versão híbrida, porém, os algoritmos mais utilizados pela literatura são, com certeza, baseados em metaheurística com busca local VND ou VNS (*Variable Neighborhood Descent or Variable Neighborhood Search*). Neste caso, uma versão que tem se destacado na literatura, é a que usa a heurística *Iterated Local Search* (ILS) com busca local VND ou RVND (*Random Variable Neighborhood Descent*). Veja [4, 7, 10, 11, 13, 15, 16, 19, 20, 22, 23].

Algumas aplicações bem sucedidas de ILS com busca local RVND num modelo de VRP onde a demanda de cada cliente pode ser atendida de forma fracionária (*The Split Delivery Vehicle Routing Problem – SDVRP*) foram propostas em trabalhos recentes da nossa equipe [7, 19].

No exemplo de uma solução desta variante ilustrado na Figura 1, verificamos que a demanda do cliente 7 é atendida parcialmente pelas rotas 1 e 2. Este procedimento na prática pode trazer uma economia significativa, reduzindo significativamente o tamanho da frota de veículos necessária para atender um conjunto de demandas (clientes).

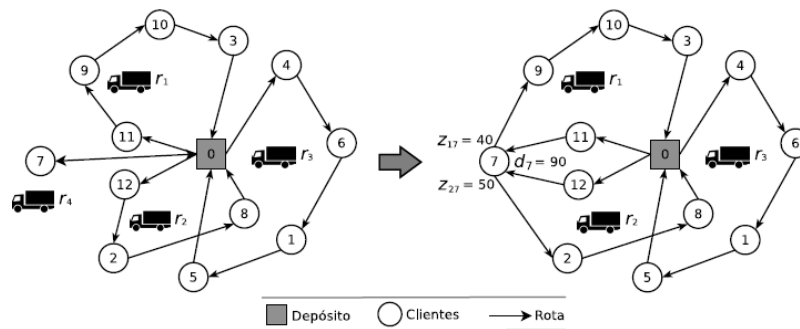


Figura 1: Uma solução do SDVRP; opção sem Split (figura 1a) e com Split (figura 1b).

A eficiência destas versões híbridas foi avaliada numa heurística ILS, composta de uma heurística gulosa do tipo inserção para gerar uma solução inicial e com a busca local do tipo RVND. O método RVND proposto é composto de um conjunto de estruturas simples e bastante conhecidas de vizinhanças: *inter-rotas* (movimentos entre duas rotas incluindo conceitos de: *swap*, *split*, *cross* e algumas específicas para *split delivery*) e vizinhanças *intra-rotas* (movimentos dentro de uma única rota, incluindo conceitos de: *k-optimal*, *Or-opt*, *reinscrição*), veja mais detalhes em [19]. Resultados computacionais com instâncias da literatura, mostraram a superioridade deste método quando confrontadas com os melhores métodos heurísticos existentes para o SDVRP. De um total de 324 instâncias de diferentes bibliotecas existentes, o algoritmo obteve 243 novas melhores soluções e empatou com BKS (*Best Know Solution*) em outras 55 instâncias como mostra a Tabela 1 a seguir:

Conjunto	#Instâncias	#New BKS	#BKS	Avg. Gap (%)	Avg. Time (s)	Avg Time BKS (s)
Belenguer (a,c)	25	18	7	-1,87	63,77	1,50
Belenguer (a)	25	22	3	-1,46	75,97	1,62
Campos (a)	49	44	5	-2,23	925,59	3,06
Archetti (a)	42	36	-	-2,81	1159,18	2,68
Chen (a)	21	7	5	-0,02	504,44	16,41
Belenguer (b, c)	25	13	12	-0,32	56,87	9,47
Belenguer (b)	25	22	3	-1,13	74,51	1,39
Campos (b)	49	40	9	-0,41	872,02	63,55
Archetti (b)	42	36	5	-1,22	1062,86	44,74
Chen (b)	21	5	5	-0,03	591,62	14,67
Total	324	243	55			

Tabela 1: Resumo dos resultados do nosso algoritmo híbrido ILS+RVND comparado com as melhores heurísticas da literatura. A coluna “Conjunto” indica as bibliotecas de instâncias; # Instâncias = número de instâncias de cada biblioteca; #melhores = número de instâncias onde nosso algoritmo superou as BKS; #Empates = número de instâncias onde nosso algoritmo chegou as BKS; e nas demais colunas, gaps médios, tempos médios e tempos onde algoritmo proposto conseguir a melhor solução. (a) = frota limitada; (b) = frota ilimitada; (c) = custos arredondados”.

A segunda variante da versão heurística híbrida é a que o objetivo é de reunir num único algoritmo, conceitos de metaheurísticas com os de programação matemática, seguindo a linha das *Matheuristics*. Para problemas de VRP, existe neste segmento uma versão híbrida que chamamos de “óbvia”.

Nesta versão, são conjugados o uso de uma dada metaheurística com um método exato da seguinte forma: a metaheurística gera durante suas iterações, soluções factíveis de boa qualidade (*pool* das p melhores soluções distintas geradas até o momento), e de tempos em tempos, durante uma execução da metaheurística, sempre que o *pool* for razoavelmente atualizado, interrompe-se a sua execução, para se resolver um método exato do tipo *Set Covering Problem* – SCP, onde as colunas da matriz do SCP são formadas pelas rotas das p soluções do *pool* geradas pela metaheurística.

Exemplos do sucesso desta estratégia foram mostrados em vários trabalhos, como no trabalho de nossa autoria [13], onde foi proposto um algoritmo unificado (HURVFH: *Heurística Unificada para Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea*) e um algoritmo híbrido unificado (HHURVFH: *que é a versão anterior incorporando o módulo do Set Covering Problem – SCP*).

A eficiência destes dois algoritmos foram avaliados para 17 variantes do VRP com frota de veículos heterogêneos (*Heterogeneous Vehicle Routing Problems - HVRP*), veja mais detalhes em [13, 14].

O framework HURVFH basicamente é uma heurística ILS com busca local RVND, e o HHURVFH é o HURVFH incorporando o modelo de programação matemática *Set Covering Problem* – SCP, que é resolvido através do *solver* CPLEX. O algoritmo para gerar uma solução inicial do ILS e as estruturas de vizinhanças da busca local RVND do ILS seguiram o mesmo modelo do ILS + RVND da variante híbrida anterior, onde o construtivo utiliza conceitos de inserção mais próxima e inserção mais barata, e as estruturas de vizinhanças compostas de diferentes movimentos *intra* e *inter* rotas, já bastante conhecidas na literatura (veja mais detalhes em [13, 14]).

Em [13] e [14], são mostrados o potencial deste procedimento híbrido, e um resumo dos resultados computacionais obtidos por este *framework* analisando seu desempenho para a resolução de 17 variantes do HVRP com um total de 18 bibliotecas de instâncias da literatura totalizando 688 problemas testes.

A Tabela 2 apresenta um resumo destes resultados onde: *Variante* = variante do HVRP, *Instância* = Grupo de instâncias com os proponentes em cada linha, n = dimensões desse grupo de instâncias, *Autores* = algoritmos com melhor desempenho para esta classe de instâncias, *Gap Mel* = melhor gap do algoritmo em relação ao BKS – *best know solution*, *Gap Med* = gap médio das 10 execuções de cada instância, *Tempo (s)* = tempo computacional gasto pelo algoritmo em segundos, *Sol/Tot* = número de BKS ou nova BKS gerada / total de instâncias desse grupo, e, finalmente, *CPU/GHz* = tipo de processador usado (P = Pentium; I7 etc). Um valor *Gap* com valor negativo significa que o nosso algoritmo superou o BKS desta instância.

Variante	Instância	n	Autores	Gap Mel.	Gap Med.	Tempo(s)	Sol. / Tot.	CPU (GHz)
PRVDFH-FV	[Taillard, 1999]	[20 – 100]	[Prins, 2009b]	0,02		6,86	7 / 12	P4 1,8
			[Inram et al. 2009]	0,04		117,92	8 / 12	PM 1,7
			HURVFH	0,00	0,09	24,64	11 / 12	I7 2,93
			HHURVFH	0,00	0,01	7,56	12 / 12	I7 2,93
PRVDFH-F	[Taillard, 1999]	[20 – 100]	[Inram et al. 2009]	0,05		126,60	9 / 12	PM 1,7
			[Liu et al. 2009]	0,01	0,19	107,96	10 / 12	P4 3,0
			HURVFH	0,01	0,23	30,48	11 / 12	I7 2,93
			HHURVFH	-0,01	0,11	9,09	12 / 12	I7 2,93
PRVDFH-V	[Taillard, 1999]	[20 – 100]	[Choi & Tcha, 2007]	0,00	0,12	21,05	11 / 12	P4 2,6
			[Inram et al. 2009]	0,02		134,32	7 / 8	PM 1,7
			HURVFH	0,00	0,17	30,38	11 / 12	I7 2,93
			HHURVFH	0,00	0,12	3,33	12 / 12	I7 2,93
PRVDFH-V	[Brandão, 2011]	[100 – 199]	[Brandão, 2011]	0,00			5 / 5	P4 2,6
			HURVFH	0,39	0,90	423,68	0 / 5	I7 2,93
			HHURVFH	-0,09	0,15	40,71	5 / 5	I7 2,93
PRVFHF-FV	[Taillard, 1999]	[50 – 100]	[Li et al. 2010]	0,11	0,22	43,25	7 / 8	P 2,2
			HURVFH	-0,05	0,24	32,89	8 / 8	I7 2,93
			HHURVFH	-0,07	0,17	7,73	8 / 8	I7 2,93
PRVFHF-FV	[Duhamel et al. 2011]	[20 – 256]	[Duhamel et al. 2011]	0,86		468,57	7 / 96	P 2,2
			HURVFH	-0,06	0,23	1684,68	53 / 96	I7 2,93
			HHURVFH	-0,12	0,33	464,94	78 / 96	I7 2,93
PRVFHF-V	[Taillard, 1999]	[50 – 100]	[Li et al. 2007]	0,03		57,16	7 / 8	Ath 1,0
			[Prins, 2009b]	0,08		25,38	6 / 8	P4 2,6
			HURVFH	0,03	0,22	31,89	7 / 8	I7 2,93
			HHURVFH	0,03	0,18	4,03	7 / 8	I7 2,93
PRVFHF-V	[Brandão, 2011]	[100 – 199]	[Brandão, 2011]	0,00			5 / 5	P4 2,6
			HURVFH	-0,21	0,03	404,30	5 / 5	I7 2,93
			HHURVFH	-0,39	-0,15	42,25	5 / 5	I7 2,93
PRVFHF-V	[Li et al. 2007]	[200 – 360]	[Li et al. 2007]	0,28		346,22	0 / 5	Ath 1,0
			[Brandão, 2011]	0,09		1246,28	2 / 5	P4 2,6
			HURVFH	0,82	1,53	2856,46	1 / 5	I7 2,93
			HHURVFH	0,34	1,73	551,01	2 / 5	I7 2,93

Tabela 2: Resumo dos resultados computacionais dos algoritmos HURVFH e HHURVFH.

Finalmente, a terceira variante de versões híbridas, aqui abordadas, se refere a algoritmos paralelos executados em ambientes de arquiteturas heterogêneas, particularmente usando CPU e GPU.

Em trabalhos anteriores, detectamos que algoritmos metaheurísticos paralelos, quando utilizados para a resolução de problemas VRP ou de Problemas de Scheduling – PS, apresentam melhores resultados em suas versões híbridas, onde parte da execução do algoritmo é realizada em ambiente CPU e outra parte é paralelizada para GPU [2, 3, 4, 6, 15]. Outras contribuições significativas obtidas em publicações anteriores deste segmento se referem ao desenvolvimento de *Buscas Locais específicas para o ambiente GPU*, o que denotamos por *Multiple Improvement* [15].

Um exemplo do bom desempenho das versões paralelas híbridas, quando comparadas com o desempenho do mesmo algoritmo paralelo usando apenas CPU, foi testado para um problema similar aos problemas VRP, que são os problemas de scheduling em máquinas paralelas, na variante denominada “*Unrelated Parallel Machine Scheduling Problem with Sequence Dependent Setup Times (UPMSPST)*” [6].

Neste problema existem tempos de *setup* dependentes das máquinas e da sequência de execução das tarefas nas máquinas. O objetivo do problema é minimizar o *makespan*. (mais detalhes deste problema pode ser visto em [6]). O desempenho da versão híbrida (CPU e GPU) é ilustrado na Tabela 3, que mostra o comportamento dos programas paralelos, em termos dos tempos computacionais dispendidos e o *speedup* da versão híbrida (CPU e GPU) em relação ao paralelo executado somente em CPU.

Os testes computacionais da Tabela 3, foram efetuados num computador com a seguinte configuração: CPU Intel i7 2.67 GHz, com 8GB de memória e um GPU GeForce 560 GTX Ti, com 384 cores e 1 GB de memória.

Grupos de Instâncias	Tempos Médios CPU (s)	Tempos Médios Híbrido CPU e GPU	Speedup
100x10	5.31	0.50	10.62
100x15	5.82	0.51	11.41
100x20	6.18	0.53	11.66
100x25	6.78	0.57	11.89
100x30	7.12	0.58	12.28
150x10	16.72	1.00	16.73
150x15	18.13	1.07	16.94
150x20	19.41	1.08	17.97
150x25	20.97	1.15	18.23
150x30	21.88	1.16	18.86
200x10	38.47	1.87	20.57
200x15	41.24	1.93	21.37
200x20	44.11	2.03	21.73
200x25	46.89	2.06	22.76
200x30	49.50	2.13	23.24
250x10	74.71	3.12	23.95
250x15	80.33	3.26	24.64
250x20	85.81	3.36	25.54
250x25	90.71	3.42	26.52
250x30	95.67	3.53	27.10
Médias	38.79	1.74	22.29

Tabela 3: Resumo do desempenho do paralelo híbrido (CPU e GPU) comparado com paralelo (CPU) num problema de scheduling.

Os resultados computacionais ilustrados nas Tabelas 1, 2 e 3, nos mostram (mesmo que de forma empírica), que versões híbridas tendem a ser bastante eficientes na resolução de diferentes modelos VRP, justificando a proposta das três variantes de algoritmos híbridos para novas pesquisas, tanto no contexto de VRP como para outros problemas de Otimização Combinatória de elevada complexidade computacional.

O bom desempenho das versões híbridas apresentadas neste trabalho são comprovadas em outras propostas existentes na literatura para a resolução de outros problemas de otimização combinatória de elevada complexidade computacional (problemas NP-Completo e NP-Hard). No entanto, as versões híbridas ((ii) conjugar metaheurísticas com métodos exatos) e ((iii) executar versões paralelas de metaheurísticas em ambientes heterogêneos CPU e GPU) ainda não são tão exploradas na literatura, principalmente esta vertente (iii).

O que temos observado, é que pequenas idéias como a de trabalhar em buscas locais com conceitos de “multiple improvement” (onde o algoritmo paralelo analisa todas as soluções vizinhas melhores que a solução inicial - base), ao invés dos tradicionais procedimentos “first improvement” e “best improvement”, no ambiente GPU isso pode trazer significativas melhorias no desempenho do algoritmo heurístico paralelo associado, como comprovamos em [15].

Neste contexto, acreditamos que exista ainda muito campo para novas pesquisas científicas nestas duas direções.

A bibliografia a seguir mostra um artigo pioneiro sobre VRP [24], e alguns trabalhos de nossa autoria no tema referente a versões híbridas para VRP e problemas similares.

Bibliografia

- [1] Coelho, Bruno Nazário.; Nazário Vitor; **Coelho, Igor M.**; **Ochi, Luiz Satoru.**; Koochaksaraei, Roozbeh H.; Zuidema, Demetrius.; Lima, Milton S. F.; and da Costa, Adilson R. (2017) "A Multi-Objective Green UAV Routing Problem". To appear in **Computer & Operations Research - COR**, ELSEVIER.
- [2] **Coelho, Igor M.**; Munhoz, Pablo L.; **Ochi, Luiz Satoru**; Souza, Marcone J F; Farias, Ricardo.; and **Bentes, Cristiana**. (2016). “An Integrated CPU-GPU heuristic inspired on Variable Neighborhood Search for the Vehicle Routing Problem with Deliveries and Selective Pickups”. **International Journal of Production Research**, Taylor & Francis. Volume 54(4), pp. 945-962, (2016).
- [3] **Coelho, Igor M.**; Munhoz, Pablo L.; **Ochi, Luiz Satoru**; Souza, Marcone J F; Farias, Ricardo; and **Bentes, Cristiana**. (2012). “The Single Vehicle Routing Problem with Deliveries and Selective Pickups in a CPU-GPU Heterogeneous Environment”. Proc. of

the The 2nd International Workshop on Embedded Multi-Core computing and Applications (WAMCA 2012), pp: 1606-1611, held in conjunction with the 9th **IEEE International Conference on Embedded Software and Systems (ICCESS-2012)**, in Liverpool, UK, 25-27 June 2012.

[4] **Coelho, Igor M**; Haddad, Matheus; **Ochi, Luiz Satoru**; Souza, Marcone J F; Farias, Ricardo. (2012). "A hybrid CPU-GPU local search heuristic for the Unrelated Parallel Machine Scheduling Problem. Proc. of the 3rd Workshop on Applications for Multi-Core Architectures (WAMCA), held in conjunction with the **24th International Symposium on Computer Architecture (SBAC PAD)**, October 24-25, New York – USA.

[5] **Coelho, Igor**, Munhoz, Pablo L; Haddad, Matheus; Nazário, Vitor; Silva, Marcos M.; **Ochi, Luiz Satoru**; and Souza, Marcone J. F. (2011). "OPTFRAME: A Computational Framework for problems of Combinatorial Optimization". Proc. of the **VII ALIO/EURO - Workshop on Applied Combinatorial Optimization**, pp. 50-53, Porto - Portugal, May 4-6.

[6] **Coelho, Igor**; Haddad, Matheus; **Ochi, Luiz Satoru**; Souza, Marcone J F; Farias, Ricardo. (2012). "A hybrid CPU-GPU local search heuristic for the unrelated parallel machine scheduling problem". Proceedings of the **WAMCA/SBAC-PAD 2012**, IEEE Press, October 2012, NY.

[7] Haddad, Matheus; Souza, Marcone J F; Hartl, Richard; **Ochi, Luiz Satoru**; Vidal, Thibaut; and Simone Martins. (2018). "The Pickup and Delivery Problem with Split Loads: A Random Variable Neighborhood Descent Heuristic". To appear in **European Journal of Operations Research – EJOR - ELSEVIER**.

[8] Mestria, M.; **Ochi, Luiz Satoru**; and Martins, S. L. (2013). "GRASP with Path Relinking for the Symmetric Euclidean Clustered Traveling Salesman Problem". **Computers & Operations Research - COR – ELSEVIER**, v. 40, p. 3218-3229.

[9] Mine, Márcio T; Silva, Matheus S; Subramanian, Anand; **Ochi, Luiz Satoru**; and Souza, Marcone J F. (2011). "A hybrid heuristic based on iterated local search and genius, for the vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery". **International Journal of Logistics Systems Management (IJLSM)**, Vol. 10(2), pp. 142 – 157, Inderscience Publishers.

[10] Moraes, Rogerio F; Silva, Andre R V; **Ochi, Luiz Satoru**, and Marti.Luis. (2018). "Implementation of a RVND, VNS, ILS heuristic for the Traveling Car Renter Problem". To appear Proceedings of the 2018 **IEEE Congress on Evolutionary Computation (IEEE CEC 2018)**, 08-13 July 2018, Rio de Janeiro, Brazil.

[11] Munhoz, Pablo.; **Drummond, Lúcia**; Souza, Ueverton S.; Silva, Pedro H G.; **Ochi, Luiz Satoru** and Michelon, Philippe. (2018). "General Variable Neighborhood Search for the Data Mule Scheduling Problem". To appear in **Electronic Notes in Discrete Mathematics - ENDM 2686 - ELSEVIER**, 201

[12] Nazário, Vitor; **Coelho, Igor M.**; Coelho, Bruno N.; Oliveira, Glauber.; Barbosa, Alexandre.; Pereira, Leo.; Freitas, Alan.; Santos, Haroldo G.; **Ochi, Luiz Satoru.**; and Guimarães, Frederico. (2017)."A communitarian microgrid storage planning system inside the scope of a smart city" (2017). In **Applied Energy** 201, pp. 371-381, ELSEVIER.

[13] Penna, Puca H V.; Subramanian, Anand.; **Ochi, Luiz Satoru.**; Prins, Christian.; and Vidal, Thibaut. (2017). "A Hybrid Heuristic for a Broad Class of Vehicle Routing Problems with Heterogeneous Fleet". **Annals of Operations Research – ANOR – SPRINGER**, Volume 259, pp. 1-70, 2017.

[14] Penna, Puca H V.; Subramanian, Anand; Uchoa, Eduardo; and **Ochi, Luiz Satoru**. (2012). "A Hybrid Algorithm for the Heterogenous Fleet Vehicle Routing Problem" (2012). **European Journal of Operational Research - EJOR – ELSEVIER**, Volume 221, pp: 285-295, (2012).

[15] Rios, Eyder; **Ochi, Luiz Satoru**; **Boeres**, Cristina; **Nazário**, Vitor; **Coelho, Igor Machado**; and Farias, Ricardo. (2018). "Exploring parallel multi-GPU local search strategies in a metaheuristic framework". **Journal of Parallel and Distributed Computing** 111, pp. 39-55, ELSEVIER.

[16] Santos, Edcarllos; Penna, Puca H.; **Coelho, Igor M.**; Soares, Heder D.; **Ochi, Luiz Satoru**; and Simonetti. Luidi. (2018). "Logistics SLA Optimization Service for Transportation in Smart Cities". To appear in Proceedings of the 2018 **International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN 2018 – co-sponsored by International Neural Network Society)**, RJ, Brazil.

[17] Santos, Edcarllos; **Ochi, Luiz Satoru**; Simonetti, Luidi., and Gonzalez, P. H. (2016). "A Hybrid Heuristic based on Iterated Local Search for Multivehicle Inventory Routing Problem" (2016). **ENDM** 52, 197–204, ELSEVIER.

[18] Silva, André Renato V.; and **Ochi, Luiz Satoru**. (2016). "An efficient hybrid algorithm for the Traveling Car Renter Problem". **Expert Systems and Application**, vol 64, pp. 132-140, ELSEVIER.

- [19] Silva, Marcos Melo.; Subramanian, Anand.; and *Ochi, Luiz Satoru.*(2015). “An Iterated Local Search heuristic for the Split Delivery Vehicle Routing Problem”. **Computers & Operations Research - COR**, pp. 234-249 - ELSEVIER.
- [20] Silva, Marcos M.; Subramanian, Anand.; Vidal, Thibaut; and *Ochi, Luiz Satoru.* (2012). “A simple and effective heuristic for the Minimum Latency Problem”. **European Journal of Operational Research - EJOR**, ELSEVIER, Volume 221, pp: 513-520,
- [21] Subramanian., Anand.; Uchoa, Eduardo.; Pessoa, Artur; and *Ochi, Luiz Satoru.* (2013). “Branch-cut-and-price for the Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery”. in **Optimization Letters** – ELSEVIER, 2013(7), pp. 1569-1581.
- [22] Subramanian, Anand; Uchoa, Eduardo.; and *Ochi, Luiz Satoru.* (2013). “A hybrid algorithm for a class of vehicle routing problems” **Computers & Operations Research - COR**. Vol 40, pp. 2519-2533 - ELSEVIER.
- [23] Vidal; Thibaut; Maculan, Nelson.; *Ochi, Luiz Satoru*; and Penna, Puca H V. (2016). “Large Neighborhoods with Implicit Customer Selection for Vehicle Routing Problems with Profits”. **Transportation Science**, volume 50(2), pp. 720-734, INFORMS.
- [24] Dantzig, G.B. & Ramser, J.H. (1959). “The truck dispatching problem”. *Management Science* 6, 1, 80-91.

Aplicação do MACBETH para apoio na avaliação de Programas de pós-graduação interdisciplinares no Brasil

Rafael Santos Tavares
Universidade Federal Fluminense, Brasil
rafaeltavares13@gmail.com

Lidia Angulo-Meza
Universidade Federal Fluminense, Brasil
lidia_a_meza@pq.cnpq.br

Luís Alberto Duncan Rangel
Universidade Federal Fluminense, Brasil
luisbr2000@yahoo.com.br

Annibal Parracho Sant'Anna
Universidade Federal Fluminense, Brasil
annibal.parracho@gmail.com

Resumo

O presente artigo tem como objetivo propor um modelo que apoie a avaliação de programas de pós-graduação interdisciplinares brasileiros, usando para isso o método multicritério de apoio à decisão MACBETH. Foram considerados dados referentes à produção científica desses programas e indicadores usados na avaliação da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior. Nove programas interdisciplinares de Modelagem Computacional foram selecionados e analisados segundo seis critérios definidos pelo decisor. Com julgamentos qualitativos, foi possível ranquear, de acordo com o desempenho, os programas interdisciplinares e identificar critérios onde as alternativas possuem um grande potencial de melhoria.

Palavras-chave: Programas de pós-graduação; MACBETH; Avaliação.

1 Introdução

A metodologia de apoio à decisão multicritério (MCDA) caracteriza-se pelo suporte à modelagem decisional, que considera as convicções e os valores dos indivíduos envolvidos, de tal forma a permitir a construção de um modelo no qual se baseiam as decisões em favor do que se acredita ser o mais adequado (Roy & Vanderpooten, 1996).

Nesse sentido, o método pode contribuir com o processo decisório em diferentes contextos, inclusive, na análise dos resultados obtidos por programas de pós-graduação oferecidos por Instituições de Ensino Superior (IES) brasileiras.

A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) com o intuito de agrupar os diversos programas de acordo com suas afinidades e proporcionar um processo avaliativo mais coerente, divide os cursos em quarenta e nove áreas de

conhecimento, classificadas em nove grandes áreas e três colégios principais: ciências da vida; ciências exatas, tecnológicas e multidisciplinar; e humanidades (CAPES, 2017).

O presente trabalho tem como objetivo analisar programas de pós-graduação inseridos na área de conhecimento interdisciplinar. Essa área de conhecimento encontra-se dentro da grande área multidisciplinar, pertencente ao colégio de ciências exatas, tecnológicas e multidisciplinar. Destaca-se a significativa ascensão da área interdisciplinar, criada pela CAPES em 1999, que apresenta, desde sua criação, um número crescente de pedidos de credenciamento de programas de mestrado e doutorado (Steil, 2011).

Contribuições para a análise da metodologia de avaliação dos cursos empregada em diferentes áreas têm sido apresentadas ao longo dos anos, como em: Gonzalez-Araya (2002), Sant'Anna (2005), Sant'Anna et al. (2016) e Angulo-Meza et al. (2018).

Define-se interdisciplinaridade como a convergência de duas ou mais áreas do conhecimento que não pertençam à mesma classe, caracterizando-se pelo diálogo e transferência de métodos entre diferentes áreas gerando novos conhecimentos ou disciplinas (CAPES, 2016).

Furtado (2011) afirma ainda que, para a universidade atender aos desafios impostos pela sociedade contemporânea é necessário a constituição de um espaço para a interdisciplinaridade dentro da própria instituição.

Assim, considerando a tendência de programas cada vez mais interdisciplinares, e o caminho percorrido pela ciência que, em pequenos passos está se tornando mais interdisciplinar (Porter e Rafols, 2009), foram selecionados programas de pós-graduação inseridos nessa área de conhecimento para serem analisados a partir de um método multicritério de apoio à decisão.

2 Fundamentos teóricos de MACBETH

O método MACBETH, desenvolvido por Bana e Costa & Vansnick (1994), é uma ferramenta de apoio à decisão que possibilita a avaliação de alternativas considerando múltiplos critérios. Um grande diferencial do método é a requisição de julgamentos qualitativos, apenas, para ponderar o conjunto de critérios estabelecido pelo decisor.

Bana e Costa et al. (2013) salientam que é necessário suprir as condições de preferência estrita e de indiferença, conforme mostrado nas equações (1) e (2), respectivamente, para que seja possível medir ordinalmente a atratividade das opções x de um conjunto X finito, de forma a associar a cada x um valor numérico real $v(x)$. Já para coletar informações cardinais do avaliador, usando informação mais rica sobre a atratividade das opções, além do atendimento das Equações (1) e (2), é necessário atentar para a satisfação da condição adicional (3) representada abaixo. Dessa forma é possível estabelecer uma escala numérica de intervalos $v: X \rightarrow \mathbb{R}: x \rightarrow v(x)$ (Torres, Andrade e Soares de Mello, 2016).

- $\forall x, y \in X: [x \text{ é mais atrativa do que } y (xPy) \Leftrightarrow v(x) > v(y)]$ (1)
- $\forall x, y \in X: [x \text{ e } y \text{ são igualmente atrativas } (xIy) \Leftrightarrow v(x) = v(y)]$ (2)
- $\forall w, x, y, z \in X$ com x mais atrativo que y e w mais atrativo que z :
o quociente $[v(x)-v(y)]/[v(w)-v(z)]$ mede a diferença de atratividade entre x e y quando a diferença de atratividade entre w e z é a unidade de medida. (3)

Salienta-se ainda que, no método MACBETH, em alternativa à pontuação direta, a transição da informação ordinal para cardinal é facilitada por um questionamento de comparação das opções, duas a duas, em termos qualitativos (Bana e Costa et al., 2013).

No presente artigo, o método MACBETH constitui um importante facilitador no processo de avaliação de desempenho de programas de pós-graduação interdisciplinares oferecidos por universidades brasileiras, como descrito na seção 3.2.

3 Estruturação do problema

3.1 Coleta de dados

Para a avaliação dos programas de pós-graduação interdisciplinares são aqui utilizados dados disponibilizados pela CAPES, através da Plataforma Sucupira, referente ao resultado final da Avaliação Trienal 2013, que reflete o desempenho dos programas entre os anos de 2010 e 2012 e foram publicados, após análise, no ano de 2013.

Com base na Planilha de Indicadores dos Programas Interdisciplinares e na Ficha de avaliação, em que consta a valoração de importantes atributos, específicos para área avaliada, com os respectivos comentários e justificativas da comissão avaliadora, foi possível estabelecer os parâmetros da avaliação proposta nesse estudo.

Destaca-se que, no período de avaliação CAPES 2010-2012, foram analisados os resultados de 236 programas de pós-graduação de natureza interdisciplinar, oferecidos tanto por universidades públicas, quanto por universidades privadas.

3.2 Escolha do Método de apoio à decisão

O método MACBETH mostra-se apropriado como suporte à tomada de decisões na área de educação superior (Cuadrado e Fernández, 2013; Keček et al., 2016). Um grande diferencial da ferramenta são os julgamentos qualitativos a partir da percepção do decisor, para ponderar o conjunto de critérios estabelecidos.

Dessa forma, através de uma valoração qualitativa dos critérios definidos, torna-se possível o estabelecimento de um resultado quantitativo que auxiliará no entendimento do comportamento de cada programa dentro do contexto delimitado.

A ferramenta M-MACBETH (Bana e Costa, De Corte e Vansnick, 2005), dá suporte à interpretação dos resultados obtidos e permite a inclusão de um grande número de critérios de decisão, qualitativos ou quantitativos, o que facilita o entendimento do grupo de decisão (Carnero e Gomez, 2016).

Por fim, o método apresenta-se confiável por não permitir nenhum grau de inconsistência nos julgamentos do decisor, estabelecendo um processo interativo de revisão dos julgamentos, inclusive sugerindo quais devem ser revistos (Soares de Mello et al., 2001).

3.3 Escolha das opções

Entre os 236 programas interdisciplinares avaliados pela CAPES, entre os anos de 2010-2012, foi selecionado um conjunto com características e objetivos similares que pudesse ser analisado considerando o mesmo perfil de produção, de linhas de pesquisa, de docentes, de discentes e de infraestrutura demandada. Foram selecionados inicialmente, dez programas de Modelagem Computacional de diferentes IES, conforme o Tabela 1.

Tabela 1 - Programas de Pós-Graduação avaliados

	INSTITUIÇÃO	PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO	MODALIDADE	INÍCIO	
				MEST	DOUT
1	CEFET/MG	MODELAGEM MATEMÁTICA E COMPUTACIONAL	ACADÊMICA	2005	2013
2	CIMATEC	MODELAGEM COMPUTACIONAL E TECNOLOGIA INDUSTRIAL	ACADÊMICA	2008	2011
3	FURG	MODELAGEM COMPUTACIONAL	ACADÊMICA	2006	--
4	LNCC	MODELAGEM COMPUTACIONAL	ACADÊMICA	2000	2000
5	UERJ	MODELAGEM COMPUTACIONAL	ACADÊMICA	1995	2000
6	UFAL	MODELAGEM COMPUTACIONAL DE CONHECIMENTO	ACADÊMICA	2004	--
7	UFF	MODELAGEM COMPUTACIONAL EM CIÊNCIA E TECNOLOGIA	ACADÊMICA	2010	--
8	UFJF	MODELAGEM COMPUTACIONAL	ACADÊMICA	2006	2011
9	UFRRJ	MODELAGEM MATEMÁTICA E COMPUTACIONAL	ACADÊMICA	2012	--
10	UFT	MODELAGEM COMPUTACIONAL DE CONHECIMENTO	PROFISSIONAL	2012	--

Acrescenta-se que com o intuito de manter a similaridade de objetivos, o perfil de produção científica e o perfil de docentes e discentes, já comentados, optou-se por excluir da análise o curso de Modelagem Computacional de Conhecimento oferecido pela UFT, cujo programa é ofertado na modalidade profissional. Dessa forma, apenas os nove programas acadêmicos são avaliados com base nos critérios definidos na seção seguinte.

3.4 Escolha dos critérios de decisão

Decidiu-se, em reuniões com professores envolvidos em programas interdisciplinares (decisores), que entre os indicadores utilizados pela CAPES seriam escolhidos aqueles que contribuíssem de maneira significativa para o desempenho dos programas interdisciplinares, respeitando as seguintes condições para serem considerados coerentes (Roy e Boyssou, 1985): i) Exaustividade; ii) Coesão e; iii) Não Redundância.

A partir desses conceitos e de uma análise minuciosa dos indicadores utilizados pela CAPES na avaliação dos programas interdisciplinares, definiram-se três pilares para refletir o desempenho desses programas: produção científica, aspectos que contribuem para a interdisciplinaridade do programa e por fim, infraestrutura. Acredita-se que, cada um dos critérios escolhidos, permite uma avaliação holística do desempenho desses programas. Abaixo, descrevem-se os conceitos que englobam cada critério:

- **Produção de artigos:** Está subdividido em três categorias:
 - ✓ Artigos classificados como A1 e A2 pela CAPES. Representam a produção mais relevante. Estão inseridos nos estratos mais elevados de classificação;
 - ✓ Artigos classificados como B1 e B2 pela CAPES. Esses artigos estão publicados geralmente em revistas com fator de impacto menor do que os artigos classificados como A1 e A2 e possuem um peso menor para o programa;
 - ✓ Artigos classificados como B3, B4 pela CAPES. Essa produção geralmente está vinculada a revistas que possuem menos prestígio na comunidade científica.
 - ✓ Artigos classificados como B5 e C pela CAPES. Último patamar de classificação dos periódicos científicos.

- **Teses e dissertações:** Traduz a capacidade do programa em formar profissionais com competências interdisciplinares de alto nível.
- **Livros e capítulos:** Critério com menor valor agregado à produção do pesquisador.
- **Infraestrutura:** Critério avaliado qualitativamente pela comissão da CAPES. Assim como os dois critérios seguintes, recebe uma nota final na escala baseada nos conceitos: "muito bom", "bom", "regular", "fraco" e "insuficiente". Examina-se a adequação da infraestrutura para a formação profissional interdisciplinar, para o ensino, a pesquisa, a administração, as condições laboratoriais ou de pesquisa de campo, áreas de informática e biblioteca disponível e pertinente para o Programa.
- **Inserção e impacto regional e (ou) nacional do programa:** Observa os impactos educacional, social, cultural e tecnológico/econômico do programa e tem a intenção de refletir o cumprimento da função social da universidade e da pós-graduação.
- **Integração e cooperação com outros programas e centros de pesquisa e desenvolvimento profissional relacionados à área de conhecimento do programa, com vistas ao desenvolvimento da pesquisa e da pós-graduação:** O diálogo, a integração e a cooperação representadas por esse critério, direcionam a avaliação ao âmago da abordagem interdisciplinar e tornam esse critério essencial na análise de cursos inseridos nesse contexto. Verifica a existência de intercâmbios, parcerias, projetos de cooperação e produção conjunta com outros programas e centros de pesquisa.

3.5 Avaliação dos programas interdisciplinares

Após a análise do contexto em que a avaliação será realizada, a seleção de alternativas e a definição dos critérios de decisão que validarão a avaliação, será utilizado o software M-MACBETH para obter as pontuações que permitirão uma classificação dos programas.

A etapa inicial consiste em registrar as alternativas e critérios que servirão de base para a avaliação. Após a inserção dos dados básicos e a montagem da árvore de valores contendo os critérios considerados, procedeu-se a avaliação par a par entre as nove alternativas sob análise, em cada um dos critérios. Dessa forma, o decisor é capaz de valorar o desempenho de cada alternativa, adequando conforme sua percepção, os resultados extraídos da Planilha de Indicadores dos Programas Interdisciplinares e da Ficha de avaliação da CAPES, com informações qualitativas a respeito da análise feita *in loco* pelos avaliadores. A Figura 1, mostra a comparação par a par entre os programas de pós-graduação, referente ao critério Artigos A1 e A2 e a escala sugerida pelo software.

	LNCCE	CIMATEC	UFF	FURG	CEFET-MG	UERJ	UFAL	UFJF	UFRRJ	Escala actual	
LNCCE	nula	fort-mfort	fort-mfort	fort-mfort	fort-mfort	fort-mfort	mt. forte	fort-mfort	extrema	100.00	extrema
CIMATEC		nula	moderada	mod-fort	mod-fort	mod-fort	forte	fort-mfort	mt. forte	71.43	mt. forte
UFF			nula	moderada	moderada	moderada	mod-fort	forte	fort-mfort	62.86	moderada
FURG				nula	moderada	moderada	mod-fort	forte	forte	54.29	fraca
CEFET-MG					nula	moderada	mod-fort	mod-fort	forte	45.71	mt. fraca
UERJ						nula	moderada	mod-fort	forte	37.14	nula
UFAL							nula	mod-fort	forte	28.57	
UFJF								nula	mod-fort	14.29	
UFRRJ									nula	0.00	

Figura 1 - Matriz de julgamentos qualitativos - critério Artigos A1 e A2

Nessa etapa, o analista irá propor ao decisor uma comparação entre os programas em cada um dos nove critérios definidos, e solicitará baseado nos dados coletados, que

descreva qual a intensidade da diferença entre a performance do programa *a* e o programa *b*, ou seja, a diferença de atratividade entre as opções. Acrescenta-se que, conforme o preenchimento e a validação da matriz, são apresentadas as escalas MACBETH de pontuações, com a classificação de cada programa em cada critério.

Por fim, após o preenchimento dos julgamentos qualitativos par a par entre os programas interdisciplinares, é realizada a ordenação dos pesos dos critérios, conforme Figura 2.

Figura 2 - Matriz de julgamentos qualitativos inter-critério

Nessa configuração, a matriz de julgamentos inter-critério, que propõe uma ponderação dos critérios entre si, concedeu um peso maior aos critérios "Cooperação com outros programas", fundamental para a manutenção da natureza interdisciplinar do programa e "produção de artigos A1 e A2", que trata do nível de publicações de maior peso.

4 Resultados

Após o cumprimento dos procedimentos estabelecidos na seção 4.5, é possível obter a pontuação e conseqüentemente classificar os programas de acordo com os escores referentes ao desempenho em cada critério, conforme mostrado na Figura 3.

Opções	Global	A1+A2	B1+B2	B3+B4	B5+C	TESES+DISSERT	LIV+CAP	INFRA	INS+IMP	COOP
[tudo sup.]	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
LNCC	90.82	100.00	100.00	65.52	44.12	91.86	88.00	100.00	100.00	100.00
FURG	79.74	54.29	89.66	86.21	100.00	76.74	100.00	82.35	21.05	85.00
UERJ	67.62	37.14	68.97	100.00	8.82	83.72	76.00	73.53	76.32	77.50
CIMATEC	65.71	71.43	44.83	44.83	26.47	62.79	52.00	91.18	92.11	92.50
CEFET-MG	85.88	45.71	34.48	75.86	35.29	100.00	28.00	17.65	84.21	70.00
UFJF	39.51	14.29	56.90	55.17	17.65	46.51	12.00	0.00	0.00	62.50
UFF	35.97	62.86	79.31	24.14	52.94	6.98	40.00	26.47	34.21	0.00
UFAL	29.87	28.57	24.14	34.48	61.76	69.77	64.00	8.82	10.53	7.50
UFRRJ	17.95	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	64.71	68.42	55.00
[tudo inf.]	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Pesos:		0.1924	0.1632	0.1339	0.0586	0.1088	0.0335	0.0837	0.0084	0.2175

Figura 3 - Pontuações para os programas interdisciplinares analisados

O programa de Modelagem Computacional do LNCC obteve a maior pontuação dentre os programas analisados. O LNCC é uma instituição dedicada à pesquisa e desenvolvimento em computação científica, ligada ao Ministério da Ciência e Tecnologia. Seu programa de mestrado é o segundo mais antigo dentre os nove programas analisados e o seu programa de doutorado, também consolidado, foi fundado no ano 2000, mesmo ano em que o programa oferecido pela UERJ foi iniciado, sendo esses dois programas de doutorado os mais antigos dentre todos analisados.

O programa oferecido pelo LNCC destaca-se ainda pelo seu alto desempenho no quesito produção de artigos, com grande concentração de publicações (57%) nos estratos A1 e

A2. Além da publicação dos artigos de grande relevância para a área interdisciplinar, o programa representa uma das principais referências em Modelagem Computacional no país, com forte atuação na realização de encontros científicos que permitem aos pesquisadores brasileiros uma aproximação com cientistas importantes da comunidade científica internacional, segundo a Ficha de Avaliação da CAPES (2010-2012).

O programa oferecido pela UERJ, o mais antigo dentre os programas avaliados, com início em 1995, obteve o terceiro melhor desempenho na pontuação global fornecida pelo MACBETH e destaca-se como o terceiro programa com maior número de publicações, principalmente nos estratos B3 e B4. Outro aspecto que contribui para o bom desempenho do programa da UERJ, é a iniciativa de numerosas cooperações científicas tanto com instituições nacionais, quanto com pesquisadores de instituições internacionais.

Os programas oferecidos pela UFF, UFAL e UFRRJ são aqueles que têm maior potencial para melhorias. Destaca-se que nos casos dos programas oferecidos pela UFF e pela UFRRJ, os desempenhos refletem o estágio inicial dos cursos que começaram suas atividades nos anos 2010 e 2012, respectivamente. Verifica-se, ainda, que, no caso dos programas da UFF e da UFAL, uma das questões que contribuiu para uma pontuação global abaixo das demais, foi a avaliação da CAPES no item infraestrutura. Ainda que, no modelo proposto por este estudo, o peso atribuído a esse critério fosse baixo, entende-se que para o desenvolvimento de produção científica, esse quesito é um importante estimulador. Ambos os cursos receberam um conceito "Bom", quando o melhor conceito dentre os cinco níveis propostos pela CAPES seria "Muito bom".

Propõe-se ainda uma comparação entre o conceito CAPES (2013) e a pontuação obtida com o método MACBETH. Verifica-se uma similaridade entre os conceitos atribuídos pela CAPES e a pontuação obtida com a aplicação do método MACBETH. O programa oferecido pelo LNCC, por exemplo, único do conjunto de programas que obteve conceito 6, que corresponde a cursos de qualidade internacional, também é aquele que obteve maior pontuação na avaliação proposta neste estudo.

5. Conclusões

O método MACBETH foi utilizado nesta pesquisa como instrumento facilitador na avaliação de programas de pós-graduação inseridos dentro da área interdisciplinar definida pela CAPES. Propôs-se uma alternativa de avaliação que permitiu classificar os programas de modelagem computacional oferecidos por diferentes instituições de ensino superior brasileiras e iniciar um diagnóstico com base nas pontuações globais obtidas. O método MACBETH mostrou-se uma ferramenta útil para auxiliar gestores na busca por melhores resultados, trabalhando com informações quantitativas e qualitativas e apresentando escores capazes de ajudar na classificação dos programas.

Um fato a ser destacado é a similaridade dos resultados obtidos com a aplicação do método MACBETH e o desempenho dos mesmos programas na avaliação da CAPES no período em questão. Isso pode apontar convergências entre os dois modelos e em linha gerais consolida a avaliação desenvolvida neste estudo. Espera-se em um trabalho futuro que outros critérios sejam agregados ao modelo, inclusive alguns que não sejam considerados pela CAPES como: percepção dos discentes e docentes a respeito de

aspectos como qualidade do ensino, metodologia interdisciplinar empregada, estruturação do programa e influência da infraestrutura para o programa.

REFERÊNCIAS

1. A. L. Porter e I. Rafols. Is Science Becoming more Interdisciplinary Measuring and Mapping Six Research Fields over Time. *Scientometrics*, 81(3):719-745, 2009.
2. A. P. Sant'Anna. Composição Probabilística de Critérios na Avaliação de Cursos. RBPG. *Revista Brasileira de Pós-Graduação*, 2(3):40-54, 2005.
3. A. P. Sant'Anna, H. G. Costa, L. D. Nepomuceno e V. Pereira. A probabilistic approach applied to the classification of courses by multiple evaluators. *Pesquisa Operacional*, 36:469-485, 2016.
4. A. T. Furtado. Experiência do Programa de Pós-Graduação em Política Científica e Tecnológica da Unicamp. In: PHILIPPI JR, Arlindo; SILVA NETO, Antônio J. Silva. (Editores). *Interdisciplinaridade em Ciência, Tecnologia e Inovação*. Barueri: Manole, 2011.
5. A. V. Steil. Trajetória Interdisciplinar formativa e profissional na sociedade do conhecimento. In: PHILIPPI JR, Arlindo; SILVA NETO, Antônio J. Silva. (Editores). *Interdisciplinaridade em Ciência, Tecnologia e Inovação*. Barueri: Manole, 2011.
6. B. G. Torres, G. N. Andrade e J. C. C. B. Soares de Mello. Abordagem multicritério para seleção de alunos em projeto de mobilidade estudantil. In: *Anais do XLVIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional (SBPO 2016)*, 686-697. Vitória, 2016.
7. B. Roy e D. Boyssou. *Méthodologie Multicritèred'Aide à la Décision*. Economica, Paris, 1985.
8. B. Roy e D. Vanderpooten. The european school of MCDA: emergence, basic features and current works. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, 5:22-38, 1996.
9. C. A. Bana e Costa, L. Angulo-Meza, e M. D. O. Oliveira. O método MACBETH e aplicação no Brasil. *Engevista*, 15:3-27, 2013.
10. C. A. Bana e Costa e J. C. Vansnick. An interactive path towards the construction of cardinal value functions. *International Transactions in Operational Research*, 1(4):489-500, 1994.
11. C. A. Bana e Costa, J. M. De Corte e J. C. Vansnick, J. C. *M-MACBETH: Guía del usuario*, v. 2.4, 2005. Disponível em: <www.m-macbeth.com>. Acesso em 28 de out. 2017.
12. CAPES. *Avaliação*. 2017. Disponível em <<http://www.capes.gov.br>>. Acesso: out. 2017.
13. CAPES. Ministério da Educação. Documento de Área. Área Interdisciplinar. 2016. Disponível em <<http://avaliacaoquadrienal.capes.gov.br/documentos-de-area>>. Acesso em: nov. 2017.
14. D. Keček, N. Ž. Hrustek e D. Vesna. Application of the MACBETH method in postgraduate doctoral study selection. In *Proceedings in Global Virtual Conference*, 4(1):230-234, 2016.
15. J. C. C. B. Soares de Mello, E. G. Gomes e M. P. E. Lins. Análise multicritério da presença da Universidade Federal Fluminense com o uso do método MACBETH. *Produção*, 11:53-67, 2001.
16. L. Angulo-Meza, J.C.C.B. Soares de Mello, S.F. Gomes Júnior e P. Moreno. Evaluation of post-graduate programs using a network data envelopment analysis model. *DYNA*, 85(204):83-90.
17. M. C. Carnero e A. A. Gómez. A multicriteria decision making approach applied to improving maintenance policies in healthcare organizations. *BMC Medical Informatics and Decision Making*, 16:47, 2016.
18. M. C. Gonzalez-Araya, L. A. D. Rangel, M. P. E. Lins, L. F. A. M. Gomes. Building the Additive Utility Functions for CAD-UFRJ Evaluation Staff Criteria. *Annals of Operations Research*, 116:271-288, 2002.
19. M. R. Cuadrado e M. G. Fernández. Methodology to Select the Best Business Game in Higher Education. *American Journal of Industrial and Business Management*, 3:589-594, 2013.

Pairs of paths determination aiming to minimize the number of common arc labels and the cost

Marta Pascoal

CMUC and Department of Mathematics, University of Coimbra

marta@mat.uc.pt

João Clímaco

INESC-C, University of Coimbra

jclimaco@inescc.pt

Abstract

In application contexts like telecommunications it is common to seek for two paths between two nodes, which are lexicographically optimal with respect to the number of labels they share and their total cost. We address a bicriteria version of this problem, aiming at finding a pair of paths that minimizes both the number of shared labels and the paths cost. An algorithm is proposed for this problem, which is based on ranking pairs of paths by order of the total cost. The pairs of paths are ranked using an adaptation of a paths ranking algorithm, after a suitable modification of the network topology. Non-dominated solutions are then filtered by means of a dominance test. Computational experiments are reported that assess the ability of the new algorithm for finding all efficient pairs of paths. The empirical tests also evaluate the algorithms behavior near the optimal solutions, given that, in potential applications, it is common to look for pairs of paths with few labels in common.

Keywords: Bicriteria problem; Pairs of paths; Minimum number of common labels and cost.

1 Introduction

The shortest path problem is a widely known network optimization problem with a wide range of applications. In many of them it justifies to have a backup path, besides a primary one, which can be used in case a failure occurs along the first choice. It may also be convenient to classify the arcs in the network into groups. Reliability/fault tolerance in service networks implies knowing pairs of arc disjoint paths or pairs of paths that are disjoint in terms of their arc groups. The first is a particular case of the latter, when each arc is considered to have its own group. Hu [4] proved the problem of computing a pair of paths with the least number of groups in common to be NP-complete.

Many problems of telecommunication networks deal with a lexicographic problem regarding two criteria, having the number of common groups as the first objective and the total cost as the second, whenever there is a tie in the first. For instance, Gomes, Jorge, Melo and Girão-Silva [3] presented two heuristics for handling this type of problems with node and arc disjointness as additional constraints over the pairs of paths. When it is not possible to find disjoint paths, it is sometimes

acceptable to look for quasi-disjoint paths, with at most 1 or 2 common arcs/groups. Furthermore, in other network problems, it is worth to identify the full set of non-dominated solutions regarding the two above referred to objectives.

In the following we address the determination of pairs of paths that link two network nodes, with two goals:

- the minimization of the paths' cost, and
- the minimization of the number of groups the two paths have in common.

The rest of the text is organized into three parts: one regarding the problem definition, another on the proposed solution method, and the presentation of empirical tests.

2 Problem Description

Let us consider the following definitions. Let $G = (N, A)$ denote a network, where N is the set of n nodes and $A \subseteq N \times N$ is the set of m arcs. Let $s \in N$, and $t \in N$, be the source node, and the terminal node, and P denote the set of paths in G from s to t . In hereafter the term path stands for a path with no repeated nodes.

Let L be the set of network groups, also called labels, and $(i, j) \in A$ be an arc. Then, two values are associated with the arc (i, j) :

- $c_{ij} \in \mathbb{R}_0^+$, which represents the cost for using the arc (i, j) , and
- $l_{ij} \in L$, which represents the label of the arc (i, j) .

Given a path $p \in P$, its cost is given by

$$c(p) = \sum_{(i,j) \in p} c_{ij},$$

and the set of its arc labels is given by

$$l(p) = \cup_{(i,j) \in p} \{l_{ij}\}.$$

Extending such notions to pairs of paths in P , (p, q) , we can define:

- the pair's cost as $c(p, q) = c(p) + c(q)$, and
- the number of labels that are common to both paths as $l(p, q) = |l(p) \cap l(q)|$.

Now let z denote an objective function defined by $z(p, q) = (c(p, q), l(p, q))$. Then, the bicriteria shortest-maximally label-disjoint path pairs problem (BSDPPP) can be written as $\min\{z(p, q) : p, q \in P\}$, that is,

$$\begin{aligned} & \min && c(p, q) \\ & \min && l(p, q) \\ & \text{s.t.} && p, q \in P \end{aligned}$$

The solutions for the BSDPPP are non-dominated pairs of paths from s to t , defined as follows. A pair of paths (p, q) is said to be non-dominated if and only if there is no other pair of paths (p', q') that dominates it, that is, such that

$$\begin{cases} c(p', q') \leq c(p, q) \\ l(p', q') \leq l(p, q) \end{cases} \quad \text{with } c(p, q) \neq c(p', q') \text{ and/or } l(p, q) \neq l(p', q').$$

3 Solution Method

The first step of our algorithm is to transform the given network (N, A) into a new network (N', A') following what was proposed by Clímaco and Pascoal [2]. In particular, (N', A') is such that

- each node $i \in N$ is duplicated as i' ,
- each arc (i, j) is duplicated as (i', j') , and
- a new arc is added that links node t to node s' :

Thus,

$$N' = N \cup \{i' : i \in N\} \quad \text{and} \quad A' = A \cup \{(i', j') : (i, j) \in A\} \cup \{(t, s')\}.$$

Additionally, the initial node is still the former s , whereas the terminal node is t' .

As for the values associated with the network arcs, the former arc costs and labels are maintained. The costs and labels for the duplicated arcs are $c_{i'j'} = c_{ij}$, $l_{i'j'} = l_{ij}$, for $(i, j) \in A$. Besides, $c_{ts'} = 0$ and $l_{ts'} = x$, for some $x \notin L$.

It should be noticed that the network (N', A') has $2n$ nodes and $2m + 1$ arcs. However, in practice the duplication of arcs can be avoided if the original arcs are analyzed whenever an arc in A' is considered. Thus, it is enough to store $m + 1$ arcs only.

A path p from s to t' in the new network has the form:

$$p = q \diamond (t, s') \diamond r',$$

where \diamond stands for the concatenation of paths q , from s to t , and r' from s' to t' . This corresponds to a pair of paths from s to t in (N, A) , q and r . A path p in (N', A') is a simple path if and only if for any node x in p , x does not occur in any subpath of path p from s to any node y previous to x .

One of the two criteria in the BSDPPP is linear, the cost function c . Therefore, we can adapt the method introduced by Clímaco and Martins [1] for the bicriteria shortest path problem. The method is based on ranking the solutions by increasing order of c , and adding a dominance test to filter the solutions that are dominated. Let m_c and M_l be two values used along the algorithm to store the smallest cost and the smallest number of common labels of the pairs of paths computed at a given step, respectively. The algorithm starts by computing the shortest path in (N', A') with respect to c , say p . Then m_c is initialized with $c(p)$ and M_l is initialized with $l(p)$. Afterwards, the algorithm continues and other simple paths in (N', A') are ranked by order of c . The non-dominated solutions are filtered using the test outlined in Algorithm 1, where T stands for an auxiliary set, storing candidate non-dominated solutions. The halting condition is that there are no solutions left to compute or a fully disjoint pair of paths in terms of labels has been found.

In order to rank solutions for the BSDPPP we use the MPS algorithm proposed by Martins, Pascoal and Santos in [5] to list pairs of paths by ranking simple paths in (N', A') . This is a deviation algorithm, which uses a set X of candidates to the next best solution, p_k , for some $k \geq 1$. The set X is initialized with the path p_1 . Afterwards, the path p_k is selected as the shortest path in X , and is scanned in order to generate new candidate paths. These candidates deviate from p_k at one of its nodes and are selected so that they have the smallest cost under some constraints. New candidates paths are stored in set X .

This algorithm will be denoted by BSL0. Two more versions of this method were coded:


```

if  $c(p) = m_c$  then
  if  $l(p) = M_l$  then  $T \leftarrow T \cup \{p\}$ 
  if  $l(p) < M_l$  then
    Delete solutions in  $T$  that are dominated by  $p$ 
     $T \leftarrow \{p\}; M_l \leftarrow l(p)$ 
else
  if  $l(p) < M_l$  then
    Mark the solutions in  $T$  as non-dominated solutions
     $T \leftarrow T \cup \{p\}; m_c \leftarrow c(p); M_l \leftarrow l(p)$ 

```

Algorithm 1: Dominance test for the BSDPPP

- BSL1, which discards solutions (q, q') whenever $c(q) < c(q')$ or (q', q) was already computed;
- BSL2, which skips the path deviations with the form $r \diamond (x, y)$ such that $l(r \diamond (x, y)) > M_l$.

The reason for the first variant is that there are two paths in (N', A') , for any paths q and r in (N, A) . Namely, $q \diamond (t, s') \diamond r'$ and $r \diamond (t, s') \diamond q'$. The condition imposed in BSL1 prevents the computation of one of them. The purpose of the variant BSL2 is to discard solutions with a number of labels that makes them dominated at an early stage of the algorithm.

4 Computational Experiments

The methods presented earlier, BSL0, BSL1 and BSL2, were coded in C language and were tested on an Intel[®] i7-6700 Quad core, with 8Mb of cache, a 3.4 GHz processor and 16 Gb of RAM. The codes ran over openSUSE Leap 42.2.

Random instances of the BSDPPP were generated, with $n = 1000, 2000, 5000$ nodes, average degrees of $\delta = m/n = 2, 5, 10$, and maximum numbers of arc labels of $|L| = 5, 10, 20$. The initial and terminal nodes were $s = 1$ and $t = n$, respectively. For each arc $(i, j) \in A$, the cost was uniformly generated in $c_{ij} \in \{1, \dots, 100\}$, and the label was uniformly generated in $l_{ij} \in \{1, \dots, |L|\}$. The results presented in the following are mean values obtained for 10 different seeds, for each set of parameters.

Table 1: Problems solved until the end (%)

	$\delta = 5$			$\delta = 10$			$\delta = 20$		
$n \setminus L $	5	10	20	5	10	20	5	10	20
1 000	10	50	60	70	60	90	60	100	90
2 000	50	80	90	70	50	80	50	100	100
5 000	30	80	80	40	90	100	70	100	100

The first purpose of these tests was to assess the introduced methods' empirical behavior when applied to the previous set of instances. Part of the problems were solved very fast, whereas others could only be solved partially for the memory limitations that have been imposed. The percentage of problems solved until the end (the same for all three codes) is summarized in Table 1. The denser instances, with a wider range of labels, are easier to solve than the smaller instances with

Table 2: Mean number of non-dominated solutions

$n \setminus L $	$\delta = 5$			$\delta = 10$			$\delta = 20$		
	5	10	20	5	10	20	5	10	20
1 000	4.4	4.5	3.1	3.4	4.2	4.5	5.3	5.0	4.2
2 000	3.7	5.0	3.7	5.7	5.2	4.2	5.4	5.3	4.7
5 000	2.4	3.5	3.4	4.2	4.8	5.2	4.2	4.5	3.7

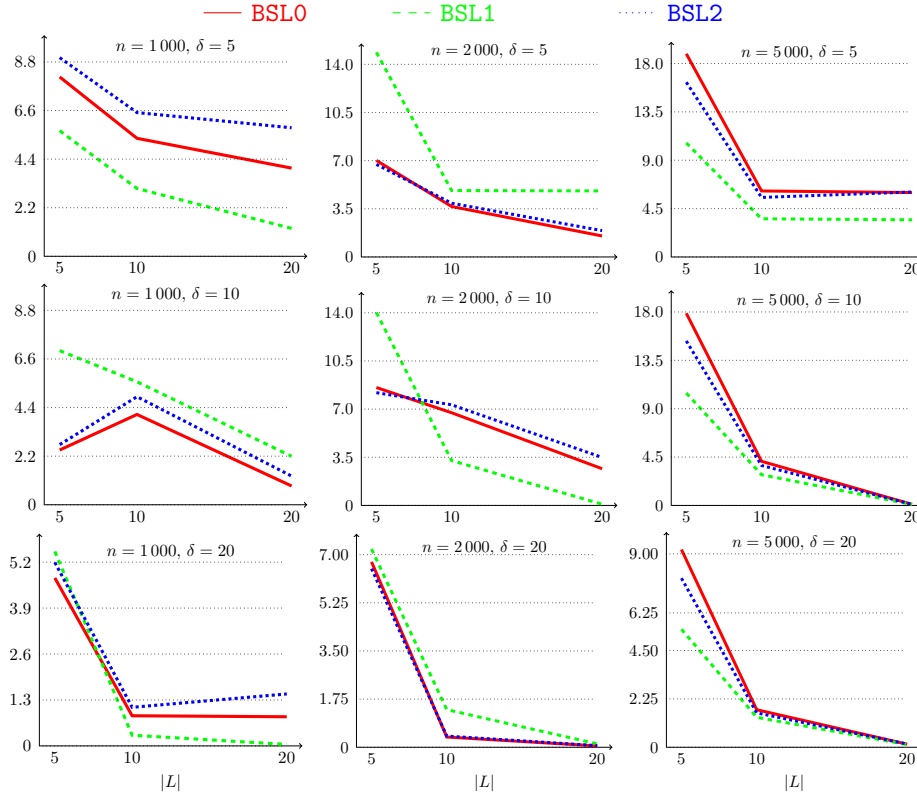


Figure 1: Mean run times (in milliseconds) for the codes BSL0, BSL1, BSL2

fewer labels. The number of non-dominated solutions for these instances is fairly small, as shown in Table 2. In average it is between 2.4 and 5.7.

The run times for the three codes are presented in Figure 1. In general they are small, and increase with n and decrease with $|L|$ and δ . The results are similar for all the codes and none of them dominates the others for all the cases.

Table 3 presents the number of pairs of paths that had to be generated for solving the given instances. The figures vary from one code to another but, like for the run time, no code dominates the others with respect to the number of computed solutions.

As mentioned earlier, in many applications full label disjointness is wished but not mandatory, and pairs of paths with few common labels are still useful. Therefore, the next results focus the ability of the algorithms to find pairs of paths with at most $\Delta = 2$ labels in common for the same instances, in particular for those that could not be solved until the end. Table 4 presents the least number of common labels of the solutions obtained by code BSL0 for those problems. The average

Table 3: Mean number of generated solutions

n	$ L $	$\delta = 5$			$\delta = 10$			$\delta = 20$		
		5	10	20	5	10	20	5	10	20
1 000	BSL0	3 126	10 863	2 497	21 007	7 462	11 939	16 679	21 580	9 490
	BSL1	303	9 651	2 433	20 960	7 461	11 738	16 675	21 580	9 490
	BSL2	252	15 165	2 384	20 901	7 335	15 846	16 231	20 154	9 140
2 000	BSL0	19 891	20 642	3 365	14 183	12 787	3 326	19 991	15 395	21 870
	BSL1	16 662	20 065	3 284	14 033	12 725	3 326	19 990	15 395	21 870
	BSL2	16 646	23 189	3 231	13 988	12 656	2 409	19 886	21 170	20 696
5 000	BSL0	141	14 121	3 411	11 276	19 506	27 681	13 877	17 515	7 778
	BSL1	141	18 675	3 390	11 270	19 502	27 680	13 877	17 515	7 778
	BSL2	141	8 639	2 892	11 251	12 830	26 953	13 699	15 030	6 304

Table 4: Mean least number of common labels using BSL0 for problems not solved until the end

$n \setminus L $	$\delta = 5$			$\delta = 10$			$\delta = 20$		
	5	10	20	5	10	20	5	10	20
1 000	1.3	1.5	1.5	1.0	1.0	1.0	1.0	*	1.0
2 000	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	*	*
5 000	1.5	1.5	1.5	1.0	1.0	*	1.0	*	*

*: All problems solved until the end

value for these least numbers of common labels is either 1 or very close to 1. Besides, the number of common labels was 2 for 5.6% of the instances with $n = 1\,000$, and 4.4% of the instances $n = 5\,000$, In the remaining cases pairs of paths with a single label in common have been found.

Table 5: Mean run times of BSL0 for finding solutions with 1 or 2 common labels for problems not solved until the end

$n \setminus L $		$\delta = 5$			$\delta = 10$			$\delta = 20$		
		5	10	20	5	10	20	5	10	20
1 000	2	3.260	3.869	5.338	0.007	0.006	0.003	0.069	*	0.008
	1	8.950	8.765	9.269	7.721	8.748	7.515	7.932	*	8.111
2 000	2	0.214	0.062	0.003	0.042	0.053	0.010	0.128	*	*
	1	12.516	14.439	15.173	13.849	12.641	13.134	13.592	*	*
5 000	2	12.344	18.752	30.167	0.812	0.025	*	0.007	*	*
	1	26.138	27.863	28.308	25.046	17.430	*	0.048	*	*

*: All problems solved until the end

Table 5 summarizes the mean run times required to compute pairs of paths with 1 or 2 labels in common, again for the instances that were not solved until the end. In this case solutions with 1 common label could be found in less than 29 milliseconds and solutions with 2 common labels were found in less than 31 milliseconds.

Still having in mind the calculation of pairs of paths with at most Δ common labels, on a second part of the empirical experiments the code BSL2 was adapted as:

- BSLFix, which prevents pairs of paths that can only generate solutions with more than Δ common labels;
- BSLFixRank, which starts by ranking pairs of paths without testing its dominance until the

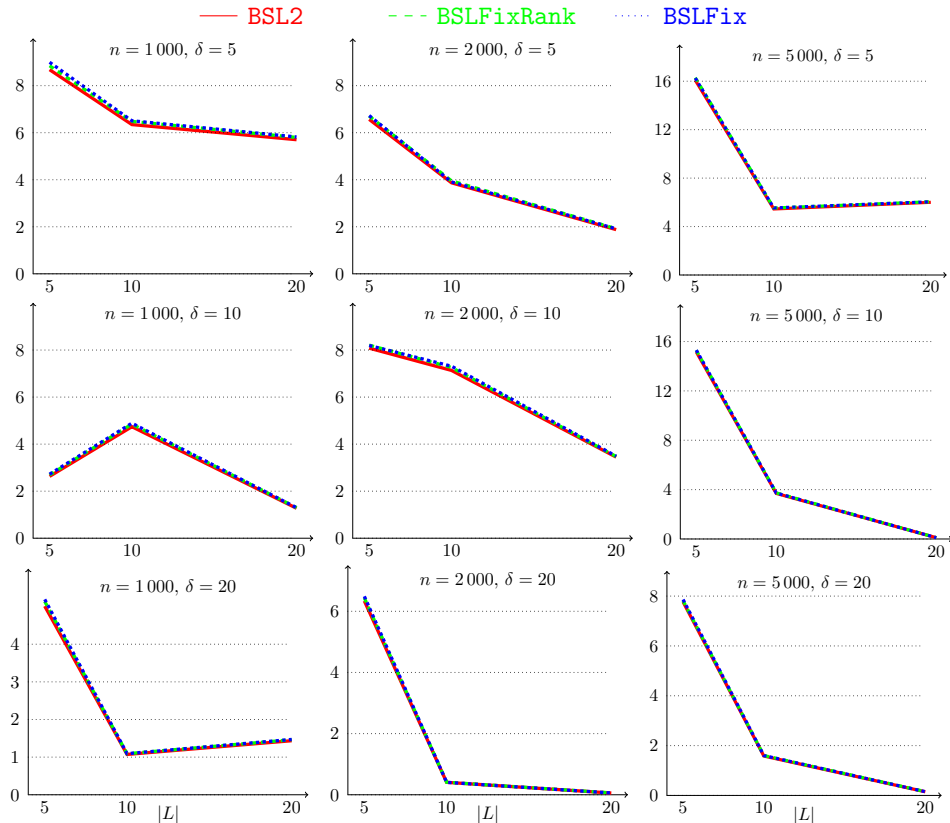


Figure 2: Run times (in milliseconds) for the codes BSL2, BSLFixRank, BSLFix

first one with at most Δ common labels, and then resumes according to BSLFix.

Tests were run using the previous instances and considering $\Delta = 2$.

As expected, the percentage of problems solved until the end under the same memory constraints was the same as shown in Table 1, and therefore is not shown. The run times for the new codes are shown in Figure 2. Although different numbers of pairs of paths are generated by the three codes, the attempt to speed up the original code was not fully well succeeded, as all the codes show very similar results in terms of the run time.

5 Conclusions

In this work we have presented a new method for finding pairs of paths with minimum cost and the fewest labels in common. A set of variants of this method were implemented and tested for randomly generated networks. Instances with low densities and small $|L|$ were harder to solve than denser instances with a wider range of labels. Some of the instances of the BSDPPP were solved very quickly, while solving others may depend on the allocated memory space. Nevertheless, in average the non-dominated solutions for the problem were found in short times, up to 20ms for instances with 5 000 nodes, 25 000 or 50 000 arcs, and 5 arc labels.

Although the problems that were not solved until the end were more difficult than the others, solutions of practical interest could still be found very quickly. In particular, both pairs of paths with 2 and 1 labels in common were found in average in less than 31 milliseconds. These run times are compatible with potential applications.

Acknowledgments This work was partially supported by FCT under project grants UID/MAT/-00324/2013 and UID/MULTI/00308/2013.

References

- [1] J. Clímaco and Martins. A bicriterion shortest path algorithm. *European Journal of Operations Research*, 11:399-404, 1982.
- [2] J. Clímaco and M. Pascoal. Finding non-dominated bicriteria shortest pairs of disjoint simple paths. *Computers & Operations Research*, 36:2892-2898, 2009 .
- [3] T. Gomes, L. Jorge, P. Melo and R. Girão-Silva. Maximally node and SRLG-disjoint path pair of min-sum cost in GMPLS networks: a lexicographic approach. *Photonic Network Communications*, 31: 11-22, 2016.
- [4] J. Hu. Diverse routing in optical mesh networks. *IEEE Transactions on Communications*, 51: 489-494, 2003.
- [5] E. Martins, M. Pascoal and J. Santos. Deviation algorithms for ranking shortest paths. *The International Journal of Foundations of Computer Science*, 10:247-263, 1999.

O problema de minimização de troca de ferramentas aplicado a uma indústria de embalagens de papelão ondulado

Marcelo Ferreira
Universidade Federal do Triângulo Mineiro
marcelo.ferreira@matematica.uftm.edu.br

Silvio Alexandre de Araujo
Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho
silvio.araujo@unesp.br

Resumo

Neste trabalho abordamos um problema real identificado no processo produtivo de indústrias de embalagens de papelão ondulado. O PCP emite boletins que trazem as características relativas às chapas que serão produzidas. A produção destas chapas é feita no corrugador, onde bobinas são instaladas, de acordo com as características dos boletins. O problema surge da necessidade de minimizar trocas de gramaturas e rolos corrugadores durante o processo de produção dos boletins, uma vez que cada boletim traz as gramaturas específicas das camadas (geralmente são 3 ou 5) da chapa, além do tipo de onda empregada no(s) miolo(s). O sequenciamento dos boletins impacta na quantidade de trocas de gramaturas e de rolos corrugadores. Interpretamos este problema como um Problema de Minimização de Trocas de Ferramentas e adaptamos dois modelos matemáticos da literatura para o caso em estudo. Alguns resultados computacionais são apresentados e indicam que os modelos atendem aos objetivos propostos.

Keywords: Programação Inteira Mista; Minimização de Trocas de Ferramentas; Indústria de Embalagens.

1 Introdução

As embalagens de papelão ondulado são as mais utilizadas no mundo, por apresentarem baixo custo, serem recicláveis e otimizarem o uso do espaço. No Brasil, segundo dados do IBGE para o ano de 2014, as Indústrias de Embalagens de Papelão Ondulado (IEPO), movimentaram R\$ 10,2 bilhões, o que revela a força deste setor na economia.

O processo produtivo das IEPO tem uma cadeia complexa e vem chamando a atenção de inúmeros pesquisadores da área de otimização desde a década de 60, o que possibilitou a identificação e estudo de uma série de problemas interessantes. O mais comum deles é o problema da minimização da perda lateral (*Trim Loss Problem*) que surge da diferença entre os padrões de corte e a largura das chapas de papelão produzidas no corrugador.

Porém, apesar da relevância dentro do processo produtivo das IEPO, não encontramos trabalhos na literatura que tratem do problema da minimização das trocas de gramaturas e rolos corrugadores. Neste trabalho tentamos cobrir este *gap* com uma proposta de modelagem deste problema como um problema de minimização de trocas de ferramentas (PMTF) ([2]), também conhecido na literatura como SSP (do inglês, Job sequencing and tool switching problem), ToSP (do inglês, Tool switching problem) e TSFM (do inglês, Tool switching on a flexible machine) ([1]).

As principais contribuições deste trabalho são: a interpretação e modelagem matemática de um problema prático como uma extensão de um problema clássico da literatura; a extensão proposta para o PMTF, em que as ferramentas devem ser instaladas em locais específicos do magazine para a execução das tarefas, também é uma contribuição, pois, embora algumas extensões do PMTF já tenham sido propostas na literatura, conforme discutido em [1], não encontramos nenhuma extensão como a que propomos neste trabalho.

Este artigo está organizado da seguinte forma: na Seção 2 é feita a descrição do processo produtivo em uma indústria de embalagens de papelão e a descrição do problema a ser investigado. Na Seção 3 são apresentados dois modelos matemáticos e, na Seção 4, alguns resultados computacionais iniciais são apresentados. Na Seção 5 são incluídas as conclusões e trabalhos futuros.

2 Descrição do Problema

Os boletins determinados pelo PCP trazem uma série de informações, tais como: tipo de papelão, o comprimento da chapa a ser produzida, a gramatura das camadas e o tipo de onda utilizada no miolo. Para maior clareza, sintetizamos na Tabela 1 alguns exemplos.

Tabela 1: Exemplos de boletins com suas principais informações

Boletim	Tipo de papelão	Comprimento	Gramatura de cada camada	Tipo de onda do(s) miolo(s)
1	Parede simples	14500 m	(120,100,120)	(B)
2	Parede dupla	21220 m	(120,100,120,100,120)	(A,B)
3	Parede dupla	17907 m	(160,120,160,120,160)	(B,A)
4	Parede simples	12389 m	(140,120,140)	(A)
5	Parede dupla	9565 m	(140,100,140,100,140)	(B,B)

Na Tabela 1, o conjunto (120,100,120) relativo ao boletim 1, indica a gramatura das três camadas do papelão de parede simples, sendo 100 a gramatura do miolo e 120 as gramaturas das capas. Da mesma forma, o conjunto (160,120,160,120,160) relativo ao boletim 3 indica as gramaturas das cinco camadas do papelão de parede dupla, sendo 120 as gramaturas dos miolos e 160 as gramaturas das capas.

O conjunto (B), relativo ao boletim 1, indica o tipo de onda do miolo no caso de papelão de parede simples e o conjunto (B,A), relativo ao boletim 3, indica o tipo de onda de cada miolo do papelão de parede dupla. Para a miolo, teremos duas informações associadas, a gramatura e o tipo de onda. Para simplificarmos o problema, consideraremos dois porta-bobinas adicionais fictícios, associados ao tipo de onda dos miolos. Assim, o boletim 2 por exemplo, seria denotado por (120,100,120,100,120,A,B). Estes conjuntos são ordenados, ou seja, as gramaturas e os tipos de ondas indicados devem ser utilizadas exatamente na ordem proposta.

A forma como esses boletins são sequenciados no momento de sua produção determinará o número de troca de gramaturas e o número de trocas de rolos corrugadores. Quando finaliza-se um boletim em um determinado porta-bobinas pode-se ter um toco cuja gramatura é diferente daquela

que deverá ser utilizada no próximo boletim. Neste caso, este toco deve ser devolvido ao estoque, o que implica em custo de transporte, ou deve ser descartado pois não poderá ser mais aproveitado, o que implica em perda de matéria-prima. Da mesma forma, se dois boletins subsequentes tem, para um miolo, um tipo de onda diferente, o rolo corrugador (que imprime a onda no papel) deve ser substituído, e essa troca implica em perda de produtividade, pois o corrugador deve ser desligado durante a substituição.

Encontrar o melhor sequenciamento dos boletins de forma a minimizar as trocas de gramaturas e rolos corrugadores é um problema relevante no processo produtivo, pois tem impacto nos custos de produção e na produtividade. Por exemplo, considere a produção dos boletins 2, 3 e 5 (da 1), nesta ordem, teremos então 10 trocas de gramaturas e 3 trocas de rolos corrugadores, já para a sequência 2, 5 e 3, teremos 8 trocas de gramaturas e 2 trocas de rolo corrugador.

Neste trabalho interpretamos o problema em questão como uma versão (inérita até onde sabemos) de um problema clássico da literatura, que é o Problema de Minimização de Troca de Ferramentas-PMTF ([2], [3] e [4]). Esse problema consiste basicamente em determinar a melhor sequência de um conjunto de tarefas, para as quais temos que utilizar ferramentas específicas, de modo que sejam necessárias o menor número de trocas de ferramentas. A máquina que executa as tarefas tem um magazine (compartimento para conter as ferramentas) limitado e que geralmente não comporta todas as ferramentas necessárias para executar todas as tarefas, o que obriga as trocas das ferramentas. No problema encontrado nas IEPO temos que cada boletim corresponderá a uma tarefa, cada bobina de determinada gramatura corresponderá a uma ferramenta e, o magazine corresponderá ao conjunto limitado de porta-bobinas presente no corrugador. A principal diferença entre o problema tratado neste trabalho e o PMTF é que a ordem de instalação das bobinas (ferramentas) é importante, pois, vão ser utilizadas para produzir determinada camada do boletim (tarefa).

3 Modelagem Matemática

Nesta Seção propomos dois modelos para o Problema da Minimização de Trocas de Gramaturas e Rolos Corrugadores - PMTGRC. O primeiro modelo foi baseado em [2] e será denotado por Modelo 1.

Considere os seguintes índices, parâmetros e variáveis:

Índices:

- $k = 1 \dots n$, onde k indica a posição do boletim no sequenciamento e n representa o número total de boletins.
- j : índice para os boletins.
- t : índice para as gramaturas e rolos corrugadores.
- p : índice para os portas-bobinas.

Parâmetros:

- T : Conjunto dos boletins.
- F : Conjunto com tipos de gramaturas e tipos de rolos corrugadores.

- P : Conjunto dos porta-bobinas.
- T_{tp} : Conjunto de boletins que utilizam gramatura ou o rolo corrugador t no porta-bobinas p .

Variáveis:

- W_{jk} : Variável binária. Vale 1 se o boletim j é processado na k -ésima posição do sequenciamento e vale 0 caso contrário.
- Y_{pkt} : Variável binária. Vale 1 se a gramatura ou o rolo corrugador t esta alocado no porta-bobina p durante o processamento do k -ésimo boletim e vale 0 caso contrário.
- Z_{pkt} : Variável binária. Vale 1 se a gramatura ou o rolo corrugador t esta alocado no porta-bobina p durante o processamento do k -ésimo boletim, mas não no processamento do $(k - 1)$ -ésimo boletim e vale 0 caso contrário.

O modelo proposto é o seguinte (**Modelo 1**):

Função Objetivo:

$$\min \sum_{p \in P} \sum_{k=2}^n \sum_{t \in F} Z_{pkt} \quad (1)$$

Restrições:

$$\sum_{j \in T} W_{jk} = 1 \quad ; \quad k = 1, \dots, n. \quad (2)$$

$$\sum_{k=1}^n W_{jk} = 1 \quad ; \quad j \in T. \quad (3)$$

$$\sum_{t \in F} Y_{pkt} = 1 \quad ; \quad p \in P, k = 1, \dots, n. \quad (4)$$

$$\sum_{j \in T_{tp}} W_{jk} \leq Y_{pkt} \quad ; \quad t \in F, p \in P, k = 1, \dots, n. \quad (5)$$

$$Y_{pkt} - Y_{pkt-1} \leq Z_{pkt} \quad ; \quad t \in F, p \in P, k = 2, \dots, n. \quad (6)$$

$$W_{jk}, Y_{pkt}, Z_{pkt} \in \{0, 1\} \quad (7)$$

A função objetivo (1) visa minimizar o número de trocas de gramaturas e rolos corrugadores. As restrições (2) garantem que todo boletim será processado em uma e somente uma posição. As restrições (3) garantem que para cada boletim esta associada uma única posição. As restrições (4) garantem que para cada um dos porta-bobinas e para cada posição temos um único tipo de gramatura ou rolo corrugador. As restrições (5) garantem que as gramaturas ou rolos corrugadores de cada boletim estão nos devidos porta-bobinas antes do processamento do boletim. As restrições (6) computam as trocas de gramaturas e rolos corrugadores de dois boletins consecutivos. Em (7) temos os domínios das variáveis.

O segundo modelo foi baseado em [3] e utiliza a estrutura do problema do caixeiro viajante, na qual após inserir um boletim fictício $\{0\}$, que represente o começo e o fim das operações, a sequência de processamento dos boletins representa um *tour*. A semântica das variáveis nessa formulação trata da consecutividade de pares de boletins. O modelo que segue será denotado por Modelo 2.

Considere os seguintes índices, parâmetros e variáveis adicionais:

Índices:

- $k = 1 \dots n$, onde k indica a posição do boletim no *tour* e n representa o número total de boletins.

Parâmetros:

- F_{pk} : Conjunto de gramaturas ou rolos corrugadores requeridos pelo boletim k no porta-bobinas p .

Variáveis:

- X_{kr} : Variável binária. Vale 1 se o boletim k é seguido pelo boletim r .
- Y_{pkt} : Variável binária. Vale 1 se a gramatura ou o rolo corrugador t esta alocado no porta-bobina p durante o processamento do k -ésimo boletim e vale 0 caso contrário.
- Z_{pkt} : Variável binária. Vale 1 se a gramatura ou o rolo corrugador t é inserido no porta-bobina p durante o processamento do k -ésimo boletim e vale 0 caso contrário.

O modelo proposto é o seguinte (**Modelo 2**):

Função Objetivo:

$$\min \sum_{p \in P} \sum_{k=1}^n \sum_{t \in F_{pk}} Z_{tpk} \quad (8)$$

Restrições:

$$\sum_{r=0, r \neq k}^n X_{kr} = 1 \quad ; \quad k = 0, \dots, n. \quad (9)$$

$$\sum_{k=0, k \neq r}^n X_{kr} = 1 \quad ; \quad r = 0, \dots, n. \quad (10)$$

$$Y_{pkt} = 1 \quad ; \quad p \in P, k = 1, \dots, n, t \in F_{pk}. \quad (11)$$

$$Y_{pkt} = 0 \quad ; \quad p \in P, k = 1, \dots, n, t \in F \setminus F_{pk}. \quad (12)$$

$$X_{kr} + Y_{prt} - Y_{pkt} \leq Z_{prt} + 1 \quad ; \quad p \in P, k = 0, \dots, n, r = 1, \dots, n, t \in F. \quad (13)$$

$$\sum_{k,r \in S} X_{kr} \leq |S| - 1 \quad ; \quad k, r \in S \subset \{0, 1, \dots, n\}. \quad (14)$$

$$\sum_{t \in F \setminus F_{pk}} Z_{pkt} = 0 \quad ; \quad p \in P, k = 1, \dots, n. \quad (15)$$

$$X_{kr}, Y_{pkt}, Z_{pkt} \in \{0, 1\} \quad (16)$$

A função objetivo (8) visa minimizar o número de trocas de gramaturas e rolos corrugadores. As restrições (9) e (10) designam as tarefas as posições da seqüência. As restrições (11) garantem que toda gramatura requerida por um boletim em um determinado porta-bobinas será alocada. As restrições (12) garantem que nenhuma outra gramatura ou rolo corrugador diferente da estabelecida, pode ser alocada em um determinado porta-bobinas. As restrições (13) se referem a contagem das trocas de gramaturas ou rolos corrugadores, pois se uma determinada gramatura ou rolo corrugador t não esta na camada p para o processamento do boletim k , e nem foi inserida para o processamento do boletim r , então esta não pode seguir aquela e requerer a gramatura ou rolo corrugador t ao mesmo tempo. As restrições (14) garantem que não há formação de subciclos, essas restrições serão denotadas por DFJ e baseiam-se na proposta de [6]. As restrições (15) tratam da eliminação de simetrias, proibindo que uma determinada gramatura ou rolo corrugador seja alocada sem ser necessária para o próximo boletim. Em (16) temos os domínios das variáveis.

4 Resultados Computacionais Iniciais

Os testes computacionais foram realizados utilizando um computador com processador Intel Core i7-2600, CPU de 3.4 GHz e 16 GB memória RAM. Os modelos foram escritos em AMPL e resolvidos com o CPLEX 12.7. O tempo de processamento foi fixado em 600 segundos para cada instância.

Para o PMTF existem, basicamente, três parâmetros: tarefas, ferramentas e capacidade do magazine. Para o problema em estudo foi possível estabelecer um paralelo utilizando os seguintes parâmetros: boletins, gramaturas/rolos corrugadores e quantidade de porta-bobinas.

Estabelecemos três grupos de testes denotados por 1, 2 e 3, que indicam respectivamente, a programação de um, dois ou três turnos de 8 horas de trabalho. Como em cada turno processa-se em média de 8 a 10 boletins, as quantidades mínimas e máximas de boletins em cada grupo também ficou definida. Em seguida, escolhemos o(s) tipo(s) de papelão a serem produzidos, indicando a opção de instâncias com papelão de parede simples por (S) e papelão de parede dupla por (D). Finalmente, gera-se aleatoriamente os tipos de gramaturas e os rolos corrugadores para cada instância. Um resumo dessas informações estão na Tabela 2.

Tabela 2: Características das instâncias do PTGRC

Grupos	Quantidade de boletins	Tipos de papelão	Tipos de Gramaturas ou Rolos Corrugadores
1	08 a 10	S, D	100, 120, 140, 160, 180, 200, A, B, C, E
2	16 a 20	S, D	100, 120, 140, 160, 180, 200, A, B, C, E
3	24 a 30	S, D	100, 120, 140, 160, 180, 200, A, B, C, E

Teremos então 6 classes para análise, que serão denotadas pelo grupo e pelo tipo de papelão, nesta ordem, por exemplo: **1S** indica o grupo 1 com boletins de parede simples (S). Como em cada classe temos 10 instâncias, teremos um total de 60 instâncias a serem analisadas.

A Tabela 3 traz os valores mínimos, máximos e as médias para os valores de F.O., tempo de processamento e GAP de cada classe, para os dois modelos propostos.

Tabela 3: Resumo das resultados obtidos via Modelo 1 e Modelo 2

	F.O			Tempo			Gap		
	Min	Max	Média	Min	Max	Média	Min	Max	Média
1S - Modelo 1	17	22	20,07	1,10	14,32	6,95	0,00%	0,00%	0,00%
1S - Modelo 2	17	22	20,07	0,21	0,35	0,30	0,00%	0,00%	0,00%
1D - Modelo 1	30	35	32,20	0,45	1,32	1,03	0,00%	0,00%	0,00%
1D - Modelo 2	30	35	32,20	0,09	0,31	0,13	0,00%	0,00%	0,00%
2S - Modelo 1	33	37	34,6	600	600	600	36,03%	55,78%	44,24%
2S - Modelo 2	31	37	33,7	125,45	340,48	195,50	0,00%	0,00%	0,00%
2D - Modelo 1	65	71	67,8	600	600	600	53,38%	63,98%	57,97%
2D - Modelo 2	61	68	64,6	52,59	96,92	68,64	0,00%	0,00%	0,00%
3S - Modelo 1	43	50	45,9	600	600	600	54,85%	63,87%	60,08%
3S - Modelo 2	-	-	-	-	-	-	-	-	-
3D - Modelo 1	99	112	106	600	600	600	69,53%	74,96%	72,52%
3D - Modelo 2	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Devido ao crescimento exponencial, a memória do computador utilizado não foi suficiente para processar as classe 3S e 3D para o Modelo 2, o que indicamos pelo (-) na Tabela 3.

Em relação ao grupo 1 obteve-se a otimalidade para todas as instâncias, sendo que o Modelo 2 apresentou tempos de processamento bem menores.

Em relação ao grupo 2, observa-se que para o Modelo 1 não obteve-se otimalidade para nenhuma instância e os valores de GAP são altos. Já para o Modelo 2, obteve-se otimalidade para todas as instâncias, inclusive com tempos computacionais pequenos.

Em relação ao grupo 3, observa-se que para o Modelo 1 não obteve-se otimalidade para nenhuma instância e os valores de GAP são muito altos, chegando a 74,96%. Já para o Modelo 2, devido ao crescimento exponencial da restrição de eliminação de sub-rotas, a memória do computador não foi suficiente para o processamento.

De um modo geral, o Modelo 2 apresenta resultados melhores que o Modelo 1, porém, para o grupo 3, a restrição de eliminação de sub-rotas aumenta consideravelmente o esforço computacional desse modelo. Uma alternativa interessante é a substituição das restrições de eliminação de sub-rotas DFJ pela restrições MTZ, baseadas na proposta de [5].

5 Conclusões e Trabalhos Futuros

Neste trabalho estendemos um modelo da literatura, proposto para o PMTF, para o problema de minimização de trocas de gramaturas e rolos corrugadores que surge em indústrias de embalagens de papelão ondulado. Até onde sabemos, a extensão proposta é inédita e, adapta um problema clássico da literatura para o caso em que as ferramentas tem que ser posicionadas em determinado local específico do magazine que, no problema tratado, equivale ao porta-bobinas relacionado à camada que será produzida. Acreditamos que existem várias possibilidades para serem exploradas futuramente, tanto do ponto de vista teórico em que se tem uma extensão de um problema clássico, como do ponto de vista prático encontrado em indústrias de embalagens de papelão.

Mais especificamente, como trabalhos futuros, pretende-se analisar os avanços propostos na literatura para o Problema de Minimização de Trocas de Ferramentas e adapta-los, quando possível, para o problema tratado neste trabalho. Por exemplo, pretende-se adaptar outros modelos e métodos da literatura ([3], [4], entre outros) de forma a melhorar os resultados computacionais.

Uma comparação com o problema clássico também deve ser feita, por exemplo, em relação a simetria das soluções, pois, acreditamos que o novo problema reduzirá a quantidade de soluções simétricas. Em relação à aplicação às indústrias de embalagens de papelão ondulado, pretende-se trabalhar com conjuntos de instâncias que contemplem um horizonte de programação maior e além disso, avaliar os resultados para tempos de processamento maiores. Uma outra direção é tentar comparar soluções utilizadas na prática com os resultados obtidos pelos modelos matemáticos.

Referências

- [1] D. Catanzaro, L. Gouveia e M. Labbé. Improved integer linear programming formulations for the job sequencing and tool switching problem. *European Journal of Operational Research*, 244(3), 766–777, 2015.
- [2] G. Dantzig, G., R. Fulkerson e S. Johnson. Solution of a large-scale traveling-salesman problem. *Journal of the Operations Research Society of America*, 2(4), 393–410, 1954.
- [3] G. Laporte, J. J. Salazar-Gonzalez e F. Semet. Exact algorithms for the job sequencing and tool switching problem. *IIE Transactions*, 36(1), 37–45, 2004.
- [4] C. E. Miller, A. W. Tucker e R. A. Zemlin. Integer programming formulation of traveling salesman problems. *Journal of the ACM (JACM)*, 7(4), 326–329, 1960.
- [5] A. C. B. Moreira. O problema de minimização de trocas de ferramentas. Universidade de São Paulo, 2016.
- [6] C. S. Tang e E. V. Denardo. Models arising from a flexible manufacturing machine, part I: minimization of the number of tool switches. *Operations research*, 36(5), 767–777, 1988.

Estrategia de Flexibilidad Híbrida en la Programación de Personal: Caso de Estudio Retail

Andrés Felipe Porto

Departamento de Ingeniería Industrial, Corporación Universitaria Americana de Colombia
aporto@coruniamericana.edu.co

César Augusto Henao

Departamento de Ingeniería Industrial, Universidad del Norte
cahenao@uinorte.edu.co

Héctor López

Departamento de Ingeniería Industrial, Universidad del Norte
hhlopez@uinorte.edu.co

Resumen

Este estudio evalúa los potenciales beneficios de incorporar flexibilidad laboral en la programación de personal. La metodología de solución desarrolla de forma novedosa una estrategia de flexibilidad laboral híbrida que combina las siguientes dos estrategias de flexibilidad: (i) contratos flexibles, permite relajar la duración de los turnos y la cantidad de horas de trabajo semanal de los empleados; y (ii) polifuncionalidad, empleados entrenados para trabajar en múltiples tipos de tareas. Un modelo de programación lineal entera mixta es propuesto para determinar cuántos empleados se requieren en cada tipo de contrato, y cuántos de ellos serán polifuncionales y en cuáles tipos de tareas. Usando data real de un retail chileno los resultados obtenidos permiten diseñar una fuerza laboral flexible y costo-efectiva a nivel estratégico.

Palabras claves: Flexibilidad laboral, Polifuncionalidad, Programación de personal, Retail

1. Introducción

Los sectores manufactureros y de servicios direccionan sus esfuerzos en la planificación de sus recursos humanos, para satisfacer demandas y así cumplir con sus objetivos de rentabilidad. La gestión de los recursos humanos en el sector servicios, y particularmente en la industria del retail, afronta fenómenos predecibles como la estacionalidad de la demanda, y no predecibles como la incertidumbre en la demanda y/o el ausentismo no programado personal. Tales fenómenos ocasionan periodos de sobredotación y subdotación de personal (i.e., nivel de dotación de personal superior o inferior al requerido, respectivamente) que pueden derivar directamente en el aumento de costos laborales y a su vez deteriorar el nivel de servicio ofrecido a los clientes. En general, se busca minimizar los costos laborales, mientras se mantiene o se mejora Nivel de Servicio (NDS) ofrecido al cliente, un elemento central en la oferta del sector servicios (Kabak et al., 2008; Henao et al., 2015; Simchi-Levi y Wei, 2012).

En un ambiente incierto y restringido como el descrito anteriormente, la flexibilidad laboral se vuelve vital para minimizar el desajuste entre la oferta y la demanda. Las empresas del sector servicios han empleado estrategias de flexibilidad tradicionales para la planificación del personal, como usar contratos flexibles que permitan implementar turnos de trabajo con diferentes largos y también invertir en sofisticados sistemas de programación de turnos para aprovechar esta flexibilidad (Rong, 2010; Cuevas et al., 2016).

La literatura muestra que hay cuatro estrategias de flexibilidad que son implementadas de forma individual para hacer frente a la sobre y subdotación de personal: 1) Contratos flexibles, permite relajar la duración de los turnos y la cantidad de horas de trabajo semanal de los empleados. 2) Empleados polifuncionales, son aquellos que están entrenados para trabajar en un subconjunto de áreas/departamentos. 3) Conformación de equipos de trabajos, grupos de empleados que ejecutan las tareas en conjunto, y no de forma individual. 4) Empleados temporales, son aquellos empleados que son contratados para trabajar periodos de tiempo cortos ante situaciones de extrema necesidad. Varios autores han expresado que en el sector servicios muy pocos esfuerzos se han realizado por implementar las estrategias de flexibilidad de manera conjunta (Qin et al, 2015; Bard y Binici, 2003).

Respecto a la estrategia de flexibilidad laboral que involucra el uso de personal polifuncional, muchas investigaciones afirman que los empleados polifuncionales más costo-efectivos son aquellos que tienen solo una habilidad adicional (Simchi-Levi y Wei, 2012; Henao et al., 2016; Taskiran y Zhang, 2017). Este tipo de política de flexibilidad es conocida como flexibilidad grado dos. Basados en esta política se han desprendido muchas estrategias de configuración de empleados polifuncionales, siendo el encadenamiento la política más recomendada en la literatura (Simchi-Levi y Wei, 2012; Henao et al., 2016; Liu, 2016; Liu, 2017). De forma específica, el encadenamiento de personal implica que ciertos empleados sean entrenados en una segunda habilidad y que dichas decisiones de asignación sean configuradas a través de un grafo bipartito que involucre una o varias cadenas cerradas (ver Figura 1). La disposición de los empleados polifuncionales o especialistas y las actividades a través de este tipo de configuración, proporciona mayor flexibilidad para la asignación de empleados ante escenarios de incertidumbre en la demanda y/o ausentismo no programado de personal.

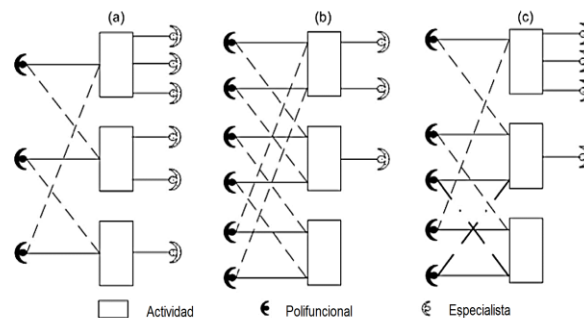


Figura 1. Ejemplos de cadenas cerradas sobre un grafo bipartito.
Fuente: Henao et al. (2016) (Traducción libre)

Recientemente, Qin et al. (2015) expresaron que en el sector servicios muy pocos esfuerzos se han realizado por integrar estrategias de flexibilidad tales como contratos flexibles y polifuncionalidad. Orientada al sector servicios, y particularmente a la industria del retail, esta investigación propone una estrategia de flexibilidad laboral híbrida que combine el uso de contratos flexibles y de empleados polifuncionales que sean configurados a través de cadenas cerradas. Se espera diseñar una estrategia de flexibilidad laboral híbrida costo-efectiva a través de un modelo programación entera mixta.

2. Descripción del problema

Para un horizonte de tiempo semanal, el problema que se propone estudiar en esta investigación consiste en planificar una fuerza laboral polifuncional a nivel estratégico para una tienda de retail. El objetivo es conseguir una operación de la tienda que sea costo-efectiva, mediante una adecuada mitigación de los efectos de la sobredotación y la subdotación de personal. Como enfoque de solución, esta investigación propone una estrategia de flexibilidad laboral híbrida que combina contratos flexibles (i.e., part-time) y

empleados polifuncionales. De forma resumida, el problema consiste en diseñar simultáneamente contratos flexibles de trabajo y un plan de capacitación idóneo según los requerimientos de la demanda por personal. Dicha planificación se hará bajo un enfoque de encadenamiento como el sugerido en Henao et al. (2016).

Para medir el potencial beneficio de la combinación de estrategias (i.e., Polifuncionalidad y Contratos flexibles) en la planificación de personal es necesario realizar una programación semanal de turnos, en donde se aprecie el ahorro en costos de sobredotación y subdotación al realizar la transferencia de empleados (dependiendo de la demanda por periodos) entre departamentos según las cadenas cerradas armadas. El problema de programación semanal de turnos abordado deberá simultáneamente determinar cuántos empleados se requieren en cada tipo de contrato, y cuántos de ellos serán polifuncionales y en cuáles departamentos. Además, el problema decidirá cuántos empleados son requeridos en cada largo de turno de trabajo diario (según su tipo de contrato) y también cuántos empleados deberán trabajar y descansar en cada día del horizonte de planificación semanal.

La formulación del problema propuesto considera los siguientes supuestos: (1) La demanda está estimada para cada día de la semana, por periodo del día (cada 30 minutos desde la apertura de la tienda), y por departamento. (2) El costo de subdotación se incluye en la función de costos y corresponde al costo esperado por ventas perdidas. (3) Se considera también el costo de sobredotación de personal, el cual permite cuantificar el costo de oportunidad incurrido al pagar por personal ocioso que podría estar realizando tareas productivas (e.g., atender otro departamento). (4) El costo de capacitación también es incluido en la función de costos, asumido con un valor mínimo. Esto permite obtener la cota máxima de polifuncionalidad. Se asume además que los costos de subdotación, sobredotación, y capacitación son iguales por departamento. (5) No hay ausentismo de personal. (6) La mano de obra es homogénea, es decir, la productividad individual de los empleados es la misma. (7) La tienda retail cuenta con 5 departamentos y tiene un horario de atención continuo entre las 8:00 am y 10:00 pm. (8) Para simplificar la modelación no se consideran tiempos de descanso para almuerzo. (9) los empleados polifuncionales sólo pueden trabajar en un total de dos departamentos. (10) Se asumen dos tipos de contratos a) Full time (45 horas/sem), con turnos de 9 horas/día y b) Part time (30 horas/sem), con turnos factibles de 5, 6, 7.5 y 10 horas/día.

3. Formulación del modelo matemático

Esta subsección presenta el modelo de programación lineal entero mixto para resolver el problema de programación de personal con encadenamiento. A continuación, se presenta la notación matemática del problema.

Conjuntos

D	Días de la semana, indexado por $d \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
P	Periodos en un día, indexado por $p \in \{1, 2, \dots, 28\}$ [cada 30 minutos]
C	Tipos de Contratos, indexado por $c \in \{1, 2\}$
T	Turnos factibles, indexado por $t \in \{1, 2, 3, \dots, 70\}$
T_c	Turnos por contrato c , $\forall c \in C$
L	Departamentos, indexado por $l \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$
L_w	Departamentos por conjunto de habilidades, $\forall w \in W$
W	Conjunto de habilidades $\{1, 2, 3, \dots, 25\}$
W_l	Conjunto de habilidades que incluyen el departamento l , $\forall l \in L$
W_l^{in} :	Conjunto de habilidades donde el departamento l es el departamento secundario, $\forall l \in L$
W_l^{out} :	Conjunto de habilidades donde el departamento l es el departamento principal, y hay una segunda habilidad para ser asignada a un departamento secundario, $\forall l \in L$

Parámetros

c_{sub}, sob	Costo de subdotación y sobredotación por periodo; [\$/periodo]
dda_{ldp}	Cantidad de empleados requeridos para el departamento l , el día d , periodo p , $\forall l \in L, d \in D, p \in P$
s_t, e_t	Inicio y término del turno t , $\forall t \in T$
u_p, b_p	Inicio y término del periodo p , $\forall p \in P$
$hcontrato_c$	Número de horas por tipo de contrato c , $\forall c \in C$
$lturno_t$	Número de horas de trabajo por turno t , $\forall t \in T$
min_dias_c	Número mínimo de días de trabajo por contrato c , $\forall c \in C$
max_dias_c	Número máximo de días de trabajo por contrato c , $\forall c \in C$
$ccontrato_c$	Costo de salario semanal por tipo de contrato c , $\forall c \in C$ [\$/sem /Empleado]
$cpol_w$	Costo de capacitar a un empleado según la habilidad w , $\forall w \in W$

Variables

Z_{cw}	Cantidad de empleados por tipo de contrato c con el conjunto de habilidades w , $\forall w \in W, c \in C$
R_{cwdt}	Cantidad de entradas a trabajar asignadas al contrato c , con el conjunto de habilidades w , en el día d , y con el turno t , $\forall c \in C, w \in W, d \in D, t \in T_c$
O_{ldp}	Oferta de empleados para trabajar en el depto. l , el día d , y periodo p , $\forall l \in L, d \in D, p \in P$
Y_{ldp}	Costo total de sobre/subdotación en el dpto. l , día d y periodo p , $\forall l \in L, d \in D, p \in P$
P_{wldp}	Cantidad de empleados con habilidades w , asignados para trabajar en el departamento l , el día d , durante el periodo p , $\forall w \in W, l \in L, d \in D, p \in P$
V_w	Cantidad de empleados contratados para tener el conjunto de habilidades w $\forall w \in W$

El modelo programación lineal entera mixta es formulado a continuación:

$$\text{Min} \sum_{l \in L} \sum_{d \in D} \sum_{p \in P} Y_{ldp} + \sum_{c \in C} \sum_{w \in W} (ccontrato_c + cpol_w) * Z_{cw}$$

s.a:

$$Y_{ldp} \geq csob * (O_{ldp} - dda_{ldp}) \quad \forall l \in L, d \in D, p \in P \quad (1)$$

$$Y_{ldp} \geq csub * (dda_{ldp} - O_{ldp}) \quad \forall l \in L, d \in D, p \in P \quad (2)$$

$$\sum_{w \in W_l} P_{wldp} = O_{ldp} \quad \forall l \in L, d \in D, p \in P \quad (3)$$

$$\sum_{l \in L_w} P_{wldp} = \sum_{c \in C} \sum_{t \in T_c: s_t \leq u_p \text{ \& } e_t \geq b_p} R_{cwdt} \quad \forall w \in W, d \in D, p \in P \quad (4)$$

$$\sum_{d \in D} \sum_{t \in T_c} lturno_t * R_{cwdt} \leq hcontrato_c * Z_{cw} \quad \forall c \in C, w \in W \quad (5)$$

$$\sum_{d \in D} \sum_{t \in T_c} R_{cwdt} \geq min_dias_c * Z_{cw} \quad \forall c \in C, w \in W \quad (6)$$

$$\sum_{d \in D} \sum_{t \in T_c} R_{cwt} \leq \max_dias_c * Z_{cw} \quad \forall c \in C, w \in W \quad (7)$$

$$V_w = \sum_{c \in C} Z_{cw} \quad \forall w \in W \quad (8)$$

$$\sum_{w \in W_l^{out}} V_w = \sum_{w \in W_l^{in}} V_w \quad \forall l \in L \quad (9)$$

$$Z_{cw}, R_{cwt}, O_{ldp}, Y_{ldp}, P_{wldp}, V_w \geq 0 \quad \forall c \in C, w \in W, l \in L, d \in D, t \in T, p \in P \quad (10)$$

La función objetivo (FO) minimiza los siguientes costos semanales: (a) subdotación y sobredotación; (b) costo salarial por tipo de contrato; y (c) capacitación de empleados en habilidades adicionales. Las restricciones (1) y (2) entregan el costo y nivel de sub/sobredotación (no negativo) asociado a cada departamento por día y periodo, acumulados en una misma variable. La restricción (3) permite asignar la oferta de empleados por habilidades, por departamento, y en cada uno de los días y periodos requeridos. La restricción (4) asigna las entradas a trabajar en cada departamento según los turnos disponibles por contratos, siempre que se tenga la habilidad para trabajar en dicho departamento. Además, esta restricción garantiza que los turnos asignados, cubran los periodos requeridos ($t \in T_c: s_t \leq u_p \& e_t \geq b_p$). La restricción (5) garantiza que los empleados trabajen exactamente la cantidad de horas semanales exigidas por su contrato. Las restricciones (6) y (7) garantizan que los empleados trabajen el mínimo y máximo de días según contrato, considerando sus días de descanso. La restricción (8) permite visualizar el número de personas por habilidad contratada, mientras que la restricción (9) garantiza la formación de cadenas. Las restricciones (10) definen el dominio de las variables.

4. Escenarios y resultados

4.1. Escenarios de programación de personal

Una forma de medir los potenciales beneficios de la estrategia propuesta en esta investigación, es comparar con distintos escenarios como los descritos a continuación:

1. Sólo personal especialista y uso de un único tipo de contrato full-time.
2. Sólo personal especialista y uso de contratos flexibles (i.e., full-time y part-time).
3. Personal polifuncional (sin cadenas cerradas) y uso de contratos flexibles (i.e., full-time y part-time).
4. Personal polifuncional (con cadenas cerradas) y uso de contratos flexibles (i.e., full-time y part-time).

Notar que, el escenario cuatro corresponde al enfoque novedoso que presentamos en nuestra investigación.

4.2. Resultados preliminares

A continuación, se presentarán los resultados preliminares antes los distintos escenarios descritos previamente.

Tabla 1. Resultados preliminares por escenario

	Escenarios			
	1	2	3	4 (Enfoque Propuesto)
Costo Semanal	\$2.573.650	\$167.200	\$114.329	\$114.330
Cantidad empleados tienda	16	28	23	23
Cantidad Full-time	16	4	7	7
Cantidad Part-time	0	24	16	16
Cantidad Polifuncionales	0	0	4	5
Costo Sob.	\$2.557.650	\$141.600	\$92.925	\$92.925
Costo Sub.	\$0	\$0	\$0	\$0
Costo Entren.	\$0	\$0	\$4	\$5
Costo Salarial	\$16.000	\$25.600	\$21.400	\$21.400

4.3. Formación de cadenas

Sí bien el escenario 3 considera polifuncionalidad y contratos flexibles, esta no garantiza la formación de cadenas entre empleados polifuncionales y departamentos. Por otro lado, la propuesta de esta investigación garantizó la formación de cadenas entre los empleados polifuncionales como se muestra a continuación:

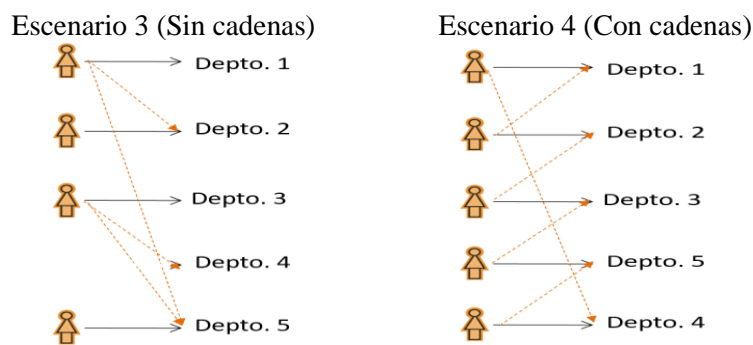


Figura 2. Polifuncionalidad escenario 3 vs. Polifuncionalidad escenario 4.

5. Conclusiones

En este trabajo se ha propuesto una estrategia de programación de personal híbrida que incorpora contratos flexibles y empleados polifuncionales para mitigar los efectos negativos de la sobredotación y subdotación de personal. La estrategia de solución del problema decide cuántos empleados son requeridos en cada departamento de una tienda de retail para así satisfacer los requerimientos de la demanda y qué tipo de contrato tendrán (i.e. cuántos de ellos serán full-time y part-time). Adicionalmente, la estrategia de solución obtenida indica cuántos de ellos serán polifuncionales, en cuáles departamentos serán entrenados, y dónde se requerirán en cada momento del horizonte de planificación. A través de un caso de estudio en una tienda retail en Chile, se logra evidenciar con esta estrategia híbrida, la reducción de costos en términos de sobre y subdotación de personal, así como también en términos de costos salariales.

El escenario 1 es notoriamente el menos flexible y también el más costoso. Esto se debe a que solo se consideran empleados full-time y especialistas. A su vez, en el escenario 2 al permitir el uso de contratos part-time se observa que los costos disminuyeron en al menos 15 veces respecto al escenario 1. En el

escenario 3 cuando se permite el uso de empleados polifuncionales se muestra que los costos totales disminuyeron en al menos 30% respecto al escenario 2, y específicamente los costos de sobredotación disminuyen en un 34%. Finalmente, el escenario 4 muestra que se requieren en total 5 empleados polifuncionales si se quiere garantizar la formación de cadenas cerradas. Por lo tanto, el escenario 4 requiere de un empleado polifuncional más que el escenario 3 donde no se exige la formación de cadenas cerradas (ver Figura 2). La formación de cadenas cerradas será especialmente útil en escenarios donde la demanda por personal sea variable a través del día en los distintos departamentos.

El escenario 2 mostró el potencial beneficio del uso de contratos flexibles, al disminuir radicalmente los costos de sobredotación de personal. En este escenario se evidencia que el número de empleados *part-time* es mucho mayor que el número de empleados *full-time*. Es decir, aunque los empleados part time disponen de menos horas de trabajo semanal, sus horas de trabajo se pueden asignar a turnos de menor duración que cubren mejor los periodos punta del día. Por otro lado, los escenarios 3 y 4 logran constatar los reales beneficios de la polifuncionalidad, al trasladar empleados entre sus departamentos entrenados, disminuyendo aún más la sobredotación de personal.

Referencias

1. Bard, J. F., & Binici, C. (2003). Staff scheduling at the United States postal service. *Computers & Operations Research*, 30(5), 745-771.
2. Cuevas, R., Klapp, J. C., & Muñoz, J. C. (2016). A mixed integer programming approach to multi-skilled workforce scheduling. *Journal of Scheduling*, 19(1), 91-106.
3. Henao, C. A., Muñoz, J. C., & Ferrer, J. C. (2015). The impact of multi-skilling on personnel scheduling in the service sector: a retail industry case. *Journal of the Operational Research Society*, 66(12), 1949-1959.
4. Henao, C. A., Ferrer, J. C., Muñoz, J. C., & Vera, J. (2016). Multiskilling with closed chains in a service industry: A robust optimization approach. *International Journal of Production Economics*, 179, 166-178.
5. Kabak, Ö., Ülengin, F., Aktaş, E., Önsel, Ş., & Topcu, Y. I. (2008). Efficient shift scheduling in the retail sector through two-stage optimization. *European Journal of Operational Research*, 184(1), 76-90.
6. Liu, H. (2016). The optimization of worker's quantity based on cross-utilization in two departments. *Intelligent Decision Technologies*, 1-11.
7. Liu, H. (2017). The optimization of worker's quantity based on cross-utilization in many departments. *Intelligent Decision Technologies*, 15-28.
8. Qin, R., Nembhard, D. A., & Barnes II, W. L. (2015). Qin, R., Nembhard, D. A., & Barnes II, W. L. (2015). Workforce flexibility in operations management. *Surveys in Operations Research and Management Science*, 20(1), 19-33.
9. Rong, A. (2010). Monthly tour scheduling models with mixed skills considering weekend off requirements. *Computers & Industrial Engineering*, 59(2), 334-343.
10. Simchi-Levi, D., & Wei, Y. (2012). Understanding the performance of the long chain and sparse designs in process flexibility. *Operations research*, 60(5), 1125-1141.
11. Taskiran Gamze, K., & Zhang, X. Mathematical models and solution approach for cross-training staff scheduling at call centers. *Computers & Operations Research*, 87, 258-269.

General Model of Supply Chain Competition: Description and Experimental Results

Lourdes Perea Muñoz

LIDTUA, Facultad de Ingeniería, Universidad Austral, Pilar, Buenos Aires, Argentina
lperea@austral.edu.ar

Alejandro Clausse

PLADEMA, Universidad Nacional del Centro, Tandil, Buenos Aires, Argentina
clausse@exa.unicen.edu.ar

Víctor Herrero

LIDTUA, Facultad de Ingeniería, Universidad Austral, Pilar, Buenos Aires, Argentina
vherrero@austral.edu.ar

Mariana Falco

LIDTUA / CONICET, Facultad de Ingeniería, Universidad Austral, Pilar, Buenos Aires, Argentina
mfalco@austral.edu.ar

Rafael Venere

PLADEMA, Universidad Nacional del Centro, Tandil, Buenos Aires, Argentina
rvenere@gmail.com

Abstract

Logistic chains can be characterized as dynamic systems, difficult to manage; where the decision problems lie in the quantity of inventory to maintain, the price strategy, and the level of responsiveness due to its strong impact on costs, service level, sales, and benefits. Several authors have studied these problems in stable stationary cases, analyzing a single isolated chain for purposes of optimization. However, generally the supply chains compete for a market share where the strategies addressed by each one of them influence in a coupled manner and, in turn, there is a feedback to the chain, through the perceived demand, which introduces variability and uncertainty. The objective of this paper is to present a dynamic simulation model of the competition of logistic chains characterized by a demand model that feeds back to the chains, taking into account the perceived level of service and understanding this as a function of the inventory. Nash equilibria are sought for the steady state with respect to the inventory and a control algorithm leads operators to the Nash equilibrium in a dynamic game of chain competition. The model is validated against a real case study.

Keywords: Supply Chain Simulation, Inventory competition.

1. Introduction

Increasing competitiveness governs all endeavors within a supply chain (SC) [1] because a single organizational unit is not responsible for the competitiveness of the product alone, but rather as a whole [2]. Likewise, companies do not compete in isolation; instead they are integrated into large complex chains [3]. Supply chain management (SCM) is defined as the management of upstream and downstream

relationships with suppliers and customers in order to deliver more customer value at less cost to the SC as a whole, in other words: the SCM has its focus on the management of the relationships in order to achieve a more profitable outcome for all parties in the chain [1]. Supply chains are, in turn; affected by the market, i.e., they are "market driven", which introduces even greater complexity, variability and uncertainty, making management difficult.

Several authors have addressed the problem of competition in terms of location, inventory and pricing decisions but mostly they construct their models in stable stationary cases. There are several simulation models with dynamic (deterministic or aleatory) demands imposed to the chain [4-13]. However, although there are numerous works that address the issue of simulation of supply chains [14-15], the issue of competition between them has not been yet fully considered.

The present article introduces a model based on differential game theory to analyze and simulate what-if scenarios of competing distribution chains. The present version of the model is limited to the storage and distribution of a single product offered by several retailers. The market preference is determined by a balance between price and time of delivery. The model is further used to identify inventory management strategies that maximize the profit of all competitors in a sustained manner over time. Unlike other models of inventory control that target the minimization of logistic costs, in the present model the maximization of the profit function is sought, allowing a balance between marketing objectives of increasing market shearing and logistical objectives of cost minimization, pointing towards a management of the integral logistics.

2. Description of the model

In the competition between different operators that supply the same product to a market, each operator is faced with the problem of the optimum inventory level necessary to minimize costs but at the same time increase the demand. That is, a distribution company must not only have a good product delivery service, but must do so by increasing the profit, for which it needs to reach a balance between the cost of operation and storage and the income from sales. Since the demand is not captive, the level of demand of a distribution company depends on the preference of the customers, which can only be controlled indirectly through competition with other suppliers.

Sterman et al [16-17] proposed a model of inventory control where the merchandise is delivered instantaneously as long as there is available stock, either to cover the demand of that period or the pending delivery (back orders). This generates an effect of discontinuities when inventory breaks occur, which introduces an effect of delays in deliveries. In real life, the delivery is rarely immediate even having merchandise available, because there is an inescapable time of delivery that is given by the minimum time necessary for the assembly of the order and transportation, among other factors. This time is important in cases where the support infrastructure (either public or private) is deficient. Moreover, it is not always possible to comply with the minimum delivery time because in practice a variety of problems arise that increases the actual lead time. In any case, it is reasonable to think that when the inventory decreases, the distribution system becomes more inefficient due to missing goods that require keeping orders on hold and/or inventory losses due to deterioration, among other problems. Accordingly, the dynamics of the delivery can be represented by an effective lead time that depends on the level of inventory and operating expenses.

The competition model consists of two parallel SC composed by retailers that deliver goods from an upstream manufacturer to a market of costumers. In particular, we are interested in the interplay of service level and pricing, in the sense that customers seek both better delivery service and low prices, which are goals ordinarily in conflict. It is assumed that the retailers seek to maximize the net profit by managing the replenishment strategy of their inventory. In pursuing this goal, the retailers face the problem of deciding the optimum inventory level taking into account the behavior of the demand and of the strategy

of the competitors. Let us assume a stationary demand rate D_o of a given good that is supplied by a set of N retailers. Each retailer manages a warehouse used as a distribution center. The objective magnitude to be maximized by retailer i ($i = 1, 2$) is the individual net profit, G_i , given by the difference between the individual income rate and the operation costs, that is:

$$G_i = mD_i - cI_i \quad (1)$$

where D_i is the portion of demand rate captured by the retailer, I_i is the level of inventory maintained in the distribution center, c is the specific inventory cost, and m is the profit margin per unit.

2.1 DEMAND MODEL

The demand rate on each retailer i is determined by the relative preference of the customers. In the present version of the model it will be assumed that the customer preference is solely determined by the delivery rate. Accordingly, the market shear of the i -retailer is given by:

$$D_i = D_o \left(\frac{r_i}{\sum_{j=1}^N r_j} \right) \quad (2)$$

where r_i is the average delivery rate of the i -retailer.

2.2 DELIVERY RATE

It will be assumed that the average delivery rate of a retailer increases with the inventory level. This is reasonable since the larger the inventory the lower is the probability of stock breaks. A simple model for this trend is:

$$r_i = \frac{r_o}{1 + \left(\frac{I_o}{I_i}\right)^n} \quad (3)$$

where r_o is the maximum achievable delivery rate, which is determined by external factors (e.g., geographic region, climate), and I_o characterizes the logistic efficiency and can be interpreted as a critical stock level below which the lead time grows significantly due to frequent stock breaks and/or delivery policies. The parameter n is a positive real number representing the elasticity of the dependency.

2.3 EQUILIBRIUM STATES

According to the proposed model each supplier controls her/his net profit function G_i by means of the inventory level I_i . In an ideal Nash competition scenario, each individual SC maximizes its net profit G_i assuming that its competitors maintain their corresponding inventories constant. Hence, for each variable the equilibrium state is given by:

$$\left. \frac{\partial G_i}{\partial I_i} \right|_{I_{j \neq i}} = 0 \quad (4)$$

Assuming that the characteristic parameters of all the operators (c, m, r_o, I_o, n) are identical, Eq. (4) leads to:

$$\frac{mD_o}{c} \left(\frac{N-1}{N^2} \right) \frac{n I_o^n}{I_e (I_e^n + I_o^n)} = 1 \quad (5)$$

where I_e is the equilibrium inventory level, which by symmetry is the same for all operators. Eq. (5) can be casted in the following simpler dimensionless form:

$$J^{n+1} + J - nK = 0 \quad (6)$$

where $J = I_e/I_o$ and the dimensionless parameter K is given by:

$$K = \frac{mD_o}{cI_o} \left(\frac{N-1}{N^2} \right) \quad (7)$$

In the particular case of linear elasticity, *i.e.* $n = 1$, the equilibrium inventory results:

$$J = \frac{\sqrt{1+4K} - 1}{2} \quad (8)$$

Furthermore, in the limits, $J \cong nK$ for $nK \ll 1$, and $J \cong (nK)^{1/(n+1)}$ for $nK \gg 1$.

2.4 STRATEGIES OF OPTIMUM INVENTORY CONTROL

Let us now consider a dynamic scenario of parallel SC linking the flow of goods from an upstream manufacturer to a downstream market of costumers. It is assumed that each retailer seeks to maximize the net profit by managing the replenishment strategy of inventory. In pursuing this goal, the retailer face the problem of deciding the optimum inventory level taking into account the behavior of the demand. In other words, the strategy of each SC only responds to the perceived demand, without knowing the strategies of the competitors. The dynamics of the warehouse of a retailer i , represented by its inventory level I_i , follows a typical input-output balance, namely:

$$\frac{dI_i}{dt} = F_i(t) - E_i(t) \quad (9)$$

where F_i is the replenishment flow rate coming from the factory and E_i is the flow rate of order deliveries. Usually the order delivery rate E_i is modelled such that the demand is satisfied instantaneously provided that there is available stock in the warehouse. In practice, however, the delivery is rarely immediate, for a number of reasons, as temporary stock breaks or simply handling and transportation delays. On this ground, the delivery rate can be written as:

$$E_i = r_i L_i \quad (10)$$

where L_i is the number of pending orders in terms of units of goods, and r_i is the average delivery delay (*i.e.*, the inverse of the average lead time τ_i). The dynamics of L_i , in turn, follows the following input-output balance:

$$\frac{dL_i}{dt} = D_i - E_i \quad (11)$$

where $D_i(t)$ is the demand rate at time t . Note that combining Eqs. (10) and (11) gives:

$$L_i + \tau_i \frac{dL_i}{dt} = \tau_i D_i \quad (12)$$

The right hand side of Eq. (12) can be recognized as the first order expansion of L_i evaluated at time $t + \tau_i$, that is:

$$L_i(t + \tau_i) = L_i(t) + \tau_i \frac{dL_i(t)}{dt} + E(\tau_i^2) \quad (13)$$

Hence, Eq. (12) is a first order approximation of:

$$L_i(t + \tau_i) \cong \tau_i D_i(t) \quad (14)$$

In other words, in the present model the waiting list at any time is, to first order approximation, the demand accumulated during the previous lead-time period. Eqs. (11) and (12) can be then combined to yield:

$$\frac{dI_i}{dt} = F_i(t) - r_i L_i \quad (15)$$

$$\frac{dL_i}{dt} = D_i(t) - r_i L_i \quad (16)$$

The variables I_i and L_i are then dynamically driven by the demand rate $D_i(t)$, which is the external response of the market, and the input flow of reposition $R_i(t)$, which is controlled by the logistic strategy. The logistic strategy is the procedure that the retailer follows in order to determine $R_i(t)$ knowing $D_i(t)$. Let us assume that each retailer wants to choose a strategy to maximize his/her profit, which will imply maximizing the incomes and minimizing the costs. Sterman [16] proposed to control the replenishment R_i trying to match the demand $D_i(t)$ and at the same time keeping I_i as close as possible to a target inventory level I_{Ri} , that is:

$$R_i = \max[0, D_i + \alpha(I_{Fi} - I_i)] \quad (17)$$

where the parameter α characterizes the sensitivity of the controller to the departures from the inventory of the reference value. Eq. (17) is a simplified form of the inventory balance proposed by Sterman. In the present model, no delays are assumed in R_i or D_i in Eq. (17). However, the results will be easy to extend to more general cases. Note also that the restriction $R_i \geq 0$ precludes returns to the manufacturer. Moreover, we assumed that the reference value is dynamically calculated by the strategy following a procedure that seeks to maximize the individual net profit. This strategy simulates an operator that coordinates her/his service with the accounting department, that is, it measures whether the accounting objective improves or worsens whether I_{Fi} changes, and act accordingly. The original contribution of the model proposed here is that the accounting indicator must be the net profit, not the operating cost as is usually done. The logic behind this is that the level of service not only influences the costs but also the market shear.

Therefore, the reference inventory (ΔI_{Fi}) is adjusted and the gain is monitored, so that if the profit after adjustment, G_{new} is greater than before the adjustment, G_{old} , entails that the last adjustment made was successful and the sign of the adjustment remains in the next adjustment; and vice versa, if the gain decreased after the last correction, an equal correction is made but with a changed sign. Now, the adjustment of I_{Fi} is not done in all the temporary steps, but every t_m steps of time, and the income response used for control is the average during that period. Through this algorithm, the theory of optimization is linked to the dynamics of continuous systems, so that the model allows analyzing the dynamics of different competition scenarios and the response of the main variables of each operator to external temporal variations. Another important point is that, in order for the system to evolve to the Nash equilibrium, the algorithm operates by adjusting the reference inventories of each SC one at a time, at random.

3. Applied Case Study

The control algorithm was implemented in the numerical simulation software ITHINK, representing the system of differential and algebraic equations presented in the last section. The model was applied to the

analysis of a real case of a pet-food company that outsources the storage and distribution operations with a logistics provider. The characteristics of this industry are consistent with the assumptions of the model: few competitors (four retailers in the Premium segment), product with high sensitivity to service level, practically uniform standard market price. The historical and simulated temporal variations of the main variables of the model are shown below. The control parameters of the model were calibrated to fit the inventory history. In general, a reasonable agreement is observed taking into account that, since the behavior of competitors is not known, all four retailers are assumed in the simulation to follow the same inventory control strategy.

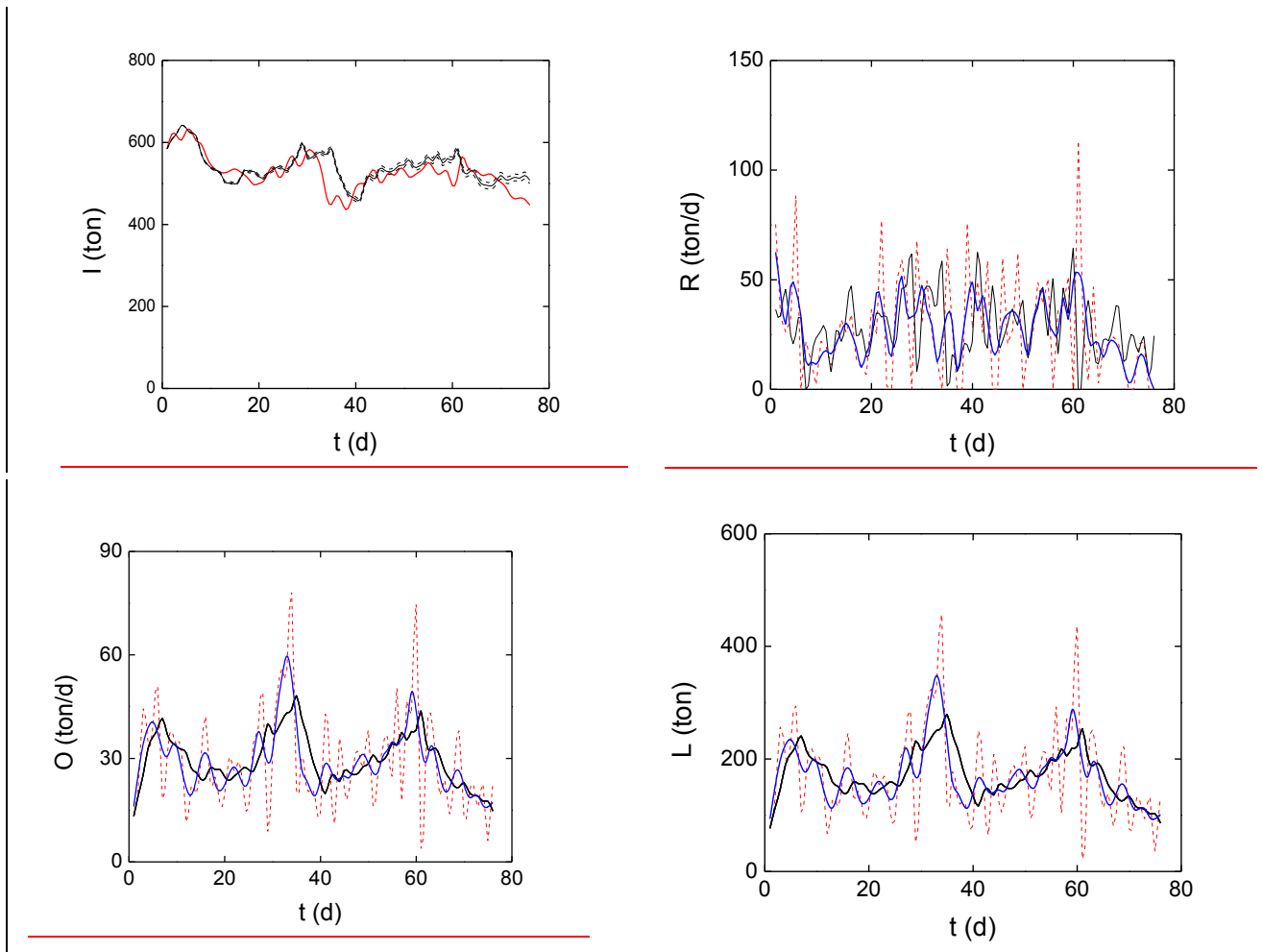


Fig 1: Comparison of the real data (red), simulation (black) and blue three-day moving average. Top left: inventory, top right: reposition, down left delivery, down right waiting list.

The moving average of three days of the real evolutions (blue curves) is plotted for comparison. It can be seen that the simulations compare very well with these curves, which indicates suggests that the model efficiently captures the short-term dynamics of the actual strategy. Also, note that the dispersion of the simulated delivery flow and waiting list (three-day-averaged, blue curves) is lower than the real data. This suggests that the parameter x is too small, and therefore the delivery time in Eq. (3) is almost constant

within the operating range. This is consistent with the information that we have of the real case (lead time of approximately 1 week), indicating that there is an oversizing of the delivery system, typical of an outsourcing operation that in general does not care about the delivery costs as long as the service level complies with the target fixed by the customer. In industries where the profit margins are very large, as in this case, this cost is compensated by the margin.

4. Conclusions

A dynamic model for the simulation of competing merchandise distribution chains was introduced. The model is useful to analyze "what-if" scenarios to guide the inventory control according to an integral business strategy. In its full version, it is a second-order modular model where each node is characterized by two state variables, the inventory and order waiting list, and three flows: the demand flow, the delivery flow, which takes into account the handling and transport times, and the modeling of the mechanisms that affect these times and the flow of merchandise reposition. The model proposes that the reposition flow should be controlled by an optimization procedure that acts on the target inventory based on the short-term response of the demand, which in turn is the result of the interaction of multiple competing chains. The model was applied to a real case for which real data was available, and a set of parameters was calibrated that reproduced the real data fairly well. Future works will consider the interplay of the pricing strategy.

References

1. M. Christopher. *Logistics and supply chain management, creating value-adding networks* (3rd ed.). Financial Times Prentice Hall, Harlow, 2005.
2. H. Stadler, Supply chain management: An overview. *Supply chain management and advanced planning*, pp. 3-28. Springer, Berlin, Heidelberg, 2015.
3. L. Perea Muñoz, V. Herrero and A. Clauss, Modelo de demanda para simuladores interactivos de cadenas de suministro. *Iberoamerican Journal of Industrial Engineering*, 5(9): 320-336, 2013.
4. S. Netessine and N. Rudi, Centralized and competitive inventory models with demand substitution. *Operations research*, 51(2), 329-335, 2003.
5. C. V. Shi, S. Yang, Y. Xia and X. Zhao, Inventory competition for newsvendors under the objective of profit satisficing. *European Journal of Operational Research*, 215(2), 367-373, 2011.
6. M. Hoseininia, M. S. Esfahani, F. Didehvar and A. Haghi, Inventory competition in a multi-channel distribution system: The Nash and Stackelberg game. *Scientia Iranica*, 20(3), 846-854, 2013.
7. O. Kaya and B. Urek, A mixed integer nonlinear programming model and heuristic solutions for location, inventory and pricing decisions in a closed loop supply chain. *Computers & Operations Research*, 65, 93-103, 2016.
8. P. Pekgun, P. M. Griffin and P. Keskinocak, Centralized vs. decentralized competition for price and lead-time sensitive demand, *Decision Sciences, Forthcoming*, 2016.
9. M. V. Marulanda, J. F. T. Delgado and F. A. Ballesteros, Revisión bibliográfica de los enfoques teoría de juegos y Vendor Managed Inventory (VMI) para el estudio de cadenas de suministros. *Puente*, 5(1), 2017.
10. H. Huang, H. Ke and L. Wang, Equilibrium analysis of pricing competition and cooperation in supply chain with one common manufacturer and duopoly retailers. *International Journal of Production Economics*, 178: 12-21, 2016.
11. F. Adida and G. Perakis, Dynamic pricing and inventory control: Uncertainty and competition. *Operations Research*, 58(2): 289-302, 2010.
12. F. Caro and V. Martínez-de-Albéniz, The impact of quick response in inventory-based competition. *Manufacturing & Service Operations Management*, 12(3): 409-429, 2010.
13. X. Xu and W. J. Hopp, Dynamic pricing and inventory control with demand substitution: The value of pricing flexibility. Northwestern University, Department of Industrial Engineering, 2004.

14. D. Zhang, A network economic model for supply chain versus supply chain competition. *The International Journal of Management Science*, Omega 34: 283-295, 2006.
15. S. D. Miao, C. X. Teng and L. Zhang, System Dynamics Modeling and Simulation for Competition and Cooperation of Supply Chain on Dual-Replenishment Policy. *Journal of Software*, 7(12), 2734-2741, 2012.
16. J. Sterman, Modeling managerial behavior: misperceptions of feedback in a dynamic decision making experiment. *Management Science*, 35: 321–339, 1989.
17. G. Dogan and J. Sterman, When Less Leads to More: Phantom Ordering in the Beer Game? MIT Press, Cambridge, 2005.

Optimización de stock en la gestión de mantenimiento de empresas mineras

Jimmy Oblitas Cruz
Universidad Privada del Norte
Jimmy.oblitas@upn.edu.pe

Mylena Karen Vilchez Torres
Universidad Privada del Norte
mylena.vilchez@upn.pe

Resumen

El estudio propone un modelo matemático de gestión de repuestos que contribuya a una mejor gestión del área de mantenimiento en los emplazamientos mineros, en este sentido se agrega al modelo Poisson usado para determinar el volumen adecuado de stock de componentes críticos, el inventario de pedidos, a fin de considerar el tiempo de atraso de los pedidos, evitando rupturas de stock que afectan a la disponibilidad y por tanto a la estructura operacional de la empresa. Así se procedió a optimizar el stock de componentes usando SOLVER buscando minimizar la inversión, con las restricciones de que los componentes tienen que ser enteros mayores a cero y que la disponibilidad inherente debe ser mayor o igual a 98%. El resultado genera dos propuestas siendo la segunda la mejor opción ya que fue ajustada a un presupuesto real de la empresa y que implicó un ahorro de 7,074,339 US\$ con una disponibilidad mecánica de 96.4% y una disponibilidad de almacén de 93.7%.

Keywords: Poisson; Gestión de repuestos, disponibilidad.

1 Introducción

La disponibilidad de los equipos en minería es sumamente importante para garantizar niveles óptimos de producción y productividad (Mohammadi et al., 2016). La gestión de repuestos o componentes críticos tiene por objetivo garantizar un adecuado stock de repuestos al menor costo posible aumentando la disponibilidad de los activos (Pascual, Santelices, Lüer-Villagra, Vera, & Cawley, 2017).

Con frecuencia las estrategias establecidas en mantenimiento no se abordan de manera holística descuidando aspectos fuertemente relacionados (Glawar et al., 2016), como son el vínculo entre las actividades de mantenimiento y su impacto en las estructuras operacionales (Godoy, Pascual, & Knights, 2013).

Existen varios modelos que son adoptados como políticas para gestionar repuestos, dentro de los modelos convencionales se encuentra el modelo de Poisson (Bounou, El Barkany, & El Biyaali, 2017), este modelo ayuda a determinar la cantidad de stock de repuestos

óptimo a tener en función de la ocurrencia de un historial de fallos en un intervalo de tiempo T, pero no considera aspectos como el efecto que genera los pedidos pendientes (EBO) en el nivel de servicio esperado de los equipos (Godoy, Pascual, & Knights, 2014), en este sentido el estudio propone adicionar al modelo matemático de gestión de repuestos de Poisson el promedio de pedidos pendientes y hacer una valoración económica de la propuesta teniendo en cuenta la restricción presupuestaria.

2 Descripción del problema

El modelo matemático de Poisson usado convencionalmente como política de cálculo de stock de repuestos críticos está dado por la ecuación 1, como vemos este modelo pronostica la cantidad de stock de repuestos a tener en función de un historial de fallos, sin embargo no analiza aspectos como el inventario de pedidos pendientes (Expected Back Orders, EBO) que tiene un comportamiento probabilístico y afecta al costo y a la disponibilidad de los equipos (El-Wakeel, 2012) como lo podemos apreciar en la ecuación 1 y 2:

$$P \leq \sum_{x=0}^n \left(\frac{(\lambda t)^x e^{-\lambda t}}{x!} \right) \quad (1)$$

(Aulia, Alhilman, & Nurdinintya Athari, 2016)

$$A(s) = \prod_{j=1}^J \left(1 - \frac{EBO(X_j)}{z_j N} \right)^{z_j} \quad (2)$$

(Pascual et al., 2017)

Y aunque no es conveniente trabajar con todas las variables que influyen en la gestión de repuestos (Bounou et al., 2017) consideramos que agregar al modelo de Poisson el inventario de pedidos pendientes puede contribuir a una mayor disponibilidad operativa a un mejor costo y enmarcado dentro de las restricciones de presupuesto.

3. Materiales y métodos

El modelo se desarrolló sobre una política que calcula el stock de repuestos críticos reparables para soportar un año de operación de 20 horas diarias, 365 días al año, de 6 palas hidráulicas, cada una con capacidad de cucharón de 35.5 m³. Para identificar los componentes críticos se usó el diagrama de Jack Knife de dispersión de costos. Siguiendo la política a evaluar en el estudio, se calculó el stock de repuestos usando la distribución Poisson que usa como MTBF (Mean Time Between Failures) el tiempo recomendado por el fabricante y se hace una primera evaluación de costos y disponibilidad. El siguiente paso fue reemplazar en los cálculos el tiempo recomendado por el fabricante por el MTBI (Mean time between interventions) óptimo calculado en base al histórico de horas de falla y costos generales obteniendo una segunda evaluación económica que se compara con el modelo de política actual. Mediante una simulación en excel de 100 pedidos se calculó el EBO para cada uno de los 14 componentes críticos. A partir del EBO se calculó la disponibilidad de los equipos y se agrega este concepto al modelo matemático en estudio, obteniendo una

tercera evaluación de costos y disponibilidad, finalmente mediante SOLVER se busca minimizar la inversión, variando la cantidad de componentes, con la restricción de que los componentes tenían que ser enteros, mayores a cero y que la disponibilidad inherente debía ser mayor o igual a 98%., obteniendo la proyección final ajustada al presupuesto.

4. Resultados

En la tabla 1, se puede apreciar un ahorro de 6.653,678 US\$ si se mejora el modelo agregando el EBO calculado a partir de la simulación de 100 pedidos por cada componente, dando una disponibilidad mecánica de 98% y una disponibilidad de almacén de 95% sin embargo la inversión resultó en 5,969,357 US\$, que es más alta al presupuesto real de 4,969,357 US\$, en este sentido mediante SOLVER se procedió a minimizar la inversión variando la cantidad de componentes obteniendo un ahorro de 7,074,339 US\$ con una disponibilidad mecánica de 96.4% y una disponibilidad de almacén de 93.7%.

Tabla 1. Comparación política convencional y política de gestión de repuestos con enfoque holístico

	Modelo con EBO	Modelo con EBO ajustado a presupuesto
Inversión (\$)	5,338,719.00	4,918,057.18
Ahorro (\$)	6,653,678.00	7,074,338.70
Disponibilidad en almacén	95.0%	93.7%
Disponibilidad mecánica	98.0%	96.4%

5 Conclusiones

Mediante una simulación de 100 pedidos es posible determinar el EBO para 14 componentes críticos que soportan una flota de 6 palas hidráulicas. A partir del EBO se calcula la indisponibilidad que afecta a la disponibilidad de los equipos y se agrega este concepto a un modelo matemático Poisson de gestión de stock de componentes, de esta manera se logra proyectar una cantidad óptima de stock de componentes a un menor costo respecto al modelo inicial y a un alto nivel de disponibilidad mecánica.

Referencias

1. Aulia, V., Alhilman, J., & Nurdinintya Athari, S. (2016). Proposed maintenance policy and spare part management of Goss Universal Printing machine with reliability centered maintenance, reliability centered spares, and probabilistic inventory model. En *Proceeding of 9th International Seminar on Industrial Engineering and Management* (pp. 81–86).

2. Bounou, O., El Barkany, A., & El Biyaali, A. (2017). Inventory Models for Spare Parts Management: A Review. *International Journal of Engineering Research in Africa*, 28, 182–198. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/JERA.28.182>
3. El-Wakeel, M. F. (2012). Constrained backorders inventory system with varying order cost: Lead time demand uniformly distributed. *Journal of King Saud University - Science*, 24(3), 285–288. <https://doi.org/10.1016/j.jksus.2011.06.002>
4. Glawar, R., Kemeny, Z., Nemeth, T., Matyas, K., Monostori, L., & Sihn, W. (2016). A Holistic Approach for Quality Oriented Maintenance Planning Supported by Data Mining Methods. *Procedia CIRP*, 57, 259–264. <https://doi.org/10.1016/j.procir.2016.11.045>
5. Godoy, D. R., Pascual, R., & Knights, P. (2013). Critical spare parts ordering decisions using conditional reliability and stochastic lead time. *Reliability Engineering & System Safety*, 119, 199–206. <https://doi.org/10.1016/j.res.2013.05.026>
6. Godoy, D. R., Pascual, R., & Knights, P. (2014). A decision-making framework to integrate maintenance contract conditions with critical spares management. *Reliability Engineering & System Safety*, 131, 102–108. <https://doi.org/10.1016/j.res.2014.06.022>
7. Mohammadi, M., Rai, P., & Gupta, S. (2016). Improving productivity of dragline through enhancement of reliability, inherent availability and maintainability, 21(1), 8.
8. Pascual, R., Santelices, G., Lüer-Villagra, A., Vera, J., & Cawley, A. M. (2017). Optimal repairable spare-parts procurement policy under total business volume discount environment. *Reliability Engineering & System Safety*, 159, 276–282. <https://doi.org/10.1016/j.res.2016.10.034>

Modeling the Stochastic Steady-State of Mixed-Model Asynchronous Assembly Lines with Markov Chains

Thiago Cantos Lopes
Federal University of Technology - Paraná (UTFPR)
Graduate Program in Electrical and Computer Engineering (CPGEI)
thiagolopes@alunos.utfpr.edu.br

Celso Gustavo Stall Sikora
Federal University of Technology - Paraná (UTFPR)
Graduate Program in Electrical and Computer Engineering (CPGEI)
sikora@alunos.utfpr.edu.br

Adalberto Sato Michels
Federal University of Technology - Paraná (UTFPR)
Graduate Program in Electrical and Computer Engineering (CPGEI)
amichels@alunos.utfpr.edu.br

Arinei Carlos Lindbeck da Silva
Federal University of Paraná (UFPR)
arinei@ufpr.edu.br

Leandro Magatão
Federal University of Technology - Paraná (UTFPR)
Graduate Program in Electrical and Computer Engineering (CPGEI)
magatao@utfpr.edu.br

Abstract

Asynchronous assembly lines are product oriented production layouts often shared between a set of similar product models. Market fluctuations and internal factory factors might generate unstable product sequences, defining a stochastic process. While many literature works present formulations to optimize such lines, few exactly evaluate steady-state performance under such stochastic factors. This paper presents a states-transitions based representation for this stochastic process, which is shown to be a Markov Chain. A case study is presented, demonstrating the accuracy of the representation and its capacity to compare the stochastic steady-state of different line balancing solutions. This representation can be algorithmically employed to exactly solve the associated stochastic optimization problem.

Keywords: Markov Chain; Steady-State; Asynchronous Mixed-Model Assembly Line.

1 Introduction

Assembly lines are product oriented manufacturing layouts designed historically dedicated to mass-production of standardized products [13]. The distribution of tasks to stations, or line balancing, is a broadly studied optimization problem with multiple heuristics, meta-heuristics, and exact procedures developed by multiple authors, in particular for the simpler versions of the problem [14].

Multiple variants of assembly line balancing problems have also been studied [1] leading to classification schemes to better differentiate the problem variants [4]. Many authors have defined generalized versions of the balancing problem, and developed solution methods for these variants [2]. One of them, the mixed-model assembly lines, is a consequence of increases in product diversity: these layouts are commonly employed to large-scale production of similar products.

Mixed-model assembly lines can be further classified in terms of its line pace [5]. This paper focus on asynchronous lines, in which products flow independently and discretely through the lines when processing is concluded at their current station and the next one is empty. Product sequence [10] has been shown to be a key factor when optimizing balancing in regard to stable steady-state [9] if the product sequence is cyclical and given. When model sequencing is a degree of freedom, the non-cyclical mixed-model assembly line sequencing problem is also a widely studied optimization field [6].

However, in some circumstances product sequences are neither a cyclical parameter nor a degree of freedom: Market oscillations and internal factory practical constraints might make the models that enter the line behave as a stochastic process. While simulation based approaches can optimize lines under some types of uncertainties [16], their performance evaluations is difficult and subjected to confidence intervals and error probabilities. Exact and analytical performance evaluations of stochastic asynchronous mixed-model assembly line are challenging, yet desired: Such framework would allow reliable comparisons of trial balancing solutions. This paper proposes a representation based on states and transitions to this problem. Such representation is shown to verify the Markovian property [8], hence demonstrating that this stochastic process is a Markov Chain. This exact description of stochastic asynchronous mixed-model assembly lines states allows one to determine which balancing solution is better and more stable under uncertain product sequences.

An asynchronous mixed-model assembly line is a flow-shop production variant in which the flow of pieces is discrete, rather than continuous. Each piece moves to the next station when two conditions are met: processing at the current station is over and the next station is free, meaning the previous piece has departed from it. When the first condition is met, but not the second, a blockage occurs. Conversely, when the reverse happens, a starvation occurs. Quantitatively consideration of these inefficiencies is key to evaluating the steady-state performance of a given task-station assignment.

Lopes *et. al.* [10] presented a Mixed-Integer Linear Programming formulation that allows such steady-state performance to be exactly assessed when the product sequence is cyclical - a rather stable condition. However, model sequencing is often a short-term problem [6, 15] and market fluctuations and internal factory technical constraints might make the product sequence less stable. In the automobile industry, for instance, the paint-shop is likely to have a greater influence than other sectors of the factory on what the product sequence should be. This tends to occur due to the highly sequence-sensitive set-up times and costs associated with the painting and purging activities. However, these times and costs are usually more associated with the product's color rather than its physical model, whilst assembly tasks processing times depend rather exclusively on the later.

Hence, for other parts of the factory, product sequence can be modeled as a random variable.

Let D_m be the expected demand ratio of each product model m . Each new product that enters the line, has the probability D_m to be an instance of model m . Just as the demand rates sum to one, so do the probabilities. Hence, the product sequence is modeled as a memoryless random variable (similarly to [15, 16, 17]): in the long-term, D_m will describe actual production rates, but not necessarily on the short-term. Once the model m of a product is defined, so are its deterministic integer [14] processing times $X_{m,s}$ for each station s . These values are a function of the implemented task-station assignment, whose steady-state performance must be determined. Each product that enters the line must be processed in each station sequentially and flow through the line in accordance to the asynchronous rules.

While multiple simulations [15] can be used to estimate the steady-state performance, they do not allow an analytical assessment of the expected steady-state performance [3]: Via simulation, one can only estimate this expected value with confidence intervals and a certain error probability. Furthermore, should the demand rates D_m change, it is necessary to perform all the simulations again for the same solution. Hence, the challenge is to define an exact measure of the stochastic steady-state performance of asynchronous mixed-model assembly line balancing solutions given the D_m and $X_{m,s}$ parameter sets.

This remaining of this paper is structured as follows: Section 2 describes the Markov Chain states and transitions developed to describe the studied stochastic process. Section 3 presents an illustrative example. Section 4 presents an application of the chains in the comparisons of balancing solutions for a mixed-model line. Section 5 summarizes the contributions of this work.

2 Markov Chains Formulation

At first it might be challenging to describe all possible blockages and starvations with states and transitions that verify the Markovian property. Consider, however, a deterministic case first: if the entry and departure times of piece p at each station are known, the piece $p + 1$ can be completely scheduled without knowledge of further pieces. Piece $p + 1$ can be blocked by piece p at some moments, but is unaffected by pieces that comes after it. This resembles the Markovian property [3], and, in order to define Markov chains, the main challenge is to define finitely many states and transitions that have this property and represent the described stochastic process.

Lets consider the first piece that enters a line with 3 stations. All stations are initially free because no previous piece ever occupied them. Let m_p state the model m of the p^{th} piece to be produced. The first piece departs from station 1 after $X_{m_1,1}$ time units, where m_1 is its product model. Because station 2 is free, the piece immediately departs the first station and enters the second. It is ready to leave it after $X_{m_1,2}$ time units. The same process occurs at the third station. The first piece departs each station s at $\sum_{s'=1}^s X_{m_1,s'}$ time units.

Now consider the second piece that enters the line: it is only allowed entrance at the first station after the first piece departs it, meaning it is be blocked for $X_{m_1,1}$ time units. Once it enters, it concludes processing after another $X_{m_2,1}$ time units, here one of two things can occur: either the first piece has already departed the second station or it has not. In the first case, the second station was starved while it waited for the second piece. In the later, the first station is blocked by the processing of the first piece at the second station. The second piece enters the second station at: $\max(X_{m_1,1} + X_{m_1,2}; X_{m_1,1} + X_{m_2,1})$. A new notation is introduced to simplify further evaluations: Let F_p be a vector in which the elements $F_{p,s}$ state the time in which the piece p

departed from station s . It has already been established for the first piece that $F_{1,s} = \sum_{s'=1}^s X_{m_1,s'}$. This allows the departure time from the second piece at the first station to be written as: $F_{2,1} = \max(F_{1,2}; F_{1,1} + X_{m_2,1})$. At the second station the second piece can also be blocked by the first piece at the third station: $F_{2,2} = \max(F_{1,3}; F_{2,1} + X_{m_2,2})$. And at the last station the expression is simpler as no piece can be blocked at the last station of the line: $F_{2,3} = F_{2,2} + X_{m_2,3}$. This can be further generalized: the vector F_p can be seen as a Markov state, let F_{p_m} be its successor state when the next product to enter the line is of model m . In this case, p and p_m are the states' indexes. For each model m , the vector F_{p_m} is defined as follows:

$$\text{First Station } (s = 1): \quad F_{p_m,1} = \max(F_{p,2}; F_{p,1} + X_{m,1}) \quad (1)$$

$$\text{Middle Stations } (1 < s < |S|): \quad F_{p_m,s} = \max(F_{p,s+1}; F_{p_m,s-1} + X_{m,s}) \quad (2)$$

$$\text{Last Station } (s = |S|): \quad F_{p_m,|S|} = F_{p_m,|S|-1} + X_{m,s} \quad (3)$$

Notice that all the values of the state-vector F_{p_m} can be derived from F_p and the processing times $X_{m,s}$ of model m at each station s . By defining a State as the piece-station departure vector F it is clear the one can define $|M|$ other states to which F can transition to: one for each of the $|M|$ possible product models produced in the line, each with probability D_m . These definitions of states and transition probabilities satisfy the Markovian properties [3] (the future states depend only on the present one and on the transition parameters) and describe the line. However, there are infinitely many possible F vectors. This occurs because the departure times only increase in Expressions 1, 2, and 3. Given that solving the steady-state probabilities of a Markov chains requires the solution of a linear system of equations with one variable for each state, having infinitely many states is not an option.

In order to limit the number of states to a finite integer, the departure time value from the first station is subtracted from the departure times of all stations. Let F'_p be such a reviewed vector state, such that when the next product to be produced is an instance of model m the successor next state that describes the line is F'_{p_m} . Such a successor state can be derived from F'_p as follows: First, compute the auxiliary successor F_{p_m} of the current state F'_p using Expressions 1, 2, and 3. Second, define $\Delta_{p,m} = F_{p_m,1}$ as the time-wise transition cost. Third, compute $F'_{p_m,s} = F_{p_m,s} - \Delta_{p,m}$. Just as F , the newly defined states F' verify the Markovian property, describe the line, and are finitely many.

The number of F' states are hereby proven to be finitely many: The highest value of processing time is the maximum time a piece p can stay in any station s is $L = \max_{m,s}(X_{m,s})$. This can be proven by contradiction: In order for p to stay longer than L in station s , it would be necessary for the previous piece $p - 1$ to block p from $s + 1$. However, the $p - 1$ piece departed from s before the p entered it. Therefore, after L time units, it is guaranteed to have completed its processing at $s + 1$. This means that it can only block p if it is blocked by its previous piece $p - 2$ at $s + 2$. By induction this argument holds for pieces $p - k$ at stations $s + k$. However, no piece can be blocked at the last station $|S|$, therefore the time each piece p can stay at each station s is bounded by L . Each position of a state vector F' measures how long after the last piece departed from the first station did it depart from the s^{th} one. Because processing times are integer by hypothesis, the value of each position of F' is restricted to a range of multiples of L . Hence, there are finitely many F' states in this Markov Chain representation of the studied stochastic process.

3 Illustrative Example

Let an asynchronous assembly line operate with two product models (A and B) with relative demands of 0.8 and 0.2 (respectively). Consider that a given balancing solution imposes the processing times described by Table 1.

Table 1: Illustrative Example: Processing time parameters.

Station	Models	
	M ₁	M ₂
S ₁	3	4
S ₂	4	4
S ₃	3	6
S ₄	5	3

By starting with a zero state (in which all stations are free), one can iteratively determine all possible states for the stochastic process associated with random product entries. Table 2 presents a list with all the state defining values (F') as well as their computed steady-state probabilities, and all transitions for all possible states and the time cost associated with each transition (Δ_m), with which the average expected steady-state value of time between pieces can be calculated as 4.912. This value can be obtained by summing the products of the probabilities of each state by the demand rates of each model by the time cost for that model's transition for that state: $\sum_{F',m} (P[F'] \cdot D_m \cdot \Delta_m | F')$.

Table 2: Illustrative Example: Markovian States and Transitions

State Number	States				Stable Prob.	Transitions (Models M ₁ , M ₂)			
	Station Departures (F')					Next State		Cost (Δ_m)	
	S ₁	S ₂	S ₃	S ₄		M ₁	M ₂	M ₁	M ₂
0	0	0	0	0	0.00%	1	2	3	4
1	0	4	7	12	0.00%	3	2	4	4
2	0	4	10	13	5.80%	4	5	4	4
3	0	4	8	13	12.8%	6	2	4	4
4	0	6	9	14	16.0%	3	2	6	6
5	0	6	12	15	4.00%	4	5	6	6
6	0	4	9	14	10.2%	7	8	4	4
7	0	5	10	15	41.0%	7	8	5	5
8	0	5	11	14	10.2%	4	5	5	5

Figure 1 provides further visualization of the states and their transitions, lending itself to the understanding of Table 2's values: Each dashed arrow represents a model B (20% chance) transition. Each full arrow represents a model A transition. The grayed states (0 and 1) represent transient states whose steady-state probability is zero. Notice that the most likely state (7) corresponds to the one on the receiving end of full arrows, including a transition from self to self. Furthermore, the least likely permanent state (5) corresponds to the one on the receiving end of dashed lines only. These figures would likely reverse should the probability values also be reversed.

Notice that the relative probabilities of transitions are not relevant to the definition of the states, but only to the definition of the steady-state probabilities. This means that should the demand rates (D_m) change, the Markov-chain structure would remain the same. While the probability values

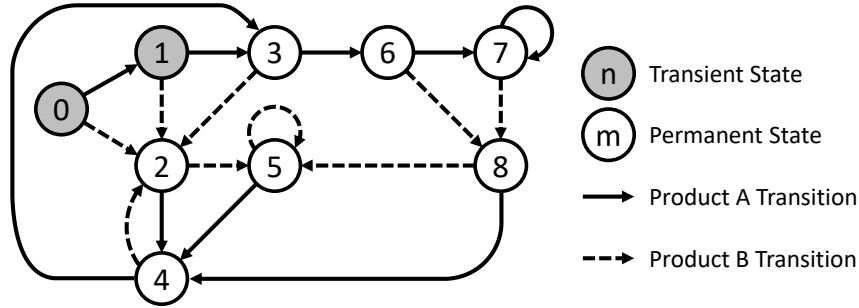


Figure 1: Illustrative Example: States and Transitions

would require a recalculation, the framework itself is rather robust in regard to such oscillations. For instance, non-transient states remain non-transient for any demand rate different than 0% for a product.

4 Case Study - Solution Comparison

In order to exemplify how the Markov chains representation can be used to compare mixed-model balancing solutions, another case study is hereafter presented. Four balancing solutions, whose data is presented by Table 3 are compared. Problem data was taken from a recent literature case study on mixed-model balancing [10]. Each solution originates from adaptations of literature formulations to the instance’s data [7, 10, 12, 11]. The goal here is not to discuss and compare these formulations in general, but rather the specific solutions presented by Table 3. For each solution, their respective Markov chains are computed, and the associated linear problem is solved for the demand rates 84.4% and 15.6% for M_1 and M_2 , respectively.

Table 3: Case Study: Processing Time Data and Steady-State Results

Station	Solution 1		Solution 2		Solution 3		Solution 4	
	M_1	M_2	M_1	M_2	M_1	M_2	M_1	M_2
S_1	1260	2066	858	2011	1318	1398	1453	2066
S_2	1199	2160	1358	2215	988	3188	988	2160
S_3	1255	1288	1341	1331	1340	1282	1472	1767
S_4	1253	1252	1352	1209	1357	1178	1720	1601
S_5	1303	1277	1355	1661	1339	1259	961	1300
S_6	1282	1591	1322	1787	1244	1802	787	1241
S_7	1310	2052	1276	1472	1276	1579	1481	1551
Steady-State CT	1592.4		1622.8		1667.5		1828.3	

A validation procedure was performed in order to verify whether or not the predicted steady-state averages are correct. For each solution 5000 independent simulations were performed, with warm-up of 10 random pieces and observation of 1000 pieces. The departure time difference between the first and the last of the thousand pieces was divided by 1000 (i.e. the number of pieces) to represent the realized steady-state value. These values were rounded to the nearest multiple of ten and grouped to form families of occurrence distributions. Figure 2 presents these distributions along with their respective expected averages (dashed lines).

Simulated Steady-States vs Expected Averages

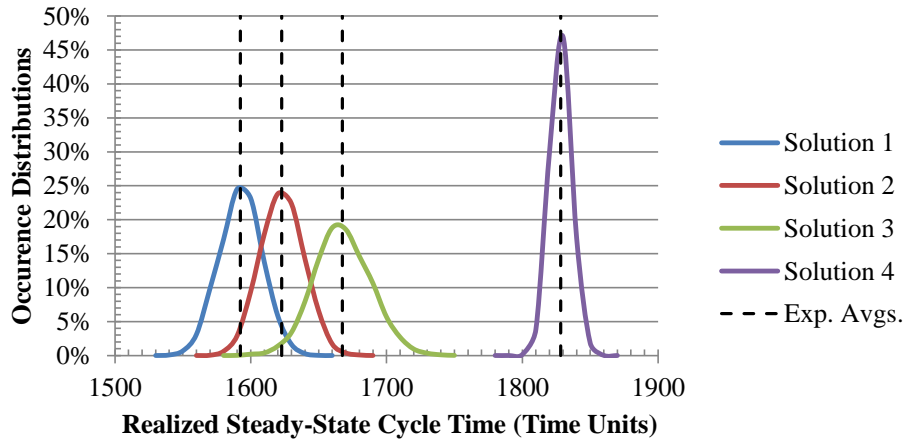


Figure 2: Illustrative Example: States and Transitions

In this case study, Solution 1 is clearly dominant over all the others: for any trial value of cycle time, the probability of Solution 1 to present a realized value lower or equal to the trial value is greater or equal to that of the other solutions. Notice that the curves in Figure 2 present normal shapes and averages very close to the expected values. However, their standard deviation is different. This fact points to a possible direction for further works: to define other values associated to the stochastic process using properties of the presented Markov chain representation.

5 Conclusions

Evaluating the performance of asynchronous assembly lines with stochastic product entries is a challenging problem: analytical descriptions of blockages and starvations are not trivial to devise even when the product sequence is known. By using a states and transitions based representation, this paper presents a way to describe the stochastic process. Furthermore, the representation is shown to respect the Markovian property, hence the process is a Markov Chain.

The stochastic steady-state blockages and starvations are described by defining states that carry departure time information of the last piece to be processed at each station. While it is possible to definite infinite such states, this paper shows that it is possible to translate these states to a finite set, without loss of generality.

By doing so, an exact performance evaluation is allowed for said stochastic lines. By applying the proposed Markov Chain representation to multiple candidate solutions, one is able to exactly compare their expected steady-state. Simulations verified the accuracy of the representation, and the realized average steady-state cycle time seems to converge towards normal distributions for large numbers of pieces.

Further works should seek to verify the influence of problem data in the tractability of the problem, and attempt to describe other expected values (makespan, standard deviations) for the stochastic process. Another possible direction is the algorithmic usage of said lines to exactly solve stochastic mixed-model assembly line balancing problems.

Acknowledgments

The authors thank the financial support from Fundação Araucária (Agreement 041/2017 FA – UTFPR – RENAULT), and CNPq (Grants 406507/2016-3 and 307211/2017-7).

References

- [1] Olga Battaia and Alexandre Dolgui. A taxonomy of line balancing problems and their solution approaches. *International Journal of Production Economics*, 142(2):259–277, 2013.
- [2] Christian Becker and Armin Scholl. A survey on problems and methods in generalized assembly line balancing. *European Journal of Operational Research*, 168(3):694–715, 2006.
- [3] Dimitri P. Bertsekas and John N. Tsitsiklis. *Introduction to Probability*. Athena Scientific, Belmont, Massachusetts, 2 edition, 2008.
- [4] Nils Boysen, Malte Fliedner, and Armin Scholl. A classification of assembly line balancing problems. *European Journal of Operational Research*, 183(2):674–693, 2007.
- [5] Nils Boysen, Malte Fliedner, and Armin Scholl. Assembly line balancing: Which model to use when? *International Journal of Production Economics*, 111(2):509–528, 2008.
- [6] Nils Boysen, Malte Fliedner, and Armin Scholl. Sequencing mixed-model assembly lines: Survey, classification and model critique. *European Journal of Operational Research*, 192(2):349–373, 2009.
- [7] Maria Decker. Capacity smoothing and sequencing for mixed-model lines. *International Journal of Production Economics*, 30-31:31–42, 1993.
- [8] Frederick S. Hillier and Gerald J. Lieberman. *Introduction to Operational Research*. McGrawHill, New York, NY, 10 edition, 2015.
- [9] Eugene Levner, Vladimir Kats, David Alcaide López de Pablo, T. C.E. Cheng, and David Alcaide López de Pablo. Complexity of cyclic scheduling problems: A state-of-the-art survey. *Computers and Industrial Engineering*, 59(2):352–361, 2010.
- [10] Thiago Cantos Lopes, Celso Gustavo Stall Sikora, Adalberto Sato Michels, and Leandro Magatão. Mixed-Model Assembly Line Balancing with Given Buffers and Product Sequence: Model, Formulation Comparisons and Case Study. *Annals of Operations Research*, 1(1):1–26, 2018.
- [11] C. Merengo, F. Nava, and A. Pozzetti. Balancing and sequencing manual mixed-model assembly lines. *International Journal of Production Research*, 37(12):2835–2860, 1999.
- [12] Tadeusz Sawik. Loading and scheduling of a flexible assembly system by mixed integer programming. *European Journal of Operational Research*, 154(1):1–19, 2004.
- [13] Armin Scholl. *Balancing and sequencing assembly lines*. Physica, Heidelberg, 2nd edition, 1999.
- [14] Armin Scholl and Christian Becker. State-of-the-art exact and heuristic solution procedures for simple assembly line balancing. *European Journal of Operational Research*, 168(3):666–693, 2006.
- [15] Lorenzo Tiacci. Coupling a genetic algorithm approach and a discrete event simulator to design mixed-model un-paced assembly lines with parallel workstations and stochastic task times. *International Journal of Production Economics*, 159:319–333, 2015.
- [16] Lorenzo Tiacci. Simultaneous balancing and buffer allocation decisions for the design of mixed-model assembly lines with parallel workstations and stochastic task times. *International Journal of Production Economics*, 162:201–215, 2015.
- [17] Lorenzo Tiacci. Mixed-model U-shaped assembly lines: Balancing and comparing with straight lines with buffers and parallel workstations. *Journal of Manufacturing Systems*, 45:286–305, 2017.

Proposta de um Modelo Matemático para Programação da Operação de Turbinas a Gás em Estações de Compressão para Transporte de Gás Natural

Hugo da Silva Guimarães
Universidade Federal Fluminense (UFF)
hugosguima@gmail.com

Edwin Benito Mitacc Meza
Universidade Federal Fluminense (UFF)
emitacc@id.uff.br

Dalessandro Soares Vianna
Universidade Federal Fluminense (UFF)
dalessandrosoares@yahoo.com.br

Danilo Artigas
Universidade Federal Fluminense (UFF)
daniloartigas@gmail.com

Marcilene de Fátima Dianin Vianna
Universidade Federal Fluminense (UFF)
marcilenedianin@id.uff.br

Resumo

Este artigo apresenta um modelo matemático para definição de quais turbo compressores devem operar até atingir o seu limite horário máximo, de modo que possa ser liberado para a realização de sua maior manutenção, sem afetar a demanda contratada pelos clientes. Para propor o modelo foram realizadas três simulações de operação, dos turbo compressores existentes em uma estação de compressão de gás natural, os resultados obtidos atingem o objetivo imediato de se determinar que máquinas devem entrar em manutenção, sem comprometer todo o sistema, mostrando-se muito superior ao modelo utilizado atualmente pela empresa alcançando o resultado desejado, mesmo não sendo o ótimo.

Palavras chave: Turbo compressores; Programação; Modelagem Matemática.

1 Introdução

Apesar da crise mundial do setor do petróleo que se instalou a partir de 2014, na qual esperava-se uma reversão da trajetória da expansão da produção, o setor de petróleo no Brasil tem continuado a se expandir mesmo neste cenário de crise. Assim, segundo a ANP (2017) a produção de petróleo no Brasil apresentou um crescimento de 3,2% em 2016, atingindo uma média de 2,5 milhões de barris/dia, sendo este aumento atrelado ao aumento da produção no pré-sal. Já a produção de gás natural cresceu 7,9% chegando a produzir 37,9 bilhões de m³ em 2016, sendo 77% advindos da produção *offshore*.

Por outro lado, nos últimos anos o petróleo tem sido associado à deterioração do meio ambiente, o que tem levado à indústria de petróleo a ter uma postura defensiva, tornando obrigatória a implementação de inovações tecnológicas que visem minimizar os desafios ambientais. Nesse contexto, tem-se direcionado

a uma redução nas emissões de CO₂ e a adoção do gás natural como matriz energética em detrimento do óleo combustível e similares, o qual tem tido aprovação das economias associadas devido, dentre outros fatores, ao aproveitamento do gás natural no processo produtivo de petróleo.

Assim, nas últimas décadas as reservas de Gás Natural (GN) no Brasil tiveram um grande aumento chegando a 37.890 milhões de m³, cabe ressaltar que, o Brasil passou a ter uma vocação para utilização de GN em sua matriz energética a partir da construção das primeiras usinas termelétricas no início dos anos 2000, e com a chegada das turbinas a gás para a utilização nas mesmas foi colocado em prática o Plano Nacional do Gás Natural, elaborado em meados dos anos 1980 pelo Ministério de Minas e Energia, conforme dados do Balanço Energético Nacional MME (2011).

Durante este período entraram em funcionamento as usinas termelétricas que utilizam gás natural para seu acionamento e como abordado por Rosa (2000), tais empreendimentos motivaram a construção e ampliação de uma rede de produção e malha de movimentação de gás natural, o qual é constituído de uma cadeia de produção e distribuição composta de várias etapas, sendo uma destas as Estações de compressão (ECOMP), as quais são localizadas em pontos intermediários aos pontos de distribuição que comprimem o GN por gasodutos até os consumidores. Estas estações são formadas por um conjunto de turbo compressores, dispostos paralelamente e que possuem geralmente funções e capacidades iguais.

As turbinas a gás, como toda máquina, possuem um plano de manutenções e este se baseia nas recomendações contidas no manual do fabricante, tais revisões devem ser realizadas nos seus períodos corretos, principalmente devido a possíveis quebras destes equipamentos e perda de garantia de fábrica, além dos custos por redução operacional das máquinas para cumprir contratos de compressão de gás natural. Cabe ressaltar que, o custo de aquisição de um conjunto turbo compressor está avaliado em US\$6.000.000,00, devido ao seu elevado custo de compra, é natural que suas manutenções possuam valores altos, uma pequena revisão custa R\$50.000,00 e um *overhaul*¹ não custa menos de US\$1.500.000,00.

Neste contexto, é importante que manutenção e operação apontem para um único sentido, do contrário podem incidir em perdas de recursos financeiros, humanos e materiais. Assim, para que haja uma operação efetiva, a produção deve estar alinhada à manutenção. Para a situação de uma turbina a gás inserida em uma estação de compressão, caso as máquinas operem por tempo indeterminado, é provável que uma ou mais máquinas quebrem, gerando prejuízos principalmente pela interrupção de fornecimento de gás natural aos clientes e pelos custos elevados das manutenções, por este motivo é relevante a programação da manutenção alinhado com a operação de modo a impedir que os turbo compressores entrem em manutenção ao concomitantemente, gerando perdas e falhas na compressão de gás natural.

Assim, o problema aqui apresentado, pode ser associado na literatura ao problema de otimização da manutenção de máquinas. Por exemplo, em Nguyen (2008) é apresentado três técnicas de automação, baseado em programação linear, algoritmos genéticos e sistemas especialistas, para o problema de programação de unidades compressoras para atender a demanda dos clientes. Já em Bohlin *et al* (2014) é proposto uma ferramenta de suporte para o planejamento da manutenção de turbinas a gás, com o objetivo de reduzir os custos diretos de manutenção e as perdas de produção. Em seu artigo Sun (2000) para otimização das operações de gasodutos, foi desenvolvido um sistema integrado de suporte à decisão que combina sistemas especialistas e modelagem matemática visando automatizar o processo de preferência de operação de compressores de gás. Por fim, no trabalho de Uraikul *et al* (2000) é proposto um sistema especialista como uma ferramenta de apoio à decisão para aperfeiçoar as operações de gasodutos de gás natural, fornecendo suporte de decisão sólido, célere e seguro para o operador.

O objetivo deste trabalho é propor um modelo que indique que máquinas deverão operar prioritariamente, até atingir a quantidade máxima de horas de operação para a realização de seu *overhaul*, sem que mais de uma atinja o tempo limite concomitantemente, e em um período médio inferior a 8.640h, ou seja, 12 meses.

¹ Revisão geral de uma turbina que incluem desmontagem e montagem e troca de componentes, com duração de até 12 meses.

2 Descrição do problema

Na implantação de um programa de manutenção é importante levar consideração os custos envolvidos com materiais mínimos necessários, mão-de-obra especializada, tempo disponível para realização da manutenção sem que haja perda de produção, estes são, na verdade, os fatores mais importantes em uma ECOMP a serem verificados para se deliberar entre díspares programas de manutenção. Conforme mencionado anteriormente, é necessário manter a operação das máquinas para o cumprimento de contratos de produção e venda de GN, não se pode paralisar, ao mesmo tempo, todas as turbinas da ECOMP para realizar manutenções. A Tabela 1 apresenta um cenário indesejável, onde todas as máquinas da ECOMP estariam com os valores de seus horímetros próximos uns dos outros, o que poderia ocasionar uma coincidência de limites máximos de operação.

Tabela 1. Hipótese de máquinas com horímetros aproximados.

Turbo compressor	E	F	G	H	I	J
Horas de Operação	25.000	30.000	26.000	32.000	31.000	29.000

Em uma ECOMP é necessário um planejamento minucioso sobre o tempo de operação e manutenção de máquinas e equipamentos, tendo em vista que existem limitações de ordem logística para realização de ambas as operações, no caso de máquinas mais complexas como as turbinas a gás, este planejamento pode envolver mais agentes externos a uma corporação e isto pode provocar a necessidade de um planejamento mais efetivo e com a menor possibilidade de falhas possíveis.

A ECOMP estudada está localizada no polo Aroeiras e é um conjunto de seis turbinas a gás dispostas paralelamente com potências semelhantes e compressores que possuem capacidade de vazões iguais para a realização da compressão. A sucção de todas as máquinas é um *header* de 24” onde as mesmas podem ser alinhadas com o gás proveniente das unidades internas de processamento de GN do polo que é chamado de GR-54 ou então com o GR-100, gás de uma refinaria.

O polo Aroeiras processa todo o gás natural que recebe em seus gasodutos e sua capacidade de processamento instalada é de 25 Mm³/dia e após seu balanço mássico, a produção de GN aproximada é de 20 Mm³/dia que facilmente pode ser escoada pelos seus gasodutos. Existe uma demanda média semanal baseada nos dados disponíveis extraídos dos últimos 5 anos de aproximadamente 94 Mm³/semana. De acordo com a média real de cada conjunto turbo compressor a vazão real é de 4,5 Mm³/dia operando em capacidade máxima, isto é, a capacidade total de compressão diária é 27 Mm³, totalizando 189 Mm³/semana, onde verifica-se que apenas três máquinas são suficientes para manter a compressão e as máquinas restantes operam em determinadas ocasiões, quando a demanda oscilar para cima.

É necessário salientar que todas as máquinas possuem restrições, neste caso, um conjunto turbo compressor só pode operar ininterruptamente por um período determinado e após completar seu limite operacional deve passar por manutenções periódicas, chamadas pequenas manutenções, que deverão ser realizadas da seguinte maneira: ao completar 4.000h de operação a máquina passa por uma manutenção específica, principalmente nos seus instrumentos de medição e a mesma fica indisponível por 336h, esta máquina voltando a operar deverá sofrer nova manutenção com 8.000h e novamente deverá ficar indisponível por 336h, este ciclo repete-se até completar 32.000h de operação, quando a máquina deverá ser parada, pois deverá ser efetuado um *overhaul*, que é a manutenção e troca das peças das “partes quentes” da turbina, tal manutenção é demorada devido a estar associada aos tramites alfandegários e de logística.

Ao se retirar uma máquina para realizar a sua referida manutenção é fundamental que as demais permaneçam disponíveis e prontas para realizarem as funções de quem saiu para manutenção, caso haja coincidência entre manutenções poderá haver desabastecimento de clientes que precisam do GN para produzir bens, gerar energia elétrica ou comercializar o mesmo, gerando falta contratual e aplicação de multas na TRANSGASOLEO.

3 Modelagem do problema

Na construção do modelo matemático algumas definições de entrada de dados foram ajustadas para uma melhor integração e operabilidade do sistema. Assim, definiu-se *slot* como um espaço de tempo que possui 336 horas, o mesmo tempo necessário para a realização de uma manutenção simples, sendo o limite de operação de cada máquina de 32.000 horas, onde deverá entrar em *overhaul*, ficando indisponível durante os *slots* necessários para a sua manutenção. O arranque de uma máquina é o processo de partida que a mesma realiza e o seu valor em horas/slots deve ser adicionado ao total de horas/slots de operação das máquinas, isto é, cada vez que uma máquina for ligada, soma-se ao seu horímetro 336h ou 1 slot, o modelo admite que as máquinas possam apresentar carga horária inicial superior a zero, como ocorre realmente, além disto, quando uma turbina está em *overhaul*, fica indisponível de ser alocada no modelo.

Por uma questão de conservadorismo, o total de *slots* considerados para a realização do *overhaul* foi fixado em 26, este valor é apenas o número máximo de horas (8.736) que cada máquina leva para realizar esta manutenção, a qual depende de fatores com logística nacional e internacional, liberação alfandegária, volume de serviços dos executantes e outras variáveis difíceis de prever.

Assim, considerando estas premissas, o problema de programação consiste em definir que máquinas devem operar até alcançar seu limite operacional, quando deverá ser retirada de operação sem prejuízo para o proprietário da ECOMP e de seus clientes. Desta forma, para formular matematicamente este problema, os seguintes parâmetros e variáveis de decisão foram definidos:

Parâmetros:

NE = número de equipamentos

NS = número de slots no período em análise

NM = número de manutenções que podem ser realizadas no período em análise

SM = número de slots para manutenção

E = conjunto de equipamentos {1,2,3, ..., *NE*}

S = conjunto de slots {1,2,3, ..., *NS*}

M = conjunto do número de manutenções {1,2,3, ..., *NM*}

PA = Penalidade por arranque

CHI_i = Indica a carga horária inicial em slots que possui o equipamento *i*

CHMAX_i = número máximo de slots em operação antes de uma manutenção

CHMIN_i = número mínimo de slots em operação antes de uma manutenção

DEM_j = indica a demanda a ser suprida no slot *j*

CAP_i = indica a capacidade de oferta do equipamento *i*

MINEQ = indica o número mínimo de equipamentos que devem ficar disponíveis em cada slot

INDISP_{ij} = indica os slots *j* de indisponibilidade do equipamento *j*

Variáveis de Decisão:

$x_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{se o equipamento } i \text{ está ligado no slot } j \text{ no período antes da } k - \text{ésima manutenção} \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$

$u_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{se o equipamento } i \text{ está sendo usado no período antes da } k - \text{ésima manutenção} \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$

ini_{ik} = indica o início da operação do equipamento *i* no período antes da *k* – ésima manutenção

fim_{ik} = indica o fim da operação do equipamento *i* no período antes da *k* – ésima manutenção

y_{ijk} = indica se no slot *j* o equipamento *i* sofreu a *k* – ésima manutenção

ylni_{ijk} = indica se o slot *j* foi o primeiro do equipamento *i* no período antes da *k* – ésima manutenção

a_{ijk} = indica se houve arranque do equipamento *i* no slot *j* no período antes da *k* – ésima manutenção

p1_{ik} = indica se no equipamento *i* existe sobreposição de períodos antes da *k* – ésima manutenção

p2_j = indica se foi violado o número mínimo de equipamentos no slot *j*

$p3_{ik}$ = indica o não atendimento do eq. i ao máximo de slots no periodo antes da k – ésima manutenção
 $p4_{ik}$ = indica o não atendimento do eq. i ao mínimo de slots no periodo antes da k – ésima manutenção
 $p5_j$ = indica que a demanda no slot j não foi atendida

Utilizando esta notação, o problema pode ser formulado como:

$$MIN = \sum_{i \in E} \sum_{j \in S} \sum_{k \in M} (x_{ijk} + 100a_{ijk}) + 1000 \times \left(\sum_{i \in E} \sum_{k \in M} (p1_{ik} + p3_{ik} + p4_{ik}) + \sum_{j \in S} (p2_j + p5_j) \right) \quad (1)$$

s.a

$$ini_{ik} \leq j \times x_{ijk} + NS \times (1 - x_{ijk}) \quad \forall i \in E, \forall j \in S, \forall k \in M \quad (2)$$

$$fim_{ik} \geq j \times x_{ijk} \quad \forall i \in E, \forall j \in S, \forall k \in M \quad (3)$$

$$x_{ijk} \leq u_{ik} \quad \forall i \in E, \forall j \in S, \forall k \in M \quad (4)$$

$$a_{ijk} \geq x_{ijk} - x_{i(j-1)k} \quad \forall i \in E, \forall k \in M, \forall j \neq 1 \in S \quad (5)$$

$$ylni_{ij_1k} \geq x_{i(j_1-1)k} - x_{ij_1k} - \sum_{\substack{j_2 \in S \\ j_2 > j_1}} x_{ij_2k} \quad \forall i \in E, \forall k \in M, \forall j_1 \neq 1 \in S \quad (6)$$

$$\sum_{j \in S} ylni_{ijk} = u_{ik} \quad \forall i \in E, \forall k \in M \quad (7)$$

$$\sum_{\substack{j_2 \in S \\ j_1 \leq j_2 \leq j_1 + IM}} y_{ij_2k} \geq IM \times (u_{ik} - 1 + ylni_{ij_1k}) \quad \forall i \in E, \forall k \in M, \forall j_1 \in S \quad (8)$$

$$\sum_{j \in S} y_{ijk} = SM \times u_{ik} \quad \forall i \in E, \forall k \in M \quad (9)$$

$$p1_{ik} \geq fim_{i(k-1)} + (SM + 1) \times u_{ik} - ini_{ik} \quad \forall i \in E, \forall k \in M | k > 1 \quad (10)$$

$$p2_j \geq MINEQ - \left(NE - \sum_{i \in E} INDISP_{ij} - \sum_{i \in E} \sum_{k \in M} y_{ijk} \right) \quad \forall j \in S \quad (11)$$

$$p3_{i1} \geq \sum_{j \in S} (x_{ij1} + PA \times a_{ij1}) + CHINI_i - CHMAX_i \quad \forall i \in E \quad (12)$$

$$p3_{ik} \geq \sum_{j \in S} (x_{ijk} + PA \times a_{ijk}) - CHMAX_i - NS \times (1 - u_{ik}) \quad \forall i \in E, \forall k \in M | k > 1 \quad (13)$$

$$p4_{i1} \geq CHMIN_i - CHINI_i - \sum_{j \in S} (x_{ij1} + PA \times a_{ij1}) \quad \forall i \in E \quad (14)$$

$$p4_{ik} \geq CHMIN_i - \sum_{j \in S} (x_{ijk} + PA \times a_{ijk}) - NS \times (1 - u_{ik}) \quad \forall i \in E, \forall k \in M | k > 1 \quad (15)$$

$$p5_j \geq DEM_j - \sum_{k \in M} \sum_{i \in E} CAP_i \times x_{ijk} \quad \forall j \in S \quad (16)$$

$$x_{ijk} = 0 \quad \forall i \in E, \forall j \in S, \forall k \in M | INDISP_{ij} = 1 \quad (17)$$

$$u_{i1} = 0 \quad \forall i \in E \quad (18)$$

$$x_{ijk}, u_{ik} \in \{0,1\} \quad (19)$$

$$y_{ijk}, ylni_{ijk}, a_{ijk} \in [0,1] \quad (20)$$

$$ini_{ik}, fim_{ik}, p1_{ik}, p3_{ik}, p4_{ik} \geq 0 \quad (21)$$

$$p2_j, p5_j \geq 0 \quad (22)$$

A função objetivo (1) busca minimizar o tempo de processamento das turbo máquinas penalizando o número de arranques dentro de um determinado período, a sobreposição de períodos, a violação do número mínimo de equipamentos em cada slot, o não atendimento a carga máxima e mínima antes da manutenção e a violação da demanda. As desigualdades (2) e (3) calcula o início e fim do período que antecede a k -ésima manutenção. A expressão em (4) garante que o equipamento só pode estar funcionando se estiver em uso. Já a (5) calcula o número de arranques de um equipamento no período que antecede a uma determinada manutenção. A desigualdade (6) determina o início da manutenção (indisponibilidade) do equipamento. Já a restrição (7) garante que uma manutenção num determinado período só existe se o período está sendo executado. A desigualdade (8) atualiza os slots nos períodos que antecede uma manutenção. A restrição (9) garante que o número de manutenção seja igual ao determinado pelo setor. As restrições (10) a (16) são as penalidades do problema. A desigualdade (10) garante que um determinado período antes de uma manutenção só pode começar após o término do período anterior. Já a restrição (11) calcula a penalidade por equipamento disponível num slot. As restrições (12) e (13) garantem que a carga horária para manutenção não ultrapasse o limite superior, já as restrições (14) e (15) garantem que a carga não seja inferior ao limite inferior. O domínio das variáveis é determinado pelas restrições (17) a (22).

4 Testes e resultados

Para a construção dos cenários para validação do modelo considerou-se inicialmente que todas as máquinas tenham seus horímetros iguais a 3.000h de operação, de forma que entre as mesmas não haja prioridades de operação e manutenção nos primeiros *slots*. Assim, foram propostos 3 cenários com valores de demanda diferentes. O software CPLEX foi usado para validação do modelo proposto.

No primeiro cenário, considerou-se uma demanda média de 10,8 Mm³/dia, ou seja, 20% menos que a média anual verificada. A Figura 1 apresenta a solução obtida após 15 horas de execução, onde a cor branca significa máquina disponível, a verde escuro indica que a máquina possui prioridade de operação, verde clara indica que a máquina está em pequena manutenção e a vermelha indica a máquina em *overhaul*. Cabe ressaltar que, em todos os testes os primeiros 30 *slots* serviram apenas para indicar as prioridades de operação, assim optou-se por apresentar os resultados a partir da 31 *slot* para simplificação da análise.

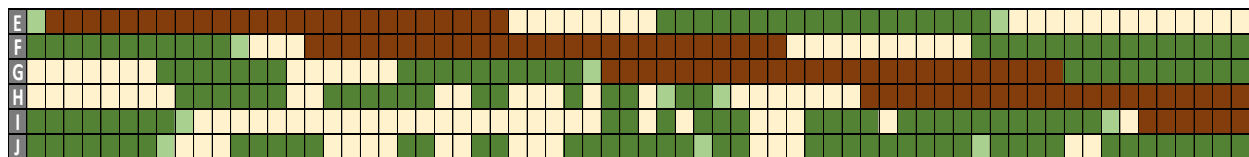


Figura 1. Resultados do cenário 1 a partir do 31° *slot*.

Na Figura 1 verificou-se que, a partir do 32° *slot*, a máquina E entrou em seu *overhaul*, enquanto as máquinas F, G, H e I a partir do 46°, 62°, 76° e 91° respectivamente. Já a turbina J não entrou em manutenção devido a limitação de 96 *slots*. Foi observado a garantia de atendimento à demanda em todos os *slots*. Além disso, pode-se observar uma indicação de uma pequena revisão antes de seu *overhaul* nas máquinas E, F, G, H e I, o que não se faz necessário, tendo em vista que a máquina já realizará uma revisão mais profunda que incluirá os serviços nesta manutenção, o resultado somente incluiu uma pequena revisão antes devido o tempo de *overhaul* ser inferior a 26 *slots*.

Como pode ser visto, o resultado da primeira simulação apresenta concomitâncias de *overhaul*, pois a máquina F tem seu *overhaul* juntamente com a máquina E em 11 *slots* e com a G em 10 *slots*, esta situação não seria desejável se a demanda fosse maior do que a capacidade de compressão da ECOMP, pois faltariam máquinas para suprir o contratado, entretanto, neste cenário verificou-se que durante o período analisado é possível atender com folga a demanda contratada junto ao operador da ECOMP. Para

demonstrar que isto é possível, pode-se verificar que entre o 32° slot e o 45° há disponibilidade de 5 turbo compressores, onde apenas 3 seriam necessários, do 46° ao 57° slot 4 máquinas estão disponíveis a operar, mesmo considerando as pequenas manutenções.

No segundo teste, foi considerado o valor médio da demanda atual, baseado nos dados levantados no campo que é de 13,5 Mm³/dia. Os resultados após 24 horas de execução são apresentados na Figura 2.

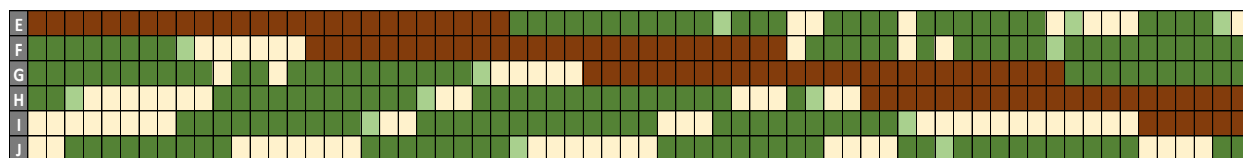


Figura 2. Resultados do cenário 2 a partir do 31° slot.

Na Figura 2 verificou-se que ocorreu uma diferença nos tempos de disponibilidade de cada máquina para realização de *overhaul*, aumentou para 26 slots, o que era o esperado, observa-se ainda que há uma mudança de prioridades de operação de máquinas e as disponibilidades também são modificadas, é possível garantir neste cenário que poderá ser atendida a demanda, se cada máquina operar em sua vazão máxima, restando no mínimo três máquinas, como ocorre nos slots 49, 52, 55, 78, 80 e 95, nestes casos durante 336h, período de uma pequena revisão, ficariam exatamente as três máquinas disponíveis para suprir a demanda.

No terceiro teste foi considerado o valor médio de 16,2 Mm³/dia, apenas 20% a mais que o valor do teste anterior, o resultado após 25 horas de execução é mostrado na Figura 3.

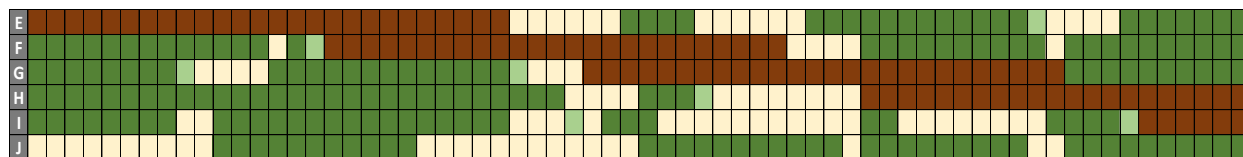


Figura 3. Resultados após terceira simulação a partir do 31° slot.

Observa-se que novamente a ordem de *overhaul* não se altera, mostrando que em cada um dos casos não há prioridades em relação a esta manutenção, é possível perceber uma nova mudança na prioridade de operação e das manutenções bem como uma alternância do total de slots de *overhaul*, variando entre 25 e 26.

Após realizados todos os testes, foi possível verificar que de acordo com os dados e limitações existentes é possível manter uma alternância de *overhaul* com alguma separação entre eles, pois há uma concomitância máxima de 11 slots entre as máquinas G e F e G e H, nesta simulação é observado que a máquina E continua com disponibilidade de 26 slots para realização de *overhaul*, e em nenhuma situação a manutenção foi posicionada juntamente com a concomitância de duas máquinas em *overhaul*, como na simulação anterior, isto é importante porque libera mais máquinas a operar, já que com essa demanda são necessários a operação de quatro turbo compressores e isto se realiza durante todos os 96 slots analisados.

Além dos 3 cenários descritos anteriormente, foi feito uma análise confrontando o método usado pela empresa com o proposto. Atualmente a empresa utiliza um método desenvolvido por uma equipe multidisciplinar composta por manutenção e operação, foi realizado um planejamento manual baseado na observação dos comportamentos de demanda, logística de manutenção e operacionalidade das máquinas, adotando critérios empíricos, esta equipe construiu uma tabela de operação de manutenção que apresentou inicialmente uma relativa consistência, já que criava uma ordem de operação, porém nele se mesclavam dados da ECOMP estudada neste trabalho e de uma outra que fica próxima, com máquinas e características diferentes, e além disto era mandatário que algumas máquinas operassem durante períodos curtos e fossem desligadas até que pareassem duas a duas, formando assim um par de turbo compressores que deveriam se

manter até os seus limites operacionais, para que fossem retirados de operação juntos. Observou-se que houve a perda de capacidade de atendimento da demanda dos clientes em caso de aumento de demanda, mesmo que por períodos pequenos e principalmente alto custo de manutenção, devido a coincidência de manutenções dos pares de máquinas, gerando um alto custo financeiro.

Os resultados ruins anteciparam o fim deste método e desde então os critérios são tomados de tempos em tempos de maneira manual e sem previsibilidade dos resultados a médio e longo prazo, ainda ocorrem na ECOMP problemas que este artigo demonstrou que é capaz de resolver e a relevância desta para a empresa apresentaria ganhos superlativos em todos os quesitos apresentados. Embora este trabalho é imensuravelmente superior ao trabalho manual criado pelos funcionários da empresa, ainda não pode ser considerado definitivo para resolver todos os problemas de escalonamento de turbo compressores, devido a necessidade de mais tempo para realização dos testes e um intervalo temporal maior que os 96 *slots* contidos aqui e por isso não foi possível consolidar a solução ótima, pois isto demandaria mais tempo e recursos para a sua realização.

5 Conclusões

Após as simulações foi avaliado que há pequenas diferenças nas prioridades de operação e relacionados a pequenas manutenções, como no modelo não foi inserido uma regra para que alguma máquina entre em *overhaul* prioritariamente frente as outras e a quantidade de horas iniciais são iguais, podemos afirmar que, neste caso, as ordens de ocorrência deste tipo de manutenção estão atendendo ao modelo, caso sejam feitas novas simulações conforme as horas individuais de cada máquina aumentem, ou se iniciem as simulações e com valores de horas aleatórias e distintas, será possível afirmar que poderá haver uma alteração natural de prioridade de operação e *overhaul* das máquinas.

Depois de realizados todos os testes, foi possível verificar que de acordo com os dados e limitações existentes é possível manter uma alternância de *overhaul* com alguma separação entre eles, pois há uma concomitância máxima de 10 *slots* de e uma separação entre *overhaul* de 15 *slots*, embora não seja o ideal este resultado pode trazer uma economia muito interessante para a empresa dona da ECOMP, pois em caso de concomitância total das manutenções, como atualmente pode ocorrer, o desembolso imediato por máquina é da ordem de US\$1,5 M/máquina, como há 15 *slots* de diferença (5.40h) há um tempo para que possa ocorrer a devolução da máquina que realiza esta manutenção, pois seu período varia entre 4.320h e 8.640h. Ainda em relação a não concomitância total das manutenções é possível garantir o cumprimento total dos contratos firmados de fornecimento de GN e assim evitar perdas financeiras por multas contratuais.

Com os dados disponíveis foi possível identificar que há espaço para uma ampliação nos estudos referentes a priorização de operação de turbo compressores, com uma dilatação maior do tempo e simulações alterando variáveis.

Referencias

1. ANP (2017). Gás Natural. Fonte: <http://www.anp.gov.br/wwwanp/>. Acessado em 22/01/2018.
2. C. K Sun et al (2000). An Integrated Expert System/Operations Research Approach for the Optimization of Natural Gas Pipeline Operations. Engineering Applications of Artificial Intelligence, pp. 465-475.
3. H. H. Nguyen (2008). A Comparison Automation Techniques for Optimization Compressor Scheduling. Advances in Engineering Software 39, pp. 178-188.
4. L. P. Rosa (2000). A falta de energia elétrica e a sobra de gás. Planeta COPPE Notícias.
5. M. Bohlin e M. Warja (2014). Searching for Gas Turbine Maintenance Schedules. Ai magazine
6. MME (2011) – Balanço energético nacional - <http://www.mme.gov.br>. Acessado em 22/02/018.
7. V. Uraikul, C.W. Chan, P. Tontiwachwuthikul (2000) Development of an expert system for optimizing natural gas pipeline operations. Expert Systems with Applications 18 (2000) 271–282.

Abordagens biobjetivo para o problema de corte de estoque multiperíodo

Livia Maria Pierini

Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, UNICAMP, Campinas, SP
liviam.pierini@gmail.com

Kelly Cristina Poldi

Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, UNICAMP, Campinas, SP
kellypoldi@ime.unicamp.br

Resumo

Neste trabalho, estudamos o problema de corte de estoque unidimensional multiperíodo biobjetivo que busca minimizar o custo de produção associado ao comprimento dos objetos cortados (perda) e os custos de estoque de objetos e itens. Diante das dificuldades encontradas na resolução de problemas de corte de estoque, consideramos para o estudo o problema com as restrições de integralidade das variáveis relaxadas e utilizamos o Método Geração de Colunas. Foram realizados testes computacionais utilizando o Método Soma Ponderada e o Método ϵ -restrito com o intuito de investigar o *trade-off* existente entre os diferentes objetivos do problema e analisar o desempenho dos métodos. Por meio da aplicação do Método ϵ -restrito obteve-se um maior número de soluções eficientes.

Palavras-chave: Problema de corte de estoque; Otimização biobjetivo; Método de Geração de Colunas.

1 Introdução

Em muitas indústrias de manufatura, como a papelreira, a moveleira e a metalúrgica, os objetos são produzidos e, posteriormente, cortados em unidades menores para atender determinada demanda. Na otimização desses processos produtivos, encontra-se o Problema de Corte de Estoque (PCE). O PCE que busca minimizar diferentes custos associados à produção e corte dos objetos pode ser caracterizado como um problema multiobjetivo. Neste trabalho, estudamos o Problema de Corte de Estoque Unidimensional Multiperíodo Biobjetivo (PCUMB) que busca minimizar o custo de produção associado à perda e os custos de estoque de objetos e itens.

Tratar o problema como multiobjetivo significa considerar a articulação de preferência relacionando-a com a otimização, ajudando a entender melhor o problema e as alternativas disponíveis e levando a uma escolha melhor e mais consciente. Apesar da importância de considerar a abordagem multiobjetivo, há uma carência de trabalhos na literatura que explorem o problema de corte de estoque unidimensional multiperíodo multiobjetivo quando se trata de minimizar os custos de produção associado à perda e estocagem de objetos e itens. [1]

Dentre os trabalhos que estudaram o problema de corte de estoque biobjetivo, está [8], que exploraram o problema que busca minimizar a perda no processo de corte e o número de diferentes padrões de corte utilizados, propondo um método exato de solução que é aplicável para instâncias com poucos itens. [1] aplicou sete métodos distintos de escalarizações para o problema de corte unidimensional com o objetivo de minimizar a soma das frequências dos padrões de corte e o número de diferentes padrões a serem usados. [2] propuseram um método baseado em algoritmos genéticos para resolver o problema de corte de estoque com o objetivo de minimizar o número de objetos cortados e o número de diferentes padrões de cortes. [9] estuda o problema de corte de estoque unidimensional que busca a minimização do número de objetos cortados e o número de diferentes padrões de corte propondo três adaptações de um método heurístico baseadas nos conceitos dos algoritmos evolutivos multiobjetivo.

O PCUMB possui dois objetivos conflitantes entre si, logo, não existe uma solução única que os otimize simultaneamente. Nesse caso, a solução do problema é dada por um conjunto de soluções, que são chamadas de soluções eficientes, em que um objetivo não pode ser melhorado sem prejudicar o outro. A imagem do conjunto de soluções eficientes formam uma curva conhecida como Curva de Pareto [3]. Para encontrar o conjunto de soluções eficientes, podem ser usadas estratégias de escalarizações, em que o problema multiobjetivo é transformado num problema escalar que, ao ser otimizado, gera uma solução eficiente. Duas técnicas de escalarização bastante utilizadas nesse processo são conhecidas como Método Soma Ponderada e Método ϵ -restrito. [1]

O objetivo deste trabalho é investigar o *trade-off* existente entre os diferentes objetivos do PCUMB e comparar o desempenho do Método Soma Ponderada e do ϵ -restrito na obtenção da Curva de Pareto. Para isso, o PCUMB foi resolvido pelo Método de Geração de Colunas e pelos Métodos Soma Ponderada e ϵ -restrito. A seguir, foram realizados testes computacionais para gerar as Curvas de Pareto.

2 Problema de corte de estoque unidimensional multiperíodo bi-objetivo

O PCE consiste na otimização do processo de corte de objetos maiores em um conjunto de itens menores de forma a atender a demanda dos itens menores e satisfazer algum critério de otimização [6], como a perda de material ou o custo total associado aos objetos cortados. As diferentes formas em que os objetos maiores podem ser cortados, produzindo os itens demandados são chamadas de padrões de corte.

Por buscar minimizar a perda no processo de corte de objetos, os estudos envolvendo o PCE têm grande valor para a indústria e têm atraído a atenção de vários pesquisadores. Dentre os trabalhos que tratam o PCE encontrados na literatura estão [11], [10], [5], [13] entre outros.

Os problemas de corte de estoque podem ser classificados de diferentes formas. Para mais detalhes ver [5] e [13]. Neste trabalho estudamos o PCE unidimensional multiperíodo, isto é, que considera-se apenas uma dimensão do objeto que será cortado e múltiplos períodos no horizonte de planejamento. A seguir, apresentamos um modelo matemático para esse problema:

Índices:

$m = 1, \dots, M$: o número de objetos de comprimento L_m ;

$i = 1, \dots, N$: número de tipos de itens;

$t = 1, \dots, T$: número de períodos;
 $j = 1, \dots, N_m$: número de padrões de corte para os objetos do tipo m .

Parâmetros:

c_{mt} : custo de produção associado ao objeto tipo m no período t ;
 L_m : comprimento do objeto do tipo m ;
 g_t : custo de estocar objetos no final do período t ;
 h_{it} : custo de estocagem de itens cortados no período t ;
 a_{ijm} : quantidade de itens do tipo i cortada no padrão de corte j referente ao objeto tipo m ;
 d_{it} : vetor da demanda de itens do tipo i no período t ;
 E_{mt} : quantidade de objetos do tipo m disponível no período t .

Variáveis:

y_{mt}^j : número de objetos do tipo m cortados usando o padrão de corte j no período t ;
 w_{mt} : número de objetos do tipo m estocados ao fim do período t ;
 s_{it} : número de itens do tipo i que são estocados ao final do período t .

Assim, um modelo matemático para o PCUMB, baseado em [12], pode ser escrito como:

$$\text{minimizar } (f_1 = \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^{N_m} \sum_{m=1}^M c_{mt} L_m y_{mt}^j, f_2 = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N h_t s_{it} + \sum_{t=1}^T \sum_{m=1}^M g_t w_{mt}) \quad (1)$$

$$\text{sujeito a: } \sum_{m=1}^M \sum_{j=1}^{N_m} a_{ijm} y_{mt}^j - s_{it} + s_{i,t-1} = d_{it}, \quad i = 1, \dots, N; \quad t = 1, \dots, T \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^{N_m} y_{mt}^j + w_{mt} - w_{m,t-1} = E_{mt}, \quad m = 1, \dots, M; \quad t = 1, \dots, T \quad (3)$$

$$y_{mt}^j, w_{mt}, s_{it} \geq 0 \text{ e inteiros}, \quad i = 1, \dots, N; \quad m = 1, \dots, M; \quad t = 1, \dots, T \quad (4)$$

$$w_{m0} = 0, s_{iT} = 0, s_{i0} = 0, \quad m = 1, \dots, M; \quad i = 1, \dots, N. \quad (5)$$

O modelo (1)-(5) tem como objetivo minimizar o comprimento total do material cortado e minimizar o custo de estoque de objetos e itens, sujeito às restrições de balanceamento de estoque de itens (2) e objetos (3), restrições de não negatividade e integralidade das variáveis (4) e restrições que garantem estoque de objetos inicial e estoque de itens inicial e final nulos (5).

Note que o PCE consiste em determinar a melhor maneira de cortar os M tipos de objetos disponíveis em estoque a partir de diferentes padrões de cortes. Dessa forma, para a resolução do PCUMB é preciso definir os padrões de cortes previamente. Diante das dificuldades encontradas na resolução de problemas de corte de estoque pela presença das restrições de integralidade das variáveis e pela grande quantidade de variáveis que está associada à quantidade de padrões de corte, consideramos, para o estudo, o modelo (1)-(5) com as restrições de integralidade das variáveis relaxadas e utilizamos o Método Geração de Colunas.

3 Métodos de solução

3.1 Método Geração de Colunas

[6] propuseram um método que consiste em resolver o problema relaxado com apenas um subconjunto de padrões de corte. Para isso, a cada iteração, são gerados padrões de corte que melhorem a solução do problema relaxado, até a obtenção da solução ótima. Para gerar esses padrões de corte, a cada iteração, deve ser resolvido um subproblema, em que o vetor a_{jm} associado ao padrão de corte j referente ao objeto de comprimento L_m é o vetor de variáveis do subproblema.

Considere uma partição básica da matriz A , onde B é a matriz básica da iteração, e π o vetor multiplicador Simplex, isto é, $\pi^T = c_B^T B^{-1}$, onde c_B o vetor de custos c_j associado às variáveis básicas. Seja ℓ_i o comprimento do item tipo i , L_m o comprimento do objeto do tipo m , $m = 1, \dots, M$, e N a quantidade de tipos de itens. Considere C_{tm} o custo de produção associado ao comprimento do objeto m no período t ;. Dessa forma, no caso do PCUMB, para cada objeto m e período t , o subproblema é dado por:

$$\text{minimizar } C_{tm} - \pi^T a_{jm} \tag{6}$$

$$\text{sujeito a: } \sum_{i=1}^N \ell_i a_{ijm} \leq L_m, \tag{7}$$

$$a_{ijm} \geq 0 \text{ e inteiros, } \quad i = 1, \dots, N. \tag{8}$$

A função objetivo (6) busca a variável, isto é, o padrão de corte, com o menor custo relativo, garantindo, ao entrar na base do problema, uma melhor solução. As restrições (7) e (8), que caracterizam o problema da mochila, asseguram que a soma dos comprimentos dos itens que compõem o padrão de corte não ultrapasse o tamanho do objeto a ser cortado e que as quantidades de itens cortadas sejam não negativas.

3.2 Método ϵ -restrito

Proposto por [7], este método escalariza um Problema de Otimização Multiobjetivo (POM) tomando a função objetivo com apenas um dos objetivos e restringindo os demais. À medida que variam-se esses limitantes, soluções eficientes podem ser obtidas. Considere o seguinte problema:

$$\text{minimizar } (f_1(x), f_2(x)) \tag{9}$$

$$\text{sujeito a: } x \in X, \tag{10}$$

onde $f_1(x)$ e $f_2(x)$ são os objetivos a serem minimizados, x a variável do problema e X o conjunto de soluções factíveis. Dessa forma, optando-se por restringir o segundo objetivo ($f_2(x)$), o problema restrito é dado por:

$$\text{minimizar } f_1(x) \tag{11}$$

$$\text{sujeito a: } f_2(x) \leq \epsilon, \tag{12}$$

$$x \in X, \tag{13}$$

onde (12) garante que o segundo objetivo ($f_2(x)$) seja limitado por ϵ .

Com este método, ao restringir um objetivo a um determinado ϵ , estamos limitando a região factível do problema. Logo, dependendo do valor atribuído a ϵ , o problema poderá ser infactível. Assim, podem ser utilizadas como limitantes inferior e superior para ϵ , a solução ideal e a solução nadir, respectivamente. Para encontrar a solução ideal de $f_i(x)$, basta resolver o problema considerando como função objetivo apenas a minimização de $f_i(x)$. Quando o problema é do tipo biobjetivo, a solução ideal de $f_1(x)$ é o nadir da $f_2(x)$ e vice-versa.

Para certificar que uma solução produzida pelo Método ϵ -restrito seja eficiente, é necessário garantir a unicidade da solução fornecida pelo problema restrito. Em geral, é difícil saber se a solução do subproblema é única. No entanto, múltiplas soluções podem ser evitadas se a função objetivo do problema restrito for modificada por:

$$\text{minimizar } f_1(x) + \rho f_2(x),$$

onde ρ deve ser um número pequeno [1].

3.3 Método Soma Ponderada

O Método Soma Ponderada escalariza o conjunto das funções objetivos do problema multiobjetivo original, transformando-o num problema com um único objetivo ponderado. O método consiste em tomar uma combinação convexa de cada função objetivo que, ao ser variada, permitirá a geração de soluções eficientes distintas e, com isso, a Curva de Pareto.

É importante mensurar os pesos para cada objetivo, pois, quanto mais (menos) importante for aquele critério no problema, maior (menor) deve ser o valor do peso associado àquele objetivo. Atribuir estes pesos requer uma tarefa adicional para que a magnitude de cada função objetivo não afete a geração de soluções eficientes. Caso a diferença na ordem de grandeza dessas funções objetivo seja muito grande, é necessário normalizá-las. Uma forma de normalizar $f_i(x)$ é tomando:

$$\bar{f}_i(x) = \frac{f_i(x) - f_i^-}{f_i^+ - f_i^-},$$

onde $\bar{f}_i(x)$ é a i -ésima função objetivo normalizada, f_i^- é a solução ideal de f_i e f_i^+ é solução nadir. Desta forma, $\bar{f}_i(x)$ assumirá valores entre 0 e 1.

Considerando o problema (9)-(10), em que dois objetivos devem ser minimizados, com a normalização das funções objetivos, o problema resultante do Método Soma Ponderada pode ser descrito como:

$$\text{minimizar } \alpha_1 \bar{f}_1(x) + \alpha_2 \bar{f}_2(x) \tag{14}$$

$$\text{sujeito a: } x \in X, \tag{15}$$

onde $\alpha_1, \alpha_2 \geq 0$ e $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$. Utilizando o Método Soma Ponderada, a solução do problema escalarizado é eficiente para o POM original e o Método Soma Ponderada é capaz de encontrar todas as soluções eficientes para POM convexos, desde que α seja adequadamente variado. Segundo [1], não há regras claras de como fazer esta variação, tampouco unicidade deste vetor peso para cada solução eficiente encontrada.

3.4 Metodologia

Testes computacionais foram realizados, utilizando o OPL/CPLEX [4], para 6 classes, com 10 exemplos gerados aleatoriamente em cada classe. Foram considerados exemplares com 8 e 12 períodos, 5 e 20 itens e 2 diferentes objetos. Os Métodos Soma Ponderada e ϵ -restrito foram aplicados ao problema de forma a resolverem 50 problemas distintos, isto é, com o objetivo de encontrar até 50 soluções eficientes distintas. No Método ϵ -restrito, optou-se pela segunda função objetivo restrita. Para ambas as abordagens, foi utilizado um mesmo conjunto de padrões de corte inicial obtidos pelo Método de Geração de Colunas.

Para iniciar o Método Geração de Colunas, foi utilizado um conjunto de padrões homogêneos distinto para cada tipo de objeto. Assim, para cada item i , a quantidade produzida pelo padrão de corte homogêneo j referente ao corte do objeto tipo m foi determinada por $a_{ijm} = \lfloor L_m/\ell_i \rfloor$, isto é, o maior valor inteiro menor que L_m/ℓ_i . Os problemas escalarizados foram resolvidos utilizando o Método Geração de Colunas, a fim de se garantir a solução ótima.

3.5 Resultados computacionais

A Tabela (1) a seguir mostra a quantidade média de soluções eficientes encontradas em cada classe de exemplos pelo Método Soma Ponderada e pelo Método ϵ -restrito.

Tabela 1: Quantidade média de soluções eficientes encontradas em cada classe de exemplos pelos Métodos Soma Ponderada e ϵ -restrito.

	Classe 1	Classe 2	Classe 3	Classe 4	Classe 5	Classe 6
Soma Ponderada	14,5	13,5	15	16,5	15,4	17,6
ϵ -restrito	49,9	50	50	50	50	50

Note que, em todas as classes, o Método ϵ -restrito superou o Método Soma ponderada na quantidade de soluções eficientes distintas encontradas. A média geral de soluções eficientes encontradas pelo Método Soma Ponderada foi de apenas 15,42, enquanto pelo Método ϵ -restrito foi de 49,8.

O Método ϵ -restrito encontrou 50 soluções eficientes distintas em todas as classes de exemplos, exceto em um exemplo da Classe 1 em que o Método encontrou 49 soluções. Logo, cada um dos 50 problemas escalarizados resultantes da aplicação do Método ϵ -restrito, em geral, resultou em uma solução eficiente distinta, o que não ocorreu com os problemas escalarizados decorrente do Método Soma Ponderada.

Abaixo, na Figura (1), é apresentada a Curva de Pareto encontrada para o exemplo 5 da Classe 1 por meio da aplicação dos Métodos ϵ -restrito (b) e Soma Ponderada (a). Nela, é possível notar a quantidade maior de soluções encontradas pelo Método ϵ -restrito e o *trade-off* existente entre os diferentes objetivos do PCUMB. Em razão da normalização das funções objetivo realizada nos problemas escalarizados do Método Soma ponderada, os valores das funções variaram entre 0 e 1.

Como o Método ϵ -restrito e o Método Soma Ponderada resultam em problemas escalarizados com diferentes funções objetivos, o Método Geração de Colunas se comportou diferentemente na resolução desses problemas, gerando padrões de cortes distintos. Tal fato pode ter levado à obtenção de diferentes Curvas de Pareto, como pode ser observado na Figura (2) que mostra as Curvas de Pareto do exemplo 4 da Classe 9.

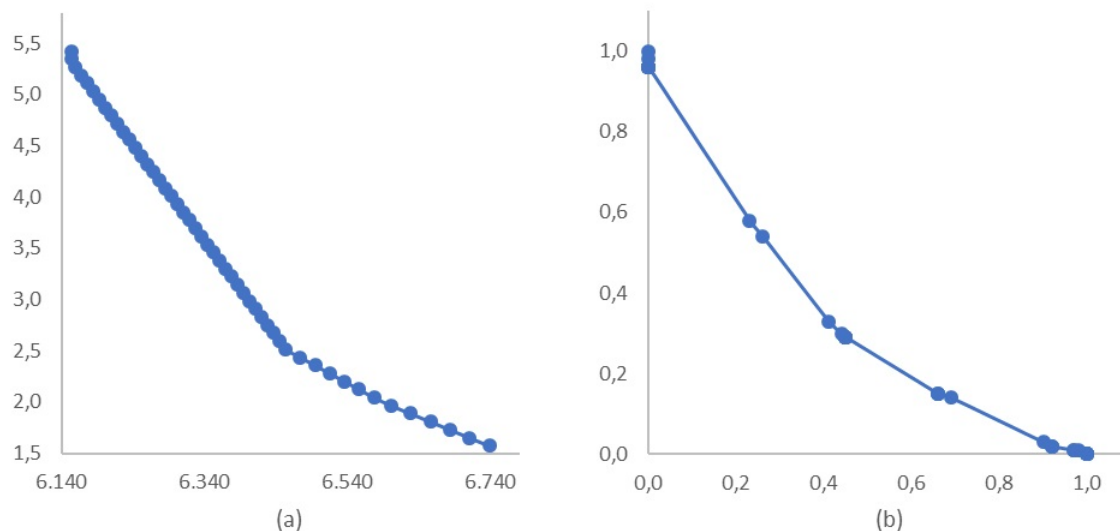


Figura 1: Curva de Pareto encontrada (a) pelo Método ϵ -restrito e (b) pelo Método Soma Ponderada.

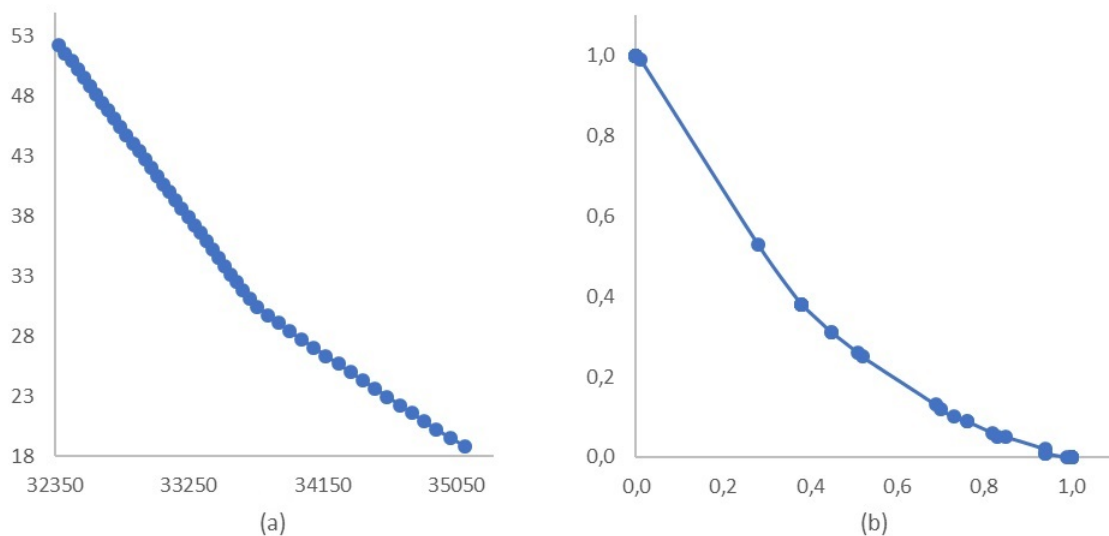


Figura 2: Curva de Pareto encontrada (a) pelo Método ϵ -restrito e (b) pelo Método Soma Ponderada.

4 Conclusões

Com os testes computacionais foi possível observar a *trade-off* existente entre os diferentes objetivos do problema abordado. O Método ϵ -restrito encontrou um número maior de soluções eficientes quando comparado ao Método Soma Ponderada. Notou-se que o Método Geração de Colunas gerou colunas diferentes para cada técnica de escalariações, uma vez que os problemas escalariizados envolvidos em cada método são distintos, podendo resultar em diferentes Curvas de Pareto.

5 Agradecimentos

Este trabalho foi realizado com apoio da Fundação de Amparo a Pesquisa do Estado de Sao Paulo - FAPESP (processo no. 2017/18192-4).

Referências

- [1] A. Aliano Filho. Novas extensões de técnicas de escalarizações no problema de corte unidimensional inteiro multiobjetivo. Tese de Doutorado, Unicamp, Campinas-SP, 2016.
- [2] S. A. de Araujo, K. C. Poldi and J. Smith. A genetic algorithm for the one-dimensional cutting stock problem with setups. *Pesquisa Operacional*, 34(2): 165-187, 2014.
- [3] J. Branke, K. Deb, K. Miettinen, and R. Slowiński. *Multiobjective Optimization*. Springer, Germany, 2008.
- [4] CPLEX 12.6.1. Users manual and reference manual, ILOG S.A., 2014.
- [5] H. Dyckhoff. A typology of cutting and packing problems, *European Journal of Operational Research*, 44:145-159, 1990.
- [6] P. C. Gilmore and R. E. Gomory. A linear programming approach to the cutting-stock problem, *Operations Research*, 9(6):849-859, 1961.
- [7] Y. Y. Haimes, D. A. Lason, L. S. and Wismer. On a bicriterion formulation of the problems of integrated system identification and system optimization, *IEEE Transactions on Systems*, 1:296-297, 1971.
- [8] A. W. J. Kolen and F. C. R. Spieksma. Solving a bi-criterion cutting stock problem with open-ended demand, *Palgrave Macmillan Journals*, 51(11):1238-1247, 2000.
- [9] A. M. Lopes. Uma abordagem multiobjetivo para o problema de corte de estoque unidimensional, Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, 2009.
- [10] H.-C. Lu and Y.-H. Huang, An efficient genetic algorithm with a corner space algorithm for a cutting stock problem in the tft-lcd industry, *European Journal of Operational Research*, 246:51-66, 2015.
- [11] J. F. Oliveira and G. Wäscher. Cutting and packing, *European Journal of Operational Research* 183(3):1106-1108, 2007.
- [12] K. C. Poldi and M. N. Arenales. O problema de corte de estoque unidimensional multiperíodo, *Pesquisa Operacional*, 30(1): 153-174, 2010.
- [13] G. Wäscher, H. Haubner, and H. Schumann. An improved typology of cutting and packing problems, *European Journal of Operational Research*, 183:1109-1130, 2007.

Relación entre innovación y gestión de recursos humanos en empresas industriales

Rocío Rocha

Departamento de Administración de Empresas. Universidad de Cantabria (España)
rochar@unican.es

Ángel Cobo

Departamento de Matemática Aplicada y C. Computación. Universidad de Cantabria (España)
acobo@unican.es

Marco Antonio Villamizar

Universidad Pontificia Bolivariana - Seccional Bucaramanga (Colombia)
marco.villamizar@upb.edu.co

Abstract

Este trabajo realiza un análisis exploratorio y con técnicas de minería de datos para la identificación de patrones en relación a actividades vinculadas con la gestión de recursos humanos e innovación en empresas industriales. A partir de una muestra de 1666 empresas de diferentes sectores industriales se realizan análisis de minería de datos sobre atributos que han sido considerados relevantes por un conjunto de expertos académicos y gerentes de empresa consultados sobre los factores determinantes a la hora de analizar la propensión innovadora de las empresas. Los análisis realizados ponen de manifiesto que aquellas empresas que realizan un mayor esfuerzo en la cualificación de su personal introducen en mayor medida innovaciones en su actividad productiva.

Keywords: recursos humanos; innovación; minería de datos.

1 Introducción

Aunque la I+D juega un papel crucial en la innovación, y los gastos en I+D son la medida más habitual para evaluar el nivel de innovación de las empresas, otras variables o factores son igualmente interesantes. El objetivo de este trabajo es explorar una de las dimensiones que puede guardar relación con la innovación: el esfuerzo en la captación y cualificación de recursos humanos, buscando descubrir posibles vínculos entre estas acciones y la introducción efectiva de innovaciones en empresas industriales.

Según la OECD/Eurostat (2005), una innovación tecnológica puede verse como la introducción de un producto nuevo o significativamente mejorado en un mercado; sin embargo, debe tenerse en cuenta que hay innovaciones que van más allá de la introducción de un nuevo producto, por ejemplo innovaciones en métodos organizativos, en procesos de producción, en comercialización, distribución o canales de venta.

2 Innovación en las empresas industriales: factores determinantes

La innovación desempeña un papel esencial para la supervivencia de las empresas, y la capacidad para innovar es normalmente aceptada como un factor crítico para el crecimiento y futuro desempeño de la empresa. De hecho, la posibilidad de alcanzar una posición de ventaja competitiva descansa en parte en la capacidad de la empresa para innovar, evaluar y explotar el conocimiento tanto interno como externo

(Cohen and Levinthal, 1990). En un contexto global como el actual, la innovación es el elemento que guía el crecimiento económico y competitividad de las industrias, teniendo una influencia muy positiva sobre los resultados de las unidades productivas e incrementando la productividad de los factores utilizados en el proceso productivo (Gumbau-Albert and Maudos, 2006).

No es fácil entender las razones por las que es más probable que unas empresas innoven más que otras. Existen muchos factores que pueden afectar a la capacidad innovadora de las empresas y esas capacidades pueden estar restringidas por el propio contexto y entorno en el que desarrollan sus actividades. Las actividades de innovación dependen en parte de la diversidad y estructura de las relaciones con las fuentes de información, conocimiento, tecnologías, prácticas de negocio, además de recursos humanos y financieros (OECD/Eurostat, 2005). En este sentido pueden ser muchos los factores considerados “inputs” para la innovación. Los inputs más comúnmente utilizados son los gastos en I+D (Gumbau-Albert and Maudos, 2006); mientras que los resultados pueden medirse en términos de número de patentes (Archibugi, 1992), o número de innovaciones de producto (Gumbau-Albert and Maudos, 2006). Sin embargo, la literatura científica que aborda el tema de la innovación es amplia, y además de los gastos en I+D se observan una serie de criterios o factores adicionales que tienen un impacto en las actividades de innovación. Entre ellos se podrían señalar el acceso a incentivos públicos de I+D, la internacionalización de las empresas, y los gastos en capacitación del personal. Es precisamente este último factor en el que se centra el presente trabajo.

El capital humano es una parte esencial de la innovación. Altos niveles de innovación suelen asociarse con culturas que enfatizan el aprendizaje, desarrollo y toma de decisiones participativa (Hurley and Hult, 1998). De igual forma, la innovación requiere de actividades de aprendizaje colectivo y adquisición de conocimiento tácito interno o externo (Jeannerat and Crevoisier, 2016; Lawson and Lorenz, 1999). En este mismo sentido, el aprendizaje organizativo depende de la práctica y de las rutinas, de los modelos de interacción tanto en el seno de la empresa como con el exterior, y de la capacidad de movilizar los conocimientos tácitos individuales y de promover la interacción. Es posible fomentar este aprendizaje prestando atención al diseño de las rutinas, las prácticas y las relaciones o adoptando a una organización fluida, más flexible, en la cual se incite a los individuos a formular nuevas ideas y modos de proceder (OECD/Eurostat, 2005). Las compañías exitosas invierten en la formación especializada de sus trabajadores para poder hacer frente a los cambios y a las necesidades de mejora de la productividad (OECD, 2015). Fontana *et al.* (2015) establecen que la creatividad o la propensión innovadora son el resultado de la sinergia de tres elementos principales: motivación de los empleados, su profesionalismo y el contexto organizacional. En relación a esto, McGuiirka *et al.* (2015) definen un nuevo concepto: Capital Humano Innovador (CHI), que comprende cuatro elementos: educación, formación, aceptación del cambio y satisfacción con el trabajo. En su trabajo determinan que las pequeñas empresas que incorporan directivos con CHI son más propensas a la innovación. Precisamente, en relación al tamaño, Aralica *et al.* (2008) plantean que la propensión innovadora se ve incrementada con el tamaño de la empresa, medida en número de trabajadores, pero decae en el caso de las empresas más grandes que no han sido adecuadamente reestructuradas. Las grandes empresas juegan un papel crucial en los procesos de innovación, pero las PYMEs son también muy importantes en la aplicación del nuevo conocimiento en los mercados (Segarra-Blasco *et al.*, 2008). A este respecto, las empresas jóvenes y pequeñas pueden resultar más innovadoras y con una mayor expectativa de rendimientos a pesar de su gestión menos sistemática (Do, 2014).

Este trabajo, como se ha comentado, se centra en una de las dimensiones identificada como relevante a efectos de analizar la propensión innovadora de las empresas. Con objeto de tener una idea más clara sobre la importancia relativa del factor capacitación de recursos humanos frente a otros posibles factores que influyen en la innovación, se decidió utilizar la metodología FAHP, una extensión difusa del AHP propuesto por Saaty (1980), para solicitar a un conjunto de expertos sus valoraciones. En concreto, se solicitó a un grupo de 8 expertos, 4 del ámbito académico y 4 del sector empresarial, todos ellos con una experiencia de al menos 5 años en investigación sobre innovación o a cargo de departamentos vinculados con I+D+i, que

valorasen en la escala Saaty (1-9) las importancias relativas de los cuatro criterios generales: esfuerzo en formación y capacitación del personal de la empresa (C1), inversión en I+D (C2), acceso a incentivos públicos de I+D (C3) y orientación internacional de la empresa (C4). Las respuestas de cada experto pasaron por un proceso de análisis de consistencia lógica y a partir de ellas se generó una matriz con números triangulares difusos de la forma $(min;geometric_mean;max)$ de la cual se calcularon los pesos difusos de acuerdo a la propuesta de Krejčí *et al* (2016). La Tabla 1 muestra la matriz con los pesos triangulares y sus correspondientes valores numéricos en la escala [0,1] a partir de la fórmula de defusificación de Yager:

$$def(a_1, a_2, a_3) = \frac{(a_2 - a_1)(a_1 + 2/3(a_2 - a_1)) + (a_3 - a_2)(a_2 + 1/3(a_3 - a_2))}{(a_2 - a_1) + (a_3 - a_2)}$$

Como puede apreciarse, a juicio de los expertos consultados, el factor más importante es el relativo a la formación del personal. Siguiendo la misma metodología, se solicitó a los expertos que valorasen cuatro tipos de ámbitos temáticos para la formación: formación en idiomas (C1.1), formación en informática y tecnologías de la información y comunicaciones (C1.2), formación técnica e ingenieril (C1.3) y formación en marketing y técnicas de ventas (C1.4). De nuevo, los pesos generados son los que se muestran en la Tabla 2. Como puede apreciarse, a juicio de los expertos, la formación que puede resultar más relevante a efectos de tener vinculación con la innovación es la relativa a cuestiones técnicas.

Tabla 1. Valoraciones de la influencia de los diferentes factores en la propensión innovadora de las empresas.

	C1	C2	C3	C4	Peso difuso	Valor defusificado
C1	(1;1;1)	(0,2;1;5)	(3; 3,873;5)	(0,333; 1,136;5)	(0,125;0,339;0,580)	0,348
C2	(0,2;1;5)	(1;1;1)	(0,333;2,236;5)	(0,2;1;5)	(0,061;0,286;0,590)	0,312
C3	(0,2;0,258;0,333)	(0,2; 0,447;3)	(1;1;1)	(0,2;0,669;3)	(0,051;0,123;0,310)	0,162
C4	(0,2; 0,880;3)	(0,2;1;5)	(0,333;1,495;5)	(1;1;1)	(0,059;0,251;0,584)	0,298

Tabla 2. Valoraciones sobre la importancia de las diferentes temáticas de formación.

	C11	C12	C13	C14	Peso difuso	Valor defusificado
C11	(1;1;1)	(0,143; 0,394;5)	(0,143; 0,258;1)	(0,2; 0,582;1)	(0,044;0,104;0,334)	0,1614
C12	(0,2; 2,537;7)	(1;1;1)	(0,333; 0,517;1)	(1; 2,667;5)	(0,100;0,287;0,487)	0,2917
C13	(1; 3,876;7)	(1; 1,933;3)	(1;1;1)	(3; 3,323;5)	(0,293;0,469;0,601)	0,4544
C14	(1; 1,719;5)	(0,2; 0,375;1)	(0,2; 0,301;0,333)	(1;1;1)	(0,076;0,139;0,276)	0,1638

3 Muestra de datos

Una vez identificado el factor de capacitación de personal como objeto de estudio, se necesita disponer de un conjunto de datos que permitan hacer análisis exploratorios. En este caso se cuenta con información de una muestra de empresas de diferentes sectores industriales, obtenida a través de la Encuesta Sobre Estrategias Empresariales (ESEE) de la Fundación SEPI (Sociedad Estatal de Participación Industrial) de España, que ofrece la posibilidad de acceder a los datos para fines de investigación. En concreto se obtuvieron los valores de 27 variables de análisis, correspondientes al año 2015, para un total de 1666 empresas de 20 sectores industriales. Las variables guardan relación con las actividades de capacitación y reclutamiento de personal además de un conjunto de variables para medir los resultados de la innovación, básicamente se trataba de identificar aquellas empresas que habían introducido algún tipo de innovación en el año de estudio. Para evitar que los valores de las variables cuantitativas estuvieran condicionadas por el tamaño de la empresa, se seleccionaron aquellas de carácter relativo. Las variables seleccionadas son las que se incluyen en las Tabla 3 y 4.

Tabla 3. Variables vinculadas con el personal de la empresa y su formación.

<i>Aspecto determinante</i>	<i>Variable</i>	<i>Tipo</i>	<i>Definición de la variable</i>
Gastos de formación	GEFIFN	Numérica	Gastos externos en la formación de los trabajadores en ingeniería y formación técnica (euros por ocupado).
	GEFIN	Numérica	Gastos externos en la formación de los trabajadores en idiomas (euros por ocupado).
	GEFITN	Numérica	Gastos externos en la formación de los trabajadores en informática y tecnología de la información (euros por ocupado).
	GEFVMN	Numérica	Gastos externos en la formación de los trabajadores en ventas y marketing (euros por ocupado).
	GEFOTN	Numérica	Gastos totales externos en otra formación (euros por ocupado).
Contratación de personal	IILR	Booleana	Variable que indica si la empresa ha incorporado ingenieros y/o licenciados de graduación reciente.
	REEID	Booleana	Variable que indica si la empresa ha incorporado personal con experiencia en I+D.
	REPID	Booleana	Variable que indica si la empresa ha incorporado personal con experiencia profesional en el sistema público de I+D.
Tamaño	TEMPRE	Categoría	Número de trabajadores en los intervalos: [0,20], [21,50], [51,100], [101,200], [201,500], [501,inf]

Tabla 4. Variables vinculadas con resultados de la innovación.

<i>Aspecto determinante</i>	<i>Variable</i>	<i>Tipo</i>	<i>Definición de la variable</i>
Innovaciones de comercialización	ICOCAN	Booleana	Innovaciones en canales de venta
	ICODIS	Booleana	Innovaciones de comercialización por diseño
	ICOFIJ	Booleana	Innovaciones en la fijación de los precios
	ICOPRO	Booleana	Innovaciones de comercialización por promoción
Innovaciones en métodos organizativos	IMOGÉ	Booleana	Innovaciones en la gestión de las relaciones externas
	IMOPE	Booleana	Innovaciones en la organización del trabajo
Innovaciones de producto	IPNC	Booleana	Innovación producto por nuevos componentes
	IPNF	Booleana	Innovación producto por nuevas funciones
	IPNM	Booleana	Innovación producto por nuevos materiales
Innovaciones de proceso	IPRME	Booleana	Innovaciones de proceso por nuevos equipos
	IPRPI	Booleana	Innovaciones de proceso por programas informáticos
	IPRTM	Booleana	Innovaciones de proceso por nuevas técnicas
Patentes	PATESP	Numérica	Patentes registradas en España
	PATEXT	Numérica	Patentes registradas en el extranjero

Además de las variables booleanas de la Tabla 4, se consideran otras 4 variables lógicas que indican si la empresa introdujo, en alguna de sus formas, innovaciones en aspectos de marketing, en métodos organizativos, en producto o en proceso. Esas 4 variables se definen de la siguiente forma:

ICO = ICOCAN *or* ICODIS *or* ICOFIJ *or* ICOPRO

IMO = IMOGÉ *or* IMOPE

IP = IPNC *or* IPNF *or* IPNM

IPR = IPRME *or* IPRPI *or* IPRTM

4 Aplicación de técnicas de minería de datos

Una de las primeras tareas realizadas ha sido caracterizar grupos de empresas que respondan a patrones similares en relación a sus políticas de formación de personal. Para ello, lo que se realizó un proceso de clustering sobre la muestra tomando como punto de partida los valores de las variables numéricas que reflejan el esfuerzo en formación. De la amplia variedad de algoritmos de clustering, se optó por utilizar el algoritmo probabilístico *EM* en su implementación por el software *Weka*. La principal ventaja de este algoritmo es que es capaz de determinar el número óptimo de grupos a crear mediante un proceso de validación cruzada. En concreto, en la muestra considerada, y tomando como referencia los valores de las 5 variables *GEFIFN*, *GEFIN*, *GEFITN*, *GEFVMN*, *GEFOTN*, el algoritmo identifica un total de 6 grupos, cuyas características se describen en la Tabla 5. Dicha tabla muestra los valores medios de cada variable en cada uno de los grupos. Los grupos han sido ordenados de acuerdo al promedio total de gasto en formación externa de sus trabajadores. Como puede observarse, existe un grupo muy reducido (solo 2 empresas) que muestran unos valores sensiblemente mayores que el resto y que es probable que respondan a un error en la interpretación del valor de la variable a la hora de cumplimentar el cuestionario; por esa razón ese grupo fue suprimido para posteriores análisis.

Tabla 5. Resultado del clustering a partir de los gastos en formación.

	<i>Nº</i> <i>empresas</i>	<i>%</i>	<i>GEFIFN</i> <i>(técnica)</i>	<i>GEFIN</i> <i>(idiomas)</i>	<i>GEFITN</i> <i>(TICs)</i>	<i>GEFVMN</i> <i>(marketing)</i>	<i>GEFOTN</i> <i>(otros)</i>	<i>TOTAL</i>
Grupo 0	2	0%	2.545,45	488,65	2.868,35	0,00	1.871,65	7.774,10
Grupo 1	58	3%	143,42	150,38	7,99	92,37	98,06	492,20
Grupo 2	66	4%	58,71	74,05	91,24	15,42	6,63	246,05
Grupo 3	148	9%	18,33	20,14	21,06	18,70	165,29	243,52
Grupo 4	414	25%	35,91	42,35	3,77	0,54	27,34	109,90
Grupo 5	978	59%	0,08	0,00	0,00	0,00	18,87	18,97

Como puede apreciarse, un porcentaje muy importante de la muestra (Grupo 5) prácticamente no realizaron ningún esfuerzo en la formación externa de sus trabajadores. Los grupos en los que ese esfuerzo fue más alto son grupos con un número reducido de empresas. Puede ser interesante analizar los valores de otras posibles variables vinculadas con los recursos humanos en cada uno de los grupos identificados. En particular, la Tabla 6 muestra los porcentajes de empresas que en cada grupo reclutaron personal de reciente titulación superior (*IILR*), incorporaron personal con experiencia en I+D en otras empresas (*REEID*) o en el sector público (*REPID*). Igualmente la tabla muestra la distribución en términos de tamaño de empresa, considerando las pequeñas como aquellas con hasta 50 trabajadores, medianas hasta 200, y grandes con más de 200 trabajadores.

Tabla 6. Reclutamiento de personal cualificado y tamaños de empresa en cada grupo.

	<i>IILR (%)</i>	<i>REEID (%)</i>	<i>REPID (%)</i>	<i>Pequeñas (%)</i>	<i>Medianas (%)</i>	<i>Grandes (%)</i>
Grupo 1	43,10	17,24	10,34	31,03	34,48	34,48
Grupo 2	33,33	13,64	3,03	39,39	31,82	28,79
Grupo 3	30,41	12,16	5,41	31,08	39,86	29,05
Grupo 4	34,78	8,70	2,42	24,15	43,72	32,13
Grupo 5	9,00	1,84	0,41	72,09	20,76	7,16
Total	19,47	5,47	1,80	53,79	29,09	17,13

Se observa que los grupos con mayor esfuerzo en capacitación de sus empleados son también aquellos que en mayor medida tratan de captar recursos humanos de alta cualificación (titulados recientes, personal con experiencia en I+D, tanto profesional como en el sector público). Por otro lado, se observa también el claro predominio de PYMEs en los grupos con menor esfuerzo en capacitación de su personal.

Una forma de poder analizar la existencia de una correlación positiva entre el esfuerzo en capacitación y la propensión innovadora de las empresas puede ser estudiar en cada uno de los grupos identificados el porcentaje de empresas que introdujeron en el año de estudio alguna innovación en comercialización (ICO), en métodos organizativos (IMO), en producto (IP) o en proceso (IPR). La Tabla 7 muestra dichos porcentajes, observándose cómo efectivamente en las empresas de mayor esfuerzo en formación, la proporción de introducción de innovaciones es mayor. Dicha tabla muestra igualmente el número promedio de patentes por empresa registradas tanto en España (PATESP) como en el exterior (PETEXT).

Tabla 7. Empresas que introdujeron los diferentes tipos de innovaciones y promedio de patentes registradas.

	ICO (%)	IMO (%)	IP (%)	IPR (%)	PATESP	PATEXT
Grupo 1	37,93	50,00	34,48	53,45	0,1724	0,1724
Grupo 2	25,76	39,39	21,21	46,97	0,1818	0,0152
Grupo 3	34,46	32,43	23,65	54,73	0,2432	13,649
Grupo 4	17,15	25,12	20,77	51,21	0,1304	0,1280
Grupo 5	12,37	14,31	9,41	27,10	0,0368	0,0583
Total	16,95	20,91	14,84	37,32	0,0888	0,1939

Dentro de las innovaciones en comercialización, las más habituales son las relativas a las innovaciones en comercialización por diseño (ICODIS) y en promoción (ICOPRO), estando presentes en torno al 10% de las empresas de la muestra, llegando incluso al 30% en las empresas del primer grupo. Dentro de la categoría del segundo tipo de innovaciones, las más habituales son las innovaciones en la organización del trabajo (IMOPE). Las diferentes variantes de innovaciones de producto suelen estar repartidas de una forma parecida en los diferentes grupos; mientras que en las innovaciones de procesos las más frecuentes son las relativas a la incorporación de nuevos equipos (IPRME).

Otra de las técnicas clásicas dentro de la minería de datos es la selección de atributos. Estas técnicas tienen dos objetivos principales, por un lado reducir el coste computacional asociado tanto al aprendizaje como al propio modelo de conocimiento generado, y por otro aumentar la precisión de dicho modelo. Considerando las variables de la Tabla 3 como posibles inputs de la innovación, no todas ellas son igualmente importantes a la hora de estimar la probabilidad de introducción de los diferentes tipos de innovación. El software *Weka* incorpora una gran variedad de técnicas de selección de atributos que tratan de explorar qué subconjuntos de atributos son los que mejor pueden clasificar la clase de la instancia. Esta selección de atributos tiene dos componentes:

1. Un método de evaluación que determina la calidad del conjunto de atributos para discriminar la clase. Se pueden distinguir dos categorías de métodos de evaluación, en la primera se utiliza directamente un clasificador específico para medir la calidad del subconjunto de atributos a través de la tasa de error del clasificador. Estos métodos resultan de un elevado coste computacional. La alternativa es la utilización de métodos que no utilizan un clasificador específico, por ejemplo el método *CfsSubsetEval* que se basa en calcular la correlación de la clase con cada atributo, y eliminar atributos que tienen una correlación muy alta como atributos redundantes. Según este método los subconjuntos preferidos son aquellos altamente correlacionados con el atributo que define las clases y con poca correlación entre ellos.
2. Un método de búsqueda que determina la forma de realizar la búsqueda de conjuntos. La evaluación exhaustiva de todos los posibles subconjuntos se convierte en un problema combinatorio inabordable

cuando el número de atributos es elevado. Por tanto, se necesitan estrategias de búsqueda más eficientes. Una de las estrategias más efectiva, por su rapidez, es el *ForwardSelection*, que se basa en elegir primero el mejor atributo, y realizar un proceso iterativo de ir añadiendo atributos que aporten más información hasta llegar a la situación en la que añadir un nuevo atributo empeora la situación.

En la Tabla 8 se pueden observar los subconjuntos de atributos obtenidos por *Weka* utilizando el método de evaluación *CfsSubsetEval* y los métodos de búsqueda *Best first*, *Exhaustive Search*, *Genetic Search*, *GreedyStepwise*, *LinearForwardSelection*, *ScatterSearch*. Todos seleccionan los mismos conjuntos de atributos cuando se considera como variable de clasificación cada una de las variables booleanas que indican si la empresa introdujo las diferentes tipos de innovaciones (ICO, IMO, IP, IPR).

Tabla 8. Atributos seleccionados para tratar de predecir la introducción de los diferentes tipos de innovaciones.

<i>Tipo de innovación</i>	<i>Atributos seleccionados</i>
ICO	GEFVMN, REEID, REPID
IMO	GEFIFN, GEFIN, GEFITN, GEFOTN, GEFVMN, IILR, REEID, REPID
IP	GEFIN, GEFVMN, IILR, REEID, REPID
IPR	GEFIFN, GEFIN, GEFITN, GEFOTN, IILR, REEID, TEMPRE

Además de los evaluadores de subconjuntos de atributos, *Weka* dispone de prorratedotes de atributos (*AttributeEval*) que no seleccionan atributos sino que los ordenan por relevancia de acuerdo a un *ranker* establecido. Utilizando el prorratedor *ChiSquaredAttributeEval*, que evalúa el valor de un atributo mediante el cálculo del estadístico chi-cuadrado con respecto a la clase, los atributos de los datos son ordenados tal como se muestra en la Tabla 9.

Tabla 9. Rankings de atributos más apropiados para predecir la introducción de diferentes tipos de innovaciones.

<i>Ranking de atributos para ICO</i>		<i>Ranking de atributos para IMO</i>		<i>Ranking de atributos para IP</i>		<i>Ranking de atributos para IPR</i>		<i>Ranking de atributos (valores promedio)</i>	
75,92	GEFVMN	87,65	IILR	135,73	IILR	139,61	IILR	98,20	IILR
45,39	TEMPRE	56,27	TEMPRE	84,79	TEMPRE	123,28	TEMPRE	77,43	TEMPRE
42,10	REEID	52,70	GEFITN	59,76	REEID	85,41	GEFIN	52,95	GEFIN
40,23	REPID	49,54	GEFIFN	59,28	GEFVMN	79,51	GEFIFN	52,57	GEFVMN
29,82	IILR	47,70	REEID	58,34	GEFIN	68,53	GEFOTN	50,20	REEID
28,60	GEFITN	45,71	GEFIN	52,88	GEFIFN	56,75	GEFITN	45,48	GEFIFN
22,37	GEFIN	41,79	GEFOTN	42,28	REPID	51,22	REEID	42,67	GEFITN
0,00	GEFOTN	40,11	GEFVMN	38,32	GEFOTN	34,99	GEFVMN	37,16	GEFOTN
0,00	GEFIFN	28,37	REPID	32,63	GEFITN	20,30	REPID	32,79	REPID

Se observa cómo dependiendo del tipo de innovación unas variables pueden ser más relevantes que otras. En particular, parece que resultan especialmente significativas las relacionadas con la contratación de personal cualificado y el tamaño de la empresa.

5 Conclusiones

La literatura sobre innovación empresarial pone de manifiesto que una parte importante de la capacidad innovadora de las empresas está relacionada con su capital humano. En particular la incorporación de talento humano de alta cualificación y los esfuerzos por la capacitación del personal propio, parece que

produce un efecto positivo en la predisposición de las organizaciones a introducir diferentes tipos de innovaciones, no solo en productos sino también en procesos, métodos organizativos o actividades de comercialización. En este trabajo se ha podido utilizar una muestra amplia de empresas y diferentes técnicas de análisis cuantitativo para tratar de descubrir dichos vínculos, observándose cómo las empresas que hacen un mayor esfuerzo en formación de su personal generan con mayores probabilidades innovaciones en su actividad productiva. Es de destacar que el estudio se orienta hacia empresas del sector industrial, por lo que se requerirían análisis complementarios para explorar estas relaciones en otro tipo de organizaciones.

Agradecimientos

Los autores desean dejar constancia del agradecimiento al Programa Ciencia y Tecnología para el Desarrollo CYTED y a la Red Iberoamericana BigDSSAgro (Ref. P515RT0123) por el apoyo para la realización de este trabajo. Igualmente, se agradece a la Fundación SEPI la cesión de los datos necesarios para el desarrollo de la investigación.

Referencias

1. Aralica, Z., Račić, D. and Radić, D. Innovation propensity in Croatian enterprises: Results of a community innovation survey. *South East European Journal of Economics and Business*, 3(1):77-88, 2008.
2. Archibugi, D. Patenting as an indicator of technological innovation: a review. *Science and Public Policy*, 19(6):357-368, 1992.
3. Cohen, W. and Levinthal, D.A. Absorptive capacity: a new perspective on learning and Innovation. *Administrative Science Quarterly*, 35:128-152, 1990.
4. Do, T. H. Determinants of innovation commercialization management and anticipated returns: An exploratory typology of SMEs. *International Journal of Innovation and Technology Management*, 11(6):1-20, 2014.
5. Fontana, F., D'Alise, C. and Marzano, M.A. Incentives and innovative propensity. *Review of Contemporary Business Research*, 4(2):39-56, 2015.
6. Gumbau-Albert, M. and Maudos, J. Technological activity and productivity in the Spanish regions. *The Annals of Regional Science*, 40(1):55-80, 2006.
7. Hurlley, R. F. and Hult, G. T. M. Innovation, market orientation, and organizational learning: An integration and empirical examination. *Journal of Marketing*, 62(3):42-54, 1988.
8. Jeannerat, H. and Crevoisier, O. From 'Territorial Innovation Models' to 'Territorial Knowledge Dynamics': On the Learning Value of a New Concept in Regional Studies. *Regional Studies*, 50(2):185-188, 2016.
9. Krejčí, J., Ondřej P. and Talašová, J. A fuzzy extension of Analytic Hierarchy Process based on the constrained fuzzy arithmetic. *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 16(1):89-110, 2017.
10. Lawson, C. and Lorenz, E. Collective learning, tacit knowledge and regional innovative capacity. *Regional Studies*, 33(4):305-317, 1999.
11. McGuirka, H., Lenihanb, H. and Hartc, M. Measuring the impact of innovative human capital on small firms' propensity to innovate. *Research Policy*, 44:965-976, 2015.
12. OECD. *OECD Science, Technology and Industry Scoreboard 2015: Innovation for growth and society*. OECD Publishing, Paris, 2015.
13. OECD/Eurostat. *Oslo Manual: Guidelines for Collecting and Interpreting Innovation Data*, 3rd Edition, OECD Publishing, Paris, 2005.
14. Saaty, T. *The Analytical Hierarchy Process: planning, priority setting, resource allocation*. Mc Graw-Hill, New York, 1980.
15. Segarra-Blasco, A., Garcia-Quevedo, J. and Teruel-Carrizosa, M. Barriers to innovation and public policy in Catalonia. *International Entrepreneurship and Management Journal*, 4(4):431-451, 2008.

Atención de Fallas en Sistemas de Distribución de Energía Eléctrica: Un Enfoque de Control Óptimo.

Eduardo Giraldo
Universidad Tecnológica de Pereira
Facultad de Ingenierías
egiraldos@utp.edu.co

Jairo Villegas F.
Universidad Tecnológica de Pereira
Facultad de Ingeniería Industrial
javi@utp.edu.co

Byron Hernandez
Universidad Tecnológica de Pereira
Facultad de Ingenierías
bshernandez@utp.edu.co

Resumen

Esta ponencia presenta la propuesta de un modelo de control por optimización para la atención de fallas en un sistema de distribución de energía eléctrica. Los resultados se validan mediante simulación a través de una metodología que define la función objetivo teniendo en cuenta factores como la ubicación de los puntos de falla, el tipo de falla, el tipo de grupo de trabajo, y la disponibilidad de estos, para el modelo de atención; la simulación para la aparición de las fallas se lleva a cabo por medio de procesos de Markov continuos en el tiempo. Los resultados muestran una mejoría del 25 % al 40 % en la disponibilidad del servicio.

Keywords: control; falla; optimización; procesos de Markov; programación entera; reparación; sistema de distribución;

1. Introducción

La sociedad actual es totalmente dependiente de los recursos energéticos, de hecho no se concibe una visión moderna ni futurista sin la participación de la energía en sus diferentes formas p.e. la electricidad; dispositivos como la radio, la televisión, las computadoras y la gran cantidad de medios en la era de la información, que han jugado un papel importante en el desarrollo dependen para su operación e incluso para su existencia, de la electricidad [8]. Por lo anterior, los sistemas de generación, transmisión y distribución de energía eléctrica desempeñan un papel fundamental en el sustento de la vida moderna, lo que hace importante estudiar su confiabilidad[16].

Como concepto general, puede plantearse que la *confiabilidad* es una función que expresa la probabilidad de “sobrevivencia” de un sistema o elemento a través del tiempo [13]. En la literatura, esta probabilidad se ha modelado como una exponencial decreciente (distribución exponencial)

dado el ajuste que tienen algunos sistemas reales a este modelo, indicando que la probabilidad de estar operando es mayor en los instantes iniciales de su puesta en funcionamiento que después de pasado un largo tiempo. Evidentemente, en el infinito esta probabilidad es cero. Algunos ejemplos son [1],[3],[10] y [13].

Por otro lado, se puede definir el sistema eléctrico como un conjunto de instalaciones y dispositivos para generar, transportar y distribuir energía eléctrica a los usuarios de una zona, ciudad, región o país. En la figura 1 se presenta un esquema básico del sistema eléctrico convencional [16]. El sistema de distribución se concibe como una parte fundamental del sistema eléctrico completo. A

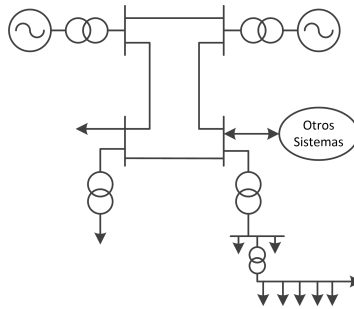


Figura 1: Esquema de sistema eléctrico

continuación, se describen, desde el punto de vista de la confiabilidad, algunas de las características de un sistema de distribución de energía eléctrica [16]:

- Es un sistema reparable.
- Es un sistema de operación continua.
- Está conformado por diversos tipos de componentes (transformadores, interruptores, etc.)
- Sus componentes también son reparables.
- Es un sistema dinámico ya que está cambiando continuamente.

La misión de un sistema eléctrico es abastecer a los usuarios con electricidad tan económicamente como sea posible, en la cantidad deseada y con un nivel aceptable de calidad, por lo cual debe contar con los siguientes aspectos:

- Optimalidad.
- Oportunidad del Servicio.
- Calidad del Servicio.

Para el caso de un sistema de distribución de energía eléctrica, la confiabilidad se puede asociar con índices como la disponibilidad del servicio o la frecuencia y duración de las fallas. Lo anterior se debe a que no es posible garantizar el 100 % de confiabilidad en los sistemas, a causa de [2]:

1. La incertidumbre sobre la disponibilidad de los componentes del sistema, debido a las fallas aleatorias internas y externas que los afectan.
2. La incertidumbre sobre la demanda de los usuarios.
3. Las limitaciones de tipo económico que impiden mejorar la calidad y el grado de redundancia de los componentes.

Por lo anterior, los estudios de confiabilidad son enfoques probabilísticos que deben estar soportados en la observación y la documentación del sistema o proceso bajo estudio, por lo tanto, se debe seguir un análisis de datos para determinar el modelo al que se ajustan, algunos de los modelos más comunes son las funciones de distribución de probabilidad, los procesos de Markov, los procesos de Poisson, y métodos como la simulación de Monte Carlo [15].

En este trabajo se propone un modelo dinámico de optimización para el proceso de atención de fallas en un sistema de distribución, buscando mejorar la confiabilidad de este. En la siguiente sección se describe la dificultad del problema planteado, a continuación se documenta la propuesta del método de solución, la sección 4 muestra los resultados de la simulación, y finalmente en la sección 5 se concluye y se dan algunas recomendaciones para darle continuidad al estudio.

2. Descripción del problema

Este trabajo encuentra su motivación en la formulación de un modelo de aparición de fallas en un sistema de distribución, así como el planteamiento de una estrategia de control óptimo para la atención de las mismas, de forma que mejore la confiabilidad del servicio, con respecto al modelo convencional de “asignación secuencial” que actualmente se usa [13].

La ocurrencia de fallas en los sistemas y específicamente en un sistema de distribución son fenómenos aleatorios, dado que no se conoce el tiempo exacto, el lugar o el tipo de falla que puede ocurrir, de esta misma forma, las reparaciones a estas fallas también son procesos aleatorios, dado que no se conoce ni el tiempo que le puede tomar a la cuadrilla desplazarse hasta el punto de falla, ni el tiempo que puede tomar repararla, debido a esto el enfoque de control de fallas debe incluir probabilidades en su formulación [7].

Los procesos de Markov son un enfoque dinámico en el análisis de procesos estocásticos, y es el que mejor describe este tipo de procesos aleatorios [3], se define un sistema de ecuaciones diferenciales con coeficientes constantes asumiendo una distribución exponencial de las probabilidades [15], el problema radica en la formulación de un modelo dinámico que permita determinar puntos, tipos y tiempos de falla, para formular así la mejor metodología de atención a estas, minimizando tiempos de desplazamiento y reparación.

El estudio se sustenta en una base de datos proporcionada por una compañía prestadora de servicio eléctrico en Colombia. En esta base de datos se encuentra documentada la ocurrencia de fallas y su respectiva reparación en un periodo de un año. Durante este año ocurren 27971 fallas, atendidas en 8711 puntos geográficos diferentes por 12 tipos de grupo de trabajo. Cada grupo de trabajo se especializa en algún tipo de falla específica y se cuenta con un total de 133 grupos de trabajo.

Al momento de proponer una metodología para el control de procesos con tendencia aleatoria es importante garantizar un alto nivel de confianza en que los resultados serán los esperados, para esto se deben realizar pruebas de validación [15]; la dificultad en el caso de la atención de las fallas en un sistema de distribución, radica en que el costo que puede implicar la implementación de nuevos esquemas de control puede ser muy elevado y que en el caso de que el método no brinde los resultados esperados, este costo se convertiría en pérdida. Debido a esto se usa la herramienta de simulación analizando una muestra aleatoria y representativa, con soporte en diferentes pruebas estadísticas de aleatoriedad, tendencia e independencia para validar el modelo propuesto garantizando un alto nivel de confianza [4].

3. Método de Solución

3.1. pruebas estadísticas de ajuste de datos

Con la información que proporciona la base de datos se procede a validar el ajuste de estos a los modelos disponibles en la literatura [11][12][15], para generar así un esquema de simulación que proporcione un comportamiento similar al sistema real, se tienen en cuenta tres variables principales, que son: i) tiempo de falla (t_f), ii) tiempos de desplazamiento (t_d), y iii) tiempos de reparación (t_{ri}).

Es importante notar que se tiene interés realmente en el tiempo de falla t_f y tiempo de restauración del punto de falla, para condensar, esta variable $t_r = t_{ri} + t_d$.

Se busca a continuación validar el ajuste de los datos a los modelos comunes; se realiza la prueba de aleatoriedad *runttest*[14], prueba de tendencia *Mann-Kendall*[12] y prueba de independencia por diagrama de autocorrelación[15].

En la sección de resultados se detalla el resultado de estas pruebas, donde se determina que las variables son aleatorias, homogéneas e independientes, con lo cual es correcto ajustar los datos a una distribución de probabilidad, de las cuales se prueba *Distribución exponencial*, *Distribución Normal*, y *Distribución Log-Normal* [11] cuyos resultados también se detallan allí.

3.2. Método de simulación

Debido al ajuste que tienen los datos al modelo exponencial es correcto utilizar el método de Markov continuo para simular los datos [2], el sistema de ecuaciones diferenciales se define así [15]:

$$\begin{bmatrix} \dot{P}_o(t) \\ \dot{P}_f(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\lambda & \mu \\ \lambda & -\mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_o(t) \\ P_f(t) \end{bmatrix} \quad (1)$$

donde P_o es la probabilidad de operación normal, P_f es la probabilidad de falla, λ es la tasa de fallas (fallas por unidad de tiempo), y μ es la tasa de reparación (reparaciones por unidad de tiempo)

Las tasas de falla y reparación se calculan como [10]:

$$\lambda = \frac{1}{mttf}, \quad \mu = \frac{1}{mttr}$$

donde $mttf$ es el tiempo medio entre fallas y $mttr$ es el tiempo medio de reparación.

Utilizando algún método de discretización para la ecuación de estados (1) como los que se muestran en [5] se puede formular una simulación en la cual se calcula recursivamente cada T_s (periodo de muestreo) el vector de probabilidades P y determinar la ocurrencia de fallas en el sistema.

Teniendo en cuenta el teorema del tamaño de la muestra que se presenta en [15], con un nivel de confianza del 90 % y un margen de error de 10 %, una muestra de 67 puntos de falla es representativa del sistema completo. La base de datos proporciona las coordenadas (UTMx,UTMy). Se toman aleatoriamente 67 puntos de falla que serán simulados. A cada uno de estos puntos se les estudia t_f y t_r para sintetizar los conjuntos λ_i y μ_i para $i = 1, 2, 3, \dots, 67$. Bajo criterios similares se definen 5 tipos de fallas y 5 tipos de grupos de trabajo para la simulación.

De acuerdo a lo que se describe en la base de datos con respecto a que cada grupo de trabajo esta especializado en algún tipo de falla, se define una matriz de habilidades de la siguiente forma:

$$H = \begin{bmatrix} h_{11} & \cdots & h_{15} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ h_{51} & \cdots & h_{55} \end{bmatrix} \quad (2)$$

donde h_{jk} representa el tiempo estimado que le toma a un grupo tipo j en reparar una falla tipo k , de la base de datos se conoce que un grupo de trabajo puede tardar entre 1-5 horas en reparar alguna falla de acuerdo a su habilidad para el tipo de falla en cuestión.

Utilizando la definición de probabilidad por frecuencia relativa, se calcula el siguiente vector de probabilidades puntuales para el tipo de falla

$$P_{tfo} = [0,7446 \quad 0,0820 \quad 0,0718 \quad 0,0582 \quad 0,0434] \quad (3)$$

La simulación cuenta con 14 grupos de trabajo de los cuales 8 son tipo 1, 2 son tipo 2, 2 son tipo 3, 1 es tipo 4 y 1 es tipo 5.

Se define además la existencia de centros de control a los cuales los grupos convergen cuando no están atendiendo alguna falla, en la simulación se cuenta con tres centros de control que se ubican en coordenadas UTMx y UTM_y como centroides de la muestra. De esta forma es posible definir una matriz de ubicación de los grupos de trabajo U en (4) y una matriz de distancias D en (5).

$$U = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

de U se puede interpretar que los grupos 1, 2 y 3 son de tipo 1 y están ubicados en el centro de control 1, los grupos 4 y 5 en el centro de control 2, y así sucesivamente.

$$D = \begin{bmatrix} d_{1,1} & d_{1,2} & d_{1,3} \\ d_{2,1} & d_{2,2} & d_{2,3} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ d_{67,1} & d_{67,2} & d_{67,3} \end{bmatrix} \quad (5)$$

donde $d_{i,l}$ es la distancia del punto de falla i al centro de control l esta distancia es función de las coordenadas UTM de cada punto.

De la misma forma, la matriz de habilidades para los 14 grupos de trabajo queda:

$$H_a = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{11} & h_{11} & h_{11} & h_{11} & h_{11} & h_{11} & h_{11} & h_{12} & h_{12} & h_{13} & h_{13} & h_{14} & h_{15} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ h_{51} & h_{51} & h_{51} & h_{51} & h_{51} & h_{51} & h_{51} & h_{51} & h_{52} & h_{52} & h_{53} & h_{53} & h_{54} & h_{55} \end{bmatrix} \quad (6)$$

3.3. Enfoque de control optimo

Sea u la señal de control: un vector columna de 14 elementos donde $u_l \in \{0, 1\}$ indicando el grupo de trabajo que se asigna a una nueva falla en el sistema.

Sea P_{tf} un vector de probabilidades para el tipo de falla. Se define M_{tf} como una matriz de estados de 67×5 donde M_{ik} es el numero de fallas tipo k que han ocurrido en el punto i . Así la probabilidad del tipo de falla sigue una distribución binomial negativa, este modelo es la probabilidad de que una falla en el punto i sea de tipo k . De esta forma $P_{tf} = [p_{i1}, p_{i2}, p_{i3}, p_{i4}, p_{i4}]$, para una falla que ocurre en el punto i

Se desea minimizar el tiempo de desplazamiento y el tiempo de reparación para cada nueva falla que aparezca, de esta forma se define la función de costo:

$$J = t_d + t_r \quad (7)$$

Se puede calcular el tiempo de desplazamiento entre un punto de falla y un centro de control como D_{il}/v donde $v \sim \mathcal{N}(50[km/h], 20[km/h])$. Se define E_f como un vector de 67 elementos donde $E_{f_i} \in \{0, 1\}$ indica el punto de ocurrencia de la falla. De esta forma $t_d = E_f^T(DU)u$. Así mismo, El tiempo de reparación se puede penalizar por la probabilidad del tipo de falla así $t_r = P_{tf}^T H_a u$. Reescribiendo (7) se tiene el siguiente problema de optimización para la aparición de una nueva falla:

$$\begin{aligned} & \text{minimizar } (E_f^T(DU) + P_{tf}^T H_a)u \\ & \text{sujeto a } \sum_j u = 1 \\ & u_j \in \{0, 1\} \end{aligned} \tag{8}$$

El anterior es un problema de optimización lineal entera que se puede resolver por los métodos que se describen en las referencias [6] ó [9].

4. Resultados

En la tabla 1 se presenta el resultado de las pruebas estadísticas a los datos t_f y t_r

Tabla 1: Pruebas estadísticas

Tipo de test	Nombre del test	Resultado t_f	Resultado t_r
Aleatoriedad	Run Test	Aleatorio	Aleatorio
Tendencia	Mann-Kendall	Estacionario	Estacionario
Independencia	Diagrama de Autocorrelación	Independiente	Independiente

En la tabla 2 se presenta el resultado de la prueba de bondad y ajuste de los datos a diferentes distribuciones de probabilidad usando la prueba *Kolmogorov-Smirnov*.

Tabla 2: Pruebas de bondad y ajuste de los datos diferentes distribuciones de probabilidad

Variable	Distribucion	Parametros		Ajuste
tf	Exponencial	$\beta = 0,48951$		si
tr	Exponencial	$\beta = 3,26115$		si
tf	Normal	$\mu = 0,48951$	$\sigma = 0,282614$	no
tr	Normal	$\mu = 3,26115$	$\sigma = 3,1713$	no
tf	Log-Normal	$\mu = -1,02102$	$\sigma = 0,998924$	no
tr	Log-Normal	$\mu = 0,642213$	$\sigma = 1,19567$	si

Con el fin de validar el funcionamiento del algoritmo propuesto se realizan un total de 16 simulaciones en condiciones similares para un periodo de 365 días (1 año), en la tabla 3 se muestra el resumen de estas simulaciones. Con el fin de evaluar la indisponibilidad del servicio se presentan el tiempo medio de reparación y el numero de fallas que ocurren en el periodo simulado.

donde mtr_c implica el tiempo medio de reparación con el método convencional de atención de fallas, y mtr_p implica el tiempo medio de reparación con el método propuesto.

Para calcular el porcentaje de mejoría ($m\%$) se calcula la media de estos tiempos en cada simulación como m_c para tiempos de reparación por método convencional, m_p para tiempos de reparación por el método propuesto, y se usa la ecuación (9).

Tabla 3: Resultados de simulación

Simulación	mtr_p	mtr_c	# fallas
1	1,866	2,5512	127
2	1,8735	2,6372	96
3	1,8677	2,4621	110
4	1,8651	2,5516	126
5	1,8767	2,5149	123
6	1,8409	2,3483	111
7	1,8501	2,6845	131
8	1,8287	2,4493	125
9	1,8782	2,3798	122
10	1,8817	2,5546	113
11	1,8649	2,5327	112
12	1,8654	2,629	124
13	1,8304	2,6273	127
14	1,8702	2,2748	111
15	1,8491	2,3467	112
16	1,8729	2,4828	116

$$m\% = \left(\frac{m_p}{m_c} - 1\right) \times 100 = \left(\frac{2,501675}{1,86134375} - 1\right) \times 100 = 34,4\% \quad (9)$$

La desviación estándar de este porcentaje según los datos en la tabla 3 es 7,504 %.

5. Conclusiones

En este artículo se presenta una metodología de control por optimización para la atención de fallas en un sistema de distribución eléctrica, los resultados se validan utilizando cadenas continuas de Markov y un modelo de optimización que se presenta como un problema de programación lineal entera, los resultados muestran una mejoría global en la confiabilidad del servicio dado que se aumenta la disponibilidad del servicio entre 25 % y 35 %.

La validez de estos resultados tienen un alto nivel de confianza dado que se han realizado y se han documentado diferentes pruebas estadísticas que permiten acotar el tipo de modelo que se utiliza para la simulación.

De forma general, el algoritmo de optimización asigna el mejor grupo de trabajo para cada nueva falla que aparece en el sistema, utilizando los criterios que se describen en el documento.

Para darle continuidad a este trabajo, se propone trabajar sobre un modelo extendido a la totalidad de los puntos de falla, donde se tenga en cuenta además el costo monetario de operación y factores como los turnos de trabajo que estos grupos pueden tener.

Referencias

- [1] R Billinton and MS Grover. Reliability assessment of transmission and distribution schemes. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, 94(3):724–732, 1975.
- [2] Roy Billinton and Ronald Norman Allan. *Reliability evaluation of engineering systems*. Springer, 1992.
- [3] Roy Billinton and Kenneth E Bollinger. Transmission system reliability evaluation using markov processes. *IEEE Transactions on power apparatus and systems*, 83(2):538–547, 1968.
- [4] Raúl Coss Bu. *Simulación: un enfoque práctico*. Editorial Limusa, 1996.
- [5] D.G. Buitrago and E.G. Suárez. *Teoría de control digital*. Universidad Tecnológica de Pereira. Facultad de Ingenierías Eléctrica, Electrónica, Física y Ciencias de la Computación. Ingeniería Eléctrica., 2012.
- [6] José A Caballero and Ignacio E Grossmann. Una revisión del estado del arte en optimización. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial RIAI*, 4(1):5–23, 2007.
- [7] DP Gaver, FE Montmeat, and AD Patton. Power system reliability i-measures of reliability and methods of calculation. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, 83(7):727–737, 1964.
- [8] Gilberto Enríquez Harper. *Tecnologías de generación de energía eléctrica*. Limusa, 2009.
- [9] Frederick S Hillier, Gerald J Lieberman, and Marcia A González Osuna. *Introducción a la Investigación de Operaciones*, volume 1. McGraw-Hill, 1997.
- [10] Aldo Gary Arriagada Mass. Evaluación de confiabilidad en sistemas eléctricos de distribución. Master’s thesis, Santiago de Chile: Paidós, 1994.
- [11] Frank J Massey Jr. The kolmogorov-smirnov test for goodness of fit. *Journal of the American statistical Association*, 46(253):68–78, 1951.
- [12] A Ian McLeod. Kendall rank correlation and mann-kendall trend test. *R Package Kendall*, 2005.
- [13] Carrera Parra, Wilson Salomón, et al. *Modelo de dimensionamiento de cuadrillas para la atención de fallas en el sistema de distribución de CODENSA SA ESP*. PhD thesis, Universidad Nacional de Colombia-Sede Bogotá, 2016.
- [14] Ying Wang. Nonparametric tests for randomness. *ECE*, 461:1–11, 2003.
- [15] Carlos J Zapata. Análisis probabilístico y simulación. *Grupo de investigación en planeamiento de sistemas eléctricos. Universidad Tecnológica de Pereira. Pereira-Colombia*, 2010.
- [16] CJ Zapata. Confiabilidad de sistemas eléctricos. *Universidad Tecnológica de Pereira*, 2005.

Comparación de estrategias de PL y AG para la optimización de cortes de cartón

Gustavo Isaías Encina Palmerola
Universidad Paraguayo Alemana
gustavo.encina@upa.edu.py

Juan Pablo Nogués
Universidad Paraguayo Alemana
juan.nogues@upa.edu.py

Resumen

El corte óptimo de materiales representa un desafío constante en empresas de distintos rubros. En este estudio se propone una metodología para resolver el problema de forma determinista y estocástica mediante un programa lineal (PL) y algoritmos genéticos (AG). Las soluciones encontradas y tiempo de computación son comparadas entre sí. También se hace una comparación con datos reales de corte de una empresa local que no utiliza ninguno de los dos métodos para encontrar sus combinaciones de corte. Los resultados indican que tanto el PL y AG reducen el desperdicio comparado a la metodología de la empresa. La hipótesis final es que existe una relación entre la variabilidad de los pedidos y el método que mejor funciona. Se muestra que el PL funciona mejor cuando la variabilidad entre los tipos de corte es menor. También se muestra que los posibles ahorros a la empresa sería en el orden de USD 13.750 por año.

Keywords: Cutting Stock Problem; Programación Lineal; Algoritmos Genéticos.

1. Introducción

Pese a que hoy en día la industria papelera se encuentra suficientemente desarrollada, aún existen situaciones que dan lugar a mejoras. Una de estas situaciones es la reducción de desperdicio (conocido como *trim*) en cortes de cartón o papel. El *Trim* es el área de material sobrante y generalmente inutilizable que queda luego de efectuar cortes dentro de una superficie de material. Si bien aparenta menospreciable, su importancia es alta ya que una cantidad significativa de material procesado es desechado.

Este estudio propone una metodología de selección de cortes para la empresa Cartones Yaguareté S.A. (CYSA) para que reduzca su desperdicio. CYSA es una empresa que posee una antigüedad de más de 30 años en territorio paraguayo, empleando a más de 150 trabajadores y abasteciendo pedidos de más de 200 clientes tanto del mercado local como internacional, ya sean estos: frigoríficos, tabacaleras, alimentos, cosméticos, bebidas, productos agrícolas entre otros.

2. Descripción del Problema

Para encontrar los cortes óptimos de cartones, existen distintos factores que influyen en esta decisión. Se utilizan todas las siguientes: el tamaño de los cortes (l para el largo y a para el ancho), la cantidad ordenada (N), el ancho de las bobinas de papel (Br), la cantidad de cortes posibles (C_{min} para el número mínimo y C_{max} para el número máximo).

Considerando los métodos exactos, el problema de reducción de desperdicio puede ser resuelto utilizando *mixed-integer nonlinear programming* (MINLP). Una metodología presentada por Westerlund [1] primeramente determina todos los patrones de corte factibles, satisfaciendo ciertas restricciones del problema, y posteriormente utiliza esta información como dato para la resolución del mismo, considerándolo como MILP. Una manera distinta de afrontar el problema sería utilizando algoritmos genéticos (AG). La principal ventaja de los AG es que no hace falta definir apriori todos los posibles formatos de corte.

3. Metodología

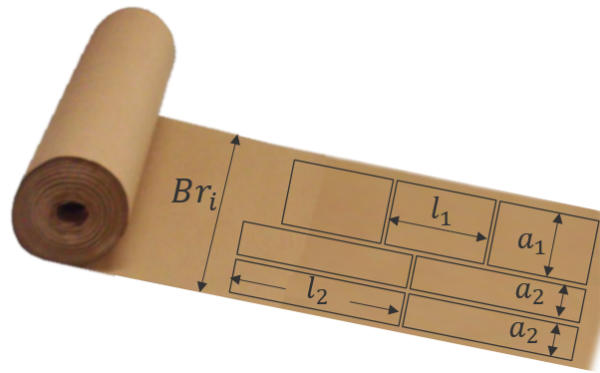


Figura 1: Ilustración de un rollo de cartón y los tipos de cortes necesarios.

3.1. Programación Lineal (PL)

Dado un pedido de cortes con diferentes anchos y largos (Fig. 1) se define la cantidad de combinaciones posibles a lo ancho del cartón, sin considerar la otra dimensión. Para ello, un pedido de n cortes distintos son elegidos de tal forma de maximizar la capacidad que la máquina tiene para cortar. En nuestro ejemplo la máquina puede gestionar hasta 2 tipos de cortes. Esta capacidad de gestión es denominada r . Se aplica la siguiente fórmula para determinar la cantidad de combinaciones posibles. [3]

$$P(n + r - 1; r, n - 1) = \frac{(n + r - 1)!}{r!(n - 1)!} \quad (1)$$

Si se cuentan con 4 cortes distintos, aplicando la Ec.1 se tienen 10 posibles combinaciones. Definidas las mismas, se maximizan las opciones utilizando el siguiente programa lineal:

Maximizar:

$$z_1 = a_1x_1 + a_2x_2 \quad (2)$$

Restricciones:

$$a_1x_1 + a_2x_2 \leq Br_i \quad (3)$$

$$x_1 + x_2 \leq C_{max} \quad (4)$$

$$x_1 + x_2 \geq C_{min} \quad (5)$$

$$a_1, a_2 \leq Br_i \quad (6)$$

$$x_1, x_2 \in \mathbb{N}$$

donde:

z_1 : función objetivo a maximizar [L]

a_1 : ancho del formato de corte 1 [L]

a_2 : el ancho del formato de corte 2 [L]

Br_i : el ancho del papel utilizado [L]

x_1 : cantidad de veces que el formato de corte 1 es cortado [-]

x_2 : cantidad de veces que el formato de corte 2 es cortado [-]

C_{max} : Número máximo de cortes posibles [-]

C_{min} : Número mínimo de cortes posibles [-]

La Ec. 2 consigue encontrar la cantidad de veces (x) que cada ancho del formato de corte (a) es necesario para que el desperdicio sea mínimo a lo ancho del rollo para cada combinación posible. Las restricciones Ec. 3 y Ec. 6 describen que los anchos ($a_1; a_2$) y la suma de los mismos deben ser necesariamente menores que el ancho de rollo (Br_i). Por otra parte, Ec. 4 y Ec. 5 definen las cantidades mínimas y máximas ($x_1; x_2$) que cada ancho de corte ($a_1; a_2$) puede ser dispuesto en una combinación.

Una vez definido el formato optimo a lo ancho para cada combinación se optimiza las repeticiones longitudinales de cada combinación. Utilizando de ejemplo la Fig.1 donde las repeticiones transversales son $x_1 = 1$ y $x_2 = 2$, y suponiendo que las cantidades demandadas sean $N_1 = 10$ y $N_2 = 4$ unidades, se aplica la Ec. 7, para obtener las repeticiones mínimas de cada tipo de corte en una combinación que da $\gamma_{min,1} = 10$ y $\gamma_{min,2} = 2$.

$$\gamma_{min,i} = \left\lceil \frac{N}{x} \right\rceil \quad (7)$$

Una vez que se cuente con estos datos, se procede el cálculo de los largos totales de los formatos. Para ello se compara la multiplicación entre repeticiones longitudinales (γ) y largos (l) de cada uno de ellos, eligiendo aquel formato cuyo producto sea el menor [$\min(\gamma_1 * l_1; \gamma_2 * l_2)$]. Para esto se encuentran los metros lineales (mL) mínimos necesarios para satisfacer la cantidad demandada, eligiendo aquel que sea menor para producirlo en su totalidad. Continuando con el ejemplo y

suponiendo largos de $l_1 = 0,16$ m y $l_2 = 0,22$ m, se aprecia cuanto sigue:

$$mL_{min,1} = \gamma_{min,1} l_1 = 10 * 0,16 = 1,60$$

$$mL_{min,2} = \gamma_{min,2} l_2 = 2 * 0,22 = 0,44$$

Luego se establece la consideración de un exceso de producción del 10% para determinar la cantidad máxima de cada formato. Esto implica que, si $N_2 = 4$ y que $N_{max,2} = \lceil (1,1 * N_2) \rceil = \lceil (4,4) \rceil = 5$ unidades. Considerando la Ec. 7, se determina que $\gamma_{min,2} = 2$ y $\gamma_{max,2} = 3$.

Para obtener las repeticiones longitudinales, se considera la mayor proximidad entre metros lineales (mL) entre los dos casos. Ya que el formato de corte 2 consta de menor metros lineales, se halla γ_1 :

$$\gamma_1 \approx \frac{\gamma_2 l_2}{l_1} \quad (8)$$

Como se tienen dos valores de γ_2 (min y max), se define:

$$\gamma_{min,1} = \left\lfloor \frac{\gamma_{min,2} l_2}{l_1} \right\rfloor \quad (9)$$

$$\gamma_{max,1} = \left\lceil \frac{\gamma_{max,2} l_2}{l_1} \right\rceil \quad (10)$$

Empleando las Ec. 9 y 10 se obtienen los valores para las repeticiones longitudinales mínimas para completar cada pedido y las máximas posibles (10% por encima), siendo así $\gamma_{min,1} = 2$, $\gamma_{max,1} = 5$, $\gamma_{min,2} = 2$ y $\gamma_{max,2} = 3$ según el ejemplo.

Una vez obtenidos los límites de repeticiones longitudinales para ambos formatos, se procede a crear un vector temporal para cada formato de la siguiente manera.

$$\gamma_{temporal} = \{\gamma_{min}, \gamma_{min} + 1, \gamma_{min} + 2, \dots, \gamma_{max}\} \quad (11)$$

Teniendo en este caso:

$$\gamma_{temporal,1} = \{2, 3, 4, 5\}$$

$$\gamma_{temporal,2} = \{2, 3\}$$

Posteriormente, se calcula un mL con cada uno de los valores contenidos en cada $\gamma_{temporal}$.

$$mL_{temporal} = l \gamma_{temporal} \quad (12)$$

$$mL_{temporal,1} = l_1 \gamma_{temporal,1} = \{0,32, 0,48, 0,64, 0,80\}$$

$$mL_{temporal,2} = l_2 \gamma_{temporal,2} = \{0,4, 0,6\}$$

Calculados ambos vectores temporales de mL , se determinan las posiciones de los elementos que sean más próximos. En el ejemplo, se elegirían las posiciones de $mL_{temporal,1}(3) = 0,64$ m y $mL_{temporal,2}(2) = 0,66$ m. Finalmente, las repeticiones a ser efectuadas son aquellas que estén ubicadas en las mismas posiciones que los mL elegidos, es decir, se selecciona $\gamma_1 = 4$ y $\gamma_2 = 3$. Dado estos valores de calcula el área de trim para la combinación seleccionada de la siguiente

manera:

$$Trim = Br_i \max(\gamma_1 l_1; \gamma_2 l_2) - (a_1 x_1 \gamma_1 l_1 + a_2 x_2 \gamma_2 l_2) \quad (13)$$

3.2. Algoritmos Genéticos (AG)

Se define de la estructura del cromosoma de la siguiente manera: la primera mitad de elementos representan las veces que el ancho del formato es repetido; y la última las veces que la combinación es repetida en el largo del rollo de papel.

x_1	x_2	...	x_n	γ_1	γ_2	...	γ_n
-------	-------	-----	-------	------------	------------	-----	------------

Figura 2: Representación cromosómica de n posibles cortes.

Si por ejemplo se utilizara sólo la combinación $x_2 = 2$ y $x_3 = 1$ con repeticiones longitudinales $\gamma_2 = 243$ y $\gamma_3 = 512$, y $x_1 = x_4 = \gamma_1 = \gamma_4 = 0$, el cromosoma tendría la siguiente forma:

0	2	1	0	0	243	512	0
---	---	---	---	---	-----	-----	---

Figura 3: Ejemplo de cromosoma de cuatro posibles cortes

El modelo matemático *fitness* es presentado a continuación.

Minimizar

$$fitness = Br_i \max(\gamma_1 l_1; \gamma_2 l_2) - (a_1 x_1 \gamma_1 l_1 + a_2 x_2 \gamma_2 l_2) + \sum p_i \quad (14)$$

Las restricciones penalizadas son

$$p_1 = \max\left(\frac{(x_1 a_1 + x_2 a_2) - Br_i}{Br_i}, 0\right) \quad (15)$$

$$p_2 = \max\left(\frac{(x_1 + x_2) - C_{max}}{C_{max}}, 0\right) \quad (16)$$

$$p_3 = -\min\left(\frac{(x_1 + x_2) - C_{min}}{C_{min}}, 0\right) \quad (17)$$

$$p_4 = \max\left(\frac{\gamma_1 - \gamma_{1,max}}{\gamma_{1,max}}, 0\right) \quad (18)$$

$$p_5 = -\min\left(\frac{\gamma_1 - \gamma_{1,min}}{\gamma_{1,min}}, 0\right) \quad (19)$$

$$p_6 = \max\left(\frac{\gamma_2 - \gamma_{2,max}}{\gamma_{2,max}}, 0\right) \quad (20)$$

$$p_7 = \max\left(100 \left(\frac{\gamma_2 l_2 - \gamma_1 l_1}{\gamma_2 l_2}\right) - 10, 0\right) \quad (21)$$

$$\gamma_{min} = \left\lfloor \frac{N}{x} \right\rfloor \quad (22)$$

$$\gamma_{max} = \left\lceil \frac{1,1 \cdot N}{x} \right\rceil \quad (23)$$

$$a_1, a_2 \leq Br_i \quad (24)$$

$$\gamma_1, \gamma_2, x_1, x_2 \in \mathbb{N} \quad (25)$$

donde:

fitness: Suma del área de desperdicio y las penalidades.

p_i : penalidades sufridas por cromosomas que no cumplan con las restricciones.

l_1 : largo del formato elegido 1 [L]

l_2 : largo del formato elegido 2 [L]

γ_1 : veces que el formato elegido 1 es repetido longitudinalmente [-]

γ_2 : veces que el formato elegido 2 es repetido longitudinalmente [-]

$\gamma_{1,min}$: veces mínimas que el formato elegido 1 debe ser repetido longitudinalmente [-]

$\gamma_{1,max}$: veces máximas que el formato elegido 1 puede ser repetido longitudinalmente [-]

N_1 : la cantidad demandada del formato elegido 1 [-]

N_2 : la cantidad demandada del formato elegido 2 [-]

Se presentan las restricciones, suponiendo que las variables con subíndice 1 corresponden al formato de corte con menores metros lineales ($\gamma * l$). Por ende las Ec. 22-23 establecen los límites mínimos y máximos de las repeticiones longitudinales (γ). Las restricciones de las Ec.15-17 son las mismas que se utilizan en la Sección 3.1. Estas ecuaciones limitan la suma del producto entre los anchos elegidos y las veces que cada ancho ingresa dentro del ancho de rollo (Ec.15), la cantidad total de cortes permisible (Ec.16), la cantidad total de cortes mínimos (Ec.17) y la restricción que los anchos elegidos sean menor al ancho de rollo utilizado (Ec.24).

Las Ec.18-19 aseguran que las repeticiones longitudinales del formato con menores metros lineales se encuentren dentro de sus límites. La única restricción referente al formato de corte complementario es la Ec.20, donde el valor de las repeticiones longitudinales no debe superar su límite superior. En la Ec.21 se establece que los metros lineales de ambos formatos de corte elegidos deben ser cercanos entre sí, imponiendo un límite de diferencia máxima del 10 %.

4. Resultados

Para analizar la propuesta metodológica se utilizaron tres tipos de cartones pertenecientes a la empresa (CYSA), con sus respectivos pedidos y anchos de bobinas disponibles. En las siguientes figuras, se aprecian las soluciones obtenidas con las metodologías propuestas (PL y AG) durante una serie de 10 pruebas consecutivas. También se presenta la solución encontrada por la empresa, que utiliza una metodología manual basada en la experiencia de los funcionarios. Para los tiempos de resolución, los funcionarios tardan entre 60 a 80 segundos para encontrar la propuesta óptima.

En la Fig. 4 se aprecia que en líneas generales, las soluciones obtenidas por PL y AG se encuentran por debajo del porcentaje de desperdicio encontrado por la empresa. Además, las soluciones de AG presentan oscilaciones características de este modo de resolución. Por otra parte, la Fig. 5 indica que en promedio, AG posee una duración de resolución aproximada a la estimada de la empresa, sin embargo, el PL obtiene ventajas para este conjunto de pedidos.

La Fig. 6 también muestra las ventajas de las metodologías propuestas en comparación a la solución de la empresa. En la prueba número 4 se nota que la solución de AG fue capaz de prácti-

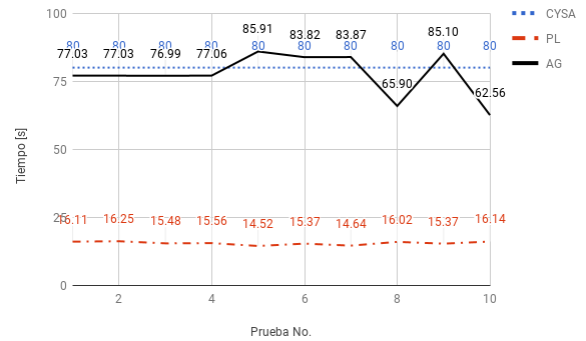
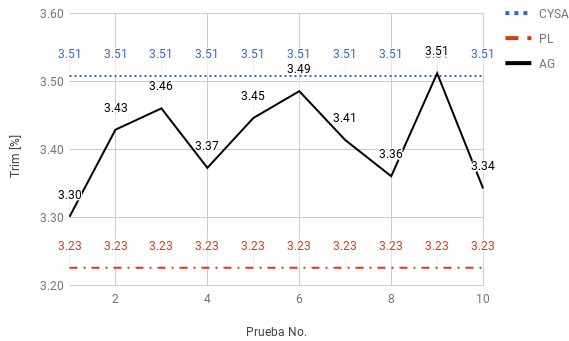


Figura 4: Soluciones por método en el Cartón A

Figura 5: Tiempos por método en el Cartón A

camente alcanzar la obtenida por PL. Igualmente, los valores de trim porcentual encontrados con AG se encuentran por debajo del valor de la empresa, aunque con tiempo de resolución mayor (Ver Fig.7). En el caso de PL, una vez más obtiene las soluciones óptimas en una cantidad de tiempo reducida, por lo que demuestra de nuevo ser la que metodología que mejor se adapta a este grupo de pedidos.

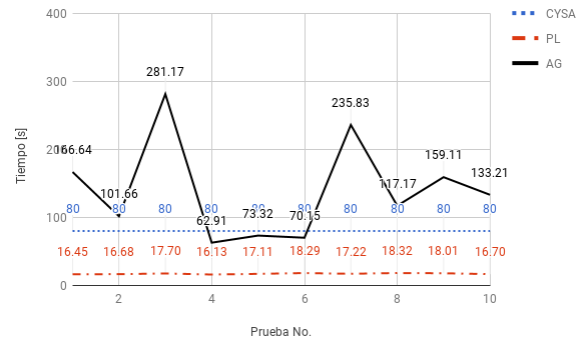
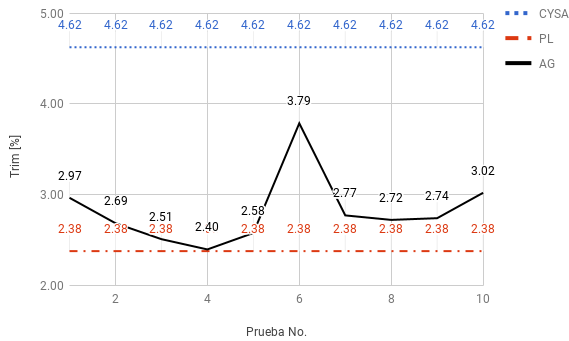


Figura 6: Soluciones por método en el Cartón B

Figura 7: Tiempos por método en el Cartón B

El caso del Cartón C es presentado en las Fig. 8 y Fig. 9. En cuanto a las soluciones encontradas, AG llega a obtener resultados mejores al que al de PL. A pesar de ello, el tiempo empleado para encontrar las soluciones con AG acaba siendo mayor al de la empresa. Observando los valores conseguidos mediante PL, se nota una solución buena y mejor a la efectuada por la empresa, pero que sin embargo no resulta ser la óptima. En términos de tiempo de resolución, una vez más demuestra ser el más rápido en comparación a los otros métodos.

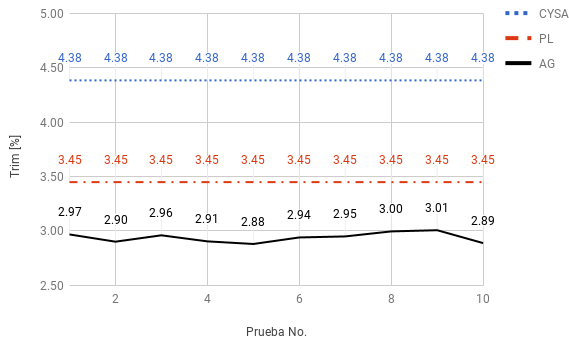


Figura 8: Soluciones por método en el Cartón C

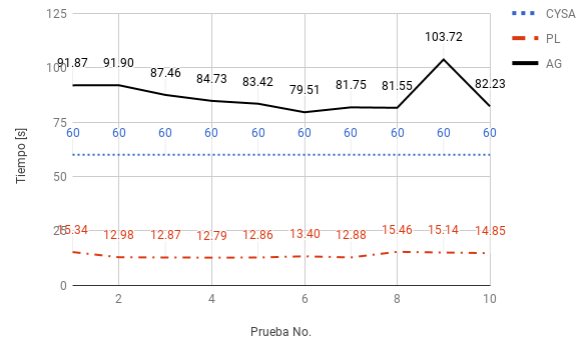


Figura 9: Tiempos por método en el Cartón C

5. Conclusiones

En el problema afrontado, tanto el PL y los AG obtienen buenas soluciones. La única ventaja clara del PL sobre los AG es el tiempo de ejecución. Una hipótesis que explica esto podría ser que el PL considera combinaciones limitadas lo cual reduce las posibles soluciones; en cambio los AG pueden alcanzar un número mayor de combinaciones factibles cuando la variabilidad de los cortes es mayor a un cierto límite.

Independientemente a las virtudes relativas se comprueba que tanto los PL y los AG producen mejores soluciones a las que la empresa hoy día emplea. Esta mejora se puede traducir en ahorros. Para estimar los ahorros en el periodo de un año, se supuso que las combinaciones realizadas por la empresa se efectúan una vez a la semana, durante 52 semanas consecutivas. Además, en una consulta con el gerente de planta, se encontró que el costo del trim es de USD 0,55/m².

En la fig. 10 se aprecian los valores de trim encontrados según cada método, en donde se indica que los resultados obtenidos mediante los programas formulados efectivamente, teniendo hasta una ventaja cercana al 50% en el caso del Cartón B. Por otra parte, el análisis económico de la Fig. 11 indica un posible ahorro anual que los métodos propuestos brindarían a la empresa. Considerando el mejor caso en cada cartón, se obtendría un ahorro total de aproximadamente USD 13.750 anuales. Este monto solo considera 3 de los 30 distintos cartones que la empresa produce.

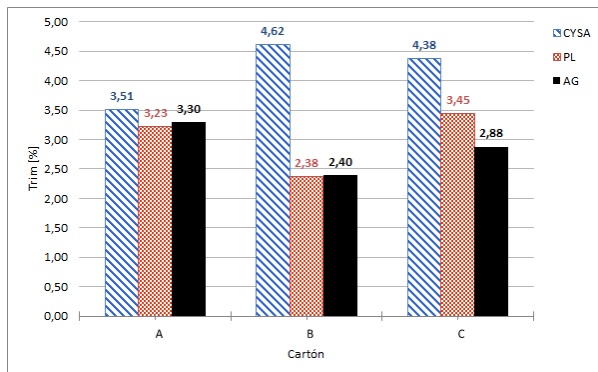


Figura 10: Trim ponderado por cartón

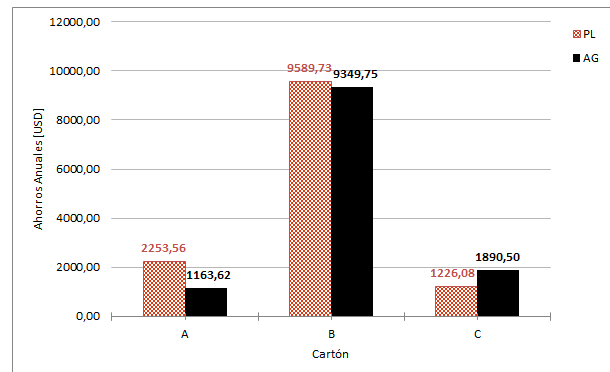


Figura 11: Ahorros anuales posibles por cartón

Referencias

- [1] T. Westerlund, I. Harjunkoski y J. Isaksson *Solving a production optimization problem in a paper-converting mill with MILP* Åbo Akademi University, 1997
- [2] I. Harjunkoski, T. Westerlund, R. Pörn y H. Skrifvars *Different transformations for solving non-convex trim-loss problems by MINLP* Åbo Akademi University, 1997
- [3] K. H. Rosen *Discrete mathematics and its applications*, AMC 10 12, 2007
- [4] C. Houck, J. Joines, y M. Kay *A Genetic Algorithm for Function Optimization: A Matlab Implementation* Ncsu-ie tr, 95(09), 1995

Cutting stock problem with usable leftovers: an approach using K -best solutions

Arthur Medeiros Figueiredo Barreto
Departamento de Engenharia de produção - UNESP
arthur.medeiros@unesp.br

Douglas Nogueira do Nascimento
Departamento de Engenharia de produção - UNESP
douglasnn@fc.unesp.br

Luiz Henrique Cherri
ODM - Optimized Decision Making
lhcherri@icmc.usp.br

Adriana Cristina Cherri
Departamento de Matemática - UNESP
adriana@fc.unesp.br

Abstract

This paper addresses the one-dimensional cutting stock problem with usable leftovers. In this problem, cutting patterns can generate leftovers that can be used in the future to meet new demands. To solve this problem, modifications were proposed in the simplex method with column generation, that is one of the most used methods to solve cutting stock problems. Basically, this modification consists of generating K -best cutting patterns in each iteration of the simplex method while searching for the best solution. Although previous works use k -best solutions for the knapsack problem, to the best of our knowledge, there is no paper in the literature that extends it to the cutting stock problems with usable leftovers. Computational experiments were performed with instances from the literature solved by the traditional simplex method with column generation and the results showed that the iteration counter and the computational effort are reduced.

Keywords: Cutting stock problem; Usable leftovers; Cutting and packing; Solution pool; Knapsack problem.

1 Introduction

In the industries, the sector that deals with cutting problems constantly face with the problem of defining the way in which the objects available in stock must be cut in order to meet the demand of clients. Generally, this decision-making process is complicated since there are numerous ways to cut each object in smaller items.

The definition of the one-dimensional cutting stock problem with usable leftovers (CSPUL) is similar to the definition of the classic cutting stock problem. The difference between both is that the cutting patterns in the CSPUL can generate leftovers that return to stock to meet future demands and thus they are not accounted as waste. Numerous studies were carried out looking for good solutions for cutting stock problems (CSP), but few are related to the CSPUL.

[10] proposed a mathematical model to represent the CSPUL. The solution method consists of including additional items to be produced (future leftovers) without a demand to be met. To solve this problem the column generation method (Gilmore and Gomory, 1963) was used. To solve the CSPUL in a garb industry, [5] proposed a mathematical model with the objective of minimizing the waste and the number of items not produced. The authors also proposed a heuristic procedure to solve the problem.

Based on heuristics from the literature, [2] proposed solution methods to solve the CSPUL. [4] proposed an extension of the study of [10], diversifying the types of objects available in stock and limiting the quantity of leftovers that could be generated during the cutting process. In [3], a survey addressing to studies about CSPUL was developed, presenting the possible applications, mathematical models and comments referring the results found by these models.

A mathematical model to represent the CSPUL was proposed by [1]. In this model, the leftovers are treated explicitly and have their length and quantity previously defined. To solve this problem, the authors relaxed the integrality condition of the model variables and use the simplex method with column generation [6] to solve it.

Solving the CSP using the simplex method with column generation consists of dividing the problem in two parts, (1) the master problem, (2) and the subproblem. The master problem is the cutting problem stock problem solved using a reduced number of patterns. The subproblem is the *knapsack problem*, which is used to generate the most attractive cutting patterns to the master problem. At each iteration of the method, a new column is generated by the subproblem and included in the master problem to improve its solution quality. With this strategy to solve the problem, the number of iteration and the computational time increase as the dimension of the problem increases.

To reduce the quantity of iterations and consequently the computational time, one can select more than one cutting pattern with potential to compose the solution in each iteration of the method. [12] proposed a column generation method based on dynamic programming to determine the K -best solutions to the knapsack problem. [7] used the best K -solutions for the knapsack problem in heuristics based on the column generation to solve the compartmentalized knapsack problem. [8] determine the k -best solutions to the knapsack problem using the branch and bound method and pointed out its numerous applications.

In this paper, we use the mathematical model proposed in [1] to represent the CSPUL and, to solve it, the column generation method is used considering the strategy of generating the k -best solutions of knapsack problem. Computational experiments were performed using instances from the literature. Our main purpose is to decrease the computational time and iterations number from the original strategy. The k -best cutting patterns were obtained using the CPLEX solver.

After this introductory section, Section 2 presents the definition of the CSPUL and the mathematical model proposed by [1]. In Section 3, the proposed method is presented. In Section 4, the results of the computational experiments are shown. Finally, Section 5 concludes the paper.

2 Problem Description

The problem presented in [1] consists of producing a set of demanded items by cutting standard objects (bought on the market) and leftovers (from previously cutting processes) available in stock. The demands must be met by cutting available objects and leftovers that are available in stock with the objective of minimizing the waste. Leftovers with predefined lengths can be generated in limited quantity. Note that these leftovers are not accounted as a waste.

The parameters and variables used in the model are defined as:

- S : number of types of standard objects. We denote object type $s, s \in \{1, \dots, S\}$;
- R : number of types of leftovers in stock. We denoted leftover type $S + s, s \in \{1, \dots, R\}$;
- e_s : number of objects/leftover type s available in stock $s, s = 1, \dots, S + R$;
- m : number of types of ordered items;
- d_i : demand for item type $i, i = 1, \dots, m$;
- J_s : set of cutting patterns for object type $s, s = 1, \dots, S + R$;
- $J_s(k)$: set of cutting patterns for standard object type s with leftover type $S + k, k = 1, \dots, R, s = 1, \dots, S$;
- a_{ijs} : number of items type i in cutting pattern j for object type $s, i = 1, \dots, m, s = 1, \dots, S + R, j \in J_s$;
- a_{ijsk} : number of items type i in cutting pattern j for object type s and leftover type $S + k, i = 1, \dots, m, k = 1, \dots, R, s = 1, \dots, S, j \in J_s(k)$;
- c_{js} : waste of cutting the object/leftover s according to pattern $j, s = 1, \dots, S + R, j \in J_s$;
- c_{jsk} : waste of cutting object s according to pattern j when generating a leftover type $S + k, s = 1, \dots, S, k = 1, \dots, R, j \in J_s(k)$;
- U : maximum number of leftovers;

Variables:

- x_{js} : number of objects type s cut according to pattern $j, s = 1, \dots, S + R, j \in J_s$;
- x_{jsk} : number of objects type s cut according to pattern j generating a leftover type $S + k, s = 1, \dots, S, k = 1, \dots, R, j \in J_s(k)$.

The mathematical model proposed by the authors is given by:

$$\min f(x) = \sum_{s=1}^S \sum_{j \in J_s} c_{js} x_{js} + \alpha' \sum_{s=1}^S \sum_{k=1}^R \sum_{j \in J_s(k)} c_{js} x_{js} + \alpha'' \sum_{s=S+1}^{S+R} \sum_{j \in J_s} c_{js} x_{js} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{subject to} \quad & \sum_{s=1}^S \sum_{j \in J_s} a_{ijs} x_{js} + \sum_{s=1}^S \sum_{k=1}^R \sum_{j \in J_s(k)} a_{ijsk} x_{jsk} \\ & + \sum_{s=S+1}^{S+R} \sum_{j \in J_s} a_{ijs} x_{js} = d_i, \quad i = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (2)$$

$$\sum_{j \in J_s} + \sum_{k=1}^R \sum_{j \in J_s} x_{jsk} \leq e_s, \quad s = 1, \dots, S \quad (3)$$

$$\sum_{j \in J_s} x_{js} \leq e_s, \quad s = S + 1, \dots, S + R \quad (4)$$

$$\sum_{s=1}^S \sum_{k=1}^R \sum_{j \in J_s(k)} x_{jsk} - \sum_{s=S+1}^{S+R} \sum_{j \in J_s} x_{js} \leq U - \sum_{s=S+1}^{S+R} e_s \quad (5)$$

$$\begin{aligned} x_{js} &\geq 0, s = 1, \dots, S + R, j \in J_s \\ x_{jsk} &\geq 0, k = 1, \dots, R, s = 1, \dots, S, j \in j_s(k) \text{ and integer.} \end{aligned} \quad (6)$$

In the model (1)–(6), the objective function minimizes total waste when cutting standard objects (even when leftovers are generated) and leftovers available in stock. Constraint (2) guarantees the fulfillment of demand. Constraints (3) and (4) guarantees that the quantity of objects to be cut do not be greater than the quantity available in stock. Constraint (5) limits the quantity of leftovers that can be generated. Constraint (6) ensures the non-negativity and integrality of the decision variables.

Due to the exponential number of variables and the integrality conditions (constraint (6)), it is very difficult to find the optimal solution for the model in the model (1)–(6). Therefore, these conditions were relaxed and continuous solutions for the CSPUL could be found using simplex method with column generation.

Considering the variety of objects in stock the k -best solutions to the simplex method with column generation was used to found the solution to this problem. This strategy is described in the next section.

3 Solution Method

To solve the mathematical model (1)–(6), [1] relaxed the integrality condition of the model and use the simplex method with column generation ([6]). This strategy consists of dividing the problem into a master problem, that is solved considering a reduced number of attractive cutting patterns, and a subproblem, used to generate the attractive cutting patterns to the master problem. Starting with a set of cutting patterns, the master problem is solved. The dual variables related to the

solution of the master problem point to the direction in which more attractive columns could be found. These variables are used to compose the objective of the subproblem (*knapsack problem* supporting in the search for a more attractive cutting pattern. This cutting pattern is inserted in the master problem and the cycle is repeated until it is not possible to make better the quality of the solution in the master problem.

To use the k -best solutions (k -best cutting patterns) in the column generation method to solve the CSPUL, modification should be considered in subproblem solving phase. Specifically, instead of select the best cutting pattern generated by the subproblem to be inserted in the master problem, the k -best cutting patterns are selected and simultaneously inserted in the master problem. Since it was defined, the k value do not change during the procedure.

Since the CSPUL has a great diversity of object types in stock, one subproblem will be solved for each type and, consequently, the k -patterns with smaller relative costs will be selected for each object. These patterns are organized according to non increasing order of the smaller relative costs (in the total, there are $k \times (2 \times S + R)$ selected). Next, the k -best cutting patters, with the smallest relative cost are selected and inserted in the master problem.

To select and store the k -best columns found by the subproblem, the *solution pool* (a tool provided by CPLEX to retain answers) was used with the commands “solve” and “populate”. In order to get a bigger diversity of results, the method “populate” was used to get more answers as it explores the branch and cut tree previously created.

Using this strategy to solve the problem, a continuous solution is found. To obtain an integer solution a heuristic procedure is necessary. However, as the solution obtained with the strategy presented will be compared with the continuous solutions in [1], the heuristic procedure was omitted here.

4 Computational results

To evaluate the performance of the proposed approach, the model (1) - (6) was coded in C++ programming language using CPLEX software, version 12.8. To run the computational experiments, a computer Intel Core i5, 2.7 GHz, 8GB RAM was used.

Some instances presented in [1] were used to evaluate the performance of the proposed method. For the experiments, 6 classes of instances were considered, and in each class, 50 instances were randomly generated by varying the length and demand of items. The instances considering one type of object in stock with length $L_1 = 1000$ and availability enough to meet the demand. In the instances, we considered that in the beginning of the process there is no leftover in stock. However, three types of leftovers can be generated during the cutting process with lengths equal to 400, 500 or 600. Five possibilities for the maximum number of leftovers (U) were evaluated, specifically 0, 3, 6, 9 and 12.

Each class has 15 types of items to be produced that were classified as *medium* (M), if the length was generated in the interval [140, 400] and *big* (B), if the length was generated in the interval [300, 400]. The demands are classified as *small* (S), if they were generated in the interval [1, 10], *medium* (M), if they were in the interval [10, 50] and *big* (B), if they were generated in the interval [50, 300]. As in [1], a class [B,S] represents a set of 50 instances where the items are big, and demands are small.

The values used for k were 1, 2, 4, 6 and 8. Notice that setting k -value as 1, the solution is the same as in [1].

In tables (1) - (6) the number of iterations and time spent when varying the k -value are presented. Column “It” represents the number of iterations needed to achieve the optimal solution while the column “Time” shows the computational time in seconds.

Table 1: Class [B, B]

	$U = 0$		$U = 3$		$U = 6$		$U = 9$		$U = 12$	
	It	Time	It	Time	It	Time	It	Time	It	Time
$k = 1$	13.98	0.96	13.14	1.58	13.60	1.50	13.16	1.52	13.16	1.62
$k = 2$	7.20	0.86	7.84	1.36	7.84	1.40	7.84	1.30	7.86	1.34
$k = 4$	4.54	1.06	4.84	1.78	4.84	2.10	4.86	1.88	4.86	2.00
$k = 6$	3.74	1.18	4.00	1.74	4.02	1.76	4.02	1.78	4.02	1.92
$k = 8$	3.18	1.18	3.38	1.62	3.38	1.72	3.38	1.64	3.38	1.72

Table 2: Class [B, M]

	$U = 0$		$U = 3$		$U = 6$		$U = 9$		$U = 12$	
	It	Time	It	Time	It	Time	It	Time	It	Time
$k = 1$	13.02	0.86	12.68	1.80	12.80	1.90	12.78	1.58	12.96	2.00
$k = 2$	6.80	0.80	7.30	1.64	7.30	1.66	7.36	1.70	7.42	1.44
$k = 4$	4.22	1.06	4.54	1.96	4.54	1.74	4.58	1.74	4.62	1.92
$k = 6$	3.22	1.60	3.48	1.70	3.52	1.80	3.58	1.86	3.60	1.72
$k = 8$	2.84	1.44	3.06	1.84	3.06	1.92	3.08	2.08	3.10	1.80

Table 3: Class [B, S]

	$U = 0$		$U = 3$		$U = 6$		$U = 9$		$U = 12$	
	It	Time	It	Time	It	Time	It	Time	It	Time
$k = 1$	13.34	1.12	13.6	2.14	14.16	2.68	14.56	2.18	14.92	2.26
$k = 2$	7.54	1.28	8.18	2.18	8.32	2.04	8.72	1.82	8.98	2.18
$k = 4$	4.58	1.58	5.18	2.54	5.26	2.48	5.48	2.50	5.76	2.26
$k = 6$	3.74	1.42	4.24	2.74	4.52	2.66	4.52	2.36	4.76	2.60
$k = 8$	3.30	1.64	3.74	2.72	3.86	2.38	3.98	2.72	4.06	2.76

Table 4: Class [M, B]

	$U = 0$		$U = 3$		$U = 6$		$U = 9$		$U = 12$	
	It	Time	It	Time	It	Time	It	Time	It	Time
$k = 1$	32.72	3.42	31.94	16.34	31.86	17.60	31.74	15.86	31.70	19.10
$k = 2$	19.70	3.04	20.00	20.32	20.00	19.82	20.00	18.44	19.96	17.82
$k = 4$	13.00	3.72	13.30	23.44	13.24	22.08	13.24	20.12	13.14	21.96
$k = 6$	10.44	4.54	10.60	25.04	10.68	27.74	10.62	23.16	10.56	25.46
$k = 8$	9.46	5.52	9.42	26.80	9.54	28.72	9.46	27.26	9.48	26.16

For all the classes of instances, it is possible to observe a great reduction in the number of iterations when the value of k is increased. This behavior was expected since the with a larger k more attractive columns are inserted in the master problem, making a wider step in the direction of proof the solution optimality. Related to the computational times, in several cases their are very

Table 5: Class [M, M]

	$U = 0$		$U = 3$		$U = 6$		$U = 9$		$U = 12$	
	It	Time	It	Time	It	Time	It	Time	It	Time
$k = 1$	32.90	3.58	32.82	19.12	32.62	17.28	32.70	18.32	32.72	21.38
$k = 2$	20.26	3.12	20.32	20.64	20.04	18.24	20.04	18.02	20.10	18.64
$k = 4$	13.00	3.08	13.48	24.68	13.16	29.42	13.30	21.60	13.12	21.84
$k = 6$	10.60	4.16	10.94	25.34	10.86	30.74	10.90	27.70	10.84	24.94
$k = 8$	9.16	6.86	9.32	27.86	9.40	30.86	9.22	28.84	9.26	26.78

Table 6: Class [M, S]

	$U = 0$		$U = 3$		$U = 6$		$U = 9$		$U = 12$	
	It	Time	It	Time	It	Time	It	Time	It	Time
$k = 1$	33.56	4.26	34.50	20.24	34.82	19.90	34.98	20.96	34.98	19.84
$k = 2$	20.54	3.98	20.88	21.40	21.18	21.96	21.24	21.02	21.24	21.44
$k = 4$	14.00	4.18	14.28	23.94	14.20	23.06	14.22	24.06	14.20	24.18
$k = 6$	11.48	5.70	11.72	26.84	11.72	27.42	11.72	27.50	11.70	28.18
$k = 8$	10.56	6.80	10.70	31.08	10.60	29.04	10.46	28.08	10.48	29.04

close and 60% of the classes had smaller computational time when k is larger than one. However, increase the number of columns generated does not imply in the reduction of the computational time since the generation of more cutting patterns at once increment the computational effort of the task.

Concerning the classes, it is possible to see that the demand of the items do not exert a big difference on the computational times or the number of iterations needed to prove the optimality. It happens because the complexity column generation method does not increase with the increase of the items demand. On the other hand, more iterations and time are needed to solve problems with medium items than to solve problems with big items. This characteristic was expected since with smaller items, the number of admissible cutting patterns increases.

5 Conclusions

In this paper, the simplex method with column generation was modified to solve the cutting stock problem with usable leftovers. Specifically, it changes the generation of the cutting patterns, which are included in to the master problem in sets of a predefined size k at each iteration instead of include one cutting pattern at once.

Computational experiments were performed with instances from the literature and for a variety values of k . The results, show a large reduction in the number of iterations to prove the solution optimality in a competitive computational time.

Further analysis must be taken in order to search for the best k -value and more computational experiments must be performed. Also, a heuristic procedure to find integer solutions will be proposed.

6 Acknowledgments

The authors would like to thank the Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nivel Superior (CAPES) for the financial support. The authors also are thanks to the authors from [1], who provided the instances for the tests.

References

- [1] M. N. Arenales, A. C. Cherri, D. N. Nascimento, A. Vianna. A new mathematical model for the cutting stock/leftover problem *Pesquisa Operacional*, 35(3): 509–522, 2015.
- [2] A. C. Cherri, M. N. Arenales and H. H. Yanasse. The one-dimensional cutting stock problem with usable leftoverA heuristic approach. *European Journal of Operational Research*, 196(3):897–908, 2009.
- [3] A. C. Cherri, M. N. Arenales, H. H. Yanasse, K. C. Poldi, A. C. Gonçalves. The one-dimensional cutting stock problem with usable leftovers–A survey. *European Journal of Operational Research*, 236(2): 395–402, 2014.
- [4] Y. Cui and Y. Yang A heuristic for the one-dimensional cutting stock problem with usable leftover. *European Journal of Operational Research*, 204(2): 245–250, 2010.
- [5] M. Gradišar, J. Jesenko and G. Resinovič Optimization of roll cutting in clothing industry. *Computers & Operations Research*, 24(10): 945–953, 1997.
- [6] P. C. Gilmore and R. E. Gomory. A linear programming approach to the cutting stock problemPart II. *Operations research*, 11(6): 863–888, 1963.
- [7] A. A. S. Leo, M. O. Santos, R. Hoto and M. N. Arenales. . The constrained compartmentalized knapsack problem: mathematical models and solution methods. *European Journal of Operational Research*, 212(3): 455–463, 2011.
- [8] A. A. S. Leo, Cherri, L. H. and M. N. Arenales. Determining the K-best solutions of knapsack problems. *Computers & Operations Research*, 49: 71–82, 2014.
- [9] K. C. Poldi and M. N. Arenales. Heuristics for the one-dimensional cutting stock problem with limited multiple stock lengths. *Computers & Operations Research*, 36(6): 2074–2081, 2009.
- [10] G. Scheithauer. A note on handling residual lengths. *Optimization*, 22(3): 461–466, 1991.
- [11] L. Tomat and M. Gradišar. One-dimensional stock cutting: optimization of usable leftovers in consecutive orders. *Central European Journal of Operations Research*, 25(2): 473–489, 2017.
- [12] H. H. Yanasse, N. Y. Soma and N. Maculan. An algorithm for determining the k-best solutions of the one-dimensional knapsack problem *Pesquisa Operacional*, 20(1): 117–134, 2000.

Determination of feeding strategies in aquaculture plants using a multicriteria approach and genetic algorithms

Ángel Cobo

Research Group in Economic Management for the Primary Sector Sustainability, University of Cantabria (Spain)
acobo@unican.es

Ignacio Llorente

Research Group in Economic Management for the Primary Sector Sustainability, University of Cantabria (Spain)
ignacio.llorente@unican.es

Manuel Luna

Research Group in Economic Management for the Primary Sector Sustainability, University of Cantabria (Spain)
manuel.luna@unican.es

Ladislao Luna

Research Group in Economic Management for the Primary Sector Sustainability, University of Cantabria (Spain)
ladislao.luna@unican.es

Abstract

In this paper, a model for decision making in the management of aquaculture farms is presented. The model integrates different criteria that may affect the choice of the most suitable feed for the fattening of fish in aquaculture. A genetic algorithm is used to determine the best sequence of feed to be used throughout the weeks of the fattening period. This model is especially suitable for production systems where environmental aspects such as water temperature cannot be controlled, for example in floating cage production systems.

Keywords: aquaculture; genetic algorithm; multicriterio; feeding.

1 Introduction

Many strategic and operational decisions in the management of aquaculture farms can be optimized by mathematical modeling. In particular, seeding strategies, feeding policies, feed election, and harvest times determination are examples of decisions that can be optimized using mathematical methodologies. However, the complexity of the problems and the number of factors to consider can make it difficult to find the optimal solution or an approximation in reasonable computation times. In the case of feed selection, a finite set of alternatives (feed provided by specialized manufacturers) is usually available, so the problem is reduced to a problem of combinatorial optimization. Classic optimization techniques are not applicable in these problems or lead to computation times too high for practical purposes, and we need to use metaheuristic techniques. In these methods we sacrifice the guarantee of finding optimal solutions for the sake of getting good solutions in a significantly reduced amount of time (Blum and Roli 2003). Example

of nature-inspired metaheuristic is the genetic algorithms, inspired by evolution and natural selection principles and that is one of the most applicable practical techniques. However, there is a huge variety of population-based metaheuristic techniques that are grouped under the concept of Swarm Intelligence (SI), also referred to as collective intelligence. In short, SI refers to various techniques based on the idea that groups of extremely simple agents with little or no organization can exhibit complex and intelligent behavior by using simple local rules and communication mechanisms (Bonabeau *et al.* 1999). These techniques have already been used successfully in different practical problems related to aquaculture (Cobo *et al.* 2015). In particular, Particle Swarm Optimization (PSO) has been used to determine the production strategies that maximize the present profits of the farming process considering as decision variables the planting times, harvesting weights and the sizes of fingerlings in each harvest (Cobo *et al.* 2018). However, an important aspect that can improve the performance of the fattening process is the use of different feeding paths; that is, varying the feed to be used depending on the environmental conditions of the farm and the time left until the commercialization of the product.

The election of the most suitable feed to be used in an aquaculture plant can be conditioned by multiple factors (economic, environmental, nutritional,...). For this reason, it is important to integrate multicriteria techniques in the decision making processes. In a feeding strategy, the goal is often to optimize several objective functions at the same time; in these cases we need to use multicriteria optimization techniques that can be applied for solving problems that require an evaluation and measuring in which different and very often opposed criteria intervene. Taking into account that the perception of the relative importance of each criterion is subjective, it is necessary to use a methodology that allow the decision maker to prioritize or weight each of the criteria involved in the decision. The traditional Analytic Hierarchy Process (AHP) developed by Saaty (1980) was designed to solve complex multicriteria decision problems and over time has become one of the most widely used techniques in decision contexts where it is necessary to decide between a set of finite alternatives from multiple and often conflicting criteria. The AHP can be used to integrate different measures in a single overall score for ranking decision alternatives based on pairwise comparison judgements. Ishizaka *et al.* (2011) carry out an experimental analysis that shows the benefits of this method in establishing rankings of alternatives.

In this work, genetic algorithms are used to determine the optimum feeding path to be used in the fattening of fingerlings in floating aquaculture cages. In order to integrate multiple criteria, in the definition of the fitness function, weights calculated from the subjective evaluations of the manager of each production plant are used.

Genetic algorithms have already been used successfully in different problems related to aquaculture. Atia *et al.* (2012) use genetic algorithm to the optimal design of solar water heating systems. In this context Liu *et al.* (2011) address the water quality prediction in aquaculture management using a hybrid approach based on support vector regression and genetic algorithms are used for the optimal selection of parameter values. Gutiérrez-Estrada *et al.* (2012) evaluate several linear and nonlinear models for modeling the water exchange process in gilthead sea bream semi-intensive aquaculture systems; in particular, they use genetic algorithms to find the optimal values of the parameters of a fuzzy logic model. A very different application is the use of genetic algorithms in environmental models to predict the potential distribution of invader species (Therriault and Herborg, 2008; Chen *et al.* 2007). Genetic algorithms have also been used to design an optimal diet composition with the objective to ensure the maximal survival in the culture of common octopus (Hormiga *et al.* 2010). Other applications of genetic algorithms in aquaculture are fish stock-recruitment processes (Chen *et al.* 2000), predicting fish distributions (D'Angelo *et al.* 1995), optimization of multi-objective fisheries bioeconomic models (Mardle *et al.* 2000), or optimization of harvest management strategies of many species, considering interactions between and within species (Stafford 2008).

It is also possible to find applications of different multicriteria methodologies to different problems related to aquaculture, such as site selection (Dapueto *et al.* 2015; Pastres *et al.* 2017; Shih, 2017); planning of

regional aquaculture development (El-Gayar and Leung, 2001); effects of feed formulation in productivity (Abayomi *et al.* 2015). Criste *et al.* (2016) assess the efficiency of diet formulations based on the results of a feeding trial on laying hens using AHP.

2 Problem description

In recent decades, aquaculture has become a relevant industry around the world that is able to sustain the demand for fish. Similar to other animal breeding industries, the management of fish farming is complex due to the broad range of internal and external factors that influence aquaculture, and the complex interactions of technical, biological, environmental and economic aspects during the cultivation process. The rapid development of the aquaculture industry has increased the need for more efficient and productive management systems. These systems have been developed using operational research (OR) methods in order to support managers in decision-making processes. The OR models applied in aquaculture have been based on accumulated experience in fishing and other primary sector activities, such as agriculture or forestry, to increase the efficiency and profitability of fish farming on an industrial scale (Bjørndal *et al.* 2004).

Although this work is applied to the case of the culture of the gilthead sea bream, it aims to provide aquaculture producers with a methodology and a tool to facilitate their decision-making process, in particular, the determination of the optimal feeding path in the culture of other aquaculture species. Obviously, there should be a growth model that offers information on the fattening rates of the available feedstuffs.

Traditionally, gilthead sea bream were cultured extensively in coastal lagoons and saltwater ponds until intensive rearing systems were developed during the 1980s. Gilthead sea bream are very suitable species for extensive aquaculture in the Mediterranean due to their good market price, high survival rate, and feeding habits (which are relatively low in the food chain). Ongrowing in sea cages is simple and economical, and it is the fattening system normally used in the Mediterranean basin. The main advantage of cage farming is the cost reduction (no energy costs for pumping, aeration, or post-rearing water treatment). However, it is not possible to control temperature in cage rearing, it is necessary to stock larger juveniles, and longer rearing periods to market size are needed. With this production method, the choice of an adequate feeding strategy gains in importance to achieve productivity levels that allow the maintenance of the business.

Within the supply of feed for the fattening of sea bream, there are notable differences in terms of prices, estimated fattening rates and nutritional composition. The choice of the most suitable feed can be conditioned by several factors, not only the own feed but also the environmental conditions of the farm or even the market. For example, when the temperature of the water is cold (winter) the juveniles do not get fat at rates as high as when the water is warmer. For that reason, in winter it might make sense to use a feed of lower nutritional quality and price. On the other hand, when the moment of commercialization of the product approaches, it could be interesting to vary the feeding of the fish, contributing a feed with a greater percentage of protein of animal origin.

The problem that is addressed in this paper is described as follows. There is a cage in which there is a number of juveniles N_0 with a determined average weight W_0 and it is desired that they reach a minimum target weight in a time horizon of n weeks of fattening. To achieve this the producer has a finite set of feed $\{F_1, F_2, \dots, F_m\}$ and the objective is to select the feed to be used in each of the weeks of fattening. The decision variables $x_i \in \{1, 2, \dots, m\}$ represent the feed used in week i , for $i=1, 2, \dots, n$ and a feeding path X is a vector $X \in \{1, 2, \dots, m\}^n$. The weight of the juveniles W_i at the end of the week i can be calculated using the fattening and feeding ration tables provided by the manufacturer of the feed. This information depends on the average temperature of the sea water in the week and the current weight of the fish. Similarly, the number of available juveniles N_i is updated taking into account the mortality that will also depend on the weight of the

fish and the water temperature. The process of calculating the evolution of the weight of juveniles and the cost of feeding is described in Llorente and Luna (2014).

The choice of the feed to be used each week can be based on different criteria (economic, environmental or sustainability, quality of the final product,...). Therefore, the use of discrete multicriteria decision techniques is adequate. Given a feeding path X , the values of the 10 criteria shown in Figure 1 can be calculated.

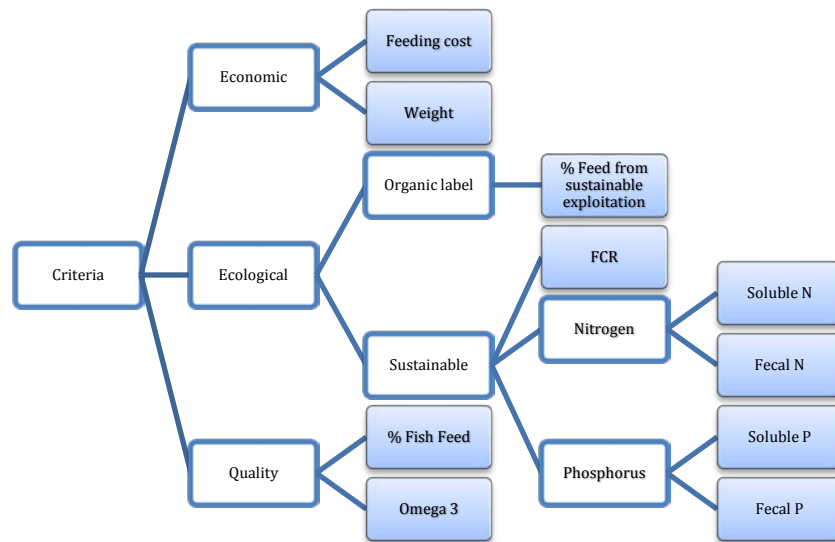


Figure 1. Criteria for the selection of a feeding path.

As economic criteria, the expected feeding cost and weight of the fish after the fattening are considered. It should be noted that the final income obtained will depend on the size of the fish that will be marketed W_n and the number of fish produced N_n . Another decision criterion is related to the possibility of obtaining the organic label. This will depend on the percentage of food received by fish from sustainable fisheries. The environmental impact of production can be assessed based on five criteria: the feed conversion rate (FCR), defined as the number of units of feed an animal uses to produce one unit of product, and the content of nitrate and phosphorus (soluble and fecal) in the feed. Finally, the quality of the final product will be measured using two indicators: the amount of protein of animal origin consumed by the fish in the month prior to its commercialization and the total of omega-3 contributed during the feeding process.

The ultimate goal is to try to define a feed sequence that optimizes those 10 criteria. The criteria can be divided into two categories: benefit criteria (“the more the better”) $J^+ = \{weight, organic, fish, omega3\}$ and cost criteria (“the less the better”) $J^- = \{cost, FCR, solubleN, fecalN, solubleP, fecalP\}$. Simultaneously optimizing all the criteria is impossible, so it is necessary to use methodologies that allow to include subjective judgments of the decision-maker on the importance of the criteria and from there define a heuristic process of searching for good solutions.

3 Methodology

The proposed methodology to address the proposed problem is described below:

Step 1. The decision maker provides subjective assessments on the degrees of importance of the criteria using the AHP methodology. The weights of each criterion are deduced from the valuation matrices.

Step 2. Using the information of each feed and the bio-economic model proposed by Cobo *et al.* (2018), the final values for each criterion are calculated assuming that during the fattening process only the respective feed is used.

Step 3. Assuming that a combination of feed will achieve better results, the ideal value for each criterion is calculated as the best obtained with a supplement of 75%. The anti-ideal or negative ideal solutions are also calculated using the same weighting strategy. The only exception is the criterion of organic production feed ratio, whose ideal value is considered 1 and the anti-ideal value 0.

Step 4. A fitness function $F(X)$ is built for each feeding path taking the TOPSIS methodology as a reference (Hwang and Yoon, 1981). This function is defined as the relative closeness to the ideal solution:

$$F(X) = \frac{d^-(X)}{d^-(X) + d^+(X)}$$

where $d^-(X)$ and $d^+(X)$ represent the separation of criteria values of X from the negative ideal and positive ideal solutions, respectively. This ratio varies between 0 and 1, and alternatives with a ratio closer to 1 would be preferred.

Step 5. Random generation of a set of feeding paths and calculation of their fitness according to the previous function.

Step 6. Application of a genetic algorithm to improve the initial population. This algorithm uses the classic genetic crossover and mutation operators. The crossover is performed using a random crossing point and the mutation randomly changes the feed of a week.

Step 7. When the stopping criterion is met, the algorithm provides a set of good feeding strategies. Information about the feed to be used each week and the values of each criterion in the final alternatives is provided to the decision maker.

4 Illustrative examples

In this paper, we consider several scenarios on decision-maker preferences that will be applied for the planning of feeding in a farm in the Mediterranean during a period of 52 weeks and with the possibility of using three different feeds: F_1 a high-performance feed, F_2 a maintenance-oriented winter feed, and F_3 an organic/ecological feed. The water temperature is measured at buoys from the Spanish Puertos del Estado deep-water Buoy Network. In particular, the information provided by the Tarragona buoy has been used. For each feed we have the feeding table provided by the manufacturer and the growth and mortality rates depending on the environmental conditions and the size of the fish are those used in the DSS developed by Cobo *et al.* (2018). In all the simulations, the following parameters of the genetic optimization algorithm are considered: population size: 30, crossover probability: 0.8, mutation probability: 0.03, number of generations: 50. The scenarios considered are:

- First scenario: producer with the objective of obtaining the organic product label.
- Second scenario: producer concerned mainly about economic results.
- Third scenario: intermediate situation.

After applying the AHP methodology, the weights associated with each criterion in each scenario are those shown in Table 1. As can be seen, the criterion that has a more prominent weight in scenario 1 is that corresponding to the proportion of food produced by organic production. On the other hand, in Scenario 2 the highlighted weights are linked to final costs and revenues. In the third case there is a greater balance between economic weights and those associated with parameters of product quality.

After applying the genetic algorithm with the parameter values defined above a set of 30 potential solutions is obtained in each scenario. Figure 2 shows the evolution of the average fitness throughout the different generations of the algorithm. This results are obtained using an Intel Core i7 2.81GHz processor and 16 Gb SDRAM, and the average execution time was 230.73 seconds. As can be seen, in all three cases the genetic

Figure 3 shows the final feeding strategy proposed by the algorithm in Scenario 2. In this figure you can see the evolution of the temperature of the water over the 52 weeks, the evolution of the weight of the fish and the recommended feed for each week.

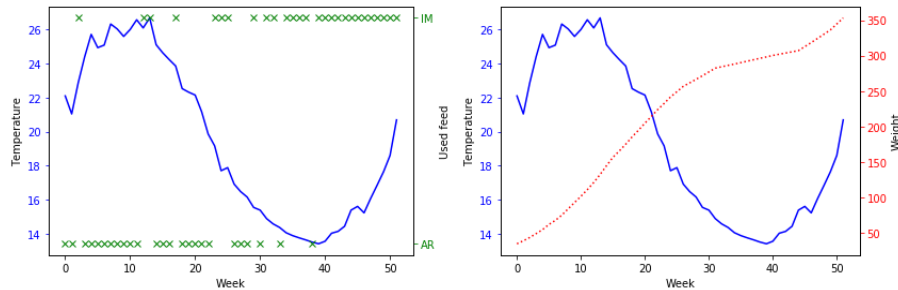


Figure 3. Feeding strategy and fattening process in Scenario 2.

5 Conclusions

In spite of their wide applicability and simplicity, metaheuristic techniques are not being used in the management of aquaculture farms as widely as in other contexts. In particular genetic algorithms are well suited to address complex problems that arise in the management of such farms. On the other hand, in the management of aquaculture plants more decisions are affected by the presence of multiple criteria, which are frequently in conflict. For all these reasons, it is also important to develop methodologies that allow multicriteria decision-making techniques to be integrated into decision support systems.

This work states a model in which the preferences of the decision maker are included thanks to the AHP methodology and these preferences influence the definition of the fitness function that a genetic algorithm subsequently uses. The results of the simulations carried out seem to confirm the goodness of the model for the determination of feeding strategies of aquaculture species in productions that are affected by variations in environmental conditions. It is observed how the combined use of different feed available in the market allows to improve the results and adapt the production strategy to the objectives of the producer. In general, mathematical modeling provides aquaculture managers with methodologies and useful tools that can be used in decision-making processes in aquaculture systems.

Acknowledgements

This paper is part of the MedAID project which has received funding from the European Union's H2020 program under grant agreement 727315. The authors also wish to thank the Ibero-American Program for the Development of Science and Technology, CYTED, and the Red Iberoamericana BigDSSAgro (Ref. P515RT0123) for their support of this work.

References

1. O.O. Abayomi, A.K. Temitope, O. Oyelayo and A.A. Oluseye. A Productivity Outlook for a Multi-Criteria Animal Feed Formulation Problem: A Case Study of Nigerian Feed Mill Industry. *International Journal of Advancements in Technology*, 6(145), 2015
2. D.M. Atia, F.H. Fahmy, N.M. Ahmed and H.T. Dorrah. Optimal sizing of a solar water heating system based on a genetic algorithm for an aquaculture system. *Mathematical and Computer Modelling*, 55(3-4):1436–1449, 2012.
3. T. Bjørndal, D.E. Lane and A. Weintraub. Operational research models and the management of fisheries and aquaculture: A review. *European Journal of Operational Research*, 156(3):533-540, 2004.

4. C. Blum and A. Roli. Metaheuristics in combinatorial optimization: overview and conceptual comparison. *ACM Computing Surveys*, 35(3):268–308, 2003.
5. E. Bonabeau, M. Dorigo and G. Theraulaz. *Swarm intelligence: from natural to artificial systems*. Oxford University Press, New York, 1999.
6. D.G. Chen, N.B. Hargreaves, D.M. Ware and Y. Liu. A fuzzy logic model with genetic algorithm for analyzing fish stock-recruitment relationships. *Canadian Journal of Fisheries and Aquatic Sciences*, 57(9):1878–1887, 2000.
7. P. Chen, E.O. Wiley and K.M. Mcnyset. Ecological niche modeling as a predictive tool: silver and bighead carps in North America. *Biological Invasions*, 9(1):43–51, 2007.
8. A. Cobo, I. Llorente and L. Luna. Swarm Intelligence in Optimal Management of Aquaculture Farms. In *Handbook of Operations Research in Agriculture and the Agri-Food Industry*. Springer, 2015.
9. A. Cobo, I. Llorente, L. Luna and M. Luna. A decision support system for fish farming using particle swarm optimization. *Computers and Electronics in Agriculture*. DOI 10.1016/j.compag.2018.03.036, 2018.
10. V. Criste, T.D. Panaite, A. Banciu, G. Vasile, R.D. Criste and D. Arama. Use of analytical hierarchy process based on production performance/cost/environmental impact, in evaluating the efficiency of compound feeds formulations for laying hens. *Scientific Papers-Animal Science Series: Lucrări Științifice - Seria Zootehnie*, 66, 2016.
11. D.J. D’Angelo, L.M. Howard, J.L. Meyer, S.V. Gregory and L.R. Ashkenas. Ecological uses for genetic algorithms: predicting fish distributions in complex physical habitats. *Canadian Journal of Fisheries and Aquatic Sciences*, 52(9):1893–1908, 1995.
12. G. Dapuzo, F. Massa, S. Costa, L. Cimoli, E. Olivari, M. Chiantore, B. Federici and P. Povero. A spatial multi-criteria evaluation for site selection of offshore marine fish farm in the Ligurian Sea, Italy. *Ocean & Coastal Management*, 116:64-77, 2015.
13. O.F. El-Gayar and P.S. Leung. A multiple criteria decision making framework for regional aquaculture development. *European Journal of Operational Research*, 133:462-482, 2001.
14. J.C. Gutiérrrez-Estrada, I. Pulido-Calvo, I. De la Rosa and B. Marchini B. Modeling inflow rates for the water exchange management in semi-intensive aquaculture ponds. *Aquaculture Engineering*, 48:19–30, 2012.
15. J.A. Hormiga, E. Almansa, A.V. Sykes and N.V. Torres. Model based optimization of feeding regimens in aquaculture: application to the improvement of Octopus vulgaris viability in captivity. *Journal of Biotechnology*, 149(3):209–214, 2010.
16. C.L. Hwang and K. Yoon, K. *Multiple Attribute Decision Making: Methods and Applications*. Springer-Verlag, New York, 1981.
17. A. Ishizaka, D. Balkenborg and T. Kaplan. Does AHP help us make a choice? An experimental evaluation. *Journal of the Operational Research Society*, 62(10):1801-1812, 2011.
18. S. Liu, H. Tai, Q. Ding, D. Li, L. Xu and Y. Wei. A hybrid approach of support vector regression with genetic algorithm optimization for aquaculture water quality prediction. *Mathematical and Computer Modelling*, 58(3-4): 458-465, 2013.
19. I. Llorente and L. Luna. Economic optimisation in seabream (*Sparus aurata*) aquaculture production using a particle swarm optimisation algorithm. *Aquaculture International*, 22(6):1837-1849, 2014.
20. S.J. Mardle, S. Pascoe and M. Tamiz. An investigation of genetic algorithms for the optimization of multi-objective fisheries bioeconomic models. *International Transactions in Operational Research*, 7:33–49, 2000.
21. R. Pastres, D. Brigolin and E. Porporato. A multi-criteria methodology for site selection in aquaculture. *Proceedings of 2nd SUBMARINER Conference*, 2017.
22. T. Saaty. *The Analytical Hierarchy Process: planning, priority setting, resource allocation*. Mc Graw-Hill, New York, 1980.
23. R. Scenati and L. Tancioni. Multi-criteria approach for the environmental impact assessment of inland aquaculture. *Annali dell’Istituto Superiore Di Sanita*, 46(3):317-322, 2010.
24. Y.C. Shih. Integrated GIS and AHP for Marine Aquaculture Site Selection in Penghu Cove in Taiwan. *Journal of Coastal Zone Management*, 20(1): 438, 2017.
25. R. Stafford. A computational approach to ecological and economic sustainable harvest management strategies in a multi-species context, with implications for cod recovery plans. *Ecol Informat* 3(1):105–110, 2008.
26. T.W. Therriault and L.M. Herborg. Predicting the potential distribution of the vase tunicate *Ciona intestinalis* in Canadian waters: informing a risk assessment. *ICES Journal of Marine Science*, 65(5):788–794, 2008.

A Hybrid Approach (Genetic Algorithm + Tabu Search) to Solve the Direct Marketing Problem

Felipe Martins Müller
Federal University of Santa Maria / Applied Computing Department
felipe@inf.ufsm.br

Iaê Santos Bonilha
Federal University of Santa Maria / PPGEP
iaesb@hotmail.com

Veridiane Bárbara de Souza
Federal University of Santa Maria / PPGA
veridianes@hotmail.com

Abstract

This paper deals on the targeted offers problem in direct marketing campaigns. The main objective is to maximize the feedback of customers' purchases, offering products for the set of potential clients with the highest probability of positively accepting the offer and, at the same time, minimizing the operational costs of the campaign. The exact approaches seem ineffective to solve these problems since it can have millions of customers and the computational cost for these methods scales exponentially with the number of customers. In this paper, we propose a hybrid heuristic algorithm, based on Genetic Algorithm and Tabu Search. Computational experiments performed on a set of test problems from the literature show that the proposed algorithm outperforms all the others found in literature considering same instance set.

Keywords: direct marketing problem; tabu search; genetic algorithm; hybrid procedures.

1 Introduction

The technological advances in the last decade generated a substantial increase in the data storage capacity along with a substantial decrease on the costs to store large volumes of data. Aligned with that, the evolution of world wide web provided an environment that facilitates the acquisition and exchange of data allowed companies to build client databases which could offer insights on their preferences and shopping habits. On the other side companies would have more data on their client base that they could process. The need for making sense of such large volumes of information created a great demand for data mining and other decision assisting techniques. Searching

competitiveness direct marketing sector apply such techniques to identify which clients would be receptive to a promotional campaign. (SERET et al., 2012).

Promotional campaigns are one of direct marketing's fundamental tools for client acquisition and overall profit generation (KOTLER; ARMSTRONG, 2016; ABEDI, 2017; NOBIBON et al., 2011). The decision of which clients should be target by promotional campaigns, taking into consideration factors such as probability of positive response, projected profit, projected cost of the individual offer, client oversaturation are hard combinatorial problems generally difficult to solve (PRAAG, 2010).

Despite of the few references about heuristics to solve the direct marketing problem it seems a good approach instead of statistical methods. (COHEN, 2004; NOBIBON et al., 2011). Some heuristic approaches can be found in Bhaskar et al. (2009) that proposes the use of fuzzy logic for client selection in a cross sale marketing campaign from a bank. Nobibon et al. (2011) propose a mathematical formulation for the problem and solve it exactly and by a tabu search which performed very well in small and large instances. They also made available a set of instances that we will make use in order to compare our approach. Oliveira et al. (2015) presented a hybrid scheme with GRASP and VNS that were tested in the same instance set. Cetin e Alabas-Uslu (2015) proposed an different approach that divides the problem into two decision problems: assigning products to the market campaign and assigning offers to the client base. The decision problems were solved with linear programming with a heuristic connection between both, achieving good results for small instances.

In this paper we propose a genetic algorithm that generates an initial solution of very good quality. This solution will be improved by a modified version of the Tabu Search procedure by Nobibon et al. (2011). The genetic algorithm was built to be capable of handling different product combination on the parent solutions while maintaining the feasibility of the offspring solution. The tests were performed in the same instance set and we compare with other heuristics from literature.

2 Problem description

The direct marketing problem can be split into two decision problems, the first one being deciding which products will be participating on the promotional campaign. Promotional campaigns are usually focused on a group of clients and have to be tailored to avoid oversaturating clients with offers so the choice of which products will participate of the campaign has a strong impact on the campaign outcomes. The second decision problem is which clients will receive offers from which products among the products that are participating on the promotional campaign. These two decisions can be represented by two binary variables: $Y_j \in \{0,1\}$, which indicates whether the product j is participating on the market campaign or not; and $X_{ij} \in \{0,1\}$, which indicates whether the product j is being offered to the client i or not. For both variables a value of 1 will indicate the affirmative and a value of 0 will indicate the negative.

There are several business restrictions that can affect the planning of a market campaign, in this paper the problem model that was proposed by Nobibon et al. (2011)

will be used. The direct marketing problem is comprised of two main elements: the client set C and the product set P . Each product $j \in P$ has a budget b_j ; a fixed cost f_j which is the fixed cost of the product j participating of the campaign; and an offer quota O_j , which is the minimum number of clients that must receive its offer in order to make its participation in the marketing campaign justifiable. Each client $i \in C$ has an projected profit P_{ij} for each offer of a product $j \in P$; an cost C_{ij} associated with each offer of a product $i \in C$ that can be associated with the necessity of different media channels; a net potential profit $NP_{ij} = P_{ij}/C_{ij}$, which represents the return per monetary unit invested in an offer of the product j to the client i ; and a limit M_i which is the limit that is placed in order to simulate offer oversaturation that could result in a clients' negative response towards the campaign. The main goal of the direct marketing problem is maximizing the profit generated by all the offers made in the campaign.

$$(1) \quad \max \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (p_{ij} - c_{ij}) x_{ij} - \sum_{j=1}^n f_j y_j$$

In order to be consider viable, the market campaign must achieve hurdle rate R , which is the return per monetary point invested in the campaign.

$$(2) \quad \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n p_{ij} x_{ij} \geq (1 - R) \left[\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} + \sum_{j=1}^n f_j y_j \right]$$

The campaign must also respect restrictions of budget (3), offer limit per client (4), minimum number of offers per product participating in the campaign (5). Lastly, as integrity restrictions, a product cannot have more offers than there are clients in C (6) and the decision variables must remain integer (7).

$$(3) \quad \sum_{i=1}^m c_{ij} x_{ij} \leq b_j$$

$$(4) \quad \sum_{j=1}^n x_{ij} \leq M_i \quad j=1, \dots, n$$

$$(5) \quad \sum_{i=1}^m x_{ij} \geq O_j \quad y_j \quad i=1, \dots, m$$

$$(6) \quad \sum_{i=1}^m x_{ij} \leq m y_j \quad i=1, \dots, m$$

$$(7) \quad y_j, x_{ij} \in [0, 1] \quad i=1, \dots, m \quad j=1, \dots, n.$$

3 The GA+TS-DMP Hybrid Heuristic

Preliminary tests involving a slightly altered version of the tabu search (TS) from Souza (2018) shown two problematic factors. First, the implemented search neighborhoods produced good results in small instances on the other hand for larger instances they produce small impact movements with high computational cost. The second factor was poor quality of the initial solution produced by the greedy constructive algorithm (ranging from 25% to 60% from the instances higher bounds). These factors shown that the local search can be improved by a higher coarse convergence solution search algorithm, such as the genetic algorithm (GA).

This research proposes and hybrid algorithm called GA+TS-DMP (Genetic Algorithm plus Tabu Search for the Direct Marketing Problem). It starts with a greedy randomized constructive procedure in order to build a GA initial population. After a fixed number of generations the best solution found by GA will be used as tabu search (TS) starting point. The following sections describe the GA+TS-DMP algorithm and, after that, the results and conclusions will be presented.

3.1 Genetic Algorithm

The main objective of the GA was to be a high coarse convergence and fast algorithm that would produce better initial solutions for the TS. As such, it was decided that the GA should not be focused on individual offer, focusing itself in small correlated groups of possible offers. With that objective in mind, the chromosome for the GA was built focused on clients, each client being represented by a gene in the chromosome. The genes have a list of every possible offer to be made to the client it represents (one from each product). Each gene also has values for revenue, cost, hurdle rate and available offer slots for the particular clients, which are used to accelerate the crossover operations. The chromosome itself was built as a linked list of genes (clients) along with some preprocessed information which is: its fitness(total profit); total revenue; total cost; remaining budget for each product; and a boolean vector indicating which products are being offered in the solution.

The direct marketing problem structure proved problematic for traditional n points crossovers, due to the fact that this approach could easily lead to an infeasible solution, requiring a costly solution repair process. Traditional n points crossover can produce clients with more offers that they can receive as well as products that are receiving less offers than their minimum requirement. In general, traditional crossovers will produce infeasible solutions when dealing with two parent solutions with different offered products. Thus an alternative crossover was created with the objective of transferring the larger amount of information possible from the parent solutions without leading the new solution to an infeasible state.

In order to transfer as much information from the parent solutions as possible without jeopardizing the new solution integrity, we propose an alternative crossover focused on client configuration. The crossover was implemented in order to transfer the best client offer configuration among the parent solutions to the new solution. In other words, each individual client status (set of offers) from one parent is compared with the

same client from its counterpart, the best client status (most lucrative) would be transferred to the new solution. It is important to point out that this initial idea still does not guarantee solution integrity and new support procedures need to be developed as explained.

As a first step to guarantee solution integrity during the aforementioned crossover, a problem restriction check was placed on the client to client comparison procedure. When a client offer set is being compared to its counterpart, the current status of the solution (offers previously transferred) needs to be taken into account. In order to keep the solution feasible, each offer from the clients being compared needs to be individually checked for feasibility and all infeasible offers need to be disregarded. At the end only feasible offers will take part in the client status evaluation process.

With the offer checking procedure in place it is possible to guarantee that infeasible offers will not be made but this still does not guarantee that the final solution will be feasible due to two factors. The first factor is that parents can have different product configurations which will most likely lead to a solution where products will not be able to achieve their minimum offer requirement. The second factor is that even if both parents have the same product configuration, it is still not guaranteed that all the products on the final solution will achieve their minimum offer requirement due to the fact that the offer distribution can be unbalanced.

The first factor brings up an important one regarding the direct marketing problem, being that it can be divided into two decision problems: which products will be offered and which clients will receive offers from these products. The GA was created with the objective of constructing an initial solution and therefore should take into account different product combinations. With that in mind, a product quota prediction procedure was implemented. This procedure consists in a simple addition of the current number of products offers with the number of remaining offers available (initially, the number of genes left to check on the crossover), if the result is lower than a product's quota, it can be guaranteed that this product will not complete its quota. During each gene comparison, it is verified if the products that are being offered on the chosen gene can meet their quota, if it is not possible, a product elimination process is initiated. In this process the product further away from its quota will be eliminated from the solution and its current number of offers will be added to the available offers number.

In order to correct the final solution regarding products that did not meet their quota, a requirement completion process was placed after the initial solution. This procedure explores a client list (ordered by NPP_{ij}) for each product that was offered but did not meet its offer quota, placing the highest profit feasible offers until the aforementioned product meets its quota. If during this procedure, a product still fails to meet its quota, that product is eliminated from the solution in order to keep the solution feasible.

After the requirement completion process took place, the algorithm has a feasible initial solution but, since the objective of this algorithm is to provide a good quality solution, the remaining budget on the offered products must be exhausted. This procedure was divided into two parts: the genetic transfer process and the new offers addition process. On the genetic transfer process, each gene that was not chosen during the initial crossover will be verified for additional feasible offers. After the genetic transfer process,

each product that still has budget available will have additional feasible offers added according to the ordered client list.

During tests done on the earlier stages of implementation, the order in which the genes are evaluated also proved highly impactful on GA. Since the GA will compare parents genes in a predetermined order, it is natural that the earlier genes would have a higher impact on the solution than the later genes. Initial tests performed utilizing problem index order for the genes showed an average score improvement of 5% in comparison to the initial population solutions, confirming this observation. In an ideal scenario, the genes should be ordered by higher profit among the parent solutions on each particular crossover, but this option was deemed too costly since the GA was built to be a quick constructive process. A lower cost alternative was implemented which consisted on ordering the gene list only once at the initialization of the GA. The order of the gene list was based on profit prospect of the clients, that value being the sum of all profitable offer prospects (disregarding any nonlucrative offers) for each client.

The reproduction procedure for the GA chooses the parents by a weighted roulette. Two parents are picked generating a single new solution which will be transferred to a new population, this continues until the new population is completely filled. Once the new population is filled, the elite solution from the old population will replace the worst solution from the new population, and then the new population will replace the old one. Due to the constructive nature of the algorithm it was opted for no mutation procedures.

The initial population for the GA was created through a greedy constructive algorithm, based on the constructive algorithm proposed by Nobibon *et al.* (2011), with a forced rotation of the product composition for the solutions. The stopping criteria for the GA is 30 generations, once it is reached, the elite solution from the final population will be improved by the tabu search algorithm.

3.2 Tabu Search

For the tabu search algorithm implementation, we implemented the procedure proposed by Nobibon *et al.* (2011) with two modifications. We eliminate the diversification procedure, this was done due to the fact that the GA was built to take multiple product combination into account.

The second alteration made was the inclusion of a fourth neighborhood which consists in the permutation of a single offer from a product to another that is not being offered to the client receiving the offer in question. The main reason for adding this neighborhood is the fact that none of the three neighborhoods proposed by Nobibon *et al.* (2011) are capable of changing the solutions cardinality (client numbers per product) which was limiting for the search procedure.

4 Computational Experiments

Tests were performed on a desktop with an Intel Core i5-4670k CPU with clocked at 3.4 Ghz with 16 GB of RAM on a Windows 10 operational system. The set of

instances was the one made available Nobibon et al. (2011) and used by Oliveira et al. (2015).

The instance set consists of 324 problem instances divided into 3 categories: small instances, medium instances and large instances. The small instances category is divided into 3 sub-categories: S1 (100 clients), S2 (200 clients) and S3 (300 clients). The medium category is divided into 2 sub-categories: M1 (1000 clients) and M2 (2000 clients). Lastly the large (L) category contains instances with 10000 clients. For each of these categories there were three instances for each combination of the following attributes: hurdle rates (5%, 10% or 15%), number of available products (5, 10 or 15) and gap between clients profitability (s for small and l for large).

The proposed algorithm was run once for each one of the aforementioned problem instances, being the run comprised by 30 generations of the GA followed by one run of the tabu search algorithm utilizing the elite solution from the final generation. The TS stops with 50 iterations without improvement or a time limit of 2 hours is achieved.

In order to measure the algorithms performance, we use the same formula found in Nobibon et al. (2011) and Oliveira et al. (2015), i.e., the percentage difference between the solution obtained by our algorithm and the optimal solution or the upper bound provided by Nobibon et al. (2011). This measure (*GAP*) is calculated according to the equation (8), where *ZUB* is the instances upper bound and *ZAP* is the value of the solution produced by the algorithm.

$$(8) \quad GAP = \frac{ZUB - ZAP}{ZUB} \times 100$$

The results obtained in this research were compared with Nobibon et al. (2011) and Oliveira et al. (2015) in the matter of average *GAP* for each category of instances. The sub-categories S1 and S2 were left out of the comparison since they were considered easy and the optimal solutions were found by commercial solvers. As shown on table 1, GA+TS-DMP outperforms the others in all set of tested instances, showing efficiency and robustness. The gaps increasing is explained by the lost of quality of the upper bounds obtained as the instance size grows.

Table 1. Solutions of GA+TS-DM, Nobibon et al. (2011) and Oliveira et al. (2015)

ALGORITHM	S3			M1			M2			L		
	5	10	15	5	10	15	5	10	15	5	10	15
Nobibon <i>et al.</i>	6,86	6,52	7,76	7,22	8,54	7,6	9,75	9,58	9,11	10,86	11,04	10,23
GA+TS-DMP	5,68	5,31	4,5	1,44	4,17	6,77	3,36	5,31	7,05	8,95	9,36	9,33
Oliveira <i>et al.</i>	6,77	6,45	7,58	7,22	8,42	7,63	9,68	9,59	9,34	10,86	10,94	10,22

5 Conclusions

We solved the direct marketing problem throughout a hybrid procedure called GA+TS-DMP, that comprises a greedy randomized constructive algorithm to fulfill the

initial population of the GA, then after some generations the best solution found is used like initial solution of the Tabu Search algorithm.

Tests were performed over an instance set available and the results compared with the other two approaches from the literature.

The computational experiments show that GA+TS-DMP outperforms all the others in all set of instances. Taking into consideration that we removed the diversification process from the TS, this results demonstrate that the GA was not only able to provide TS with a good initial solution but also discern good product combinations among the multiple combinations distributed throughout the chromosomes of the initial population.

References

1. V. S. Abedi. Allocation of advertising budget between multiple channels to support sales in multiple markets. *Journal of the Operational Research Society*. 68(2):134-146, 2017.
2. T. Bhashar, R. Sundararajan, P. G. Krishnan. A fuzzy mathematical programming approach for cross-sell optimization in retail banking. *J. Oper. Res. Society*, 60(5):717-727, 2009.
3. F. Cetin, C. Alabas-Uslu. Heuristic solution to the product targeting problem based on mathematical programming. *Int. Journal of Production Research*, 55(1):3-17, 2015.
4. M. D. Cohen. Exploiting response models: optimizing cross-sell and up-sell opportunities in banking. *Information Systems*, 29(4):327-341, 2004.
5. P. Kotler and G. Armstrong. *Principles of Marketing*. 16 ed., Pearson, New Jersey, 2016.
6. F. T. Nobibon, R. Leus and F. C. Spieksma. Optimization models for targeted offers in direct marketing: Exact and heuristic algorithms. *EJOR*, 210(3):670-683, 2011.
7. T. A. Oliveira, V. N. Coelho, M. J. F. Souza, D. L. T. Boava, F. Boava, I. M. Coelho, B. N. Coelho. A hybrid variable neighborhood search algorithm for targeted offers in direct marketing. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 47:205-212, 2015.
8. N. V. Praag. *Optimization of Promotion Campaigns Using Tabu Search*. Master Dissertation Faculty of Business and Economics, Leuven, UK, 2010.
9. A. Seret, T. Verbraken, S. Versailles and B. Baesens. A new SOM-based method for profile generation: Theory and an application in direct marketing. *EJOR*, 220(1):199-209, 2012.
10. V. B. Souza. *Uma Abordagem Meta-heurística para o Problema de Marketing Direto Considerando o Canibalismo entre Produtos*. Dissertação de Mestrado, PPGA/UFSM, Brasil, 2018

An efficient combinatorial algorithm for Closest String Problem with four strings

Omar Latorre Vilca, Rosiane de Freitas
Institute of Computation – Federal University of Amazonas (IComp - UFAM)
Manaus-AM, Brazil
{*omarlatorre, rosiane*}@*icomp.ufam.edu.br*

Abstract

The Closest String Problem (CSP) that arises in web searching, coding theory, and computational molecular biology is to find a string that minimizes the maximum Hamming distance from a given set of strings, the CSP is NP-hard problem. This paper proposes an efficient algorithm for solving the CSP for four strings with binary alphabet. It is defined as follows, the key idea is to apply normalization for the CSP instances, it enables us to decompose the problem in eight different cases corresponding to each position of the strings, after that, it makes a preprocessing over the 1-mismatch blocks, and finally it determines all unfixed column position applying the minimization process. The algorithm is compared with an integer programming formulation and Boucher's method for CSP. Furthermore, computational experiments in comparison tables will show the effectiveness of the proposed algorithm.

Keywords: Consensus String Problem; Combinatorial Optimization; Analysis of algorithms.

1 Introduction

One of the challenges of web searching is multiple occurrences of the same data, whether in exact duplicates or with minor changes. In cryptography for data compression faces a similar challenge [Storer, 1988]. In computational biology problems related with strings often arise: given strings are compared with each other and their common part is searched for. For those reasons there is a greater practical interest in finding methods to solve it.

Let Γ be an alphabet. The Closest String or Center String Problem (CSP) calls for finding a string $x \in \Gamma^m$ that better approximates a given set \mathcal{S} of strings $s^1, s^2, \dots, s^n \in \Gamma^m$. Approximation is measured with the Hamming distance $d_H(x, y)$, that counts the number of different characters in x, y . An optimal solution of the CSP is a x^* that among all strings $s^i \in \Gamma^m$, minimizes the maximum distance $d_H(x^*, s^i)$ from any $s^i \in \mathcal{S}$. The 4-CSP is an instance of CSP with 4 sequences and $\Gamma = \{\alpha, \beta\}$. The decision version of the CSP belongs to NP-complete [Lanctot et al., 2003].

The central idea of parameterized complexity [Gramm et al., 2003] is to study how difficult a problem remains after some of its parameters are fixed. Lenstra [H. W. Lenstra, 1983] showed that Integer Linear Programming (ILP) with a fixed number of variables can be solved with $O(p^{9p/2}L)$ arithmetic operations with integers of $O(p^{2p}L)$ bits in size, where p is the number of ILP variables

and L is the number of bits in the input. Using this famous result, Gramm, Niedermeier, and Rossmanith [Gramm et al., 2003] posed an ILP formulation where the number of variables is $O(n! \times n)$, thus providing a fixed-parameter algorithm for the CSP parameterized by n .

Furthermore, Boucher [Boucher et al., 2009] proposed an exact method for the 4-CSP with binary alphabet, it is a combinatorial characterization of decoy sets, it embedded a linear-time algorithm that easy to implement, this algorithm demonstrates a gap in finding the optimal solution value at most 1 unit. To the contrary, this paper presents a formal proof for a linear-time algorithm to solve the 4-CSP for binary alphabet, our method is based on column types, and it always calculates the optimal solution value.

Notation: Throughout this paper, we will be considering our input instance as a matrix. If the set \mathcal{S} has n strings, s^1, \dots, s^n , each of length m , we view \mathcal{S} as a $n \times m$ matrix. We can thus refer to columns and rows. Thus, e.g., the element is the second row of column j , is the j th symbol of s^2 . The distance of a string s' from \mathcal{S} is $\max_{s \in \mathcal{S}} d_H(s', s)$. Given a string s we denote with (s_j) the character in the j th position of s . We refer to two identical columns as having the same column type. We denote with $V(\mathcal{S})$ the set of column types from \mathcal{S} . For a column type $v_i \in V(\mathcal{S})$ we denote with n_i the number of columns of type v_i in \mathcal{S} with $i = 0, \dots, |V(\mathcal{S})|$. We indicate with v_0, \dots, v_7 the eight column types obtained from the 4-CSP normalized instance.

The rest of the paper is organized as follows. The next section provides an integer programming formulation used in the paper. The Section 3 presents theoretical analysis of the 4-CSP-A algorithm. Experimental results are reported in Section 4. Finally, Section 5 concludes the paper.

2 Mathematical model of CSP

An instance of the CSP consists of $\mathcal{S} = \{s^1, \dots, s^n\}$ such that $s^i = s_1^i s_2^i \dots s_m^i \in \Gamma^m$, for $i = 1, \dots, n$. The objective of the CSP is to find a string $x \in \Gamma^m$ such that $\max_i d_H(x, s^i)$ is minimized.

Here we introduce the third IP formulation in [Meneses et al., 2004] which is thought as the strongest. Let U_j be a set of characters used in the j -th position of the strings in $s^i = \{s_1^i, \dots, s_m^i\}$. Define a 0-1 variable $x_{\sigma,j}$ as $x_{\sigma,j} = 1$ if the character σ of U_j is used in the j -th position of a solution and 0 otherwise. The CSP can be reduced to the following integer programming problem:

$$\min d \tag{1}$$

$$\text{s.t.: } \sum_{\sigma \in U_j} x_{\sigma,j} = 1 \quad j = 1, \dots, m \tag{2}$$

$$d \geq m - \sum_{j=1}^m x_{s_j^i,j} \quad i = 1, \dots, n \tag{3}$$

$$x_{\sigma,j} \in \{0, 1\} \quad \sigma \in U_j; j = 1, \dots, m \tag{4}$$

$$d \geq 0 \ \& \ \text{integer} \tag{5}$$

The equations in (2) guarantee that only one character in U_j is used in each position of a solution. The inequalities in (3) say that if a character in a string s^i is not in the solution x^* , then that character will contribute to increasing the Hamming distance for x^* to s^i . Constraints (4) are binary inequalities, and (5) forces d to assume non-negative integer value. In truth we are interested in minimized the value.

3 Exact algorithm for four binary strings of CSP

3.1 The 4-CSP-A algorithm

Although the CSP for a constant number of strings is solvable in polynomial time using integer programming, this algorithm increases to huge running time even for moderate number of variables [Gramm et al., 2001]. Hence, a combinatorial characterization of decoy sets for the special case of CSP with $n = 4$ strings and $|\Gamma| = 2$ is proposed in [Boucher et al., 2009]. In opposition, the 4-CSP-A algorithm is based on column types where preprocessing is required to transform the input instance into a normalized one and split it into column types, v_0, \dots, v_7 , merging them in $\mathcal{P} = v_0 \dots, v_4$ and $\mathcal{Q} = \mathcal{S} \setminus \mathcal{P}$ blocks, we fixed the positions from the \mathcal{P} block by its majority value, for the rest of the unfixed positions we use the minimization process in order to fixed those positions. In particular, the idea of blocks can not be easily extended to larger number of strings of CSP. The linear-time algorithm is initiated by the following conditions:

Precondition: \mathcal{S} is the input instance with 4 strings, m is the length of the set of strings with binary alphabet, it was normalized consisting of eight column types, v_0, \dots, v_7 .

Postcondition: x is an optimal solution, d is a 4-integer Hamming distance vector, that is $d_i = d_H(x, s^i)$ $s^i \in \mathcal{S}$ with $i = 1, \dots, 4$.

```

Input:  $\mathcal{S}$ : a 4-CSP normalized instance  $v_0, \dots, v_7$ 
Output:  $x$ : optimal solution such that  $\max(d[\cdot]) = d_{opt}$ 
1 if  $|\mathcal{S}| = 4$  and  $|\Gamma| = 2$  then
2   for  $j \leftarrow 1, \dots, m$  do
3      $u[j] \leftarrow -\infty$ ;
4     for  $i \leftarrow 0, \dots, 4$  such that  $(\mathcal{S}[\cdot][j])^t = v_i$  do
5        $n_i \leftarrow n_i + 1$ ;
6        $u[j] \leftarrow i$ ;
7    $\eta_1, I_{\eta_1}, \eta_2 \leftarrow \text{twoFirstGreatestNumber}(n_1, \dots, n_4)$ 
8    $count \leftarrow \lfloor (\eta_1 - \eta_2 - \lfloor (m - (n_0 + \dots + n_4)) / 2 \rfloor) / 2 \rfloor$ ;
9   for  $j \leftarrow 1, \dots, m$  such that  $u[j] \geq 0$  do
10     $x[j] \leftarrow \text{majority}(\mathcal{S}[\cdot][j])$ ;
11  for  $j \leftarrow 1, \dots, m$  such that  $u[j] = I_{\eta_1}$  do
12    if  $count > 0$  then
13       $x[j] \leftarrow \text{minority}(\mathcal{S}[\cdot][j])$ ;
14       $count \leftarrow count - 1$ ;
15   $d[\cdot] \leftarrow d_H(x, \mathcal{S}[\cdot])$ ;
16  for  $j \leftarrow 1, \dots, m$  such that  $x[j]$  is unfixed do
17     $i \leftarrow \text{indexMaximum}(d)$ ;
18     $k \leftarrow \text{indexMinimum}(d)$ ;
19     $iNumberMax \leftarrow \text{numberOfMaximum}(d[i], d)$ 
20    switch  $iNumberMax$  do
21      case  $1$  or  $4$  do
22         $x[j] \leftarrow \mathcal{S}[i][j]$ ;
23      case  $2$  or  $3$  do
24        if  $\mathcal{S}[i][j] \neq \mathcal{S}[k][j]$  then  $x[j] \leftarrow \mathcal{S}[i][j]$ ;
25        else
26           $r \leftarrow \text{index}(\mathcal{S}[\cdot][j], i, k)$ ;
27           $x[j] \leftarrow \mathcal{S}[r][j]$ ;
28     $d[\cdot] \leftarrow \text{updateHammingDistance}(\mathcal{S}[\cdot][j], x[j], d[\cdot])$ ;

```

Algorithm 1: 4-CSP-A algorithm

```

1 Function  $\text{twoFirstGreatestNumber}(n_1, \dots, n_4)$ :
2    $\eta_1, \dots, \eta_4 \leftarrow \text{sort}(n_1, \dots, n_4)$ ;
3    $iCount \leftarrow 1$ ;
4   foreach  $i \in \{n_1, \dots, n_4\}$  do
5     if  $i = \eta_1$  then  $I_{\eta_1} \leftarrow iCount$ ;
6      $iCount \leftarrow iCount + 1$ ;
7   return  $\eta_1, I_{\eta_1}, \eta_2$ ;
8 Function  $\text{indexMaximum}(d)$ :
9    $iMax \leftarrow 0$ ;
10  for  $i \leftarrow 1, \dots, 4$  do
11    if  $iMax < d[i]$  then
12       $iMax \leftarrow d[i]$ ;
13       $iIndexMax \leftarrow i$ 
14  return  $iIndexMax$ ;
15 Function  $\text{indexMinimum}(d)$ :
16   $iMin \leftarrow \infty$ ;
17  for  $i \leftarrow 1, \dots, 4$  do
18    if  $iMin > d[i]$  then
19       $iMin \leftarrow d[i]$ ;
20       $iIndexMin \leftarrow i$ 
21  return  $iIndexMin$ ;
22 Function  $\text{numberOfMaximum}(iMax, d)$ :
23   $iCount \leftarrow 0$ ;
24  for  $i \leftarrow 1, \dots, 4$  do
25    if  $d[i] = iMax$  then
26       $iCount \leftarrow iCount + 1$ 
27  return  $iCount$ ;
28 Function  $\text{updateHammingDistance}(\mathcal{S}[\cdot][j], \sigma, d[\cdot])$ :
29  for  $i \leftarrow 1, \dots, 4$  do
30    if  $\mathcal{S}[i][j] = \sigma$  then
31       $d[i] \leftarrow d[i] - 1$ 
32  return  $d[\cdot]$ ;

```

3.2 Theoretical analysis of 4-CSP-A

We first introduce two definitions, and one lemma to prove that the 4-CSP-A algorithm can find an optimal solution value of $|\mathcal{S}| = 4$ $|\Gamma| = 2$ type of CSP.

Definition 1 (1-mismatch block). *Let \mathcal{S} be a set of n strings over alphabet Γ . Let $\alpha, \beta \in \Gamma$. A column is said to belong to the 1-mismatch block if it has $n - 1$ entries of β and one entry of α . We call β the majority entry in the column and α the different entry.*

Definition 2 (Partially filled candidate). *We say s^* is a partially filled candidate over Γ if for every symbol $\sigma \in s^*$, $\sigma \in \Gamma \cup \{\sqcup\}$, where $\sqcup \notin \Gamma$ means that the value of this symbol has not been decided yet.*

Lemma 1. *Let $\mathcal{S} = \{s^1, \dots, s^4\}$ be a CSP instance with length m , where each column position belongs to v_5, v_6, v_7 column types. Let n_5, n_6, n_7 denote their number of columns. If string t is an optimal solution of the CSP and d_{opt} is the corresponding distance, then : $\lceil (n_5 + n_6 + n_7)/2 \rceil \leq d_{opt}$.*

Proof. Independently of whether the character appears in the column position j in the string solution t , it mismatches with minimum 2 characters for v_5, v_6, v_7 . The sum of these values is equals to the Hamming distance between t and $s^i \in \mathcal{S}$, dividing it by 4 we get the average Hamming distance, since the average distance from consensus to the 4-strings is a lower bound on the maximum distance, we get the lemma. \square

Theorem 1. *Let 4-CSP be an instance of CSP with 4 sequences and $\Gamma = \{\alpha, \beta\}$. The algorithm 4-CSP-A always finds an optimal solution value to 4-CSP.*

Proof. The proof is composed in two main parts, one is made by direct method, and the other one is demonstrated by induction method. At first we construct a normalized instance from the input instance.

$$\phi(c_j)_{j=1, \dots, m} = \begin{cases} \beta = \operatorname{argmax}_{\sigma_k} \sum_{i=1}^4 |c_j^i = \sigma_k| & k = 1, \dots, 4 \\ \alpha = \operatorname{argmax}_{\sigma_k} \sum_{i=1}^4 |c_j^i \setminus \beta = \sigma_k| & \sigma_k \in c_j \end{cases}$$

Note that, after we apply the $\phi(c_j)$ function for each column position, we get only eight column types v_i , $i = 0, \dots, 7$, where each column type is a set of column positions.

v_0	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7
β	α	β	β	β	α	β	α
β	β	α	β	β	α	α	β
β	β	β	α	β	β	α	α
β	β	β	β	α	β	β	β

Let \mathcal{P} be a block of column types, that is, $\mathcal{P} = v_0 \dots v_4$ and let \mathcal{Q} be a block of the rest of column types that is, $\mathcal{Q} = v_5 v_6 v_7$. \mathcal{P} and \mathcal{Q} are prefixes of \mathcal{S} , we have $\mathcal{S} = \mathcal{P} \odot \mathcal{Q}$. Let n_i be the frequency of the v_i column type, $i = 0, \dots, 7$. Suppose wlog $n_1 \geq n_2 \geq n_3 \geq n_4$. Let **count** be a number of column positions belong to v_1 , we have **count** = $n_1 - n_2 - \lfloor (n_5 + n_6 + n_7)/2 \rfloor$. Thus, we break it into two cases:

Case 1: If $n_1 - n_2 > \lfloor (n_5 + n_6 + n_7)/2 \rfloor \geq 0$, then $\mathbf{count} = n_1 - n_2 - \lfloor (n_5 + n_6 + n_7)/2 \rfloor$. In this case n_1 is the greatest column type frequency, that is $d_H(s^1, s^2) = n_1 + n_2 + (n_5 + n_6 + n_7)/2$, since in v_1 and v_2 the characters are different and the other cases are equals and by the Lemma 1. Also we know that there not exists Hamming distance less than $(n_1 + n_2 + (n_5 + n_6 + n_7)/2)/2$, the 4-CSP-A algorithm determines a consensus value $n_1 - \mathbf{count}/2$. As a result we have to demonstrate that those values are equals, that is, $n_1 - (n_1 - n_2 - (n_5 + n_6 + n_7)/2)/2 \rightarrow (n_1 + n_2)/2 + (n_5 + n_6 + n_7)/4$, so we get, $(n_1 + n_2 + (n_5 + n_6 + n_7)/2)/2$.

Case 2: If $n_1 - n_2 \leq \lfloor (n_5 + n_6 + n_7)/2 \rfloor$, then $\mathbf{count} \leq 0$. In this case, the 4-CSP-A algorithm does not make any processing in the \mathcal{P} block.

Suppose that in the \mathcal{P} block we do not consider the $\lfloor \mathbf{count}/2 \rfloor$ column positions which belong to the v_1 column type. Let x be a string of length m with unfixed characters, that is $x_j \in \Gamma \cup \{-\}$ with $1 \leq j \leq m$ we have:

$$x_j = \begin{cases} \sigma & \text{argmax}_{\sigma_k} \sum_{i=1}^4 |s_j^i = \sigma_k| \quad \sigma_k \in \mathcal{P}_j \quad k = 1, \dots, |\mathcal{P}_j| \quad \forall s^i \in \mathcal{P} \\ - & \text{otherwise} \end{cases}$$

Suppose that there exists $\lfloor \mathbf{count}/2 \rfloor$ column positions which belong to the v_1 column type, consider those column positions in the \mathcal{P} block, x is the string solution, such that x_j with $1 \leq j \leq m$ is unfixed, we have:

$$x_j = \begin{cases} \sigma & \text{argmin}_{\sigma_k} \sum_{i=1}^4 |s_j^i = \sigma_k| \quad \sigma_k \in \mathcal{P}_j \quad k = 1, \dots, |\mathcal{P}_j| \quad \forall s^i \in \mathcal{P} \\ - & \text{otherwise} \end{cases}$$

Note that at beginning x was a partially filled candidate, at this stage, if there are not unfixed characters, then x is an optimal solution with $d_H(x, s) \leq d_{opt} \quad \forall s \in \mathcal{S}$.

The \mathcal{Q} block is a 4-CSP instance composing by the prefixes of \mathcal{S} where each column position belonging to v_5, v_6, v_7 column types. Let w be a vector of 4-integers, $w_i = m$ with $i = 1, \dots, 4$. Let $\Phi(\cdot)$ be a function, its input parameters are 4-integers which are $d_H(x, s^i)$ $s^i \in \mathcal{S}$ when the j -th column position is being processed, it returns a character to be fixed in the j -th column position, we have:

$$x_j = \Phi(w - \sum_{p=1}^j \Delta_{\mathcal{Q}_p}^\sigma)$$

$$\Delta_{\mathcal{Q}_p}^\sigma = \begin{cases} 0 & \text{if } s[p] = \sigma \quad \forall s \in \mathcal{Q}, \sigma \in \mathcal{Q}_p \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Let \mathcal{I} be the set of indices of the maximum Hamming distance.

$$\mathcal{I}_j = \{ \text{argmax}_i (w_i - \sum_{p=1}^j \Delta_{\mathcal{Q}_p}^\sigma), i = 1, \dots, 4 \}$$

Let \mathcal{J} be the set of indices of the minimum Hamming distance.

$$\mathcal{J}_j = \left\{ \operatorname{argmin}_i \left(w_i - \sum_{p=1}^j \Delta_{\mathcal{Q}_p}^\sigma \right), i = 1, \dots, 4 \right\}$$

Note that, based on above definitions we define the $\Phi(\cdot)$ function as follows,

$$\Phi\left(w - \sum_{p=1}^j \Delta_{\mathcal{Q}_p}^\sigma\right)_{\forall s \in \mathcal{Q}} = \begin{cases} s_j^k & \text{if } |\mathcal{I}_j| = \{1, 4\} & k \in \mathcal{I}_j \\ s_j^k & \text{if } |\mathcal{I}_j| = \{2, 3\} \ \& \ s_j^k \neq s_j^l & k \in \mathcal{I}_j, l \in \mathcal{J}_j \\ s_j^r & \text{if } |\mathcal{I}_j| = \{2, 3\} \ \& \ s_j^k = s_j^l & r \neq k, r \in \mathcal{I}_j \end{cases}$$

We use induction for the rest of the proof on the number of unfixed positions in x the optimal solution. Our inductive hypothesis is that, there are k fixed positions in x , $\{j_1, \dots, j_k\}$, with $k < m$, that is, $d_H(x, s) \leq d \ \forall s \in \mathcal{S}$, if x_j is unfixed, then $x_j = \Phi\left(w - \sum_{p=1}^j \Delta_{\mathcal{Q}_p}^\sigma\right)$ with $j \in \{1, \dots, m\} \setminus \{j_1, \dots, j_k\}$, and $d_H(x, s) \leq d - 1$ or $d_H(x, s) \leq d \ \forall s \in \mathcal{S}$.

Base case : if there are not unfixed positions in x , then the 4-CSP-A algorithm ends being x the optimal solution, with $d_H(x, s) \leq d_{opt} \ \forall s \in \mathcal{S}$.

Inductive Step: there are $k+1$ fixed positions in x , $\{j_1, \dots, j_{k+1}\}$, by the inductive hypothesis we get, $d_H(x, s) \leq d - 1$ or $d_H(x, s) \leq d \ \forall s \in \mathcal{S}$, consider that x_j is unfixed with $j \in \{1, \dots, m\} \setminus \{j_1, \dots, j_{k+1}\}$, then $x_j = \Phi\left(w - \sum_{p=1}^j \Delta_{\mathcal{Q}_p}^\sigma\right)$, the 4-CSP-A algorithm minimizes the maximum Hamming distance in 1 or 0 units, so we have $d_H(x, s) \leq d - 2$ or $d_H(x, s) \leq d - 1 \ \forall s \in \mathcal{S}$, the inductive hypothesis is maintained. \square

Running Time. The for-loop of lines 2-6 iterates in m steps the input instance, the inner for-loop iterates for each column type $v_0 \dots, v_4$ in constant time, since the conditional executes when one of them is true, thus it requires m iterations. In the line 7, the **twoFirstGreatestNumber** function sorts in non-increasing order by the 4-integer values, it returns the first and second numbers and its index associated, thus we get $4 \log(4)$ which is constant c . The line 8 makes arithmetic operations, we have a constant time c . The for-loop of lines 9-10 iterates in m steps the integer-vector u , for each column position the **majority** function returns the most repeated character over the column position $\mathcal{S}[:,j]$, it requires 4 steps, since there are only four strings, so we get $4m$. The for-loop of lines 11-14 iterates in m steps the integer-vector u , note that in the worst case the variable *count* is $m/2$, the **minority** function returns the least repeated character over the column position $\mathcal{S}[:,j]$, it requires 4 steps since the input instance consist only in 4 strings, so it requires $4(m/2) = 2m$. In line 15, d_H function calculates the Hamming distance between x and each input strings $s \in \mathcal{S}$, so we get $4m$. Note that, if all the positions in x are fixed, then the 4-CSP-A algorithm stops. To sum up, the total execution time at this point is $\max\{m, c, 4m, 2m, 4m\} = 4m$.

The for-loop of lines 16-28 iterates in m steps when there is $x[j]$ unfixed, so it requires m iterations. The lines 17 and 18 calculate the maximum and minimum indices over four integers which are the Hamming distances between x and s for each $s \in \mathcal{S}$, in 4 iterations, so it requires $4m$. In the line 19, the **numberOfMaximum** function calculates the number of times that $d[i]$ appears in d , it requires 4 iterations, so we have $4m$. The switch conditional of lines 20-27 evaluates according to the variable **iNumberMax**, The line 21 is executed when the variable **iNumberMax** is 1 or 4, then a character is fixed, so it takes m iterations. The switch-conditional branch of lines 23-27 is evaluated when the variable **iNumberMax** is 2 or 3, then the if-conditional block evaluates the difference of characters between the minimum and maximum indices on the j column position,

the if-then conditional requires 1 iteration, and the if-else conditional have 4 steps, so we have $4m$. In the line 28, the **updateHammingDistance** function updates $d[i]$ with $i = 1 \dots 4$ subtracting one unit if the fixed character $x[j]$ is presented in $\mathcal{S}[i][j]$ the i -th row, zero in otherwise, it requires 4 steps in evaluating the integer vector d , so we have $4m$. Note that, at this step all the positions in x were fixed, the algorithm stops, the total execution time is $4m$. Therefore, the running time of 4-CSP-A algorithm is proven to be $O(m)$. □

4 Computational experiments

We now present the computational experiments with three different methods, the first is the 4-CSP-A algorithm described in Section 3, the second was posed by [Boucher et al., 2009], and the third is a IP-formulation presented in Section 2, proposed by [Meneses et al., 2004].

All tests were executed on a Intel Core i7 CPU with speed of 2.8 GHz x 8 processors and 7.7 GB of RAM, under Ubuntu 16.04 LTS. The proposed algorithm was implemented in the C++ language. The solver IBM ILOG CPLEX version 12.7 was used to solve the IP-formulation.

Some computational experiments was done involving 14 instances, using the instance generator described in the literature [Meneses et al., 2004]. These instances consider binary alphabet that is, $\{0, 1\}$ with a set of four strings. The headers on Table 1 has the following meanings: The first block (Instance) is the tested instance indicating the parameters (m) size of string, (Seed) number to generate a random instance. In the second block (4-CSP-A) the column (Val) presents the optimal solution values generated by the 4-CSP-A algorithm, the column (Time) indicates their execution time in milliseconds. In the third block ([Boucher et al., 2009]) the column (Val) shows the value calculated by the Boucher’s method. Finally in the fourth block ([Meneses et al., 2004]) the column (Val) presents the optimal solution values obtained by the IP-formulation.

The Boucher’s method posed a formal proof for the existence of a linear-time algorithm for the CSP with four binary strings, we implemented it, then we compare the optimal solution value in comparison tables, for example, the 4-CSP instances with $m = \{1000, 10000, 12500, 25000\}$ have a gap of 1 unit compared with the IP-formulation, in these same instances our proposed algorithm got the optimal solution value. Consequently, our proposed algorithm demonstrates better results compared with Boucher’s one.

The algorithm embedded in the Boucher’s method is easy to implement, so it not likely that we just have a buggy implementation of her algorithm, besides that for some instances it got optimal solution value while for others always off by at most 1.

Finally, the IP-formulation presents less performance in its running time, also it leads to huge running time even for moderate number of variables. Thus, our proposed algorithm demonstrates to be a better algorithm in performance and effectiveness.

5 Conclusion

In this paper, we proposed an exact algorithm for the special case of CSP with $n = 4$ strings and alphabet size $|\Gamma| = 2$ and gave the corresponding theoretical analysis. Future research directions will be to construct an exact algorithm based on the properties shown in this study, to extend the proposed algorithm to CSP with $n = 4$ for arbitrary alphabet.

Table 1: Linear time algorithms, for 4-sequences with binary alphabet.

Instance		4-CSP-A		[Boucher et al., 2009]		[Meneses et al., 2004]	
m	Seed	Val	Time	Val	Time	Val	Time
1000	60822	315	0.001	316	0.001	315	0.001
2500	502842	781	0.001	781	0.001	781	0.010
5000	878194	1586	0.001	1586	0.001	1586	0.020
7500	96654	2345	0.001	2345	0.001	2345	0.040
10000	973640	3129	0.001	3130	0.001	3129	0.040
12500	109810	3907	0.001	3908	0.001	3907	0.060
15000	630882	4672	0.001	4672	0.001	4672	0.070
17500	912568	5464	0.001	5464	0.001	5464	0.090
20000	151403	6245	0.001	6245	0.001	6245	0.090
22500	898582	7038	0.001	7038	0.001	7038	0.100
25000	475788	7821	0.001	7822	0.001	7821	0.110
27500	767276	8605	0.001	8605	0.001	8605	0.120
30000	782928	9398	0.001	9398	0.001	9398	0.140
50000	101705	15664	0.001	15664	0.001	15664	0.230

References

- [Boucher et al., 2009] Boucher, C., Brown, D. G., and Durocher, S. (2009). *On the Structure of Small Motif Recognition Instances*, pages 269–281. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg.
- [Gramm et al., 2001] Gramm, J., Niedermeier, R., and Rossmanith, P. (2001). Exact solutions for closest string and related problems. In *Proceedings of the 12th International Symposium on Algorithms and Computation, ISAAC '01*, pages 441–453.
- [Gramm et al., 2003] Gramm, J., Niedermeier, R., Rossmanith, P., et al. (2003). Fixed-parameter algorithms for closest string and related problems. *Algorithmica*, 37(1):25–42.
- [H. W. Lenstra, 1983] H. W. Lenstra, J. (1983). Integer programming with a fixed number of variables. *Mathematics of Operations Research*, 8(4):538–548.
- [Lanctot et al., 2003] Lanctot, K., Li, M., Ma, B., Wang, S., and Zhang, L. (2003). Distinguishing string selection problems. *Information and Computation*, 185(1):41–55.
- [Meneses et al., 2004] Meneses, C., Lu, Z., Oliveira, C., and Pardalos, P. (2004). Optimal solutions for the closest string problem via integer programming. *INFORMS Journal on Computing*, 16(4):419–429.
- [Storer, 1988] Storer, J. A. (1988). *Data compression: Methods and theory*. chapter 1. Computer Science Press, Inc., New York, NY, USA.

Sustainable approach to the sugar cane supply chain optimization in Cuba

Esteban López Milán
University of Holguín
elopez@uho.edu.cu

Lluís Miquel Plà Aragonés
University of Lleida
lmpla@matematica.udl.cat

Adela Pagés Bernaus
University of Lleida
adela.pages@matematica.udl.cat

Abstract

The sugar cane transportation scheduling from field to sugar mill is a very complex task, since it involves the cutting process and the loading of sugar cane to the transportation means. This paper shows a case study where this supply chain is modelled considering the variables involved in it, to satisfy the minimum cost of transportation or the minimum of emissions. The results showed that this model allows to minimize the cost of the transportation at the expense of emissions or vice versa. It elaborates a daily scheme of cut and transportation of the sugar cane.

Keywords: sugar cane transportation; emissions costs; transportation costs.

1 Introduction

The management of the sugar cane supply chain is a complex logistical operation which involves the cutting and loading of sugar cane at the fields, the transportation by truck or train to the sugar mills, and the unloading of the sugar cane to be processed in the mill. To solve this problem, several studies have been carried out around the world [1, 2, 3, 4, 5, 8, 9], each one responding to a peculiar way of cutting, loading, transportation and unloading of the sugar cane, and to a peculiar point of view of the authors.

Previously this problem has been modeled [2, 3, 4, 5] in Cuba. The aim had been to minimize the total cost of transportation. In this paper the model is extended to schedule for three days plus the objective of minimizing the emissions of pollutant gases produced by fuel combustion

2 The mathematical model

The model presented here considers different aspects involved in the supply chain of sugar cane in Cuba. It is proposed a solution with a unique objective function including minimization of transportation costs and minimization of emissions. It controls other parameters such as the supply, freshness and avoids losses due to no harvesting with the constraints and the opportunity coefficient.

2.1 Decision variables

The main decision relates the amount of sugar cane to be transported from a set of fields ready to be harvested to the sugar mill. This transport can happen in two ways: as a direct transportation to sugar mill by truck XD_{ikld} , or using an intermediate storage facility, where first the sugar cane is transported from the field to a rail loading station by truck (XS_{ijkld}) and afterwards the sugar cane is transported to the sugar mill by train (XW_{jd}).

In order to compute the CO₂ emissions, the amount of fuel consumed by each mode of transport is calculated: QD_{ikld} (consumption in direct transportation), QS_{ijkld} (consumption to the rail loading stations), and QW_{jd} (consumption in railroad transportation).

The model builds an hourly schedule for the first planning day, and a daily schedule for the next two days. In this way, the model has a wider perspective of the work to be done in the following days. In order to model a detailed representation of a working day on an hourly basis, other variables are used. XDh_{iklm} is the sugar cane to be transported per hour by direct transportation, and XS_{ijkld} is the sugar cane to be transported to the rail loading stations. The binary variables BB_{ilm} and Y_{it} are employed to control the transfer of the cutting means.

The sub index of the variables represents origins ($i = 1, \dots, A$ is the number of sugar cane fields), destinations ($j = A+1, \dots, A+B$ is the number of rail loading stations and $j = 0$ is the sugar mill); transportation means ($k = 0$ is the railroad transportation, $k = 1, \dots, K$ is the number of automotive transportation means); cutting means ($l = 1, \dots, MC$ is the number of harvesting-machine groups); working hours ($m = 1, \dots, H$; $H \leq 24$) and working days ($d = 1, \dots, D$; $D = 3$).

2.2 Objective function

The objective function combines the goal of minimizing daily transportation cost with the goal of minimizing emissions (or fuel consumption). The coefficients CD_{ikld} , CS_{ijkld} and CW_{jd} establish the transportation cost of sugar cane, and the coefficients ED_{ikld} , ES_{ijkld} and EW_{jd} are the tons of CO₂ produced per liter of burned fuel. Quality aspects are considered by an opportunity coefficient Co_{id} ($0 < Co_{id} \leq 1$), which represents the preference for cutting a sugar cane field i on a day- d , by default $Co_{id} = 1$. The Ec coefficient is the cost of emissions [6], $Ec = 0,38$ € per ton of CO₂. The λ parameter is a weighting coefficient, which is employed to increase the sensibility of the objective function to minimize transportation cost, or to minimize emissions ($0 \leq \lambda \leq 1$).

$$\begin{aligned}
 \text{OF: Min } Z_{\lambda} = & \lambda \cdot \left(\sum_{i=1}^A \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^{MC} \left(CD_{ikl1} \cdot Co_{i,1} \cdot XD_{ikl,1} + \sum_{d=2}^D CD_{ikld} \cdot Co_{id} \cdot XD_{ikld} \right) + \right. \\
 & \left. \sum_{i=1}^A \sum_{j=A+1}^{A+B} \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^{MC} \left(CS_{ijk1l} \cdot Co_{i,1} \cdot XS_{ijk1,1} + \sum_{d=2}^D CS_{ijkld} \cdot Co_{id} \cdot XS_{ijkld} \right) + \sum_{j=A+1}^{A+B} \sum_{d=1}^D CW_{jd} \cdot XW_{jd} \right) + \quad (1) \\
 & (1 - \lambda) \cdot Ec \cdot \left(\sum_{i=1}^A \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^{MC} \sum_{d=1}^D ED_{ikld} \cdot QxD_{ikld} + \sum_{i=1}^A \sum_{j=A+1}^{A+B} \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^{MC} \sum_{d=1}^D ES_{ijkld} \cdot QxS_{ijkld} + \sum_{j=A+1}^{A+B} \sum_{d=1}^D EW_{jd} \cdot QxW_{jd} \right)
 \end{aligned}$$

2.3 Constraints

The constraints represent the set of characteristics that define the model. Due to space limits, we present the model by describing the main parts considered.

2.3.1 Supply of cane to the sugar mill

In order to ensure a smooth production activity, the amount of sugar cane that the sugar mill has to receive must be between specific operational bounds, which are technical requirements of any sugar mill. Moreover, the production of the sugar mill is bounded by the processing capacity of the mill.

The quality of the sugar in terms of sugar contents and freshness is ensured by requiring a minimum amount of delivery by direct transport from the field to the mill.

2.3.2 Capacity of the rail loading stations

The model must ensure that the assigned load of sugar to a rail loading station can be stored before the train departure. It is therefore necessary to keep track of the amount of sugar cane sent to each rail-loading station along the day and comply with its processing capacity. There is also a limit in terms of the amount of sugar cane that can be managed per hour, which must also be respected by the amount of harvested sugar cane sent to each rail loading station.

2.3.3 Conservation of flow (per hour)

The model must also ensure that the amount of sugar cane sent from all rail loading stations to the sugar mill at the end of the day is the total amount harvested.

2.3.4 Capacity of road transport

Road transport of the harvested sugar cane from the fields to either a rail loading station or the sugar mill is done by trucks. The fleet is composed of trucks with different characteristics in terms of loading capacity or CO₂ emissions. The model characterizes each truck by means of a capacity ratio which is employed to determine the number of available trucks per hour.

2.3.5 Production of the sugar cane fields

The amount of sugar cane to be harvested in each field is determined by the technicians before the model is run. These values limit the maximum amount of sugar cane that can be harvested in each field.

2.3.6 Capacity of cutting means

There exist several technologies for harvesting the sugar cane, in particular we are considering two types: a mechanical cut or a manual cut. Each technology has its particular cutting capacity, leading to a different amount of sugar cane produced per hour. The model also assigns each available cutting mean to a particular field and ensures that each cutting mean is only in one field each hour. To operate each cutting mean it is needed to assign a harvester team which will work in shifts and cannot exceed the daily hours of work. For the first day, the model details the movement of cutting means on an hourly basis while for the second and third day the model accounts for the changes. In this way the model can better plan the areas to harvest taking into account the next operations days.

2.3.7 Fuel consumption

The amount of fuel consumed due to the transport of harvested sugar cane, QxD_{ikld} , QxS_{ijkld} , and QxW_{jd} is computed as the amount of sugar cane sent by each road transport type multiplied by an energy efficiency coefficient times the distance traveled. In this way the emissions can be computed and priced at the current CO₂ price.

3 Results

This model has been tested on a realistic instance for the Cuban system. The model had to deliver the harvesting schedule for a list of 9 sugar cane fields, 5 rail loading stations, 4 transport means, 6 cutting means for 3 days.

This instance resulted in a large mixed linear programming model, with more than 100000 variables and 900 constraints. Nevertheless, every solution for every situation considered in this model were attained in a few seconds. The model was programmed and solved using the professional software IBM ILOG CPLEX [7].

The weighting coefficient permitted to find the best solution which minimizes transportation cost or minimizes emissions. The difference between the lowest transportation cost and the highest transportation cost is 3,89 %. On the other hand, the difference between the lowest emission and the highest emission is 0,42 %.

4 Conclusions

In this work we present a model that elaborates daily transportation plans considering, at the same time, the reduction of the transportation cost or the emissions. Considering two days after the first day is another new aspect. The model proposes a schedule for transportation plan at the first day, taken into account the scenarios of two days forward.

The weighting coefficient had been useful to minimize the transportation cost, or to minimize pollutant gases produced by the combustion of fuel. By adjusting the preferences of the user, the model can provide alternative plans with different weights to the transport cost and CO₂ emitted.

To ease the use by sugar mill managers, it will help to develop a tailor-made software with a friendly interface, able to deal with many variables and making the mathematical model transparent to the user. The professional software permits solve huge linear programming models, but managers find them difficult to handle.

References

1. A. J. Higgins. Australian sugar mills optimize harvester rosters to improve production. *Interfaces* 32(3):15–25. 2002.
2. E. López, Silvia Miquel and Lluís M. Plà. Sugar cane transportation in Cuba, a case study. *European Journal of Operations Research*. 174 pages 374–386. 2006.
3. E. López and Lluís M. Plà. Chapter V: Optimization of the Supply Chain Management of Sugarcane in Cuba. *Handbook of Operations Research in Agriculture and the Agri-Food Industry*, Springer Science + Business Media, LL, International Series in Operations Research & Management Science 224, DOI 10.1007/978-1-4939-2483-7_5. 2015.
4. E. López, Silvia Miquel and Lluís M. Plà. El problema del transporte de la caña de azúcar en Cuba. *Investigación Operacional*. Vol. 25, No 2, pages 148 – 157. 2004.

5. E. López, Lluís M. Plà and Adela Pagés. Mathematical modeling under uncertainty for supply chain of sugar cane in Cuba. Proceedings of the First International Conference on Agro Big Data and Decision Support Systems in Agriculture. ISBN: 978-9974-0-1514-2. Montevideo, Uruguay. September 27-29. 2017.
6. Luckow, Patrick et al. 2015 Carbon Dioxide Price Forecast. Synapse Energy Economic, Inc. March 3, 2015.
7. IBM ILOG CPLEX Optimization Studio 12.7.0.0. <http://www01.ibm.com/software/integration/visualization/java/>. 2016.
8. R. Pavia and R. Morabito. An optimisation model for the aggregate production planning of a Brazilian sugar and ethanol milling company. *Annals Operations Research* 161:117–130. 2009.
9. S.D. Jena and M. Poggi. Harvest planning in the Brazilian sugar cane industry via mixed integer programming. *European Journal of Operation Research* 230:374–384. 2013.

Ranking with DEA: the *Quasi Ideal* DMU concept

João Danilo Favali

Technological Institute of Aeronautics / Federal University of São Paulo
favali17@yahoo.com.br

Armando Zeferino Milioni

Technological Institute of Aeronautics / Federal University of São Paulo
azmilioni@gmail.com

Abstract

Virtual Decision Making Unit (DMU) is a new technique and it has been applied on Data Envelopment Analysis (DEA) literature to enhance the discriminatory power in order to produce more comprehensive rankings. In the large set of Virtual DMUs, *ideal* DMU (IDMU) idea is widely used. An IDMU is a fictional unit which consumes the lowest inputs to produces the highest outputs levels. However, due its unreal performance, it is fair to inquire if IDMU is plausible. Therefore, we propose the *quasi ideal DMU* (quasIDMU) concept. At a glance, a quasIDMU is built by averaging all inputs and outputs and testing on a DEA model whether this DMU has a 100% efficiency score or not. In order to verify quasIDMU concept, a secondary goal cross efficiency model is used both with IDMU and quasIDMU. Benevolent and aggressive secondary goals are also provided in order to enhance analysis. Data are sourced on grades of Brazilian Institutes of Higher Education (IES). Our results shall be shown in congress.

Keywords: Data Envelopment Analysis; Ranking; Virtual DMU.

1 Introduction

Data Envelopment Analysis (DEA) is a tool to compare relative efficiencies between decision-making units (DMUs), based on linear programming technique [1,2]. Introduced by Charnes et al. [3], DEA transforms the traditional efficiency view, expressed by the ratio of weighted sum of multiple outputs and weighted sum of multiple inputs, into a linear programming problem. The transformation proposed, which lets DMUs free to assign their most favorable weights, turned DEA widely applied on a broad range of researches' questions. Indeed, as mentioned by Aldamak & Zolfaghari [1], DEA has been useful in several areas of empirical studies, such as education, manufacturing and banking.

DEA ability to evaluates DMUs between efficient and inefficient, based on a 100% efficiency score and inferior efficiency score, respectively, makes DEA a natural tool choice to rank all DMUs under evaluation. However, DEA lacks discriminatory power since it is quite common to several DMUs been classified as efficient; due its freedom of weights choice, many DMUs find weights that shed themselves on the best light. In order to overcome this question, several approaches have been proposed and developed, as weights restriction, common weights, super efficiency, inverted frontier, cross efficiency and the use of virtual DMU [1,8].

Among these, virtual DMUs is receiving great attention as a new technique to enhance the discriminatory power. This novel concept was introduced by Wang & Luo [10], when they suggested the inclusion of *ideal* DMU (IDMU) and *anti-ideal* DMU (ADMU) into DEA model. At a glance, an IDMU (ADMU) is defined by the lowest (highest) level of inputs to generate the highest (lowest) outputs. Therefore, based on these virtual efficiencies, a relative closeness index is defined and applied in all DMUs scores in order to describe a full ranking.

Since then, several authors have been applied this concept to provide more comprehensive rankings. For instance, Zheng [12] introduces IDMU in the sample under evaluation, record the efficiencies and follows the same steps, now with ADMU. Next, both efficiencies found for each DMU are aggregate by the square root of their product and, so, a ranking is deployed. More recently, Wang et al. [11] propose four secondary goals models for cross efficiency evaluation with the introduction of IDMU and ADMU.

Notwithstanding, the concept of an IDMU is doubtful. It is plausible to inquire if such a unit is intelligible or if its presence could lead to a distortion on the Production Possibility Set (PPS), implying in an incoherent and disturbed analysis of the results. Still, an IDMU, as defined above, is quite artificial, in the sense that achieves a probably unreachable best performance, that may not reflect reality.

Accordingly, the aim of this work is to propose the *quasi ideal* DMU (quasIDMU) idea. A quasIDMU is built by averaging all inputs and outputs and testing on a DEA model whether this virtual DMU has a 100% efficiency score or not. If the 100% efficiency score is achieved, then this is a quasIDMU, else, the highest inputs and lowest outputs are withdrawal of the sample, the average is computed again and checked if this new virtual is efficient. This step is repeated until a 100% efficiency score is reached. Thus, the quasIDMU is found.

In order to verify the plausibility of this idea, we will apply the quasIDMU concept on a cross efficiency evaluation model proposed by Wang et al. [11]. Briefly, we compare the results of this model applying the IDMU and quasIDMU. The aggressive and benevolent approaches, well-known on DEA ranking literature, are also used to enhance comparison. These four rankings shall be constructed by assessing thirty Institutes of Higher Education (IES) in Brazil, considering inputs as unitary and three outputs evaluating the performance of undergraduate (UG), masters (M) and doctoral (D) grades.

The remainder of this extended abstract is structured as follows. In section 2, we provide a briefly theoretical background. Section 3 presents the methodology we intend to use. Section 4, finally, presents the concluding remarks.

2 Theoretical Background

The quasIDMU concept will be assessed on a cross efficiency model in order to provide a ranking. More specifically, Wang et al. [11] proposed a secondary goal model based on

IDMU idea to figure out a unique set of weights, a significant criticism of cross efficiency. In this sense, we present briefly the cross efficiency model and its main criticisms, introduce the Wang et al. [11] model which will be applied on the current work, define an IDMU, and systematize a framework to obtain a quasIDMU.

2.1 Cross Efficiency

Proposed by Sexton et al. [9], the cross efficiency main idea is to consider not only the self-evaluation, but also taking into account the peer evaluation. In this sense, assuming a set of n DMUs, each DMU is evaluated by the others $n-1$ DMUs weights resulting in a nxn cross efficiency matrix, where the diagonal is composed by the original efficiencies scores of the traditional DEA model. Due to the high number of efficiencies scores in the matrix, which could be aggregate through an average, for instance, “the cross efficiency approach is considered one of the most reliable ranking methods [mainly] because it avoids bias in self-evaluation” [1, p. 163].

Regardless of cross efficiency effectiveness in ranking DMUs, there are two main criticisms: i) presence of null weights, which make inputs/outputs to be ignored; ii) non-uniqueness of optimal weights in traditional DEA models, which lead to distinct rankings [6]. Focusing on the latter issue, this is mainly circumvented by secondary goals, i.e., to propose another linear programming that optimize the weights found while keeping the same DEA efficiency score [11]. As mentioned earlier, these approaches are used to make analysis more robust.

The most used secondary goals are the benevolent and aggressive approaches proposed by Doyle & Green in 1994 [1]. Suppose a set of n DMUs with m inputs and s outputs. These inputs and outputs values are expressed, respectively, by x_{ij} and y_{rj} , where $i = 1, \dots, m$; $r = 1, \dots, s$ and $j = 1, \dots, n$. Still, v_{ik} and u_{rk} are the inputs and outputs weights, accordingly. Applying DEA model, DMU_k has an optimal efficiency score θ_{kk}^* . Thus, the model formulations are provided below:

$$\begin{aligned}
 & \text{Maximize} \quad \sum_{r=1}^s u_{rk} \left(\sum_{j=1; j \neq k}^n y_{rj} \right) \\
 & \text{Subject to:} \\
 & \sum_{i=1}^m v_{ik} \left(\sum_{j=1; j \neq k}^n x_{ij} \right) = 1 \\
 & \sum_{r=1}^s u_{rk} y_{rk} - \theta_{kk}^* \sum_{i=1}^m v_{ik} x_{ik} = 0 \\
 & \sum_{r=1}^s u_{rk} y_{rj} - \sum_{i=1}^m u_{ik} x_{ij} \leq 0, \quad j = 1, \dots, n \\
 & u_{rk} \geq 0, \quad r = 1, \dots, s
 \end{aligned} \tag{A}$$

$$v_{ik} \geq 0, \quad i = 1, \dots, m$$

$$\text{Minimize} \quad \sum_{r=1}^s u_{rk} \left(\sum_{j=1; j \neq k}^n y_{rj} \right)$$

Subject to:

$$\sum_{i=1}^m v_{ik} \left(\sum_{j=1; j \neq k}^n x_{ij} \right) = 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_{rk} y_{rk} - \theta_{kk}^* \sum_{i=1}^m v_{ik} x_{ik} = 0 \quad (B)$$

$$\sum_{r=1}^s u_{rk} y_{rj} - \sum_{i=1}^m u_{ik} x_{ij} \leq 0, \quad j = 1, \dots, n$$

$$u_{rk} \geq 0, \quad r = 1, \dots, s$$

$$v_{ik} \geq 0, \quad i = 1, \dots, m$$

As noted in (A), benevolent approach seeks weights that maximize the cross efficiencies of other DMUs, while keeping the efficiency score of DMU under evaluation pretty the same. Aggressive model (B) is similar, yet the aim is to minimize the other cross efficiencies [11].

Several secondary goals have been proposed (please, see reference 6). Wang et al. [11] formulated a secondary goal which seeks to minimize the distance of the IDMU. Before presenting the linear programming formulation, the IDMU is defined formally.

Definition 1. The IDMU is a fictional unit which consumes the lowest levels of input(s) and produces the highest levels of output(s). Mathematically,

$$x_i^{min} = \min\{x_{ij}\}, \quad i = 1, \dots, m$$

$$y_r^{max} = \max\{y_{rj}\}, \quad r = 1, \dots, s$$

Thus, a model which seeks to minimize the distance D_k^{IDMU} between DMU_k, under analysis, and IDMU may be formulated as [11]:

$$\text{Minimize} \quad D_k^{IDMU} = \sum_{r=1}^s u_{rk} (y_r^{max} - y_{rk}) + \sum_{i=1}^m v_{rk} (x_{ik} - x_i^{min})$$

Subject to:

$$\sum_{i=1}^m v_{ik} x_{ik} = 1$$

$$\begin{aligned}
\sum_{r=1}^s u_{rk} y_{rk} &= \theta_{kk}^* & (C) \\
\sum_{r=1}^s u_{rk} y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_{ik} x_{ij} &\leq 0 \\
u_{rk} &\geq 0, \quad r = 1, \dots, s \\
v_{ik} &\geq 0, \quad i = 1, \dots, m
\end{aligned}$$

2.2 QuasIDMU

As previously stated, formulation (C) is used in order to evaluate the quasIDMU concept. Still, it is central to systematize a framework to determine the quasIDMU. Figure 1 shows the method:

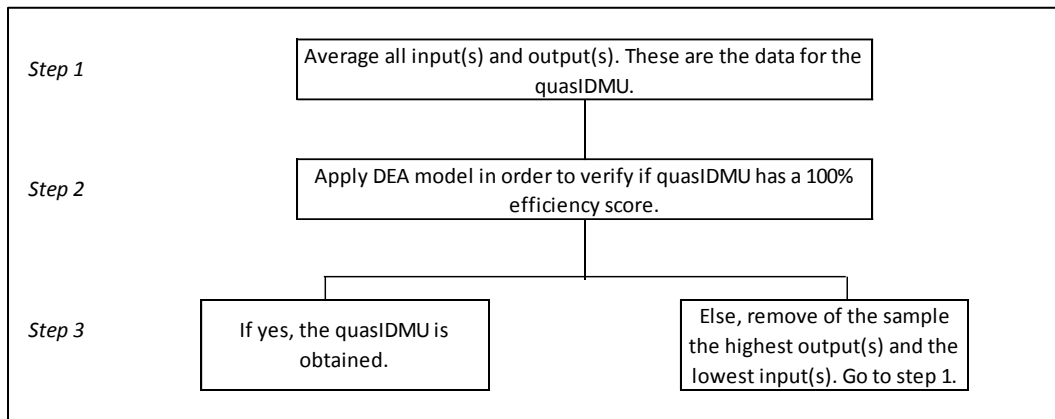


Figure 1: QuasIDMU framework

Figure 1 elucidates the systematization in order to obtain a quasIDMU. Once found the quasIDMU weights, they are applied instead of x_i^{min} and y_r^{max} in formulation (C). Therefore, weights which minimize the distance $D_k^{quasIDMU}$ may figure out. As noted by this step-by-step, quasIDMU is constructed in a more natural way that may not rip the edge of the PPS, contrasting with the IDMU approach. The latter may not even belong to the PPS, in the sense that its best performance probably does not reflect DMUs reality.

3 Methodology

Data to be used are provided by the Brazilian Ministry of Education (MEC) and elucidates thirty IES performance on undergraduate and graduate grades [5], which shall be outputs in DEA model; inputs, as these grades are qualitative, may be unitary and the same for all IES [7].

In a nutshell, undergraduate grades are provided through the continuous Preliminary Concept of Courses, while graduate marks reflect the Coordination for the Improvement of Higher Education Personnel concept [5]. The sample intend to be composed of the top thirty IES accordingly to General Courses Index (IGC), which are provided by National Institute for Educational Studies and Research “Anísio Teixeira” (Inep), an autarchy subordinated to MEC (for further details, please, see reference 4).

These data will be applied on four DEA models exposed in section 2. As the aim of the current work is to analyses the quasIDMU concept feasibility, formulation (C), originally proposed by Wang et al. [11], will be used. Thus, in a first moment, an IDMU is obtained of the sample and its weights applied on the mentioned model. Afterwards, quasIDMU data is used instead of IDMU. For the sake of comparison, benevolent and aggressive approaches shall also be calculated.

At best of our knowledge, we could not find a software which implemented construction (C). Therefore, we shall use *LPSolve IDE – 5.5.2.5*, a free software of linear programming, to solve the linear programming problems in order to find DEA efficiencies scores. Considering the construction of cross efficiency matrices, we mean to obtain with *Microsoft Excel 2016* aid. Meanwhile, to derive benevolent and aggressive rankings, we intend to use *R* software version 3.4.2 with *MultiplierDEA* package.

DEA model applied to figure out the weights of all formulations is the traditional CCR model [3] under the assumption of returns-to-scale (CRS) and output orientated.

Thereby, grounded on section 2 theory and the methodology provided above, we shall scrutinize quasIDMU concept.

4 Concluding Remarks

Virtual DMU is a novel technique and has been growing on DEA literature, mainly in applications to enhance the discriminatory power for rankings evaluations. Among possible Virtual DMUs, IDMU is widely applied [1]. Briefly, an IDMU is a fictional unit which consumes the lowest input(s) to produces the highest output(s) levels [11]

Notwithstanding, IDMU concept is quite unreal, in the sense that achieves an outstanding and unreachable performance. Yet, it is fair to inquire if such DMU is logical and affects the PPS. Therefore, grounded on the flexibility of Virtual DMU method, we propose the quasIDMU concept.

In order to verify quasIDMU plausibility, we intend to use Wang et al. [11] model, which seeks to minimize the distance between the DMU under evaluation and the IDMU. Once obtained the ranking with IDMU, we shall apply quasIDMU input(s) and output(s) values and compare both rankings. Benevolent and aggressive rankings are also deployed in order to enhance analysis. Data and resources are yet available to produce results, which mean to be showed on congress.

Despite of results absence, it is possible to outlook some improvements and future researches. In case of substantiated outcomes, it is crucial to have in mind that this application is a particularity and not a general and abstract conclusion. Therefore, we suggest a formal mathematical foundation. In addition, other applications and empirical studies could be conducted in order to certificate quasIDMU applicability.

References

1. **A. Aldamak & S. Zolfaghari**, Review of efficiency ranking methods in data envelopment analysis, *Measurement*, 106, 161-172, 2017.
2. **A. Boussofiene, R. Dyson & E. Thanassoulis**, Applied data envelopment analysis, *European Journal of Operational Research*, 52, 1-15, 1991.
3. **A. Charnes, W. Cooper & E. Rhodes**, Measuring the efficiency of decision making units, *European Journal of Operational Research*, 2 (4), 429 – 444, 1978.
4. **J. Favali & A. Milioni**, Brazilian Universities using IGC and DEA. *L Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*. Rio de Janeiro-RJ, 2018 Submitted.
5. **INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira** Sobre o IGC, Brasília, DF, 2018. Available in: <http://portal.inep.gov.br/indice-geral-de-cursos-igc->. Access: fev. 2018.
6. **R. Lin, Z. Chen, W. Xiong**, An iterative method for determining weights in cross efficiency evaluation, *Computers & Industrial Engineering*, 2016
7. **A. Milioni, D. Ferrari, R. Scarpel**. Uma Análise dos Resultados do IGC usando DEA. *XLIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*. Ubatuba-SP, 2011.
8. **M. Rezaeiani & A. Foroughi**, Ranking efficient decision making units in data envelopment analysis based on reference frontier share. *European Journal of Operational Research*, 264 (2), 665-674, 2018
9. **T. Sexton, R. Silkman, A. Hogan**, Data Envelopment Analysis: Critique and Extensions. In R. Silkman (editor), *Measuring Efficiency: An Assessment of Data Envelopment Analysis*. New Directions for Program Evaluation, 32, pp. 73-105, Jossey-Bass, San Francisco, 1986
10. **Wang, Y. & Y. Luo**, DEA efficiency assessment using ideal and anti-ideal decision making units, *Applied Mathematics and Computation*, 30 , 2006 902-915
11. **Y. Wang, K. Chin & Y. Luo**, Cross-efficiency evaluation based on ideal and anti-ideal decision making units, *Expert Systems with Applications*, 38, 10312-10319, 2011.
12. **B. Zheng**, An improvement on DEA model for many DMUs, in: Electronic Commerce and Business Intelligence, 2009. ECBI 2009. *International Conference on*, 2009, 246-249, 2009.

Algoritmos exatos para o problema da filogenia viva

Edna A. Hoshino
Faculdade de Computação - UFMS
eah@facom.ufms.br

Bianca A. Araujo
Faculdade de Computação - UFMS
bianca12.vieira@gmail.com

Vitória O. Freitas
Faculdade de Computação - UFMS
vitoriade3012@yahoo.com.br

Resumo

O problema da filogenia viva consiste em construir uma árvore filogenética de objetos taxonômicos que podem ocorrer tanto como folhas como nós internos da árvore. Este artigo aborda o problema da filogenia viva baseada em distância e admite matrizes de distância não aditivas. Três modelos de programação linear inteira e algoritmos *branch-and-bound* baseados nesses modelos são propostos para resolver o problema de forma exata, além de uma heurística baseada em programação linear para melhorar o desempenho dos algoritmos.

Palavras chave: Árvore Filogenética baseada em distância; Programação Linear Inteira; *Branch-and-Bound*.

1 Introdução

O **problema da filogenia baseada em distância** é um problema clássico em biologia computacional no qual se procura, partindo de uma matriz de estimativa de distâncias de um conjunto de objetos taxonômicos, construir sua história evolutiva através de uma árvore ponderada, na qual os objetos são folhas da árvore e todo vértice interno tem grau 3, de modo que os custos dos caminhos entre cada par de objetos mais se aproximem das distâncias dadas na matriz de entrada. O problema da filogenia viva baseada em distância é um problema relativamente novo, proposto por [9], que permite que os objetos taxonômicos também ocorram como nós internos da árvore.

Aplicações do problema incluem o estudo de microorganismos que possuem evolução rápida, como por exemplo os vírus [5]. Dentro desse contexto, exemplos mais específicos são a análise da evolução do RNA dos vírus [8] e o estudo do HIV [2]. Além da biologia molecular, outras áreas de aplicação são classificação de imagens e análise de documentos [6, 3].

Considere um grafo simples e completo $G = (V, E)$ com $V = T \cup W$ e uma função de distância $M : T \times T \mapsto \mathbb{R}^+$ que associa uma distância a cada par de vértices em T de G . O **problema da filogenia viva** consiste em encontrar uma árvore \mathcal{T} de G e uma função peso $c : E \mapsto \mathbb{R}^+$ tal que:

(i) $T \subseteq V[\mathcal{T}]$, (ii) $d(i) = 3$, para todo vértice interno i em \mathcal{T} e (iii) $\sum_{i,j \in T} |M_{ij} - p_{ij}|$ seja mínima, sendo que p_{ij} representa o custo, dado pela soma dos pesos das arestas, do único caminho em \mathcal{T} que liga os vértices i e j . Os vértices em T são chamados vértices **terminais** e em W de vértices de **Steiner**. Observe que os vértices em W representam objetos hipotéticos que não são obrigados a aparecerem na árvore \mathcal{T} . A árvore junto com os pesos das arestas definem os custos dos caminhos entre todos os pares de vértices em T . O objetivo é encontrar a árvore e os pesos das arestas de modo que os custos dos caminhos sejam os mais próximos possíveis das distâncias em M .

Um caso particular do problema da filogenia viva ocorre quando a matriz de distâncias da entrada é aditiva. Uma matriz M é **aditiva** se, para quaisquer quatro objetos i, j, k e l , M satisfaz $M_{i,j} + M_{k,l} = M_{i,k} + M_{j,l} \geq M_{i,l} + M_{j,k}$ [9]. Para essa variante, existe um algoritmo de complexidade de tempo polinomial [9]. Este projeto explora o caso em que a matriz não é aditiva, tratando-se de um problema NP-difícil provado por [1]. Para este caso, [1] propôs heurísticas para o problema. Pelo nosso conhecimento, não existem algoritmos exatos propostos na literatura para o problema.

Neste trabalho são apresentadas três formulações de programação linear inteira para modelar o problema e algoritmos exatos *branch-and-bound* baseados nesses modelos. Esta pesquisa é resultado de um trabalho de conclusão de curso [10]. O restante do texto está organizado conforme segue: na Seção 2 são apresentados os modelos de programação linear inteira. Detalhes da implementação e uma heurística de arredondamento de soluções fracionárias são apresentados junto com os resultados computacionais na Seção 3. As conclusões são apresentadas na Seção 4.

2 Formulações de programação linear inteira

Modelo natural A primeira formulação utiliza as seguintes variáveis de decisão: $x \in \{0, 1\}^{|E|}$, $z \in \{0, 1\}^{|V|}$, $y \in \{0, 1\}^{|E| \times |T| \times |T|}$, $a \in \{0, 1\}^{|V| \times |T| \times |T|}$, $c \in \mathbb{R}^{|E|}$, $w \in \mathbb{R}^{|E| \times |T| \times |T|}$ e $d \in \mathbb{R}^{|T| \times |T|}$. A variável x_e tem valor 1 se e somente se a aresta e pertence à árvore \mathcal{T} . De maneira similar, y_e^{ij} tem valor 1 se e somente se a aresta e pertence ao caminho em \mathcal{T} que liga os vértices i e j . A variável z_i tem valor 1 se e somente se o vértice i é um vértice interno da árvore \mathcal{T} . Já a_v^{ij} tem valor 1 se e somente se o vértice v pertence ao caminho em \mathcal{T} que liga os vértices i e j . A variável c_e é o peso atribuído à aresta e . O peso atribuído à aresta e que pertence ao caminho que liga i e j é representado pela variável w_e^{ij} . A variável d_{ij} é a diferença entre o custo do caminho ligando os vértices i e j na árvore e a distância dada na matriz de entrada M .

$$(F1) \quad \min \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} d_{ij}$$

$$\text{sujeito a} \quad \sum_{e \in E} w_e^{ij} - M_{ij} \leq d_{ij} \quad \forall i, j \in T, i \neq j \quad (1)$$

$$- \sum_{e \in E} w_e^{ij} + M_{ij} \leq d_{ij} \quad \forall i, j \in T, i \neq j \quad (2)$$

$$w_e^{ij} \leq y_e^{ij} M \quad \forall e \in E, \forall i, j \in T, i \neq j \quad (3)$$

$$w_e^{ij} \leq c_e \quad \forall e \in E, \forall i, j \in T, i \neq j \quad (4)$$

$$w_e^{ij} \geq c_e - M(1 - y_e^{ij}) \quad \forall e \in E, \forall i, j \in T, i \neq j \quad (5)$$

$$\sum_{e \in E} w_e^{kl} \leq \sum_{e \in E} w_e^{ki} + \sum_{e \in E} w_e^{il} \quad \forall k, l, i \in T, k \neq l, i \neq k, i \neq l \quad (6)$$

$$\sum_{e \in E} x_e = n - 1 + \sum_{i \in W} z_i \quad (7)$$

$$\sum_{e \in \delta(i)} x_e = 2z_i + 1 \quad \forall i \in T \quad (8)$$

$$\sum_{e \in \delta(i)} x_e = 3z_i \quad \forall i \in W \quad (9)$$

$$\sum_{e \in \delta(v)} y_e^{ik} = 2a_v^{ik} \quad \forall v \in V \setminus \{i, k\}, \forall i, k \in T, i \neq k \quad (10)$$

$$x_e \geq y_e^{ij} \quad \forall i, j \in T, i \neq j, \forall e \in E \quad (11)$$

$$y_{uv}^{ik} \leq a_u^{ik} \quad \forall u, v \in V, u \neq v, \forall i, k \in T, i \neq k \quad (12)$$

$$y_{uv}^{ik} \leq a_v^{ik} \quad \forall u, v \in V, u \neq v, \forall i, k \in T, i \neq k \quad (13)$$

$$(14)$$

As restrições (1) e (2) obrigam d_{ij} a ser igual ao módulo da diferença entre a distância atribuída na árvore e a distância dada na matriz M . (3) força que o peso de uma aresta seja zero nos caminhos em que não pertence. As inequações (4) e (5) garantem que cada aresta da árvore tenha o mesmo peso em todos os caminhos. A restrição (6) refere-se a um limitante inferior discutido na Seção 3. (7) força a conectividade enquanto a restrição (8) obriga todo vértice em T a ter grau 3, se for interno, ou 1, se for folha. Por outro lado, a (9) força todo vértice de Steiner a ter grau 3, se ele participar de \mathcal{T} . A restrição (10) obriga duas arestas incidirem em cada vértice interno de um caminho enquanto (11) restringe arestas de um caminho a serem arestas da árvore. (12) e (13) obrigam que todo vértice em que incida uma aresta do caminho também esteja no caminho.

Modelo baseado no problema da árvore de Steiner O segundo modelo é baseado no modelo de fluxo comum, denotado por P_{F2} , em [7] para o problema da árvore de Steiner. Em [7], o modelo P_{F2} foi considerado o mais forte dentre vários modelos conhecidos na literatura para o problema da árvore de Steiner. Esse modelo foi adaptado para o modelo natural da filogenia viva, considerando um grafo de entrada $G_2 = (V, A)$ orientado. O modelo considera o fluxo de um vértice raiz r a cada vértice terminal. Fixa-se um vértice terminal qualquer para ser a raiz r . O grafo $G_2 = (V, A)$ é obtido de $G(V, E)$, substituindo-se cada aresta (i, j) de E pelos arcos (i, j) e (j, i) em A .

As variáveis de decisão utilizadas são: $x \in \{0, 1\}^{|A|}$, $z \in \{0, 1\}^{|V|}$, $y \in \{0, 1\}^{|A| \times |T| \times |T|}$, $\hat{y} \in \mathbb{Z}^{|A| \times |T| \times |T|}$, $c \in \mathbb{R}^{|A|}$, $w \in \mathbb{R}^{|A| \times |T| \times |T|}$ e $d \in \mathbb{R}^{|T| \times |T|}$. As variáveis d_{ij} e z_i são iguais ao modelo anterior enquanto x_a , y_a^{ij} , c_a e w_a^{ij} são equivalentes as do primeiro modelo, porém são referentes a arcos. As variáveis novas são: \hat{y}_a^i que é a porção de fluxo no arco a pertence ao fluxo de r a i e \hat{y}_a^{ij} que é a porção de fluxo no arco a comum aos fluxos de r a i e de r a j . O modelo de PLI baseado no problema da árvore de Steiner é definido como segue:

$$(F2) \quad \min \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} d_{ij}$$

sujeito a (1), (2), (3), (4), (5), (6)

$$\sum_{(j,t) \in A} \hat{y}_{jt}^t - \sum_{(t,j) \in A} \hat{y}_{tj}^t = 1 \quad t \in T \setminus \{r\} \quad (15)$$

$$\sum_{(j,i) \in A} \hat{y}_{ji}^t - \sum_{(i,j) \in A} \hat{y}_{ij}^t = 0 \quad t \in T \setminus \{r\}, i \in V \setminus \{r, t\} \quad (16)$$

$$\sum_{(j,r) \in A} \hat{y}_{jr}^{kl} - \sum_{(r,j) \in A} \hat{y}_{rj}^{kl} \geq -1 \quad k, l \in T \setminus \{r\}, k \neq l \quad (17)$$

$$\sum_{(j,i) \in A} \hat{y}_{ji}^{kl} - \sum_{(i,j) \in A} \hat{y}_{ij}^{kl} \geq 0 \quad k, l \in T \setminus \{r\}, k \neq l, i \in V \setminus \{r\} \quad (18)$$

$$\hat{y}_a^{kl} \leq \dot{y}_a^k \quad k, l \in T \setminus \{r\}, k \neq l, a \in A \quad (19)$$

$$\hat{y}_a^{kl} \leq \dot{y}_a^l \quad k, l \in T \setminus \{r\}, k \neq l, a \in A \quad (20)$$

$$\dot{y}_a^k + \dot{y}_a^l - \hat{y}_a^{kl} \leq x_a \quad k, l \in T \setminus \{r\}, k \neq l, a \in A \quad (21)$$

$$y_a^{kl} = (\dot{y}_a^k + \dot{y}_a^l) - 2\hat{y}_a^{kl} \quad k, l \in T \setminus \{r\}, k \neq l, a \in A \quad (22)$$

$$\sum_{a \in \delta^-(r)} x_a = 0 \quad (23)$$

$$\sum_{a \in \delta^-(i)} x_a = 1 \quad \forall i \in T \quad (24)$$

$$\sum_{a \in \delta^-(i)} x_a = z_i \quad \forall i \in W \quad (25)$$

$$\sum_{a \in \delta^+(r)} x_a = 1 + 2z_r \quad (26)$$

$$\sum_{a \in \delta^+(i)} x_a = 2z_i \quad \forall i \in V \setminus \{r\} \quad (27)$$

As restrições (15) e (16) garantem que, para cada $t \in T \setminus \{r\}$, haja um fluxo de uma unidade indo de r a t , enquanto que (17) e (18) garantem que o fluxo comum não aumente. (19), (20) e (21) são responsáveis por garantir que não haja fluxo nos arcos que não estão em T e que T contenha caminhos de r até cada vértice pertencente a T . A restrição (21) impede que dois fluxos se dividam e depois se unam novamente. Arcos sem fluxos são proibidos por (22) enquanto (23), (24), (25), (26) e (27) restringem os graus dos vértices.

Modelo baseado em caminhos No terceiro modelo, considera-se um grafo orientado $G_2 = (V, A)$, como discutido no modelo anterior. As variáveis de decisão utilizadas são: $x \in \{0, 1\}^{|A|}$, $z \in \{0, 1\}^{|V|}$, $g \in \{0, 1\}^{|V| \times |T| \times |T|}$, $\dot{y} \in \mathbb{Z}^{|A| \times |T|}$, $p \in \mathbb{R}^{|T| \times |T|}$ e $d \in \mathbb{R}^{|T| \times |T|}$. As variáveis x_a, \dot{y}_a^i, z_i e d_{ij} são equivalentes às do modelo anterior. As variáveis novas utilizadas nesse modelo são: g_i^{kl} que tem valor 1 se e somente se o vértice i é o último ancestral comum entre k e l e p_{ij} , que é a distância entre os vértices i e j na árvore. O terceiro modelo de PLI é definido como segue:

$$(F3) \quad \min \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} d_{ij}$$

$$\text{sujeito a} \quad \dot{y}_a^k \leq x_a \quad k \in T \setminus \{r\}, a \in A \quad (28)$$

$$p_{ij} - M_{ij} \leq d_{ij} \quad \forall i, j \in T, i \neq j \quad (29)$$

$$-p_{ij} + M_{ij} \leq d_{ij} \quad \forall i, j \in T, i \neq j \quad (30)$$

$$p_{rk} \geq p_{ri} + p_{ij} + p_{jk} - M(1 - \dot{y}_{ij}^k) \quad \forall k \in T \setminus \{r\}, \forall i, j \in V, i \neq j, i \neq k, j \neq k \quad (31)$$

$$p_{rk} \leq p_{ri} + p_{ij} + p_{jk} + M(1 - \dot{y}_{ij}^k) \quad \forall k \in T \setminus \{r\}, \forall i, j \in V, i \neq j, i \neq k, j \neq k \quad (32)$$

$$p_{kl} \geq p_{ik} + p_{il} - M(1 - g_i^{kl}) \quad \forall k, l \in T \setminus \{r\}, k \neq l, \forall i \in V, i \neq k, i \neq l \quad (33)$$

$$p_{kl} \leq p_{ik} + p_{il} \quad \forall k, l \in T, k \neq l, \forall i \in V, i \neq k, i \neq l \quad (34)$$

$$g_i^{kl} \geq (y_{ij}^k - y_{ij}^l) + \left(\sum_{x \in V \cup W} y_{xi}^l - 1 \right) \quad \forall k, l \in T \setminus \{r\}, k \neq l, \forall i, j \in V, i \neq j, i \neq k, i \neq l \quad (35)$$

$$g_i^{kl} \geq (y_{ij}^l - y_{ij}^k) + \left(\sum_{x \in V \cup W} y_{xi}^k - 1 \right) \quad \forall k, l \in T \setminus \{r\}, k \neq l, \forall i, j \in V, i \neq j, i \neq k, i \neq l \quad (36)$$

$$(15), (16), (23), (24), (25), (26), (27)$$

A restrição (28) garante que, se um arco possuir fluxo, ele está na árvore. (29) e (30) obrigam a distância entre dois vértices a ser o módulo da diferença entre a distância atribuída na árvore e a distância na matriz M . (31) e (32) fazem com que a distância entre a raiz e qualquer vértice seja igual à soma das distâncias de todas as arestas no caminho entre os dois. A (33) faz com que a distância entre dois vértices diferentes da raiz seja maior ou igual à soma da distância entre seu último ancestral comum e eles, enquanto a (34) faz com que essa distância seja menor ou igual à soma das distâncias entre eles e qualquer outro vértice. As restrições (35) e (36) definem que o último ancestral i comum a dois vértices k e l é aquele que recebe fluxo para os dois, mas repassa algum fluxo apenas para um deles através de um arco (i, j) .

3 Implementação e Resultados Computacionais

Limitante inferior Quando os pesos das arestas são não negativos, um limitante inferior natural para qualquer instância do problema da filogenia viva baseada em distância pode ser calculado. Primeiramente, observe que, qualquer que seja a árvore \mathcal{T} , existe, para cada par de vértices i e j em T , um caminho único P_{ij} ligando i a j em \mathcal{T} . Considere a notação p_{ij} para o custo de um caminho P_{ij} . Quando $i = j$ considere $p_{ij} = 0$. Além disso, para qualquer vértice $k \in \mathcal{T}$ distinto de i e j , há dois casos possíveis: k pertence ao caminho P_{ij} ou existe um caminho P' em \mathcal{T} ligando k a algum vértice v de P_{ij} , dado que \mathcal{T} é conexo. No primeiro caso, segue que $p_{ij} = p_{ik} + p_{kj}$. No segundo caso, note que v pode coincidir com i ou j . Logo, $p_{ik} = p_{iv} + p_{vk}$ e $p_{jk} = p_{jv} + p_{vk}$. Observe que $p_{ij} = p_{iv} + p_{vj} = p_{ik} + p_{jk} - 2p_{vk}$.

Como os pesos das arestas são não negativos, tem-se que $p_{vk} \geq 0$, logo

$$p_{ij} \leq p_{ik} + p_{kj}. \quad (37)$$

Nos modelos propostos, essa desigualdade é garantida pela restrição (6) nos dois primeiros modelos e por (34) no terceiro. Uma vez que essas desigualdades dependem apenas do valor das variáveis de decisão relacionadas ao peso das arestas ou do custo dos caminhos, as quais impactam diretamente no valor da função objetivo, elas impõem um limitante inferior ao valor da solução ótima independente da árvore de filogenia construída. Testes preliminares indicaram que a não utilização dessas desigualdades nos modelos levam a solução ótima fracionária a terem valor ótimo igual a zero, ou seja, um limitante inferior muito fraco.

Heurística Considere x_e^* o valor da variável de decisão associada a cada aresta e na solução ótima da relaxação linear de cada um dos três modelos propostos. A heurística baseada em programação linear proposta consiste em 3 etapas. Na primeira, cria-se uma árvore conectando todos os vértices terminais, usando-se um algoritmo guloso considerando x_e^* o peso de cada aresta e . Na segunda, troca-se as arestas da árvore para corrigir os graus dos vértices internos, quando o grau for diferente

de 3, e remove-se vértices hipotéticos que aparecem como folhas da árvore. Na última etapa, atribui-se pesos às arestas da árvore de modo que os custos dos caminhos ligando cada par de vértices na árvore mais se aproximem das distâncias dadas na matriz de entrada.

Atribuição de pesos nas arestas de uma árvore Dada uma matriz de distância M entre objetos e uma árvore \mathcal{T} conectando os objetos, o problema de atribuir os pesos das arestas da árvore de modo que os custos dos caminhos ligando cada par de objetos na árvore mais se aproxime das distâncias dadas pela matriz pode ser resolvido em tempo polinomial através da solução de um problema de programação linear, como descrito a seguir. A variável de decisão c_{ij} representa o peso atribuído ao arco (i, j) e d_{ij} é a diferença entre o custo do caminho ligando os vértice i e j na árvore e o valor da distância dada na matriz M . No modelo descrito a seguir, considere que p_{ij} representa o único caminho em \mathcal{T} que liga os vértices i e j .

$$(F4) \quad \min \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} d_{ij}$$

$$\text{sujeito a} \quad d_{ij} \geq -M_{ij} + \sum_{(k,l) \in p_{ij}} c_{kl} \quad \forall i, j \in T, i \neq j \quad (38)$$

$$d_{ij} \geq M_{ij} - \sum_{(k,l) \in p_{ij}} c_{kl} \quad \forall i, j \in T, i \neq j \quad (39)$$

$$c \in \mathbb{R}^{|\mathcal{T}|-1}, d \in \mathbb{R}^{|\mathcal{T}| \times |\mathcal{T}|} \quad (40)$$

Observe que, para a construção desse modelo, é possível obter as arestas que pertencem a cada caminho p_{ij} através do último ancestral comum a i e j em \mathcal{T} .

Testes computacionais Algoritmos *branch-and-bound* para cada um dos modelos de PLI foram implementados na linguagem C utilizando-se a biblioteca de otimização SCIP (Solving Constraint Integer Programs) [4]¹. Testes computacionais foram realizados em uma máquina com o processador Intel(R) Core(TM) i7-4790 3.60GHz e 32GB de memória RAM, mas habilitando-se apenas um núcleo. Na configuração do SCIP, foram desabilitados o uso de algoritmos de separação de cortes, heurísticas primais, pré-processamento e *strong branching*. Testes computacionais foram realizados em vinte instâncias, cada uma contendo 8 ou 10 objetos, e o tempo limite foi fixado em meia hora para cada teste.

Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 1, na qual a coluna LB representa os limitantes inferiores encontrados para cada instância; UB-m1, UB-m2 e UB-m3 indicam os limitantes superiores computados pelo algoritmo baseado no primeiro, segundo e terceiro modelo, respectivamente; da mesma forma que Nós-m1, Nós-m2 e Nós-m3, a quantidade de nós explorados por cada algoritmo. O símbolo * indica que o algoritmo não conseguiu encontrar uma solução viável no tempo limite. Os nomes das instâncias seguem o padrão: $d_{n-m-i-k}$, sendo $|T| = n + m$.

¹As autoras agradecem aos desenvolvedores da biblioteca SCIP por sua disponibilização e documentação

Tabela 1: Resultados comparativos entre os três modelos

Instância	LB	UB-m1	UB-m2	UB-m3	UB-m3h	Nós-m1	Nós-m2	Nós-m3
d_6_2_1_10	2,8	747,2	352,2	167,2	41,4	639	83	5348
d_6_2_1_1	0	758,8	431,8	15,8	5,8	795	76	4451
d_6_2_1_2	1,7	749,3	*	23,3	23,3	451	78	6618
d_6_2_1_3	0	708,4	*	25	15	388	87	5238
d_6_2_1_4	0	778,4	640,7	30,8	165,6	646	83	4581
d_6_2_1_5	0	369,4	*	26,4	171,2	547	74	6043
d_6_2_1_6	0	680,1	613,7	43,7	43,7	692	115	4191
d_6_2_1_7	0	872,7	534,4	313,3	40,1	502	72	6284
d_6_2_1_8	0	811,5	605,3	138,9	41,4	428	84	5341
d_6_2_1_9	2,8	817,9	623,9	164,4	141,2	609	81	6729
d_6_4_1_10	3,2	*	*	*	991,9	35	5	175
d_6_4_1_1	0	*	*	858,4	893,6	42	7	148
d_6_4_1_2	2,7	*	*	*	1003,4	28	8	160
d_6_4_1_3	0	*	*	484,8	719,2	28	7	152
d_6_4_1_4	0	*	*	*	848	32	7	125
d_6_4_1_5	0	*	*	745,2	968,3	36	8	144
d_6_4_1_6	0	*	*	*	944,7	29	8	107
d_6_4_1_7	0	*	*	906,2	831,9	33	3	167
d_6_4_1_8	2,3	*	*	694,8	672,4	45	5	405
d_6_4_1_9	3,2	*	*	*	911	43	6	134

Os limitantes inferiores encontrados em cada instância foram os mesmos para os diferentes modelos e foram muito baixos. Comparando a quantidade de nós explorados, observa-se que o modelo baseado na árvore de Steiner foi a mais difícil de se resolver que os demais devido ao grande número de restrições e variáveis. O terceiro modelo, foi o que explorou mais nós e o que gerou os melhores limitantes superiores. Assim, esse modelo foi escolhido para ser testado com a heurística de arredondamento de soluções facionárias. O valor dos limitantes obtidos ao usar essa heurística está representado na coluna UB-m3h na Tabela 1. Como pode ser observado, a heurística ajudou o algoritmo a obter soluções melhores, mas ainda assim não foi capaz de melhorar o limitante inferior.

Foram realizados testes em duas instâncias maiores, uma contendo 12 objetos e outra contendo 14 objetos. No primeiro teste o tempo foi limitado em 30 minutos. Já no segundo teste, em 2 horas. Os resultados são apresentados na Tabela 2.

Tabela 2: Resultados do terceiro modelo com heurística para instâncias maiores

Instância	1800s			7200s		
	LB	UB	Nós	LB	UB	Nós
d_10_2_1_124_466_1	637	1457	19	637	1420,5	46
d_10_4_1_209_928_1	666	1588,4	5	666	1588,4	5

A primeira diferença observada nesses últimos testes foi o valor dos limitantes inferiores, expressivamente mais altos que nas instâncias de oito e dez vértices. Mesmo aumentando o tempo em quatro vezes, não houve melhora no desempenho e poucos nós foram explorados.

4 Conclusões

Neste artigo foram apresentados três modelos de programação linear inteira para o problema da filogenia viva e uma heurística baseada em programação linear. A implementação *branch-and-bound* baseada no modelo da árvore de Steiner alcançou soluções melhores que o modelo natural, mas foi mais lenta que as demais, explorando menos nós. Por outro lado, o algoritmo baseado no modelo em caminhos se mostrou mais simples e rápido. Com o apoio da heurística de arredondamento de soluções facionárias, sua execução foi a mais bem sucedida, encontrando soluções viáveis para todas as instâncias testes em menos de meia hora. De modo geral, observou-se a dificuldade em se resolver o problema, mesmo para instâncias pequenas, o que motiva trabalhos futuros de desigualdades válidas para melhorar os limitantes inferiores e a inclusão de buscas locais na heurística.

Referências

- [1] G. S. Araújo, G. P. Telles, M. E. M. T. Walter, and N. F. Almeida. Distance-based live phylogeny. In *8th International Conference on Bioinformatics Models, Methods and Algorithms*, volume 3, pages 196–201, Porto, Portugal, 2017. SCITEPRESS.
- [2] E. Castro-Nallar, M. Pérez-Losada, G. F. Burton, and K. A. Crandall. The evolution of hiv: inferences using phylogenetics. *Molecular phylogenetics and evolution*, 62(2):777–792, 2012.
- [3] A. M. Cuadros, F. V. Paulovich, R. Minghim, and G. P. Telles. Point placement by phylogenetic trees and its application to visual analysis of document collections. In *IEEE VAST*, pages 99–106, 2007.
- [4] G. Gamrath, T. Fischer, T. Gally, A. M. Gleixner, G. Hendel, T. Koch, S. J. Maher, M. Miltenberger, B. Müller, M. E. Pfetsch, C. Puchert, D. Rehfeldt, S. Schenker, R. Schwarz, F. Serrano, Y. Shinano, S. Vigerske, D. Weninger, M. Winkler, J. T. Witt, and J. Witzig. The scip optimization suite 3.2. Technical Report 15-60, ZIB, Takustr.7, 14195 Berlin, 2016.
- [5] T. Gojobori, E. N. Moriyama, and M. Kimura. Molecular clock of viral evolution, and the neutral theory. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 87(24):10015–10018, 1990.
- [6] J. G. Paiva, L. Florian, H. Pedrini, G. P. Telles, and R. Minghim. Improved similarity trees and their application to visual data classification. *IEEE transactions on visualization and computer graphics*, 17(12):2459–2468, 2011.
- [7] T. Polzin and S. V. Daneshmand. A comparison of steiner tree relaxations. *Discrete Applied Mathematics*, 112(1):241–261, 2001.
- [8] S. Pompei, V. Loreto, and F. Tria. Phylogenetic properties of rna viruses. *PLoS One*, 7(9):e44849, 2012.
- [9] G. P. Telles, N. F. Almeida, R. Minghim, and M. E. M. T. Walter. Live phylogeny. *Journal of Computational Biology*, 20(1):30–37, 2013.
- [10] B. A. Vieira and V. O. Freitas. Algoritmos exatos para o problema da filogenia viva. Monografia de Conclusão de Curso, UFMS, 2017.

MODELO PARA EL PROBLEMA DE RUTEO DE VEHÍCULOS CON VENTANAS DE TIEMPO EN BOGOTÁ USANDO FLOTA HETEROGÉNEA CON TIEMPO DEPENDIENTE

Diego Acevedo

Pontificia Universidad Javeriana de Bogotá, Colombia

Diego-Acevedo@javeriana.edu.co

Sebastián Beltrán

Pontificia Universidad Javeriana de Bogotá, Colombia

beltran.sebastian@javeriana.edu.co

Juan Chaparro

Pontificia Universidad Javeriana de Bogotá, Colombia

juanchaparro@javeriana.edu.co

Nicolás Rincón García

Pontificia Universidad Javeriana de Bogotá, Colombia

nicolas.rincon@javeriana.edu.co

Mohamed Rabie Nait Abdallah

Pontificia Universidad Javeriana de Bogotá, Colombia

Rnait-abdallah@javeriana.edu.co

Abstract

Este trabajo estudia el problema de ruteo de vehículos con flota heterogénea y ventanas de tiempo en Bogotá. Tal como mencionan (Rincón-García, Waterson, & Cherrett, 2017), la industria se enfrenta a desafíos en temas de transporte relacionados con la congestión vial y los requerimientos de los clientes en cuanto al cumplimiento de entregas en ventanas de tiempo. Dicho lo anterior, es oportuno desarrollar un modelo que soporte la toma de decisiones en el problema distribución en Bogotá. Teniendo en cuenta que el problema se denomina VRPTW (Vehicle Routing Problem with Time Windows), de complejidad NP-Hard, que es una extensión del clásico problema VRP (Cordeau, Laporte, Savelsbergh, & Vigo, 2007), se utilizarán métodos meta heurísticos orientados a la minimización de costos, y no métodos exactos, ya que no han demostrado soluciones óptimas para instancias con más de 100 nodos (Baldacci, Mingozzi, & Roberti, 2012; Laporte, 2009).

Palabras clave: Bogotá, VRPTW, Distribución, Flota Heterogénea.

1 Introducción

La “Encuesta Nacional Logística 2015”, presenta el panorama logístico colombiano donde las principales barreras que afectan a los usuarios de servicios logísticos son los altos costos relacionados al transporte y la falta de sistemas de información en logística. De igual manera el prestador de servicios logísticos tiene

desafíos frente a la falta de zonas adecuadas para cargue y descargue, las infraestructuras viales y la congestión vehicular (Sistema Nacional de Competitividad, Ciencia, Tecnología e Investigación, 2015).

Con respecto a la competitividad logística, es necesario resaltar que esta ha sido trasladada a un nivel de competitividad entre cadenas de suministro y su correcta administración y seguimiento, lo que conlleva a diseñar sus eslabones de manera organizada con el fin de generar ventajas competitivas (Latha Shankar, Basavarajappa, Kadadevaramath, & Chen, 2013). Al diseñar o rediseñar una cadena de suministros, cada una de las decisiones tomadas tendrá un gran efecto sobre los diferentes eslabones y variables involucradas, por lo que es necesario realizar las decisiones en simultáneo que permitan obtener un nivel de costo-beneficio (trade-off) entre los costos de la cadena de suministros y el servicio prestado, evaluando los siguientes factores como: locación de planta, costos de materiales, costos de producción, diseño de rutas, costos de transporte, costos de inventarios, entre otros.

Uno de los componentes necesarios para la planeación de la cadena de suministros corresponde al diseño de rutas, para esto se define el problema VRP (Vehicle Routing Problem) que se fundamenta en diseñar rutas sujetas a un conjunto de restricciones y características espaciales o temporales, con el fin de obtener bajos costos de aplicación.

2 Descripción del problema

El clásico problema de VRP consiste en minimizar el costo total del diseño de las rutas de N vehículos hacia M clientes, donde cada vehículo inicia y termina en un depósito tal que cada cliente es visitado una sola vez. Para modelar los requerimientos de la industria se propone una extensión del problema VRP, incluyendo ventanas de tiempo para cada cliente, una flota heterogénea de vehículos con capacidad finita, un costo fijo asociado al tipo de vehículo y un costo relacionado al tiempo en ruta, dicho problema se identificará como *Heterogeneous fixed fleet vehicle routing problem with time windows* (HFFVRPTW) (Koç, Bektaş, Jabali & Laporte, 2014).

Como método de resolución del problema HFFVRPTW se utiliza un algoritmo que, inicialmente ordena los clientes mediante la heurística del *vecino más cercano*, luego organiza los camiones de mayor a menor por capacidad y hace un ruteo con cada tipo de camión. En cada uno de estos ruteos se realiza una búsqueda local entre los clientes tal que minimice el costo total de la ruta. Una vez consolidadas todas las rutas de la solución se reemplazan los camiones por otros con la capacidad mínima posible, sin alterar el orden de los clientes, se calculan los costos de la solución local y si el costo obtenido es menor que la mejor solución global, esta se actualiza, de lo contrario se sigue iterando hasta que no se puedan hacer cambios nuevos. A continuación, se realiza el procedimiento de búsqueda y ajuste, ver figura 1, que i

Algorithm 1 Búsqueda y Ajuste

```
1: Define  $Rutas \leftarrow$  Heurística()  
2: Define  $itLNS \leftarrow$  número de iteraciones del LNS  
3: Define  $nis \leftarrow$  número de iteraciones sin mejora  
4: Define  $li \leftarrow$  mínimo número de clientes  
5: Define  $ls \leftarrow$  máximo número de clientes  
6: Define  $bestRutas \leftarrow Rutas$   
7: procedure BYA  
8:   do  
9:      $rutasAux \leftarrow bestRutas$ 
```

```

10:   Define  $bagSize \leftarrow \text{RandomNumber}(li, ls)$ 
11:    $rutasLNS \leftarrow \text{LNS}(rutasAux, bagSize, itLNS)$ 
12:   AjustarCamiones()
13:    $Costo \leftarrow \text{CostoTotal}(rutasLNS)$ 
14:   if  $Costo \leq bestGlobalCost$  then
15:      $i \leftarrow 0$ 
16:      $it \leftarrow 0$ 
17:      $bestGlobalCost \leftarrow Costo$ 
18:      $bestRutas \leftarrow rutasLNS$ 
19:   else
20:      $it = it + 1$ 
21:   end if
22: while  $it \neq nis$ 

```

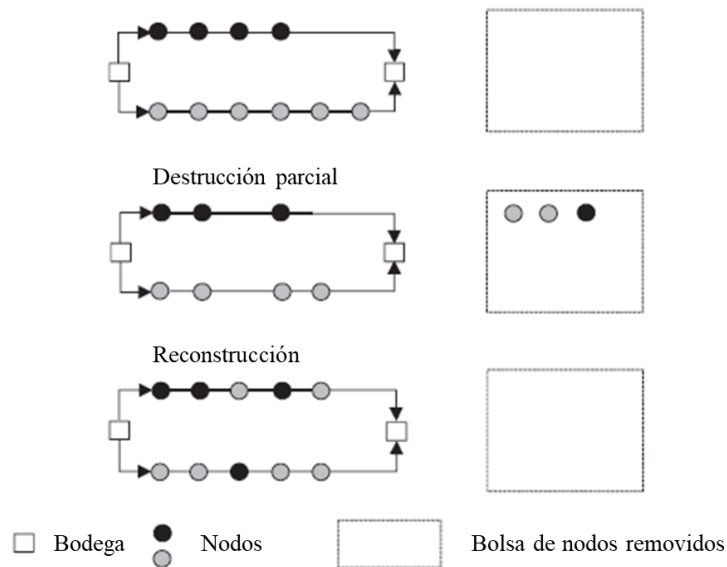


Figura 2 Movimiento del algoritmo LNS

5 Conclusiones

Para comprobar la robustez del algoritmo se utilizaron los datos y parámetros de costos de Liu y Shen, basados en las instancias de Solomon, compuestos por conjuntos de datos denominados como: C, R y RC. El grupo C corresponde a clientes agrupados en clúster, el grupo R corresponde a clientes ubicados aleatoriamente y el grupo RC cliente como cliente ubicados en semi-clúster. A dichas configuraciones se realiza la extensión C1, C2, R1, R2, RC1, RC2, donde el grupo 2 posee horizontes de planeación y capacidades mayores al grupo 1. Finalmente, Liu y Shen presentan las estructuras de costo (A, B, C), en el que se diversifica la capacidad de los camiones y sus costos asociados, con esto se genera un total de 168 instancias de prueba.

A continuación se presentan los resultados relevantes del algoritmo propuesto frente los algoritmos UHGS (Vidal.2014) y HEA (Koc.2014), utilizando un computador con 8 Gb RAM y un procesador Intel core i7 2.8Hz .

Tabla1 Resultados instancias R2

Instancia	Flota	Costo flota	Dist.	Costo total	Tiempo ejecución
R201A	5A	2250	1276	3526	4m 50s
R202A	5A	2250	1141	3391	6m 39s
R203A	5A	2250	972	3222	5m 30 s
R204A	5A	2250	811	3061	6m 2s
R205A	5A	2250	1087	3337	5m 9s
R206A	5A	2250	969	3219	4m 55s
R207A	5A	2250	877	3127	10m
R208A	5A	2250	781	3031	7m 24s
R209A	5A	2160	966	3126	4m 54s
R210A	5A	2250	992	3242	7m 18s
R211A	5A	2250	831	3081	5m 30s
R201B	5A	450	1275	1725	2m 51s
R202B	5A	450	1090	1540	2m 45s
R203B	1A 3B	510	1001	1511	5m 36s
R204B	5A	450	810	1260	4m 6s
R205B	1A 3B	510	1070	1580	4m 13s
R206B	1B 2C	620	1065	1685	5m 30s
R207B	1B,2C	620	830	1450	8m 3s
R208B	5A	450	777	1227	5m 8s
R209B	1A 3B	510	953	1463	5m 8s
R210B	1A 3B	510	1036	1546	6m 28s
R211B	1A 2B	570	846	1416	8m 2s
R201C	5A	225	1310	1535	3m 15s
R202C	4A 1B	250	1103	1353	3m 39s
R203C	1A 3B	255	983	1238	5m 23s
R204C	1B 2C	310	881	1191	4m 41s
R205C	1A 3B	255	1048	1303	5m 27s
R206C	1A 3B	255	1032	1287	6m 21s
R207C	2A 1B 1C	280	880	1160	6m 15s
R208C	1A 2C	285	803	1088	6m 55s
R209C	1A 3B	255	956	1211	4m 14s
R210C	1A 3B	255	1054	1309	6m 19s
R211C	1B 2C	310	846	1156	7m 32s

Tabla 2 Resultados instancias C1

Instancia	Flota	Costo flota	Distancia	Costo total	Tiempo ejecución
C101A	19A	5700	1423	7123	7m 27s
C102A	19A	5690	1437	7127	1m 18s
C103A	19A	5700	1406	7106	1m 58s
C104A	19A	5700	1406	7106	2m 50s
105A	19A	5700	1443	7143	1m 44s
C106A	19A	5700	1439	7139	1m 31s
C107A	19A	5700	1455	7155	1m 21s
C108A	19A	5700	1411	7111	2m 9s
C109A	19A	5700	1418	7118	2m 33s
C101B	10B	1600	828	2428	51s
C102B	2A 9B	1260	867	2127	1m 28s
C103B	10B	1600	828	2428	1m 46s
C104B	1A 9B	1500	922	2422	2m 39
C105B	10B	1600	828	2428	52s
C106B	10B	1600	828	2428	1m 28s
C107B	10B	1600	828	2428	1m 23s
C108B	10B	1600	828	2428	1m 24s
C109B	10B	1600	828	2428	2m 42s
C101C	10B	800	828	1628	53s
C102C	10B	800	828	1628	1m 14s
C103C	10B	800	828	1628	1m 39s
C104C	10B	800	828	1628	2m 40s
C105C	10B	800	828	1628	56s
C106C	10B	800	828	1628	1m 17s
C107C	10B	800	828	1628	1m 28s
C108C	10B	800	828	1628	1m 22s
C109C	10B	800	855	1655	2m 1s

Tabla 3 Resultados instancias C2

Instancia	Flota	Costo flota	Distancia.	Costo total	Tiempo ejecución
C201A	5A	5000	704	5704	2m 32s
C202A	5A	5000	689	5689	3m 55s
C203A	5A	5000	689	5689	4m 18s
C204A	5A	5000	686	5686	4m 44s
C205A	5A	5000	704	5704	3m 24s
C206A	5A	5000	700	5700	3m 54s
C207A	5A	5000	700	5700	4m 6s
C208A	5A	5000	698	5698	4m 16s
C201B	2A 1B 1C	1080	659	1739	1m 57s
C202B	5A	1000	692	1692	2m 45s
C203B	5A	1000	695	1695	4m 4s
C204B	5A	1000	685	1685	3m 11s
C205B	5A	1000	709	1709	3m 28s
C206B	5A	1000	697	1697	4m 41s
C207B	2A 1B 1C	1080	737	1817	2m 42s
C208B	1A 3B	1040	705	1745	2m 52s
C201C	5A	500	705	1205	1m 42s
C202C	5A	500	689	1189	2m 46s
C203C	2A 1B 1C	540	676	1216	2m 45s
C204C	5A	500	684	1184	4m 39s
C205C	2C 1D	670	601	1271	2m 28s
C206C	2A 1B 1C	540	745	1285	3m 2s
C207C	2A 1B 1C	540	748	1288	2m 50s
C208C	2A 1B 1C	540	677	1217	3m 21s

Tabla 4 Resultados Instancias RC1

Instancia	Flota	Costo flota	Distancia	Costo total	Tiempo ejecución
RC201A	18A	2700	1751	4451	2m 17s
RC202A	3C	3300	1273	4573	4m 34s
RC203A	6C	3300	1076	4376	4m 58s
RC204A	2C, 3D	3500	871	4371	3m 28s
RC205A	18A	2700	1706	4406	2m 38s
RC206A	6C	3300	1267	4567	4m 34s
RC207A	9B	3150	1154	4304	3m 41s
RC208A	6C	3300	921	4221	5m 45s
RC201B	2A 3B	600	1570	2170	2m 2s
RC202B	2C 5D	700	1258	1958	3m 47s
RC203B	3C 1D 1E	710	1097	1807	5m 8s
RC204B	2B 3C	700	878	1578	4m 45s
RC205B	6A	540	1333	1873	2m 45s
RC206B	1B 2C 2E	730	1237	1967	3m 19s
RC207B	2C 3D	700	1202	1902	5m 11s
RC208B	6C	660	924	1584	4m 49s
RC201C	2C 3D	350	1531	1881	3m 35s
RC202C	2C3D	350	1227	1577	3m 40s
RC203C	3C 1D 1E	355	1095	1450	4m 41s
RC204C	2D 2E	380	911	1291	5m 24s
RC205C	3C 1D 1E	355	1366	1721	3m 5s
RC206C	1B 2C 2E	365	1235	1600	3m 17s
RC207C	2C 3D	350	1199	1549	3m 15s
RC208C	6C	330	899	1229	4m 51s

Referencias

1. R. Baldacci, B. Mingozzi y R. Roberti. Recent exact algorithms for solving the vehicle routing problem under capacity and time window constraints, 1-6, European Journal of Operational research, 2012.
2. J. Cordeau, G. Laporte, M. Savelsbergh, y D. Vigo. Chapter 6 vehicle routing. Handbooks in Operations Research and Management Science, 2007.
3. Ç. Koç, T. Bektaş, O. Jabali & G. Laporte, *A hybrid evolutionary algorithm for heterogeneous fleet vehicle routing problema with time Windows*, CIRRELT, 2014. }
4. G. Laporte. Fifty years of vehicle routing. Transportation Science, 2009.
5. B. Latha Shankar, S. Basavarajappa, R. Kadavevaramath y J. Chen. Abi-objective optimization of supply chain design and distribution operations using non-dominated sorting algorithm: A case study. Expert Systems with Applications, 2013.
6. F. Liu, S. Shen, The Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem with Time Windows, The Journal of the Operational Research Society, 721-732, 1999.
7. N. Rincon, N. Waterson y J. Cherrett. Requirements from vehicle routing software: Perspectives from literature, developers and the freight industry. Transport Reviews, 1-22, 2017.
8. Sistema Nacional de Competitividad, Ciencia, Tecnología e Investigación. “Colombia es logística” - la encuesta nacional de logística 2015, 2015.
9. Vidal, T., Crainic, T., Gendreau, M., Prins, C., (2014). A unified solution framework for multi attribute vehicle routing problems. Operations Research, (3), 658-673.

Modelos matemáticos para um problema Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes em Linhas Paralelas

Willy A. Oliveira
Instituto de Matemática, UFMS, Campo Grande, MS
waosoler@gmail.com

Maristela O. Santos
Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, USP, São Carlos, SP
mari@icmc.usp.br

Resumo

Neste artigo considera-se um problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes de produção com múltiplas linhas de produção que compartilham recursos comuns, motivado por uma indústria de alimentos. Devido à escassez de recursos, em cada período de planejamento, deve-se decidir quais linhas de produção serão montadas. O ambiente produtivo também se caracteriza pela existência de custos e tempos de preparação para produção dependentes da sequência e pela perecibilidade dos itens. Dois modelos de otimização inteira mista para representação do problema são apresentados e testes computacionais são realizados comparando o desempenho dos modelos utilizando o algoritmo *Branch-and-Cut* de um resolvidor comercial.

Keywords: Dimensionamento e sequenciamento de lotes; Recursos escassos; Programação Inteira Mista.

1 Introdução e Revisão da Literatura

O problema considerado neste artigo foi inspirado em uma indústria alimentícia brasileira produtora de carnes. Nesse ambiente, diversas linhas de produção compartilham os mesmos recursos produtivos escassos (máquinas e trabalhadores), desse modo, as linhas não podem operar todas simultaneamente, devendo ser montadas em cada período de acordo com as necessidades de produção. A montagem das linhas requer trocas de ferramentas, alocação de trabalhadores e criação de estações de trabalho então, é desejável que as linhas sejam montadas apenas no início de cada dia, permanecendo montadas até o final do mesmo. Além disso, em cada linha, as máquinas necessitam de ajustes que dependem tanto do item que será produzido como também do item previamente produzido, caracterizando a existência de tempos/custos de preparação dependentes da sequência.

Os itens produzidos são perecíveis, podendo permanecer em estoque por um tempo limitado e fazendo com que os custos de estocagem sejam significantes, uma vez que os itens precisam ser armazenados em locais com temperatura monitorada. Dessa forma, o controle de estoque é

de fundamental importância, visto que, níveis baixos podem provocar atrasos indesejáveis para o atendimento das demandas dos clientes e níveis altos de estoque provocam altos custos de estocagem e podem gerar desperdício de produtos por ultrapassar o prazo validade.

Em resumo, visa-se determinar: i) quais linhas serão montadas em cada período produtivo; ii) os tamanhos dos lotes e a sequência de produção destes em cada linha e período. O objetivo é minimizar os custos de estoque, de atraso no atendimento das demandas e de preparação.

O problema de determinar os tamanhos dos lotes e a sequência de produção a fim de minimizar os custos envolvidos é conhecido na literatura como Problema de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes - PDSL. Uma recente revisão sobre o PDSL pode ser encontrada em [3]. O modelo GLSP-*General lot sizing and scheduling problem* - ([5]) é um dos mais tradicionais para representação do PDSL. Nesse modelo, cada período é dividido num dado número de micro períodos onde um único item pode ser produzido. Assim, a alocação dos itens aos diferentes micro períodos fornece a sequência da produção. O GLSP foi estendido para considerar máquinas paralelas em [9] e foi reformulado em [2] com o objetivo de melhorar o seu desempenho computacional. O PDSL é um problema NP-difícil ([7]) e a solução exata de instâncias baseadas em dados reais pode ser muito desafiadora do ponto de vista computacional. Assim, torna-se necessário obter bons modelos e métodos de solução para o PDSL e suas variações. Em [8] um esquema de classificação de modelos para o PDSL foi proposto. Considerando esse esquema de classificação, os modelos apresentados neste artigo são orientados ao produto com estrutura de micro períodos.

Na Seção 2 apresentamos os modelos matemáticos. Na Seção 3 apresentamos testes computacionais a fim de comparar os modelos matemáticos. Por fim, as conclusões e os trabalhos futuros são apresentados na Seção 4.

2 Formulação Matemática

Primeiramente, propomos uma extensão do modelo GLSP com linhas paralelas ([9]) com o objetivo de considerar as características do problema em estudo. Foram utilizadas as seguintes suposições para modelagem: (1) as linhas de produção compartilham os mesmos recursos escassos e possuem características distintas; (2) as linhas são montadas no início de cada período e permanecem em funcionamento até ao fim do mesmo; (3) existe um subconjunto de linhas aptas a produzir cada item; (4) a preparação de uma linha entre os períodos adjacentes não é preservada. Essa suposição é verdadeira em alguns ambientes produtivos nos quais é necessário limpar as linhas de produção após cada período produtivo para evitar contaminações. Além disso, as linhas podem ser fechadas de um período para o outro e seus equipamentos utilizados na composição de outras linhas, perdendo assim, as configurações utilizadas no período anterior; (5) atrasos no atendimento das demandas são permitidos, porém penalizados na função objetivo. As demandas devem ser completamente atendidas até ao fim do horizonte de planejamento; (6) os itens produzidos são perecíveis, podendo permanecer em estoque durante um número pré-definido de períodos (dias); (7) o tempo/custo de *setup* é dependente da sequência de produção. As preparações são completamente realizadas dentro de um período de produção; (8) não são considerados custos de abertura das linhas de produção; (9) Existem diversos recursos limitados que precisam ser alocados nas linhas que serão montadas. Os parâmetros e variáveis utilizados na descrição do modelo, denominado por GLSPPL, são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1: Parâmetros e Variáveis

i, j	$\in \{1, \dots, J\}$ Índice dos itens
t, l	Índice dos períodos ($\in \{1, \dots, T\}$) e índice das linhas ($\in \{1, \dots, L\}$), respectivamente
s, k	Índice dos micro períodos e índice dos recursos ($\in \{1, \dots, R\}$), respectivamente
d_{jt}	Demanda do item j no macro período t
K_{lt}	Tempo disponível da linha de produção l no macro período t
a_{lj}	Tempo consumido para produção unitária do item j na linha l
m_{lj}	Lote mínimo de produção do item j na linha l
h_j	Custo unitário de estocagem do item j
b_j	Custo unitário de atraso no atendimento da demanda do item j
$sc_{lij}(st_{lij})$	Custo (tempo) de <i>setup</i> incorrido na troca de i para j na linha l
r_{kl}	Quantidade necessária do recurso k para ativação da linha l
R_{kt}	Quantidade disponível do recurso k no período t
sl_j	<i>shelf life</i> - tempo no qual o item j pode permanecer em estoque
P_l	Conjunto dos itens produzidos na linha l
S_{lt}	Conjunto dos micro períodos de tempo da linha l no período t
S'_l	Número total de micro períodos da linha l
$f_{lt}(u_{lt})$	Primeiro (último) micro período da linha l no período t
L_j	Conjunto das linhas de produção aptas para produção do item j
$I_{jt}(B_{jt}) \geq 0$	Estoque (backlogging) do item j no final do período t
$x_{ljs} \geq 0$	Quantidade produzida do item j na linha l no micro período s
$y_{ljs} \in \{0, 1\}$	Indica se a linha l está preparada para produção de j em s
$0 \leq z_{lij} \leq 1$	Indica se existe troca de produção de i para j na linha l em s
$0 \leq \delta_{lt} \leq 1$	Indica se a linha l está em funcionamento no período t

$$\text{Minimizar } \sum_j \sum_t (h_j I_{jt} + b_j B_{jt}) + \sum_l \sum_i \sum_j \sum_s sc_{lij} z_{lij} s \quad (1)$$

$$\text{Sujeito a: } I_{jt} - B_{jt} = I_{j,t-1} - B_{j,t-1} + \sum_{l \in L_j} \sum_{s \in S_{lt}} x_{ljs} - d_{jt}, \forall t, j \quad (2)$$

$$\sum_{j \in P_l} \sum_{s \in S_{lt}} a_{lj} x_{ljs} + \sum_{i \in P_l} \sum_{j \in P_l} \sum_{s \in S_{lt}} st_{lij} z_{lij} s \leq K_{lt}, \forall l, t \quad (3)$$

$$x_{ljs} \leq \frac{K_{lt}}{a_{lj}} y_{ljs}, \forall l, s, j \in P_l \quad (4)$$

$$x_{ljs} \geq m_{lj} (y_{ljs} - y_{l,j,s-1}), \forall l, t, j \in P_l, s \in S_{lt} \setminus \{f_{lt}\} \quad (5)$$

$$x_{ljf_{lt}} \geq m_{lj} y_{ljf_{lt}}, \forall l, j \in P_l, t \quad (6)$$

$$\sum_{j \in P_l} y_{ljs} = \delta_{lt}, \forall l, t, s \in S_{lt} \quad (7)$$

$$\sum_l r_{kl} \delta_{lt} \leq R_{kt}, \forall k, t \quad (8)$$

$$I_{jt} \leq \sum_{\alpha=t+1}^{t+sl_j} d_{j\alpha}, \forall j, t \quad (9)$$

$$z_{lij_s} \geq y_{li,s-1} + y_{lj_s} - 1, \forall l, t, i, j \in P_l, s \in S_{lt} \setminus \{f_{lt}\} \quad (10)$$

$$B_{jT} = 0, \forall j \quad (11)$$

A função objetivo (1) representa a soma dos custos de estocagem, do atraso no atendimento das demandas e do *setup* dependente da sequência. As restrições (2) são responsáveis pelo balanceamento de estoque e as restrições (3) garantem que a capacidade de cada linha seja respeitada. As restrições (4) relacionam as variáveis de produção com o estado do *setup*, isto é, só se pode produzir se a linha estiver preparada para o item. As restrições (5) e (6) referem-se ao lote mínimo de produção. As restrições (7) garantem que se a linha estiver em funcionamento então, ela estará preparada para algum produto. As restrições (8) garantem que os limites de capacidade de cada recurso (trabalhadores e máquinas) sejam respeitados. As restrições (9) tratam a perecibilidade dos produtos, garantindo que, em cada período, o estoque de cada produto não excede a demanda do mesmo durante o seu prazo de validade. As restrições (10) capturam as trocas entre itens nas linhas e as restrições (11) em conjunto com (2) garantem que a demanda será completamente atendida durante o horizonte de planejamento.

As variáveis z_{lij_s} podem ser definidas como contínuas, apesar de possuírem natureza binária, em virtude das restrições (10). O mesmo ocorre com as variáveis δ_{lt} devido às restrições (7) e pela definição das variáveis $y_{ljt} \in \{0, 1\}, \forall l, j, t$. Testes preliminares mostraram que considerar as variáveis $\delta_{lt}, \forall l, t$ como contínuas proporciona um ganho razoável no tempo de processamento.

2.1 Reformulação baseada em [2]

Em [2] uma nova forma de modelagem do sequenciamento da produção foi proposta para o PDSL. O modelo proposto em [2] se assemelha ao GLSP pois utiliza duas estruturas de tempo e mantém o pressuposto de que em cada micro período, um único produto pode ser produzido. De acordo com [8], a formulação proposta em [2] para o PDSL é mais "apertada" do que a formulação original proposta por [10]. Nessa formulação, as variáveis de estado de *setup* (y_{lis}) são suprimidas e as variáveis de troca de produtos (z_{lij_s}) passam a ser consideradas binárias. Assim, a formulação de [2] foi adaptada de modo a considerar o problema de designação de linhas. Para a apresentação do modelo, denominado de CCPL, adotam-se os parâmetros e variáveis definidos anteriormente.

$$\text{Minimizar } \sum_j \sum_t (h_j I_{jt} + b_j B_{jt}) + \sum_l \sum_i \sum_j \sum_s sc_{lij} z_{lij_s} \quad (12)$$

$$\text{Sujeito a: } I_{jt} - B_{jt} = I_{j,t-1} - B_{j,t-1} + \sum_l \sum_{s \in S_{lt}} x_{lj_s} - d_{jt}, \forall t, j \quad (13)$$

$$\sum_{j \in P_l} \sum_{s \in S_{lt}} a_{lj} x_{lj_s} + \sum_{i \in P_l} \sum_{j \in P_l} \sum_{s \in S_{lt}} st_{lij} z_{lij_s} \leq K_{lt}, \forall l, t \quad (14)$$

$$x_{ljs} \leq \frac{K_{lt}}{a_{lj}} \sum_{i \in P_l} z_{lij_s}, \forall l, t, s, j \in P_l \quad (15)$$

$$x_{ljs} \geq m_{lj} \sum_{i \in P_l, i \neq j} z_{lij_s}, \forall l, t, j \in P_l, s \in S_{lt} \setminus \{f_{lt}\} \quad (16)$$

$$x_{ljf_{lt}} \geq m_{lj} \sum_i z_{lijf_{lt}}, \forall l, j \in P_l, t \quad (17)$$

$$\sum_{i \in P_l} \sum_{j \in P_l} z_{lij_s} = \delta_{lt}, \forall l, t, s \in S_{lt} \quad (18)$$

$$\sum_l r_{kl} \delta_{lt} \leq R_{kt}, \forall k, t \quad (19)$$

$$I_{jt} \leq \sum_{\alpha=t+1}^{t+s_{lj}} d_{j\alpha}, \forall j, t \quad (20)$$

$$\sum_i z_{lij, s-1} = \sum_i z_{ljis}, \forall l, t, i, j \in P_l, s \in S_{lt} \setminus \{f_{lt}\} \quad (21)$$

$$B_{jT} = 0, \forall j \quad (22)$$

$$z_{lij_s} \in \{0, 1\}, \forall l, i, j, s \quad (23)$$

$$0 \leq \delta_{lt} \leq 1, \forall l, t \quad (24)$$

A função objetivo (12), bem como, as restrições de balanceamento de estoque (13), de limite de capacidade (14), de limite de recursos, de perecibilidade, de atendimento total da demanda dentro do horizonte de planejamento e a natureza das variáveis I_{jt} , B_{jt} , x_{ljs} e δ_{lt} não sofreram alterações. As restrições (15) garantem que o item j só poderá ser produzido se uma troca de estado de *setup* for realizada para o item j , podendo inclusive, ocorrer a "troca" de j para j . As restrições (16) asseguram que ao efetuar uma troca entre diferentes itens, sempre haverá produção, enquanto que as restrições (17) garantem que o primeiro micro período de cada período é não vazio. As restrições (18) asseguram que só ocorrerão trocas de produtos (e consequentemente produção) em linhas abertas, enquanto que as restrições (21) são restrições de fluxo.

3 Resultados Computacionais

3.1 Geração de dados

Para verificar a qualidade das soluções obtidas na resolução dos modelos, gerou-se um conjunto de instâncias contendo 80 exemplares. As instâncias foram definidas de acordo com as especificações a seguir. Utilizou-se a notação $U[a, b]$ para indicar a escolha aleatória de um número inteiro p com $a \leq p \leq b$.

- Horizonte de planejamento: 7 dias. Linhas de produção: 3 a 5. Número máximo de diferentes itens que podem ser produzidos no período ($|S_{lt}|$): 3 a 4. Demanda de produto a cada período: $U[10, 80]$, sendo cerca de 50% das demandas nulas em cada período. Número de máquina por linha ($Nmaq_{kl}$): $U[0, 3]$. Tempo de *setup*: $U[1, 15]$ e custo de *setup*: $U[100, 200]$. Lote mínimo: $U[10, 20]$. Custo de estoque e de atraso: $h_j = 1, \forall j$ e $b_j = 20, \forall j$. Número de trabalhadores por linha: $\eta_l \in U[5, 10]$. Perecibilidade: $U[4, T]$. Tempo de produção: $a_{lj} = 1, \forall l, j$;

- Capacidade: $K_{lt} = |S_{lt}| * \max\{st_{lij}\} + \frac{\varphi^{cap}}{T} \sum_{j \in P_l} \sum_t a_{lj} d_{jt}$, onde φ^{cap} é um fator positivo de aumento de capacidade. Número total de trabalhadores (η): $\eta = \varphi^{rh} \sum_{l \in [L]} \eta_l$, onde φ^{rh} é uma constante positiva com $\varphi^{rh} \leq 1$ que representa um fator redutor do número de trabalhadores. Número total de máquinas por tipo (N_k): $N_k = \max \left\{ \max_{l=1, \dots, L} \{Nmaq_{kl}\}, \varphi^{maq} \sum_l Nmaq_{kl} \right\}$, onde φ^{maq} é uma constante positiva com $\varphi^{maq} \leq 1$ que representa um fator redutor para o número total de máquinas e $Nmaq_{kl}$ representa o número de máquinas do tipo k necessárias para ativação da linhas de produção l ;

Os parâmetros φ^{maq} e φ^{rh} referem-se ao grau de conflito entre as linhas. Quando ambos assumem o valor 1, então todas as linhas podem ser abertas em todos os períodos. Nas instâncias, devido ao pequeno número de linhas de produção, não se podem adotar valores muito baixo para esses parâmetros. O parâmetro φ^{cap} refere ao controle da capacidade disponível. Se $\varphi^{cap} = 1$, então a capacidade reflete a capacidade consumida para produção de toda a demanda do horizonte dividida pelo número de períodos com o tempo máximo gasto com as eventuais trocas de produtos. Note que essa capacidade seria suficiente se linha fosse aberta em todos os períodos, porém, isso não ocorre e, para cada período em que a linha permanece fechada, a sua capacidade não pode ser aproveitada. O fator φ^{cap} visa aumentar a capacidade de cada linha em cada período com o intuito de compensar os períodos nos quais a linha permanecerá desativada. As instâncias são agrupadas em quatro grupos: C1G1, C1G2, C1G3 e C1G4. A Tabela 2 apresenta os parâmetros adotados em cada grupo e NE indica o número de exemplares gerado.

Tabela 2: Grupos de instâncias

Grupo	L	J	$ S_{lt} $	S	φ^{maq}	φ^{cap}	φ^{rh}	NE
C1G1	3	14	4	28	1	1,3	0,8	20
C1G2	4	12	3	21	1	1,3	0,8	20
C1G3	5	15	3	21	1	1,3	0,8	20
C1G4	5	15	3	21	0,8	1,3	0,8	20

3.2 Ambiente de teste

Os modelos foram implementados em linguagem C++ utilizando-se a ferramenta Concert Technology do solver comercial Cplex 12.6 com a parametrização padrão. Os testes foram realizados em um computador equipado com 2 Processadores Intel Xeon E5-2680v2 de 2.8 GHz com dez núcleos e com 128 GB DDR3 1866MHz de memória RAM. Foi fixado um limite de tempo de execução em uma hora. Analisou-se a qualidade das soluções factíveis encontradas, a qualidade do limitante dual, o tempo médio de execução e o desvio (GAP) médio. Sejam z_λ^I a solução incumbente e Z_λ^{LD} o melhor limitante encontrado para a instância de teste λ dentro do tempo limite. O desvio (GAP) da instância foi calculado da seguinte forma: $GAP_\lambda = 100 \frac{Z_\lambda^I - Z_\lambda^{LD}}{Z_\lambda^I}$. Dado um grupo com NE instâncias, o desvio médio (GAP médio) é definido por: $GAP^m = \frac{\sum_{\lambda=1}^{NE} GAP_\lambda}{NE}$. Sejam, ainda, $time_\lambda$ o tempo de execução da instância λ e $time^m$ o tempo médio de execução definido por: $time^m = \frac{\sum_{\lambda=1}^{NE} time_\lambda}{NE}$.

3.3 Análise dos resultados

A Tabela 3 apresenta os resultados computacionais obtidos pelos modelos. Na notação adotada, Z^m representa o valor médio das funções objetivo, Z_{LD}^m representa o valor médio dos limitantes duais, OT a quantidade de exemplares resolvidos na otimalidade e MC1 a média geral da classe.

Tabela 3: Resultados Computacionais

		C1G1	C1G2	C1G3	C1G4	MC1
GLSPPL	Z^m	6122,40	2638,80	2971,20	4068,05	3950,11
	Z_{LD}^m	4094,75	2621,30	2856,95	3819,80	3348,20
	time ^m	3600	791,10	1798,34	2215,18	2101,15
	GAP ^m	35,40%	0,36%	4,11%	6,10%	11,49%
	OT	0/20	17/20	13/20	11/20	41/80
CCPL	Z^m	6109,45	2638,80	2971,20	4067,75	3946,80
	Z_{LD}^m	6012,90	2638,80	2971,20	4067,75	3922,66
	time ^m	1442,90	18,22	36,26	88,46	396,46
	GAP ^m	1,35%	0%	0%	0%	0,34%
	OT	15/20	20/20	20/20	20/20	75/80

A partir dos resultados apresentados na Tabela 3 é possível perceber que os exemplares pertencentes ao grupo C1G2 podem ser mais facilmente resolvidos, sendo que o GLSPPL provou a otimalidade em 17 exemplares, enquanto que o CCPL provou a otimalidade em todos os 20 exemplares. Os tempos médios também foram os menores, de 791,10 segundos no modelo GLSPPL e 18,22 segundos no modelo CCPL. Com relação aos desvios médios, o GLSPPL apresentou desvio médio de apenas 0,36%, enquanto que no CCPL, o solver provou a otimalidade em todos os exemplares. Isso pode indicar uma sensibilidade do problema com relação ao número de produtos, uma vez que o grupo C1G2 é o grupo com menor número de itens (apenas 12). Os exemplares do grupo C1G1 são os mais difíceis de serem resolvidos, visto que, nos modelos GLSPPL e CCPL, não foi possível provar a otimalidade em 20 e 5 exemplares, respectivamente. Esse grupo também apresentou os maiores tempos médios de execução e os maiores desvios médios. O grupo C1G1 é caracterizado por permitir o maior número de troca de produtos em cada macro período ($|S_{lt}| = 4$). Assim, as sequências se tornam maiores, dificultando o problema de sequenciamento.

O modelo CCPL conseguiu obter soluções factíveis de boa qualidade para todas as instâncias e a qualidade do limitante dual é superior aos limitantes duais fornecidos pelo modelo GLSPPL (como apontando na literatura). Em 34 das 39 instâncias que o GLSPPL não provou a otimalidade no tempo limite fornecido, o valor ótimo foi encontrado, logo, a otimalidade só não foi comprovada em virtude do limitante dual obtido. Desse modo, a solução ótima foi encontrada em 75 exemplares. O fato do não reconhecimento da solução ótima impactou diretamente no tempo médio de execução, uma vez que, apesar de ter encontrado a solução ótima, o modelo continua a ser executado até o tempo limite. A média dos limitantes duais, considerando as 80 instâncias, foi superior em cerca de 14,64% na formulação CCPL quando comparada com os limitantes oferecidos pela formulação GLSPPL.

4 Conclusões

Neste trabalho descrevemos um problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes baseado em uma indústria alimentícia brasileira. Dois modelos de programação inteira mista foram propostos. Testes computacionais utilizando instâncias geradas foram realizados num software co-

mercional de alto desempenho e subsidiaram uma análise comparativa entre os modelos permitindo-se comprovar que a formulação baseada em [2] fornece melhores limitantes duais. Como trabalhos futuros, pretendemos explorar outras formulações, bem como explorar outras abordagens de soluções. **Agradecimentos** Os autores agradecem ao CNPq e ao Centro de Ciências Matemáticas Aplicadas à Indústria - CeMEAI (CEPID FAPESP No. 2013/07375-0).

Referências

- [1] H. Chen. Fix-and-optimize and variable neighborhood search approaches for multi-level capacitated lot sizing problems. *EOmega*, 56: 25-36, 2015.
- [2] Alistair R. Clark, and Simon J. Clark. Rolling-horizon lot-sizing when set-up times are sequence-dependent. *International Journal of Production Research*, 38: 2287- 2307, 2000.
- [3] K. Copil, M. Wörbelauer, H. Meyr, and H. Tempelmeier. Simultaneous lotsizing and scheduling problems: a classification and review of models. *OR Spectrum*, 39: 1-64, 2017.
- [4] C. Dillenberger, L. F. Escudero, A. Wollensak, and W. Zhang. On practical resource allocation for production planning and scheduling with period overlapping setups. *European Journal of Operational Research*, 75: 275-286, 1994.
- [5] Bernhard Fleischmann and Herbert Meyr. The general lotsizing and scheduling problem. *Operations-Research-Spektrum*, 19: 11-21, 1997.
- [6] K. Haase. Capacitated lot-sizing with sequence dependent setup costs. *Operations-Research-Spektrum*, 18: 51-59, 1996.
- [7] R. J. W. James, and B. Almada-Lobo. Single and parallel machine capacitated lotsizing and scheduling: New iterative MIP-based neighborhood search heuristics. *Computers & Operations Research*, 38: 1816-1825, 2011.
- [8] Luis Guimarães, Diego Klabjan and Bernardo Almada-Lobo. Modeling lotsizing and scheduling problems with sequence dependent setups. *European Journal of Operational Research*, 239: 644-662, 2014.
- [9] Herbert Meyr. Simultaneous lotsizing and scheduling on parallel machines. *European Journal of Operational Research*, 139: 277- 292, 2002.
- [10] Herbert Meyr. Simultaneous lotsizing and scheduling by combining local search with dual reoptimization. *European Journal of Operational Research*, 120: 311- 326, 2000.
- [11] Ç. Sel, and B. Bilgen. Hybrid simulation and MIP based heuristic algorithm for the production and distribution planning in the soft drink industry. *Journal of Manufacturing Systems*, 33: 385-399, 2014.
- [12] C. F. M. Toledo, M. S. Arantes, M. Y. B. Hossomi, P. M. França, and K. Akartunali. A relax-and-fix with fix-and-optimize heuristic applied to multi-level lot-sizing problems. *Journal of Heuristics*, 21: 687-717, 2015.
- [13] J. Xiao, C. Zhang, L. Zheng, and J. N. Gupta. MIP-based fix-and-optimize algorithms for the parallel machine capacitated lot-sizing and scheduling problem. *International Journal of Production Research*, 51: 5011-5028, 2013.

Gestión de Inventario para una Institución de Medicina Altamente Especializada de Uruguay

Pedro Piñeyro

Depto. de Investigación Operativa, Instituto de Computación, Facultad de Ingeniería,
Universidad de la República, Uruguay

ppineyro@fing.edu.uy

Gabriela Artecona

Facultad de Ingeniería, Universidad de la República, Uruguay

gabartecona@gmail.com

Sofía Bonilla

Facultad de Ingeniería, Universidad de la República, Uruguay

sofiabonilladiaz@gmail.com

Martín Buschiazzo

Facultad de Ingeniería, Universidad de la República, Uruguay

martbuschiazzo@gmail.com

Abstract

En este artículo se aborda el problema de Gestión de Inventario de insumos médicos de una Institución de Medicina Altamente Especializada de Salud Pública de Uruguay, donde se llevan a cabo intervenciones cardiológicas de alto riesgo. Para este problema se propone un modelo matemático con el fin de obtener un plan de compras de costo mínimo que cumpla con los niveles de servicio requeridos, teniendo en cuenta diferentes características de los insumos, de presupuesto, de los proveedores y de almacenamiento. El modelo se implementó para obtener un plan de compras con un horizonte de planificación de dos años. De la experimentación numérica realizada, es posible extraer recomendaciones que apuntan a una mejora en la gestión del inventario, como por ejemplo que, el presupuesto total asignado actualmente sería insuficiente ante un leve aumento en la demanda de los insumos, o que un presupuesto menor que el actual, pero distribuido de forma diferente, permitiría una reducción en los costos.

Keywords: Inventory Management; Healthcare Management; Mathematical Programming; Optimization.

1 Introducción

La Medicina Altamente Especializada requiere una gran concentración de recursos humanos y materiales para un escaso número de pacientes, buscando obtener la excelencia asistencial (por más información ver referencias 3 y 4). La importancia de contar con los insumos en tiempo y forma para la atención al paciente, junto con los altos costos y el carácter perecedero de este tipo de insumos, convierten a la Gestión de Inventario en este contexto en una tarea de alta complejidad (Bijvank and Vis, 2012; Handfield et al., 1999; Kelle et al., 2012; Schroeder et al., 2011).

Según Guerrero et al. (2013) en el área de la Salud no existe el concepto de ventas perdidas, ya que la demanda debe ser satisfecha por un medio u otro. Es por esto que muchas instituciones de salud deciden mantener un alto nivel de inventario de insumos médicos (Uthayakumar and Priyan, 2013). Sin embargo, el exceso de inventario no es una solución adecuada ya que además de generar costos elevados, podría convertirse en obsoleto por tratarse de artículos perecederos, cuyo suministro a los pacientes podría provocar efectos potencialmente graves para su salud (Saedi et al., 2016; Uthayakumar and Priyan, 2013). Adicionalmente, la gestión de insumos médicos representa una gran parte de los costos en el sector de la salud debido a sus características, sus requisitos de almacenamiento y controles requeridos (Kelle et al., 2012). Distintos autores han investigado la temática de Gestión de Inventario en Instituciones de Salud, presentando casos de estudio y proponiendo modelos matemáticos y métodos de resolución. En la mayoría de los trabajos relevados, se utilizan modelos matemáticos cuya función objetivo consiste en minimizar los costos (Attanayake et al., 2014; Onal et al., 2015; Rosales et al., 2014; Saedi et al., 2016; Uthayakumar and Priyan, 2013; Vila-Parrish et al., 2008). En otros trabajos, se busca maximizar el nivel de servicio o la capacidad utilizada (Bijvank and Vis, 2012), así como minimizar el nivel de inventario (Guerrero et al., 2013). Dentro de los costos a considerar se encuentran los costos de ordenar, de almacenar, de quiebres de inventario, de transporte, entre otros (Attanayake et al., 2014; Bijvank and Vis, 2012; Guerrero et al., 2013; Kelle et al., 2012; Onal et al., 2015; Rosales et al., 2014; Saedi et al., 2016; Uthayakumar and Priyan, 2013; Vila-Parrish et al., 2008). Dentro de las restricciones más consideradas en trabajos de la literatura se encuentran: el cumplimiento del nivel de servicio, la capacidad de almacenamiento y las políticas de abastecimiento (Bijvank and Vis, 2012; Guerrero et al., 2013; Kelle et al., 2012; Rosales et al., 2014; Uthayakumar and Priyan, 2013). En otros trabajos se contemplan además las características de los insumos médicos, como la caducidad y las particularidades de manejo y almacenamiento (Attanayake et al., 2014; Onal et al., 2015; Saedi et al., 2016; Uthayakumar and Priyan, 2013; Vila-Parrish et al., 2008). Finalmente, en muchos de los trabajos se considera que la demanda de los insumos se puede representar a través una variable aleatoria que sigue una distribución de Poisson (Attanayake et al., 2014; Rosales et al., 2014; Saedi et al., 2016).

En este artículo se presenta el trabajo realizado en el marco de un proyecto de grado de la carrera de Ingeniería en Producción (Facultad de Ingeniería, Universidad de la República, Uruguay), sobre el problema de gestión de insumos médicos del Instituto de Medicina Altamente Especializada (IMAE) cardiológico del Hospital de Clínicas “Dr. Manuel Quintela”. El Hospital de Clínicas es un hospital universitario inserto en la red de servicios de Salud Pública de Uruguay (por más información dirigirse a <http://www.hc.edu.uy>). En este IMAE se llevan a cabo principalmente dos tipos de intervenciones: Cateterismos y Angioplastias, en las que la disponibilidad de insumos médicos especializados es determinante ya que está comprometido el pronóstico vital o funcional del paciente. Para este problema se desarrolló y resolvió un modelo matemático de Programación Lineal Entera Mixto (MILP por sus siglas en inglés) con el objetivo de determinar un plan de compras de costo mínimo que cumpla con los altos niveles de servicio requeridos y teniendo en cuenta restricciones asociadas a los insumos médicos, a la distribución del presupuesto disponible, las capacidades de los proveedores y las limitaciones de almacenamiento. De la experimentación numérica realizada con el MILP propuesto, fue posible obtener recomendaciones que apuntan a la mejora en la gestión del inventario, como por ejemplo, que un cambio en la distribución del presupuesto asignado llevaría a un ahorro en los costos, y que es necesario aumentar el presupuesto actual en el mediano plazo para poder cumplir con un eventual aumento de la demanda, lo cual surge de un análisis de los datos históricos relevados para la realización de la experimentación numérica.

El resto del documento está organizado de la siguiente manera. En la Sección 2 se presentan las características más relevantes del problema y la formulación matemática propuesta para el mismo. En la

Sección 3 se describe la experimentación numérica realizada y se presentan los resultados obtenidos que apuntan a una mejora en la gestión del inventario de insumos médicos. Finalmente, en la Sección 4 se presentan las conclusiones del trabajo realizado y posibles direcciones de trabajo futuro.

2 Descripción y formulación del problema

El problema de gestión de inventario del IMAE cardiológico abordado en este artículo, consiste en determinar para cada período dentro de un horizonte de planificación finito, cuánto ordenar de cada insumo médico y a qué proveedor, para poder cumplir con los niveles de servicio requeridos, minimizando la suma de los costos involucrados. Se asumen conocidos los valores de la demanda de cada insumo por período (un trimestre), los cuales se estiman a partir de los datos históricos de cantidad de intervenciones médicas que se realizan. Se cuenta con un presupuesto determinado y conocido, destinado a las adquisiciones y mantenimiento en inventario de los insumos. Dicho presupuesto se distribuye entre montos que se destinan a un conjunto preestablecido de períodos, más precisamente, rangos de doce meses consecutivos, los cuales no son acumulables de un rango a otro. En caso de quiebre de inventario, se cuenta con un inventario de seguridad y se realiza una compra urgente para su reposición inmediata con fondos que están por fuera del presupuesto asignado. Se emplea la siguiente clasificación los insumos médicos, de acuerdo a su criticidad: Vitales, Esenciales y Deseables (VED). En base a esta clasificación de los insumos, se puede calcular el costo de quiebre como un sobre costo del precio de adquisición. Se hace notar que para los insumos Vitales no está permitido quebrar, es decir, el nivel de servicio requerido es del 100%. Teniendo en cuenta la obsolescencia de los insumos, se debe considerar un orden de consumo FEFO (First Expired – First Out) para los mismos. Cada proveedor de insumos maneja una cantidad mínima de entrega por insumo, y los pedidos deben ser múltiplos de este valor, denominado de aquí en más cantidad de redondeo. Finalmente, se asume que los tiempos de entrega son instantáneos.

Hacemos notar que, para la formulación del problema, fue necesario agregar un período auxiliar al final del horizonte de planificación, para que no queden insumos sin consumir. Para este período auxiliar, los valores de demanda y de costos se asumen infinitos. La notación utilizada es la siguiente:

Parámetros:

N : Conjunto de insumos, con $0 < |N| < \infty$, con índices $i \in N$.

J : Conjunto de proveedores, con $0 < |J| < \infty$, con índice $j \in J$.

T : Cantidad de períodos en el horizonte de planificación, $0 < T < \infty$, con índices $t, s \in \{0, 1, \dots, T\}$.

K : Capacidad total de almacenamiento en centímetros cúbicos.

v_i : Vida útil del insumo i , en cantidad de períodos desde el período de compra inclusive.

k_i : Volumen en centímetros cúbicos, del insumo i .

α_i : Nivel de servicio mínimo exigido al insumo i , definido como el porcentaje de la demanda a satisfacer.

h_i : Costo unitario de almacenamiento del insumo i en un período de tiempo.

q_i : Costo de quiebre de inventario del insumo i .

$InvIni_i$: Inventario inicial del insumo i .

ss_i : Inventario de seguridad del insumo i .

p_{ij} : Precio unitario del insumo i para el proveedor j .

Cap_{ij} : Capacidad máxima de abastecimiento del insumo i para el proveedor j .

cr_{ij} : Cantidad de redondeo del insumo i establecida por el proveedor j .

D_{it} : Demanda del insumo i en el período t .

B_m : Presupuesto para una cantidad consecutiva de períodos m .

cpp : Cantidad de períodos incluidos en un período de presupuesto m .

VARIABLES:

x_{ijts} : Cantidad a comprar de insumo i al proveedor j en período t para satisfacer la demanda de período s .

I_{it} : Nivel de inventario del insumo i en el período t .

cq_{is} : Cantidad faltante o de quiebre del insumo i en el período s .

n_{ijt} : Cantidad a comprar del insumo i al proveedor j en el período t expresado en cantidades de redondeo.

z_{its} : 1 si el insumo i es adquirido en el período t para satisfacer la demanda del período s y 0 si no.

El problema de gestión de inventario para el IMAE cardiológico bajo consideración, se puede formular como el siguiente MILP:

$$\min \sum_{t=1}^T \sum_{i \in I} (h_i * I_{it} + \sum_{s=t}^{T+1} \sum_{j \in J} p_{ij} * x_{ijts}) + \sum_{i \in I} q_i * \sum_{s=1}^T cq_{is} \quad (1)$$

sujeto a:

$$I_{it} = I_{it-1} + \sum_{j \in J} \sum_{s=t+1}^{T+1} x_{ijts} - \sum_{j \in J} \sum_{r=0}^{t-1} x_{ijrt}, \quad \forall i \in N, t = 1, \dots, T \quad (2)$$

$$I_{i0} = InvIni_i, \quad \forall i \in N \quad (3)$$

$$\sum_{s=1}^{T+1} \sum_{j \in J} x_{ij0s} = I_{i0}, \quad \forall i \in N \quad (4)$$

$$I_{it} \geq ss_i, \quad \forall i \in N, t = 1, \dots, T \quad (5)$$

$$\sum_{s=t}^{T+1} x_{ijts} = n_{ijt} * cr_{ij}, \quad t = 1, \dots, T, \forall i \in N, \forall j \in J \quad (6)$$

$$x_{ijts} = 0, \quad \forall i \in N, \forall j \in J, t = 0, \dots, T, s = t + v_i, \dots, T \quad (7)$$

$$\sum_{t=0}^s \sum_{j \in J} x_{ijts} \leq D_{is}, \quad \forall i \in N, s = 1, \dots, T \quad (8)$$

$$\sum_{t=0}^s \sum_{j \in J} x_{ijts} \geq \alpha_i * D_{is}, \quad \forall i \in N, s = 1, \dots, T \quad (9)$$

$$z_{its} + z_{iuw} \leq 1, \quad \forall i \in N; t, s, u, w = 0, \dots, T + 1, \forall t < u \leq w < s \quad (10)$$

$$\sum_{j \in J} x_{ijts} \leq D_{is} * z_{its}, \quad \forall i \in N, s = 1, \dots, T + 1, t = 0, \dots, T, s \geq t \quad (11)$$

$$\sum_{t=cpp*(m-1)+1}^{cpp*m} \sum_{i \in I} (h_i * I_{it} + \sum_{s=t}^{T+1} \sum_{j \in J} p_{ij} * x_{ijts}) \leq B_m, \quad m = 1, \dots, T/cpp \quad (12)$$

$$cq_{is} = D_{is} - \sum_{t=0}^s \sum_{j \in J} x_{ijts}, \quad \forall i \in N, s = 1, \dots, T \quad (13)$$

$$\sum_{s=t}^{T+1} x_{ijts} \leq Cap_{ij}, \quad \forall j \in J, \forall i \in N, t = 1, \dots, T \quad (14)$$

$$\sum_{i \in I} k_i * (\sum_{j \in J} \sum_{s=t}^{T+1} x_{ijts} + I_{it-1}) \leq K, \quad t = 1, \dots, T \quad (15)$$

$$cq_{is} \geq 0, \quad \forall i \in N, s = 1, \dots, T \quad (16)$$

$$x_{ijts} \geq 0, \quad \forall i \in N, \forall j \in J, t = 0, \dots, T, s = 1, \dots, T + 1, s \geq t \quad (17)$$

$$n_{ijt} \in Z^+, \quad \forall i \in N, \forall j \in J, t = 0, \dots, T \quad (18)$$

$$z_{its} \in \{0,1\}, \quad \forall i \in N, t = 0, \dots, T, s = 1, \dots, T + 1, s \geq t \quad (19)$$

La función objetivo de (1) es para minimizar la suma de los costos involucrados de adquisición de los insumos y de almacenamiento y quiebres de inventario. Las restricciones de (2) y (3) se corresponden con las ecuaciones de balance y de nivel inicial de inventario para cada insumo, respectivamente. En (4) se establece el consumo del inventario inicial para cada insumo. Las restricciones de (5) son para indicar el nivel de inventario de seguridad para cada insumo. Las restricciones de (6) son para establecer que las compras deben respetar las cantidades de redondeo de cada proveedor y las de (7) para evitar el consumo de insumos obsoletos. Mediante las restricciones de (8) se exige que todo insumo adquirido para

satisfacer la demanda de cierto período, debe consumirse en ese período. Las restricciones de (9) son para representar el nivel de servicio, teniendo en cuenta la clasificación VED de los insumos. Las restricciones de (10) y (11) son para indicar el orden de consumo FEFO. Las restricciones de (13) son para calcular la cantidad de quiebre de inventario en un período, para cada insumo. La capacidad máxima de abastecimiento de cada insumo para cada proveedor se establece en las restricciones de (14), y la capacidad máxima de almacenamiento en (15). Finalmente, las restricciones de (16) a (19) son para indicar los valores posibles de las variables de decisión.

3 Experimentación numérica

En esta sección se describen los principales resultados obtenidos de la experimentación numérica realizada con el MILP presentado en la Sección 2. Para la obtención de los datos necesarios, se realizó un relevamiento a través de visitas y entrevistas a personal del IMAE, análisis de los registros sobre intervenciones y de las adquisiciones y forma de uso de los insumos médicos. Se consideraron los 21 insumos médicos utilizados y de 1 a 4 proveedores, dependiendo del insumo, con sus respectivos valores de capacidad de entrega y de cantidades de redondeo. El presupuesto total asignado se distribuye en partes iguales para cada año. Los datos relevados se corresponden a un horizonte de planificación establecido en dos años. El MILP propuesto fue codificado en AMPL y resuelto con el solver CPLEX versión 12.6.3.0 en un PC Intel Core i7 5960X 3,50GHz, con 16 CPUs, 64 GB de RAM (DDR4-2133) y sistema operativo CentOS 7. El tiempo de ejecución del solver fue limitado a 3600 segundos. En la mayoría de los experimentos realizados este tiempo fue suficiente para alcanzar una solución con un gap relativo de menos del 0,5%.

En la Figura 1 se muestran los totales de compra y de consumo por período (trimestre) para todo el horizonte de planificación.

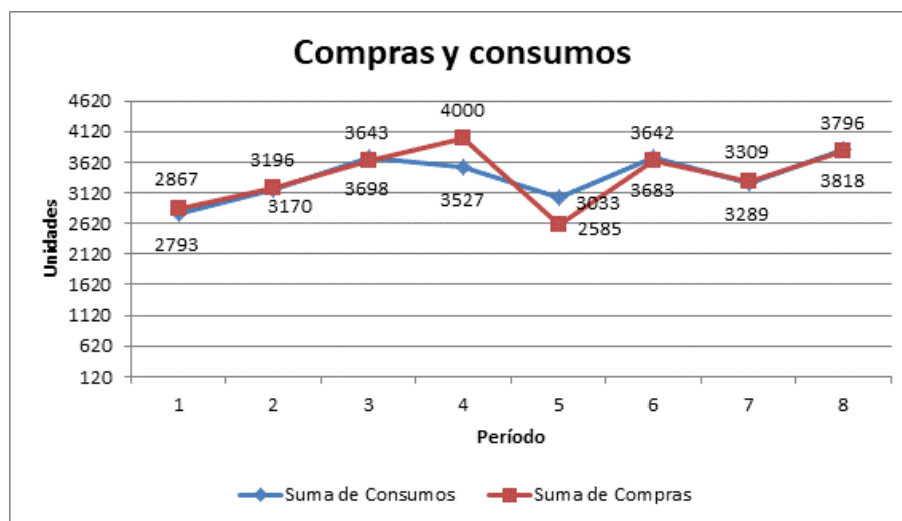


Figura 1. Cantidad total de consumo y de compras de insumos por período.

En la Figura 2 se muestran los períodos de consumo para cada período de compra. Es posible notar que, únicamente en el cuarto período se realizan compras para consumir dos períodos posteriores al de la

adquisición. Esto refleja una alta rotación del inventario, respetando el consumo FEFO y el límite de vencimiento. Vale destacar que la mínima vida útil es de tres períodos.

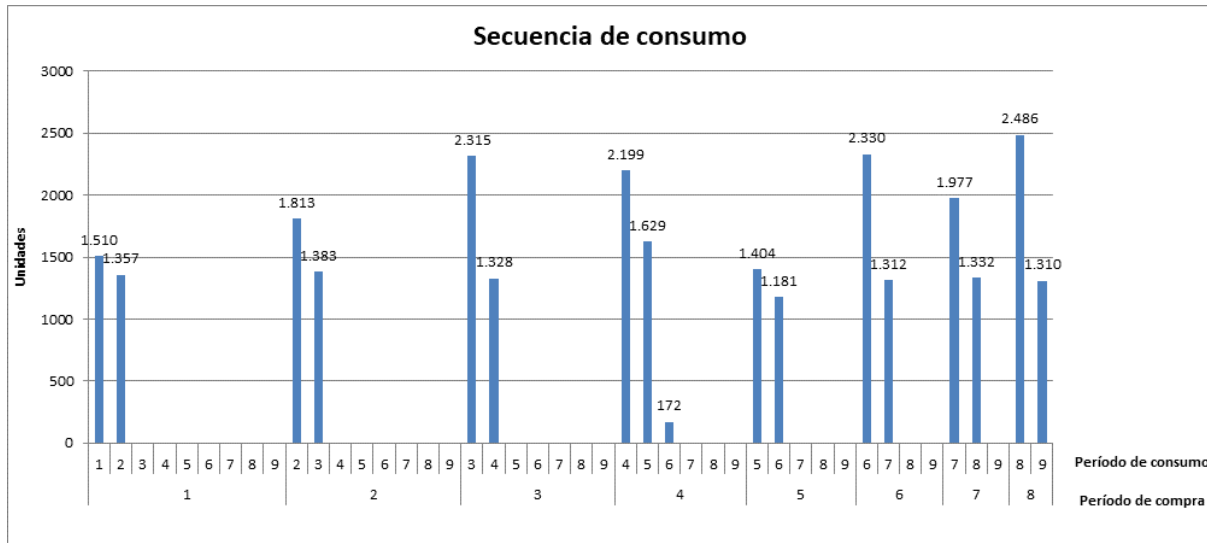


Figura 2. Períodos de consumo para cada período de compra.

A continuación, se describen los resultados de gestión más relevantes que se obtuvieron a partir de la resolución del caso de estudio.

En primer lugar, destacamos que fue posible determinar un plan de compras que cumple con los requisitos de nivel de servicio y cuyo costo no supera el presupuesto asignado. Además, el volumen de los quiebres de inventario no supera en ningún caso el inventario de seguridad, por lo que no se pondría en riesgo la realización de las intervenciones. Con respecto a los costos del plan, el 96,2% se corresponde a la adquisición de los insumos, el 3,75% para al mantenimiento de inventario y solamente un 0,0156% a los quiebres de inventario. Los quiebres de inventario ocurren para aquellos insumos que no son Vitales y con elevadas cantidades de redondeo, lo cual hace más conveniente quebrar que comprar. Se observa además que, en el primer año se utiliza un 97,5% del presupuesto asignado, mientras que en el segundo año se utiliza todo el presupuesto asignado para este rango de períodos, es decir un 100%, dándose el máximo volumen de compras en el cuarto período (el último trimestre del primer año). Esto puede deberse al hecho de que en el segundo año hay un aumento en la demanda de 5% en promedio que no puede cubrirse con el presupuesto asignado, lo que obliga a comprar en el último período del primer año y almacenar en inventario. Respecto a la utilización del espacio de almacenamiento, se observa que en todos los períodos varía entre el 60% y 75% de la capacidad disponible, por lo que se puede concluir que existe capacidad ociosa que podría ser utilizada para otros fines. En relación a la cantidad de redondeo y capacidad de entrega de los proveedores, se puede observar que tienen una incidencia importante en la forma del plan de compras. Esto se debe a que, en el caso de los insumos Vitales, para los cuales el nivel de servicio requerido es del 100%, es decir que no puede haber quiebre de inventario, una cantidad de redondeo elevada afecta tanto los costos de adquisición como de mantenimiento en inventario. El mismo efecto puede observarse, aunque en menor grado, con aquellos insumos Esenciales o Deseables con costo de quiebre elevado. Adicionalmente, cuando la capacidad de entrega del proveedor más económico no es suficiente, se debe recurrir a un proveedor de mayor costo, y se debe adquirir una cantidad al menos igual a su valor de redondeo, lo cual tiene un impacto negativo en el plan de compras.

Con el fin de aportar mayor información para la toma de decisiones que apunten a una mejora en la gestión del inventario del IMAE, se realizó un análisis de sensibilidad sobre distintos parámetros de interés. Del análisis de sensibilidad realizado es interesante notar que utilizando un presupuesto total menor al actual, pero distribuido de otra manera, se puede obtener un plan de compras con menor costo, ya que no sería necesario comprar en el primer año para cubrir la demanda del segundo. Sin embargo, dicho presupuesto no sería suficiente para cumplir con aumentos en la demanda, aunque estos fueran pequeños. En este sentido, del análisis los datos históricos de cantidad de intervenciones, se observa una tendencia creciente, por lo que se recomienda planificar un aumento del presupuesto actual para atender este posible incremento de la demanda. Para aquellos insumos en los que está permitido que ocurran quiebres de inventario, podría resultar más conveniente quebrar que adquirir y almacenar en inventario. En base al análisis de sensibilidad realizado sobre este punto, se pudo observar que si los proveedores entregaran en unidades no habría quiebres de inventario y se obtendría además una disminución en los costos. Por lo tanto, sería conveniente analizar la posibilidad de negociar con los proveedores una disminución en las cantidades de redondeo, además de un aumento en la capacidad de entrega para lograr, mayor flexibilidad en la adquisición de los insumos.

4 Conclusiones y trabajo futuro

En este artículo se describe el trabajo realizado sobre el problema de gestión de inventario de insumos médicos del Instituto de Medicina Altamente Especializada (IMAE) cardiológico del Hospital de Clínicas “Dr. Manuel Quintela”, que forma parte de la red de servicios de Salud Pública de Uruguay. El principal objetivo del estudio era poder determinar un plan de compras de costo mínimo, garantizando el alto nivel de servicio requerido y contemplando otras particularidades, como por ejemplo de presupuesto por rango de períodos y la obsolescencia de los insumos médicos. Para este fin, se desarrolló un problema de Programación Lineal Entera Mixta (MILP), en base a un enfoque de revisión periódica que contemplara múltiples productos perecederos, múltiples proveedores con restricciones de capacidad, y limitaciones de almacenamiento. La función objetivo para el MILP propuesto es la de minimizar la suma de los costos involucrados de adquisición, mantenimiento y quiebre de inventario de los insumos médicos.

Se relevaron y analizaron datos del IMAE en cuestión, con el fin de obtener un plan de compras de costo mínimo para un horizonte de planificación de dos años, a través de la resolución del MILP propuesto. El plan obtenido asegura el cumplimiento de todas las intervenciones estimadas por período (trimestres) a lo largo de todo el horizonte de planificación, minimizando los costos involucrados. Del presupuesto total, la mayor parte se destina a la adquisición de insumos, y solo una pequeña parte para el mantenimiento y quiebre de inventario. Se puede concluir que el presupuesto total y su distribución son acordes a las necesidades actuales, pero que serían insuficientes ante la eventualidad de un aumento de la demanda, aunque este fuera leve. Del análisis de sensibilidad realizado se pudo observar que relajando las restricciones sobre la distribución del presupuesto sería posible obtener un plan de compras de menor costo, aunque el presupuesto total fuera menor que el actual. También se pudo concluir que se obtendría una disminución en los costos, si la cantidad de redondeo de los proveedores fuera de una unidad y se aumentara la capacidad de entrega.

Para trabajos futuros, algo interesante a incorporar al modelo es la re-esterilización de ciertos insumos médicos. Para esto se deberían tener en cuenta restricciones como, por ejemplo, la cantidad máxima de re-esterilizaciones posibles. Otro aspecto interesante que se podría incluir es la incertidumbre en la demanda, así como en otros parámetros, como por ejemplo en la calidad de los insumos y en los tiempos de entrega de los proveedores.

Finalmente, quisiéramos destacar que la experiencia lograda a través del trabajo realizado, nos permite afirmar que las herramientas de Optimización y de Programación Matemática, pueden ser de gran utilidad en la gestión y la toma de decisiones en ámbitos tan complejos y relevantes como el de la Salud Pública.

Agradecimientos

Queremos expresar nuestro más sincero agradecimiento al personal del IMAE cardiológico del Hospital de Clínicas, por su buena disposición y cooperación durante la realización del trabajo, y en particular a su Directora Administrativa la Prof. Ana M. Rodríguez.

Referencias

1. N. Attanayake, R.F. Kashef and T. Andrea. A Simulation Model for A Continuous Review Inventory Policy for Healthcare Systems, *Proceedings of the Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering*. Waterloo, Canada, 2014.
2. M. Bijvank and I. F. A. Vis. Inventory control for point-of-use locations in hospitals. *Journal of the Operational Research Society*, 63(4): 497–510, 2012.
3. Centro Cardiovascular Universitario del Hospital de Clínicas Dr Manuel Quintela, Uruguay. *Que es el Centro Cardiovascular Universitario*. Recuperado de http://www.cencar hc.edu.uy/index.php?option=com_frontpage&Itemid=1. Último acceso 30/04/2018.
4. Fondo Nacional de Recursos (10/2006-12/2006) del Banco de Previsión Social, Uruguay. *Medicina altamente especializada. Parte I. Extractado de: equidad, calidad y sustentabilidad en salud*. Recuperado de <https://www.bps.gub.uy/bps/file/1716/1/fondo-nacional-de-recursos-medicina-altamente-especializada-parte-i.pdf>. Último acceso 30/04/2018.
5. W. J. Guerrero, T. G. Yeung and C. Guéret. Joint-optimization of inventory policies on a multi-product multi-echelon pharmaceutical system with batching and ordering constraints. *European Journal of Operational Research*, 231(1): 98-108, 2013.
6. R. Handfield, E. Z. Nichols and E. L. Nichols. *Introduction to Supply Chain Management*. Prentice Hall, Upper Saddle River (NJ), 1999.
7. P. Kelle, J. Woosley and H. Schneider. Pharmaceutical supply chain specifics and inventory solutions for a hospital case. *Operations Research for Health Care* 1(2-3):54-63, 2012.
8. M. Onal, H.E. Romeijn, A. Sapra and W. van den Heuvel. The Economic Lot-Sizing Problem with Perishable Items and Consumption Order Preference. *European Journal of Operational Research*, 244(3):881-891, 2015.
9. C. R. Rosales, M. Magazine and U. Rao. Point-of-Use Hybrid Inventory Policy for Hospitals. *Decision Sciences*, 45(5):913–937, 2014.
10. S. Saedi, O. E. Kundakcioglu and A.C. Henry. Mitigating the impact of drug shortages for a healthcare facility: An inventory management approach. *European Journal of Operational Research*, 251(1):107-123, 2016.
11. R. G. Schroeder, S. Meyer Goldstein and M. J. Rungtusanatham. *Administración de operaciones. Conceptos y casos contemporáneos*. Mc Graw Hill, Mexico, 2011.
12. R. Uthayakumar and S. Priyan. Pharmaceutical supply chain and inventory management strategies: Optimization for a pharmaceutical company and a hospital. *Operations Research for Health Care*, 2(3):52-64, 2013.
13. A.R. Vila-Parrish, R.E. King and J. Simmons. A simulation-based approach for inventory modeling of perishable pharmaceuticals, *Proceedings of the 2008 Winter Simulation Conference*, North Carolina State University. Raleigh, NC 27695-7906, U.S.A., 2008.

Comparing the traditional Malmquist Index against a literature model for measurement of the productivity changes between companies under a regulatory scenario. To discuss the differences, advantages and disadvantages onto a regulated scenario.

Julio Cesar Mosquera Gutierrez
Federal University of Itajubá - Brazil
juliocesarmg-7@hotmail.com

Rafael Coradi Leme
Federal University of Itajubá - Brazil
Rodrigo Mota
Federal University of Itajubá - Brazil

Resumo

Natural monopolies, such as utility industries, are usually a regulated sector. Where, the office of the regulator uses a general VRS-DEA model to determine each electrical distribution company efficiency, and determines the productivity change between different periods by calculating the Malmquist Index. However, is it the best way to calculate a productivity change among different periods? This work compares the way to measure productivity changes using a traditional Malmquist Index against a model proposed in literature. Such a model measures a company's efficiency in multi-period under a DEA concept, and determines the Malmquist index like the ratio between efficiencies of compared periods. Since all of the observations are used to construct the frontier, does not exist technologic change, and a geometrical average for a frontier-shift is not necessary, different from the common way to calculate de Malmquist index.

Keywords: Data envelopment analysis,; Utility regulation,; Malmquist index.

1 Introduction

Natural monopolies such as electric, water and gas industries are generally regulated. In general, the regulator determines the optimal levels of efficient costs and quality standards for these utility companies. In this way, it is ensured that the utility's costs are all recovered and complemented by a reasonable return, ensuring non-discriminatory access and creating cost efficiencies. This scenario, known as a regulatory approach based on efficiency, evaluates the best practices and guarantees incentives for each concessionaire, so as to facilitate its operation in a efficient way. In fact, economic regulation is an attempt to introduce pressures on management to manage resources efficiently where there is little or no competition in the product market [1].

When public utilities are evaluated through an efficiency analysis, the regulator observes all companies as a decision-making unit (DMU), estimating its efficiency based on observed costs (inputs) and services (outputs), and on the efficient regulatory frontier. In addition, the regulator is responsible for estimating the productivity of each company in different periods of time, with the purpose of determining improvements or worsening in each of the regulated companies. Productivity is commonly obtained by calculating the Malmquist Productivity Index (IM), which is based on the efficiency change and technology change between analyzed periods. Several ways for calculating MI have been presented in the literature. In the present work, two ways to obtain the MI through the companies' efficiency will be compared. First, the traditional model, will be presented in section 2, and the second model presented in subsection 2.2, refers to the model presented in [2]; with aim on determining which of two models would be the most appropriate under a regulatory framework. For this, the present work will present an example where the productivities of 8 electricity distribution companies in Brazil are compared. Values were taken of Brazilian regulator website (ANEEL, www.aneel.com.br).

2 Malmquist Index

The Malmquist Productivity Index or simply known as Malmquist Index (IM) was introduced as an alternative to construct quantity indices in form of proportions of distance functions in context of input consumption analysis by Malmquist [4]. Later, Caves, Christensen, and Diewert [5] extended the idea of Malmquist by defining an distance-based index function that would allow to compare the productivity of a company in two different periods of time under constant returns to scale. After the work of Caves, Christensen and Diewert, the IM has been widely used to measure corporate productivity change. Some variations of IM have been presented in the literature, and the model presented by Färe *et al.* [6] is the most popular and most used by companies, known as IM-FGNZ has had special interest within an environment regulated because of achieving productivity changes easily between two periods. Then the IM-FGNZ model will be introduced.

2.1 IM-FGNZ Model

Färe *et al.* [6] used Data Envelopment Analysis (DEA) methodology to develop an IM that allows determining productivity changes in company's over time (review [7] for discussion on DEA). The model calculates the change in productivity taking the geometric mean of the IM obtained in two base periods, and presents the following formulation.

$$MI^{t+1}(y^{t+1}, x^{t+1}, y^t, x^t) = \frac{\theta^{t+1}(y^{t+1}, x^{t+1})}{\theta^t(y^t, x^t)} * \left[\frac{\theta^t(y^{t+1}, x^{t+1})}{\theta^{t+1}(y^{t+1}, x^{t+1})} * \frac{\theta^t(y^t, x^t)}{\theta^{t+1}(y^t, x^t)} \right]^{1/2} \quad (1)$$

Where, $\theta^{t+1}(y^{t+1}, x^{t+1})$ is the efficiency at period $(t+1)$; $\theta^t(y^t, x^t)$ is the efficiency at period (t) . On the other hand, $\theta^t(y^{t+1}, x^{t+1})$ is the efficiency calculated using DMU objective function at period (t) with the constraints at period $(t+1)$. Finally, $\theta^{t+1}(y^t, x^t)$ is the efficiency calculated using DMU objective function at period $(t+1)$ with the constraints at period (t) . Efficiencies are calculated using a DEA model for variable returns to scale.

IM takes into account the efficiency change and the technology change between periods analyzed, which can be derived from the equation 1.

$$Ae = \frac{\theta^{t+1}(y^{t+1}, x^{t+1})}{\theta^t(y^t, x^t)}; At = \left[\frac{\theta^t(y^{t+1}, x^{t+1})}{\theta^{t+1}(y^{t+1}, x^{t+1})} * \frac{\theta^t(y^t, x^t)}{\theta^{t+1}(y^t, x^t)} \right]^{1/2}$$

Ae refers to efficiency change, and At refers to thechnology change.

The IM-FGNZ model is efficient to analyze productivity changes only in constant returns to scale and on two consecutive time periods, when considering three consecutive time periods, the geometric mean of the MI does not satisfy the circularity test [3], due the fact that their index can give different measures of productivity change for the same data. This fact can be better understood in the following example.

Tables 1 and 2 show inputs and outputs values for 8 electricity distributors in Brazil, respectively for three years. The figures were obtained from the official website of the Brazilian regulator (ANEEL).

Tabela 1: Inputs data

DMU	OPEX(\$k)		
	2014	2015	2016
1	336902598.32	383061496.26	367976281.03
2	437248758.21	447947936.27	440791620.49
3	595087942.55	750130160.95	796839449.27
4	400309394.21	414935894.06	420735207.49
5	320253705.56	319836510.84	310709768.36
6	380183822.54	356238129.79	391788827.44
7	745584298.45	657897835.17	649171082.26
8	868893000.52	858340254.28	834403646.98

Tabela 2: Outputs data

DMU	NS(km)			DE(MWh)			NC		
	2014	2015	2016	2014	2015	2016	2014	2015	2016
1	66956.944	67339.342	67807.655	4041568.927	3740195.062	3747972.496	1295707	1308410	1319788
2	21473.588	21473.588	21473.589	2627627.465	2841141.764	2660620.456	861207	897041	948614
3	54645.752	54716.001	56131.868	5310649.72	5310716.763	5192946.5	2561647	2606888	2610992
4	27739.16274	28370.155	28469.188	5267758.392	5060521.489	5005869.22	1725365	1780226	1804327
5	41126.045	41576.597	41921.211	1672228.08	1697825.823	1685883.029	1013981	1045282	1117124
6	17781.29	17883.491	18074.014	3660979.836	3633049.739	3599979.246	980979	1012073	1036099
7	55735.0678	56588.953	56927.310	4277967.685	4067941.559	4062611.529	1604232	1627917	1653927
8	125478.1277	132377.339	133059.131	9289857.343	9022768.975	9038064.982	2680375	2768757	2831871

Values obtained after analyzing the data (assuming a constant returns to scale) using the IM-FGNZ model are shown in Table 3.

Using the results of the DMU 2 as reference, we can see that the circularity property is not satisfied since,

$$IM_{14/15} * IM_{15/16} \neq IM_{14/16}; 0.9135 * 1.0028 = 0.9808 \neq 1.0651$$

But in a regulated environment, companies usually present variable returns to scale, as in Brazil, so IM-FGNZ would not be a good alternative to determine productivity changes. In order

Tabela 3: IM-FGNZ values

DMU	Eficiência			IM		
	2014	2015	2016	14/15	15/16	14/16
1	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
2	0.4706	0.5380	0.5230	0.9135	1.0028	1.0651
3	1.0000	0.8395	0.7881	0.9882	0.9678	1.0089
4	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
5	0.7911	0.8926	0.9386	0.9113	0.9678	1.0584
6	0.7318	0.8362	0.7723	0.9268	1.0250	1.1060
7	0.5273	0.6550	0.6550	0.9249	0.9731	1.0516
8	0.8699	1.0000	1.0000	0.8666	0.9955	1.1331

to measure productivity changes correctly within a regulated environment, Pastor and Lovell [8] have proposed a model that uses a single global (frontier) technology from all data observed at all time periods. In this way the change in productivity will depend only on the change of energy (Ae) and the circularity will be satisfied. The example will be presented in section 3.

2.2 Kao's Model

Kao [2] presented a model that can determine the efficiency for the same DMU at different time periods, that is, this model uses the DMU data in different periods. Unlike the other methods that analyze the DMUs in a single period of time. This model can determine the total efficiency of a system composed of several time periods, as well as the efficiency of the DMU in each period of time that form the system. The Model has the following formulation,

$$\max \sum_{t=1}^p \left(\frac{\sum_{r=1}^s u_r Y_{rk}^{(t)}}{v_0^{(t)} + \sum_{i=1}^m v_i X_{ik}^{(t)}} \right) \quad (2a)$$

$$\text{subject to } \sum_{r=1}^s u_r Y_{jk}^{(t)} - v_0^{(t)} - \sum_{i=1}^m v_i X_{ik}^{(t)} \leq 0, \quad t = 1, 2, \dots, p, \quad j = 1, \dots, n \quad (2b)$$

$$u_r, v_i \geq 0, \quad r = 1, 2, \dots, s, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (2c)$$

$$v_0^{(t)}, \quad [-\text{inf}, +\text{inf}] \quad (2d)$$

Model 2 is a linearly constrained nonlinear program. Most nonlinear programming solvers can be applied to find the optimal solution. Where u_r and v_i are the outputs and inputs multipliers, Y e X , respectively; $v_0^{(t)}$ is the intercept parameter, different for each period of time t ; p represents the total analyzed periods of time.

The decomposition of the system efficiency in different periods is obtained as follows:

$$E_k^{(t)} = \frac{\sum_{r=1}^s u_r^* Y_{rk}^{(t)}}{v_0^{(t^*)} + \sum_{i=1}^m v_i^* X_{ik}^{(t)}}, \quad t = 1, \dots, p \quad (3)$$

Here, $(u_r^*, v_0^{(t^*)}, v_i^*)$ represent the optimal solution of model 2.

Another important contribution of the Model has to do with companies' productivity calculation, since unlike the method used by ANEEL, the model of Kao [2] determines the productivity through the calculation of the MI, that is based on efficiency changes between different periods analyzed. To determine the MI of the DMU analyzed between two time periods ($f; g$) the work of Kao indicates that it can be calculated with reference to any of the periods, as follows.

$$MI_k^{[b]f:g} = \frac{\sum_{r=1}^s u_r^* Y_{rk}^{(g)} / v_0^{(b)} + \sum_{i=1}^m v_i^* X_{ik}^{(g)}}{\sum_{r=1}^s u_r^* Y_{rk}^{(f)} / v_0^{(b)} + \sum_{i=1}^m v_i^* X_{ik}^{(f)}}, \quad (4)$$

Where, (b) refers to the base period. Importantly, when comparing three consecutive periods, the model keeps the MI circularity.

3 Results

Using the values of Tables 1 and 2. Where, the value of OPEX refers to the inputs, and as products three measures are considered: network size (NS), distributed energy (DE), and the number of consumers (NC). The productivities obtained with the traditional MI and the IM of Kao compared. After the values were analyzed with each one of the models presented in this work, the results presented in Table 4 were obtained. Table 4 compares the change in productivity for each distributor and the results obtained for each of the years analyzed.

Tabela 4: Comparing values

DMU	IM-comum			IM-Kao		
	2014/2015	2015/2016	2014/2016	2014/2015	2015/2016	2014/2016
1	1.0000	1.0000	1.0000	0.8219	1.0439	0.8581
2	1.0190	1.0056	1.0248	0.9981	1.0023	1.0004
3	1.0000	0.9355	0.9355	0.7933	0.9414	0.7468
4	1.0000	1.0000	1.0000	0.9647	0.9862	0.9515
5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0017	1.0326	1.0315
6	1.1375	0.9287	1.0564	1.0672	0.9093	0.9704
7	1.2547	0.9997	1.2543	1.0857	1.0134	1.1485
8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0123	1.0287	1.0413

As indicated in the previous section, both IM (traditional and Kao's) considering variable returns of scale, satisfy the circularity test. DMU 2 will be used as a basis for demonstrating this fact.

$$MI_{2014/2015} * MI_{2015/2016} = MI_{2014/2016}$$

MI-Traditional: $1.0190 * 1.0056 = 1.0248 = 1.0248$

MI-Kao: $0.9981 * 1.0023 = 1.0004 = 1.0004$

The MIs obtained by each method are different, due to the fact that each one obtains the values of the efficiencies in different ways.

4 Conclusions

In the present work two alternatives to determining changes in the productivity of companies in a regulated scenario were compared by calculating the Malmquist Index. The first, the IM-FGNZ concept is used, and increases the single boundary concept to deal with variable returns to scale. The second alternative was suggested by Kao [2] and uses the data of all the DMUs and all periods of time analyzed, to decompose the efficiency of a system, in efficiencies of each period and consequently determine the MI of each period. When comparing the obtained results, the values reached with both of the alternatives are very close. Therefore, the most specific difference lies in the ease of calculating each alternative. In the first, it is necessary to calculate the efficiencies of each period separately, and in the second, the calculation is done once and then decomposed to the number of periods analyzed. It will depend on the manager of each company to determine which alternative will be used, since as said the results are very similar.

Referências

- [1] D. S. Saal and D. Parker. Productivity and price performance in the privatized water and sewerage companies of England and Wales. *Journal of Regulatory Economics*, 20(1):61–90, 2001.
- [2] C. Kao and S. Liu. A parallel production frontiers approach for intertemporal efficiency analysis: The case of Taiwanese commercial banks. *European Journal of Operational Research*, 255(2):411–421, 2016.
- [3] J. T. Pastor and C. K. Lovell. Circularity of the Malmquist productivity index. *Economic Theory*, 33(3):591–599, 2007.
- [4] S. Malmquist. Index numbers and indifference surfaces. *Trabajos de estadística*, 4(2):209–242, 1953.
- [5] D.W. Caves, L. Christensen and W.E. Laurits. The economic theory of index numbers and the measurement of input, output, and productivity. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 1393–1414, 1982.
- [6] R.S. Färe, S. Grosskopf, M. Norris and Z. Zhongyang. *The American Economic Review*, 87(5):1040–1044, 1997.
- [7] W.D. Cook, S. and L.M. Seiford. Data envelopment analysis (DEA)—Thirty years on *European journal of operational research*, 192(1):1–17, 2009.
- [8] J. Pastor and C.A.K. Lovell. A global Malmquist productivity index *Economics Letters*, 88(2):266–271, 2005.
- [9] R.D. Banker, A. Charnes and W.W. Cooper. Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis *Management science*, 30(9):1078–1092, 1984.

Un Modelo de Simulación Simple y Eficiente para un Sistema de Bicicletas Compartidas

Héctor Ricardo Gómez Márquez
Universidad Autónoma Metropolitana
Posgrado en Optimización
speed_nation@hotmail.com

Adrián Ramírez Nafarrate
Universidad Panamericana
Escuela de Ciencias Económicas y Empresariales
adrian.ramirez@asu.edu

Rafael López Bracho
Universidad Autónoma Metropolitana
Posgrado en Optimización
rlb@correo.azc.uam.mx

Resumen

La simulación es una herramienta de la investigación de operaciones para modelar sistemas complejos para los cuales no se puede obtener un modelo matemático tratable o no es viable realizar experimentación dentro de este. Un ejemplo de sistema complejo en este caso es un sistema de bicicletas compartidas, dentro del cual es de interés modelar las interacciones de los usuarios al tomar y dejar bicicletas durante el día mediante eventos discretos, trabajo que exige mucho esfuerzo debido a la gran cantidad de variables a considerar. En este documento se muestra un procedimiento diferente que hace uso de una cualidad que ocurre en el sistema para reducir enormemente los parámetros del modelo de simulación obteniendo una alternativa que aproxima el modelo original.

Palabras clave: sistema de bicicletas compartidas, simulación eventos discretos, proceso Poisson.

1 Introducción

Ecobici es un sistema de bicicletas compartidas donde un usuario puede tomar una bicicleta de una estación y dejarla en cualquier estación. Esto crea un flujo de bicicletas que cambia a diferentes horas del día. Para los operadores de Ecobici los principales problemas son de tipo inventario, ¿cuánto pedir? y ¿cuándo pedir? Cuánto pedir se traduce en cuántas bicicletas son necesarias en cada estación para cumplir con la demanda de clientes y, cuándo pedir, significa en qué momento del día se requieren estas bicicletas y cómo será este reabastecimiento.

Siendo un sistema complejo estudiarlo no es tarea sencilla, pero la simulación mediante eventos discretos puede ser un punto de partida para evaluar diferentes alternativas. Esta simulación comienza por decidir qué se va a modelar. La principal causa del movimiento dentro del sistema es el usuario, y dado que no es factible analizar cada usuario por separado para ver como este afecta al sistema, estos usuarios se combinan para crear flujos, los flujos son creados para denotar la llegada de personas a tomar bicicletas y ayudan a

generalizar de cierta manera sin perder la esencia del comportamiento de cada persona, estos flujos como la mayoría de flujos de arribos se pueden modelar adecuadamente mediante un proceso Poisson, O'Mahony (2015) simula estos flujos en intervalos de diez minutos, Henderson (2016) granula estos intervalos a duración de un minuto.

Si el sistema bicicletas tiene 100 estaciones entonces pueden existir 100^2 rutas posibles, un sistema como Ecobici contando con 452 estaciones tiene más de 200,000 rutas posibles. Esto significa ya un proceso de Poisson para cada ruta. Aunado a esto, existe un fenómeno en los sistemas de bicicletas donde la libertad de elección de la hora de salida y el destino crean que no se disponga de suficiente información para una estimación confiable. En este documento se muestra cómo conseguir una aproximación del modelo de simulación observando una cualidad sobre los usuarios de Ecobici, que es el sistema de bicicletas compartidas de la Ciudad de México, que hace que solo se requiera estimar tasas por el número de estaciones reduciendo el número de estas variables y la incertidumbre sobre estas.

2 Descripción del Problema

El fin es modelar el comportamiento de los usuarios para poder tomar decisiones operativas sobre el sistema. El modelo sigue un comportamiento normal de lo que haría una persona al ingresar al sistema, los eventos quedan denotados como:

- a) Llega un usuario a tomar una bicicleta, si no hay bicicleta este se retira del sistema.
- b) La persona viaja a tal estación y le toma cierto tiempo.
- c) Esta persona deposita su bicicleta en la estación de destino.

Este modelo conlleva una pregunta clave: Si una persona llega al tiempo t a tomar una bicicleta, ¿cuál es su destino más probable?

Para modelar el sistema de esta manera se necesita un vector de 452 tasas Poisson para simular los arribos y dos matrices cuadradas de tamaño 452, una para los flujos de cada ruta y decidir los destinos, y la otra para simular los tiempos de viaje. La matriz de tiempos de viaje en muchos casos es simplificada por alguna medida promedio para cada ruta tomando en cuenta la distancia recorrida. La matriz de flujos de rutas por otra parte, es la que transmite la variabilidad en los viajes dentro del sistema.

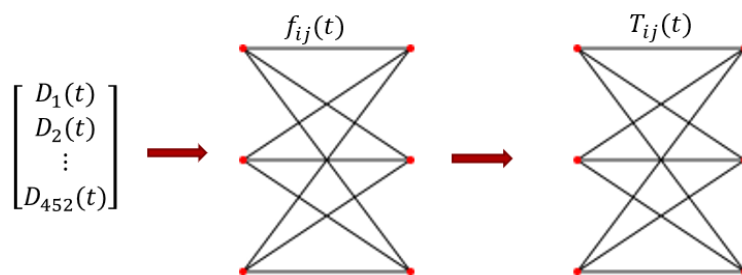


Figura 1. Esquema del proceso.

Aquí surge un problema en la matriz de flujos de rutas, pero para describirlo, necesitamos la siguiente definición:

Teorema (Cox, y Lewis, 1942) Dado $N(t) = n$, donde $N(t)$ es el número de eventos observados al tiempo t en un proceso Poisson, los n tiempos de arribo S_1, \dots, S_n tienen la misma distribución que las estadísticas de orden correspondiente a n variables independientes con función de densidad $f(t) = \frac{\lambda(t)}{\int_0^t \lambda(\tau) d\tau}$.

Recordemos que una función de una muestra, o cualquier estadístico, es una variable aleatoria, por lo cual tiene una distribución de probabilidad. A su vez con el teorema anterior, se puede apreciar que los flujos Poisson normalizados son una función de densidad y por lo general multimodal para este sistema, o dicho de otra manera nada parecido a una distribución normal. ¿por qué es importante esto? Al realizar un análisis de datos de Ecobici se encuentra el siguiente fenómeno:

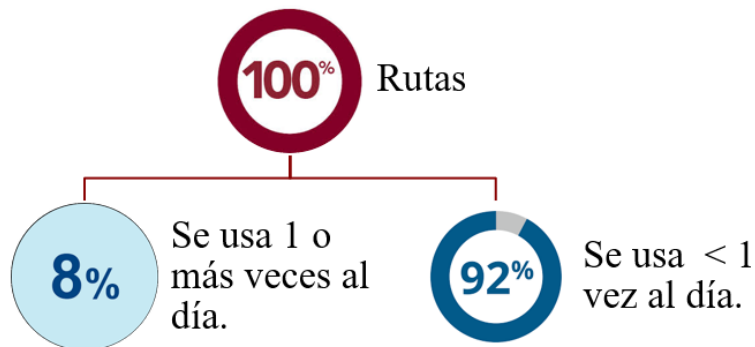


Figura 2. Uso promedio de posibles rutas en el sistema Ecobici.

Entonces 92% de las rutas, las cuales son aproximadamente el 60% de todos los viajes de Ecobici, no cuentan con datos suficientes para estimar con confiabilidad una distribución de densidad. Existirán rutas con las cuales se cuente solo con un dato de uso una sola vez en todo un mes, y al calcular una tasa o densidad para esa ruta podría tornarse que, aunque haya sido un viaje al azar, se le dé un papel importante dentro del modelo. Por ejemplo, suponga que la ruta x-y se utilizó 5 veces en un mes. Esto puede significar muchas cosas, ¿fue solo una persona o 5 diferentes personas?, ¿fue un suceso aislado o es parte de una rutina?, etc. Lo más importante a saber es: ¿Existe un patrón o fue un suceso aleatorio? Debido a que el proceso Poisson encontrará uno incluso si no lo hubo.

Todo esto da pie a muchas interrogantes y métodos alternativos o heurísticas para tratar de resolver el problema de identificación del destino de una bicicleta que pueden ser muy interesantes, pero es posible evitarlos a expensas de un pequeño grado de error con el siguiente modelo de simulación.

3 Modelo Propuesto

La pregunta clave de este modelo es la siguiente: Si una persona termina su viaje a las t horas, ¿dónde es más probable que haya sido?

Para modelar este sistema es requerido dos vectores de 452, uno con los flujos de las llegadas de personas a tomar bicicletas y el otro con las personas que llegan a depositar su bicicleta,

$$\begin{bmatrix} D_1(t) \\ D_2(t) \\ \vdots \\ D_{452}(t) \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad \begin{bmatrix} O_1(t) \\ O_2(t) \\ \vdots \\ O_{452}(t) \end{bmatrix}$$

Usando pruebas de bondad de ajuste se estima que la duración de viaje de un usuario de Ecobici sigue una distribución lognormal con parámetros

$$T_{(t)} \sim \text{LogN}(6.46, 0.69)$$

Esto implica que la media y varianza de este tiempo de viaje son 639 y 4 segundos, respectivamente.

Modelando de esta forma el sistema, se obtiene que su simulación involucra los siguientes pasos:

- 1) Generar la llegada de los usuarios que usarán bicicletas.
- 2) Generar un tiempo de traslado para cada usuario y añadirse a su tiempo de arribo (este será nuestro tiempo de terminación).
- 3) Preguntarnos en el tiempo de terminación de cada usuario dónde es más probable que haya dejado su bicicleta usando las probabilidades condicionales $\frac{O_i(t)}{\sum O_k(t)}$.

Lo primero a notar es que este modelo solo requiere de $2c + 1$ variables, donde $c =$ número de ciclo-estaciones y una variable más para la duración de viaje, cuando el modelo original requiere $2c^2 + 2c$ variables. Para Ecobici esto es un modelo de 905 variables contra uno de 408,608.

Lo segundo es que el problema de confiabilidad sobre las estimaciones deja de ser preocupante, ya que la tasa con menor información tiene 36 datos.

4 Resultados

Para probar este modelo se programó un sistema de bicicletas compartidas usando el lenguaje de programación *R*. El modelo fue corrido 1000 veces con una duración aproximada de 3 segundos cada una.

Se requiere que el flujo esperado de personas que regrese su bicicleta a cada estación sea el flujo anticipado. Esto se refiere a que observaremos si hay convergencia en medias, cada estación recibe un flujo $O_i(t)$.

Además, no solo debe coincidir el número esperado de personas que finalizan su viaje sino que también deben coincidir con cómo lo harían en su rutina diaria. Esto se ve reflejado como convergencia en la distribución conjunta de todos los regresos de bicicletas a una ciclo-estación.

De la tabla siguiente se puede ver las medias de las 4 estaciones, el valor “real” de λ correspondiente a la tasa media de llegadas y su valor obtenido estimado con la simulación.

Tabla 1. Resultados de medias.

λ	Media(X)
243.381	243.414
96.52381	95.776
136.4762	137.148
379.0952	379.868

Las figuras siguientes muestran una aproximación muy buena sobre las 4 funciones de intensidad.

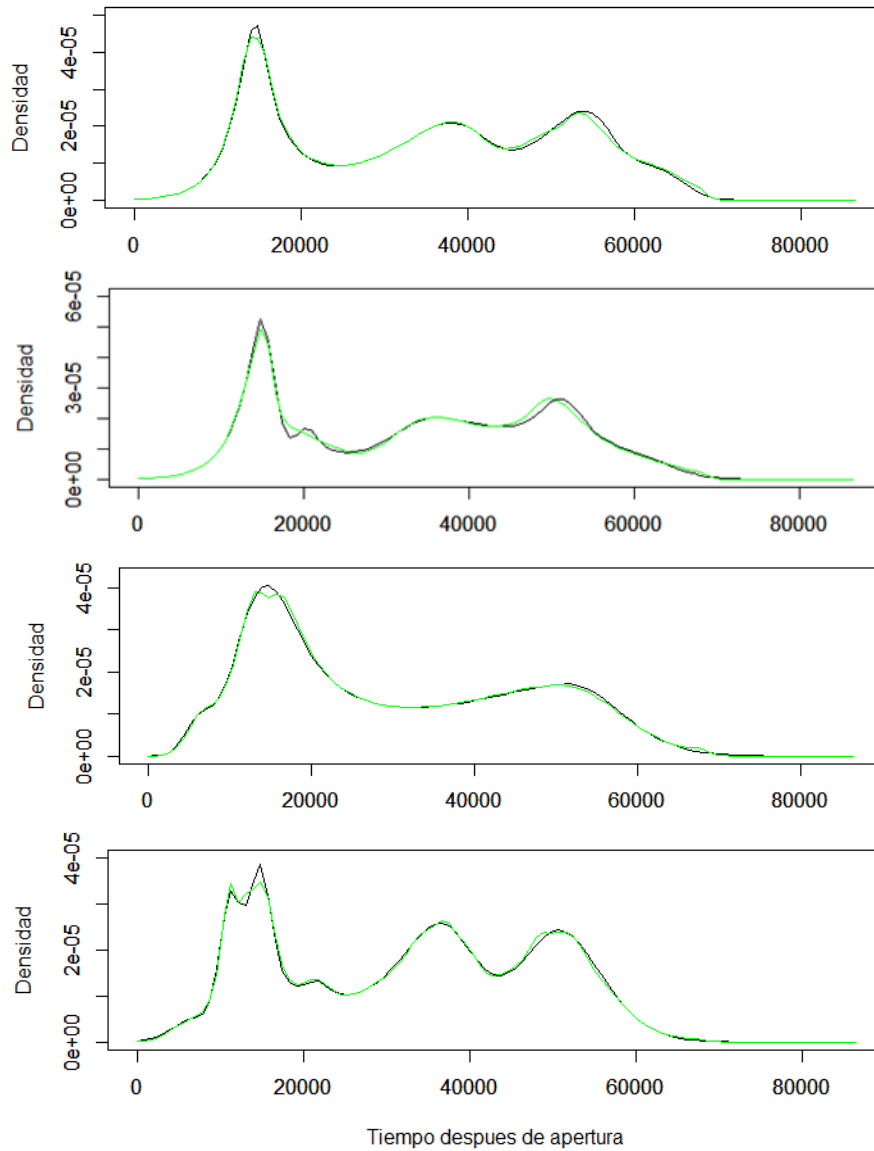


Figura 3 Comparación de tasas, la tasa esperada está en color negro.

Cabe aclarar que el valor obtenido en medias no va a coincidir con la media del proceso, ya que como se mostrará en secciones subsecuentes, no es la misma distribución. Lo mismo para la convergencia en distribución. Aún así, se puede observar que la aproximación es bastante buena.

Para obtener una idea de por qué funciona esta aproximación primero se expondrá las relaciones entre los flujos de retiros y los flujos de regresos.

Por ejemplo, el flujo de regresos de una estación $O_i(t)$ son todas las personas que viajan a la estación i en todo el día. Esto se puede expresar como

$$O_i(t) = \sum_{j=1}^{452} [f_{j,i}(t) + T_{j,i}(t)], \text{ para } i = 1, \dots, 452.$$

Siguiente, asignar a cada persona un tiempo promedio de duración $T \sim \text{LogN}(\mu, \sigma)$ equivale a sustituir todos los elementos de la matriz de tiempos en uno solo. Recordemos que cada elemento i,j es una variable aleatoria que mide el tiempo de traslado en esa ruta.

$$\begin{bmatrix} \text{LogN}(\mu, \sigma) & \cdots & \text{LogN}(\mu, \sigma) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{LogN}(\mu, \sigma) & \cdots & \text{LogN}(\mu, \sigma) \end{bmatrix}$$

El modelo alternativo funciona debido a que el error

$$\sum_{i=1}^{452} \sum_{j=1}^{452} |[T_{i,j}(t) - T]|$$

es pequeño. Y con pequeño se refiere que de las 680,000 personas que se simulan, aproximadamente 250 personas en promedio no son enviadas correctamente, lo que equivale a un porcentaje cercano al 0.

Con este porcentaje tan pequeño podemos suponer que $\sum |[T_{i,j}(t) - T]| = 0$, o que equivalentemente $T_{i,j}(t) = T$. Razonando sobre esto, el único propósito en la simulación de la matriz de flujos $f_{j,i}(t)$

$$\begin{bmatrix} f_{1,1}(t) & \cdots & f_{1,452}(t) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{452,1}(t) & \cdots & f_{452,452}(t) \end{bmatrix}$$

si uno ya tiene la información de los flujos de regreso es indicar la variable correspondiente i,j en $T_{i,j}(t)$ que debe ser sumada. Pero si $T_{i,j}(t) = T$, la información de la matriz de flujos $f_{j,i}(t)$, puede verse en forma general en los vectores $D_i(t)$, debido a que

$$D_i(t) = \sum_{j=1}^{452} f_{i,j}, \text{ para } i = 1, \dots, 452.$$

reduciendo esta matriz en solo i elementos.

5 Conclusiones

En este trabajo se muestra que se puede simular el sistema de bicicletas compartidas Ecobici solo tomando en cuenta dos vectores, los flujos de entrada y salida de cada estación y no es necesario utilizar toda la matriz cuadrada de parejas posibles consiguiendo una buena aproximación. Todo esto es posible gracias a que, al menos en Ecobici, las personas viajan alrededor de 10 minutos no importando su inicio y así este conocimiento hace que se puedan simplificar los cálculos del modelo. No es seguro decir que este modelo pueda funcionar para otros sistemas de bicicletas compartidas, aunque al menos en los que se han analizado ocurren los mismos problemas y se sugiere considerarlo.

Agradecimientos

Esta investigación es apoyada por el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) de México.

Referencias

1. Jian, N., D. Freund, H.M. Wiberg y S.G. Henderson, Simulation Optimization for a Large-Scale Bike-Sharing System, *Proceedings of the 2016 Winter Simulation Conference*, 602-613 ,2016.
2. O'Mahony, E. Smarter Tools for (Citi)bike Sharing. *Ph. D. thesis*, Cornell University, Ithaca NY, 2015.
3. Raghu Pasupathy, Generating Nonhomogenous Poisson Processes, Virginia Tech, Blacksburg, 2010.

An Efficient Heuristic For Designing of Hub-and-Spoke Networks with Cycle Topology

Rodrigo de Carvalho
Centro Universitário UNA
rodrigo@rclink.com.br

Alexandre Xavier Martins
Universidade de Ouro Preto
xmartins@decea.ufop.br

Rodney Rezende Saldanha
Universidade Federal de Minas Gerais
rodney@cpdee.ufmg.br

Abstract

The cycle hub location problem is here addressed by a tailored parallel heuristics approach. This is a very important problem with many applications in cargo, passenger and telecommunication systems. There are many variants of this problem in the literature. We focus in the variant in which the fixed cost of hubs are not accounted, and the hub nodes are connected by cycle network and non hubs nodes must be allocated to exactly one hub. The devised solution framework outperforms the known heuristic for the problem on the selected instances, both in time and solutions' quality.

Keywords: Hub-and-Spoke; Network Design; Heuristic.

1 Introduction

The design of hub-and-spoke networks represented by hub location problems is of great importance due to the presence of such topology in a myriad of applications such as logistics, telecommunication systems and service networks. Generally speaking, hub location problems consist of locating hubs nodes, allocating non-hub nodes to the installed hubs, and inter-connecting the hub network, so that origin-destination demands can be routed through the underlying infra-structure. The bundle of flows at the hubs allows the use of more efficient, high volume carriers between hubs achieving thus scale economies. Furthermore, depending on the application, these networks can reduce infrastructure costs.

Though there are many variants of hub location problems, a p -hub problem arises when p nodes are selected within a candidate set to be hubs, so that origin-destination demands are flown via the underlying network. Capacity constraints can be or not considered. Further, there may exist fixing costs to establish hubs or inter-hub arcs. From the allocation perspective, the problem can

have single or multiple allocations. The single and the multiple assignment models allow non-hub nodes to be connected to a single or multiple hubs, respectively. The hub backbone network can be complete (if all hubs are assumed interconnected) or incomplete (if the connections between hubs are to be decided). The chosen problem scheme should reflect the main features of the system being studied.

Here, we propose and evaluate two parallel heuristics for the cycle hub location problem (CHLP). The CHLP seeks to install p hubs which are connected by means of a cycle, and route the demand flows through the hub-and-spoke network. Each node has to be allocated to exactly one hub (single assignment is assumed), and if a node is selected as a hub, then it is self-assigned. The objective is to minimize the total flow cost. [1] introduced this problem reporting its potential application to telecommunication, and urban passenger transportation systems.

The CHLP shares some similarities with several other network design problems, e.g. [2, 3]. The main difference is the hubs' role. In the CHLP, hubs act as intermediary connection points, whereas services are performed or supplied at the facilities in the other applications. Surveys of hub location problems can be found at [4].

We compare our algorithms compared with the only heuristic available for the problem [1] on solving the AP benchmark test instances, which have instance sizes ranging from 10 to 200 nodes. As expected, the attained results show that the parallel heuristics outperforms the literature heuristic, both in time and solution quality for all tested problem.

2 Notation and definitions

We adopted the same notation and definitions given in [1]: Let N and K be the demand exchanging nodes, and hub node candidate sets, respectively. Though $K \subseteq N$, here we assume $K \equiv N$. Let w_{ij} be the amount of flow from origin $i \in N$ to destination $j \in N$, and O_i and D_i be the total flow originating at node i and to be delivered to node i , respectively. Scalar α represents the achieved scale economies on inter-hub flows applied to the unitary transportation costs c_{ij} between nodes i and j when these nodes are hubs.

The CHLP formulation uses integer variables $z_{ik} \in \{0, 1\}$ to indicate if node $i \in N$ is allocated to hub $k \in N$ ($z_{ik} = 1$) or not ($z_{ik} = 0$). If a hub is installed at node $k \in N$, then $z_{kk} = 1$; else $z_{kk} = 0$. Variables $x_{ikm} \geq 0$ represent the amount of flow with origin in node $i \in N$ that traverses arc (k, m) , while integer variables $y_{km} \in \{0, 1\}$ determines if a inter-hub arc (k, m) is installed ($y_{km} = 1$) or not ($y_{km} = 0$). Further, as each non-hub node is allocated to a single installed hub, demands w_{ij} and w_{ji} are sent over the same route, enabling variables x 's and y 's sizes to be cut off in half. The aforementioned definitions and notations lead to the following mathematical program [1].

$$\min \phi = \sum_{i \in N} \sum_{k \in N} (c_{ik}O_i + c_{ki}D_i)z_{ik} + \sum_{i \in N} \sum_{k \in N} \sum_{\substack{m \in N \\ m \neq k}} \alpha c_{km}x_{ikm} \quad (1)$$

$$\text{s. t. :} \quad (2)$$

$$\sum_{k \in N} z_{ik} = 1 \quad \forall i \in N \quad (3)$$

$$\sum_{k \in N} z_{kk} = p \quad (4)$$

$$\sum_{k \in N} \sum_{\substack{m \in N \\ k \neq m}} y_{km} = p \quad (5)$$

$$\sum_{\substack{m \in N \\ k < m}} y_{km} + \sum_{\substack{m \in N \\ k > m}} y_{mk} = 2z_{kk} \quad \forall k \in N \quad (6)$$

$$z_{km} + y_{km} \leq z_{mm} \quad \forall k, m \in N : m > k \quad (7)$$

$$z_{mk} + y_{km} \leq z_{kk} \quad \forall k, m \in N : m > k \quad (8)$$

$$x_{ikm} + x_{imk} \leq O_i y_{km} \quad \forall i, k, m \in N : m > k \quad (9)$$

$$O_i z_{ik} + \sum_{\substack{m \in N \\ m \neq k}} x_{imk} = \sum_{\substack{m \in N \\ m \neq k}} x_{ikm} + \sum_{m \in N} w_{im} z_{mk} \quad \forall i, k \in N : k \neq i \quad (10)$$

The objective function 1 minimizes the total flow cost associated with the demand transportation. Constraints 2 assure that all nodes are allocated to a installed hub. Constraint 4 guarantees the installation of p hubs, while constraint 5 installs p hub arcs to form the cycle. Constraints 6 insure that each hub node must be connected to exactly two other hub nodes. Constraints 7 and 8 ensure that both end nodes of a hub arc are opened hubs. Finally, constraints 9 only allow flows between hubs within the hub cycle, while constraints 10 are flow conservation constraints.

3 The parallel heuristics ILS-RVND-PR

To solve the CHLP, we devised a heuristic based on an iterated local search with a random variable neighborhood descent procedure and a path-relink strategy (ILS-RVND-PR) [5] that has shown to be flexible, simple, and robust, while having a good computational performance.

The heuristic consists of several cooperative searches (threads) running the proposed local search procedure to investigate the solution space. The cooperative multi-search has emerged as one of the most successful meta-heuristic methodologies to address hard optimization problems [6]. The threads only communicate during the search to identify the best overall solution and to combine them in a process of intensification. To escape stagnation around local minimum, we employed a perturbation procedure to promote search diversification among threads. The devised heuristic is explained in the next sections.

3.1 Solution Encoding

The solution is represented by three arrays: the first (s) with length equal to $|N|$ indicates if the non-hub i is allocated to a hub k , then its entry would have the value k . The second array (H_s)

stores the information of nodes that are hubs. The last array (M) has size $|H_s| \times |H_s|$ and stores the smallest route connecting all hubs (adjacency matrix).

3.2 Construction Procedure

Given two sets H_s and C_s representing the installed hubs, and the non-hub nodes of the solution s , respectively, with $H_s \cap C_s = \emptyset$ and $H_s \cup C_s = N$, the first steps select up to 30% of the nodes with the largest sum of incoming and outgoing flows ($O_i + D_i$) to become hubs, being prioritized nodes with the largest values. Subsequently, hubs are then removed until their number reaches p by observing the objective function's quality. If the amount of hubs to be located is greater than $0.3|N|$, then p nodes are selected to compose the initial solution.

3.3 Local Search

When tackling the CHLP, a great variety of neighborhood search strategies can be explored. We used three neighborhood structures: (i) reallocation, (ii) hub exchange with reallocation, and (iii) swap. In addition, we employed the Concorde solver [7] to optimize the hub cycle, whenever p is greater or equal to 5, otherwise a simple 2Opt procedure is applied.

The reallocation assesses all possible allocations of a non-hub node to the installed hubs. The hub exchange selects a hub to become a non-hub node, and a non-hub node to turn into a hub, then the non-hub nodes are reallocated to the nearest hub. The swap tries to improve the current solution by swapping the assignment of two non-hubs nodes.

We adopted a variant of the VND procedure [8] known as RVND as the local search. The RVND explores systematically different random neighborhood sequences via a descent local search strategy to reduce the risk of becoming trapped in non promising neighborhoods. This approach allows the exploitation of different areas of the search space, since different neighborhood structure orders can lead to different solutions.

Two rules for solution selection were employed leading to two different RVND schemes. In the RVND1, we used the best-improvement criterion for choosing a neighborhood movement, whereas in the RVND2, the first-improvement criterion was employed. In both strategies, when improving movements are accepted, the procedure restarts at the first neighborhood structure considered. If there is no improvement after visiting all neighborhoods, a new sequence is randomly created to use on the next local search call.

3.4 Path-Relinking

In the implemented path-relinking (PR) [9] procedure, two solutions are selected: a guiding solution, randomly chosen within an elite set with the best overall solutions, and the current solution being examined, called the guided solution. At each iteration, hubs that are present in the guiding solution, but missing in the guided solution are inserted, while hubs in the guided solution that are not in the guiding solution are excluded. At each exchange, non-hub nodes are re-allocated to the installed hubs to minimize the transportation costs, i.e. a reallocation local search is executed.

At the end of each iteration, the best movement is implemented, even if the attained solution does not improved the current one. Whenever the PR process finds a better solution than the overall best solution, this solution is updated. The method only stops when the guided and the

guiding solutions have the same hub structure. Note that the number of hubs remains unchanged during the process.

3.5 ILS-RVND-PR

Fig. 1 depicts the two main components of the proposed ILS-RVND-PR. In the beginning, the construction method of \mathcal{B} generates an initial solution, after which t threads are launched to run the remainder of the algorithm. For each thread, the RVND is used until no improving solution is reached (line 6).

The List of Solutions (LS) keeps the best solutions found throughout the algorithm running. It is updated considering diversity and quality criteria of the solutions (line 7). Only solutions with better objective functions than the ones in the LS, and having different installed hubs and non-hub allocations are considered. Note that the LS's size is equal to the number of threads, which allows each thread to write, in turns, in its own designated place in the LS set.

After updating the LS, the best solution s^* is also updated if worst than the solution s found (line 8). Finally, the last step of the ILS-RVND consists in choosing the next current solution. If the best solution found is updated, it becomes the current solution. Otherwise, a perturbation is applied to a solution found by a local search (lines 9-15). The algorithm stops if the run-time limit is reached (line 16).

Furthermore, it is necessary to create signal critical sections for exclusive access for modifying variables shared (shared memory) between threads. In concurrent programming, a critical section or critical region is a part of a multi-threaded program that may not be concurrently executed by more than one of the program's processes. Thus updates or readings of the s^* and LS variables employ this mechanism.

```

PROCEDURE ILS-RVND
1BEGIN
2   $s \leftarrow$  Construction procedure()
3  Initialize  $LS$ 
4  For each thread created
5    DO
6       $s \leftarrow$  Local Search( $s$ )
7      Update  $LS$ 
8      Update( $s, s^*$ )
9      IF new  $s^*$  THEN
10        $s \leftarrow s^*$ 
11        $\pi \leftarrow 0.1$ 
12     ELSE
13        $s \leftarrow$  pertubation( $s, \pi$ )
14       update( $\pi$ )
15     END
16  WHILE Not stopping criterion
17END

```

Figure 1: Algorithm ILS-RVND.

The implemented perturbation procedure changes two nodes' role, i.e. a hub is transformed into a non-hub node, whereas a non-hub node becomes a hub. Then, non-hub nodes are reallocated to the nearest hub. Another perturbation possibility is to randomly allocate a percentage of the non-hub nodes to the installed hubs. This percentage is given within $0.1 < \pi < 0.5$.

Here two variants of the aforementioned heuristic are proposed: ILS-RVND1 and ILS-RVND2. In the ILS-RVND1, the local search is done sequentially with threads exchanging information so that better and more robust solutions can be achieved. In the ILS-RVND2 the local search is done in parallel. In this case, fewer threads are launched for the local search. Nonetheless for each thread running the local search, a neighborhood is decomposed into different partitions that are generally of equal size. These partitions are generated and evaluated in a parallel independent way. This enables to explore very large neighborhoods more quickly.

4 Computational Experiments

The two devised heuristics were compared with the algorithm proposed in [1], that is based on the GRASP metaheuristic[10], on solving the AP standard data set [11]. These instances' sizes range from 10 to 200 nodes, with scale economies α within $\{0.2, 0.4, 0.6, 0.8\}$. The number of hubs to be opened was set to $p \in \{3, 4, 5, 6, 7, 15\}$. For $p = 15$, only instances with $|N| \geq 50$ were used. The adopted instances are available at www.rclink.com.br/hub.

All computational tests were carried out on a computer with dual Intel Xeon E5-2620 processors with a clock speed of 2.1 GHz, and 64 GiB of main memory running the CentsOS operating system. The total number of threads available is 24. Being all algorithms implemented in C++ and the stopping criterion for both methods was set to $|N|$ seconds. Each instance was solved 10 times by each algorithm. Within the same run, the algorithms used the same random seeds, but distinct ones among runs.

The number of threads available for the ILS-RVND1 and the ILS-RVND2 was defined empirically. We observed that the methods' performance was worse when the number of used threads exceeded the number of threads available in the processors. The poorer performance may be the result of resource containment per thread, which reduces the parallelism's efficiency. Hence, we set to 18 and 8 the number of threads for the local search of the ILS-RVND1 and the ILSRVND2 algorithms, respectively. The ILS-RVND2 variant has fewer search threads because each thread explores the solution space through the segmentation of the neighborhood structure in parallel. Therefore each search thread of ILS-RVND1 employs more than one core, which does not happen for the ILS-RVND1 version.

The indicators used in this paper to evaluate the performance of algorithms are detailed in [5]. Table 1 reports the achieved results by the analyzed algorithms. A total of 3,200 runs were executed.

Table 1: Comparison between ILS-RVND1, ILS-RVND2 and the GRASP heuristic.

Indicators	ILS-RVND1	ILS-RVND2	GRASP
Best	2892	1123	795
DevMin	0.0001	0,0006	0,632
DevMed	0.0001	0,0008	0,650

The ILS-RVND1 variant clearly outperforms the GRASP proposed by [1]. Considering all experiments, the ILS-RVND1 found the best solution in 90% of the runs, while the GRASP reached the best solution in only 25% of the cases. Furthermore, the construction procedure proposed in

this paper is capable of generating solutions up to 60 percent better than the one proposed in the literature. Therefore, less effort is required to reach local optima of good quality when compared with GRASP. Although these results indicate a good performance behavior, they cannot be used to infer more general conclusions.

To better assess their performances, a Friedman’s statistical test [12], which aims to identify whether there is a statistically significant difference among of algorithms, was carried out. Statistical tests are used to determine whether the observed differences are real or are due to chance. Here we found that there is a significant difference among the analyzed algorithms.

Friedman’s test does not demonstrate which algorithms are different. In this sense, a multiple comparison [13] allows us to determine which algorithms are different. Further, it is possible to know which one performs better. Fig. 2 shows the multiple comparison results. Each line represents one algorithm. For each algorithm, the circle and line extending out of it represent the rank’s mean, and its confidence interval, respectively.

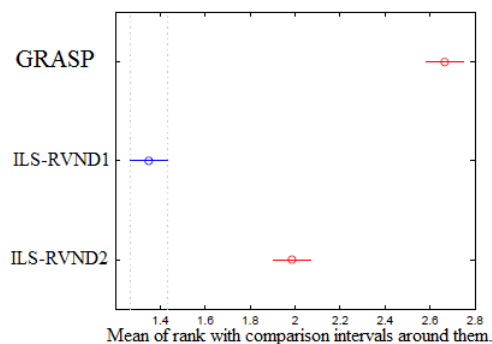


Figure 2: Graph obtained from the multiple comparison.

Two algorithms are significantly different if their intervals are disjoint; whereas they are not significantly different if their intervals overlap. The best algorithm is the one with the lowest rank’s mean value. For the present case, all algorithms are different, being ILS-RVND1 the one with the best overall performance.

5 Conclusions

We presented a parallel cooperative heuristic based on ILS-RVND-PR framework for the cycle hub location problem. The proposed algorithms showed a good performance in terms solution quality. The parallelization allowed the search procedures to exploit the solution space more extensively and faster. In addition, the proposed heuristics have no parameters to be adjusted.

The results indicated that the proposed heuristics outperformed the GRASP method found in the literature for the instances solved. Asynchronous cooperation, particularly when relying on memories as inter-solver communication mechanisms, provides a powerful, flexible and adaptive framework for the proposed meta-heuristic that consistently achieved good results in terms of computing efficiency and solution quality.

In addition, the constructive procedure is able to generate solutions of good quality in a short time. Empirically, a good starting point has shown to improve the efficiency of local search methods.

The devised ILS-RVND-PR framework can be easily adapted to other combinatorial optimization problems. Therefore, the adaptation of the ILS-RVND-PR for others problems can direct future works.

References

- [1] I. Contreras and M. Tanash and N. Vidyarthi, *Exact and Heuristic Approaches for the Cycle Hub Location Problem*. Annals of Operations Research, pp. 1-23, 2016.
- [2] M. Labbe and G. Laporte and I. Rodriguez Martin and J. Salazar-Gonzalez, *Location median cycles in networks*. European Journal of Operations Research, vol. 160, pp. 457-470, 2005.
- [3] A. Liefoghe and L. Jourdan and E. G. Talbi, *Metaheuristics and cooperative approaches for the bi-objective ring-star problem*. Computers & Operations Research, vol. 37, pp. 1033-1044, 2010.
- [4] S. Alumur and B. Y. Kara, *Network hub location problems: The state of the art*. European Journal of Operational Research, vol. 190, pp. 121, 2008.
- [5] R. Carvalho, R. S. Camargo, A. X. Martins, R. R. Saldanha, *A parallel heuristics for the single allocation hub location problem*. IEEE Latin American Transactions, vol. 15, pp. 1278-1285, 2017.
- [6] T. G. Crainic and M. Toulouse M., *Parallel Metaheuristics*. Interuniversity Research Centre On Enterprise Networks, Logistics and Transportation, Quebec, Tech. Rep. CIRRELT 2015-42, pp. 1-52, Aug. 2015.
- [7] D. Applegate, R. Bixby, V. Chvátal, W. Cook, *Concorde: a code for solving the traveling salesman problem*. <http://www.math.uwaterloo.ca/tsp/concorde/index.html> Accessed: 2017-07-15.
- [8] N. Mladenovic and P. Hansen, *Variable neighborhood search*. Computers and Operations Research, vol. 24, pp. 1097-1100, 1997.
- [9] F. Glover. *Tabu search and adaptive memory programming - Advances, applications and challenges*. In R.S. Barr, R.V. Helgason, and J.L. Kennington, editors, Interfaces in Computer Science and Operations Research, pp. 1-75. Kluwer Academic Publishers, 1996.
- [10] A. Feo and M. G. C. Resende, *Greedy randomized adaptive search procedures*. J. of Global Optimization, vol. 6, pp.109-133, 1995.
- [11] A. T. Ernst and M. Krishnamoorthy, *Efficient algorithms for the uncapacitated single allocation p-hub median problem*, Location Science, vol. 4, pp. 138-154, 1996.
- [12] M. Friedman, *The use of ranks to avoid the assumption of normality int the analysis o f variance*, Journal of the American Statistical Association, vol. 32, pp. 675-701, 1937.
- [13] Y. Hochberg and A. C. Tamhane., *Multiple Comparison Procedures*. Hoboken, NJ: John Wiley Sons, pp. 234-273, 1987.

Diseño de una Técnica de Solución para el Problema de Localización-Inventario-Ruteo en Logística Humanitaria

Diana Carolina Constantino De La Espriella
Pontificia Universidad Javeriana
dconstantino@javeriana.edu.co

Daniela Andrea Coronado Ríos
Pontificia Universidad Javeriana
coronado.d@javeriana.edu.co

Diana Catherine Herrera Ortiz
Pontificia Universidad Javeriana
dherrerao@javeriana.edu.co

Angie Yohana Wilches Duarte
Pontificia Universidad Javeriana
wilchesa@javeriana.edu.co

Ricardo Fernando Otero Caicedo
Pontificia Universidad Javeriana
r.otero@javeriana.edu.co

Carlos Eduardo Montoya Casas
Pontificia Universidad Javeriana
c_montoya@javeriana.edu.co

Abstract

En Colombia, las inundaciones son el tipo de desastre natural que más ocurre y uno de los más intensos, dejando grandes pérdidas económicas en las áreas afectadas. Estas se dan principalmente por las fuertes lluvias durante el fenómeno de La Niña y el desbordamiento de ríos en zonas de alta deforestación. Este problema presenta múltiples decisiones de logística humanitaria, que pueden ser consideradas antes o después del desastre. Por lo anterior, este documento propone una solución preventiva para el problema de localización-inventario-ruteo teniendo en cuenta demandas y estados de rutas estocásticas, en caso de una inundación en Colombia. Se diseñó y ejecutó una simheurística para abordar la incertidumbre dentro del problema. Dentro de la simheurística se encuentran otros algoritmos como los algoritmos de Silver Meal y Clark & Wright para resolver cada componente. La técnica de solución fue evaluada con respecto a una versión determinística del problema, a través de diferentes instancias para medir su calidad y efectividad. Los resultados mostraron que la metodología presentada arrojó mejores resultados que la versión determinística del problema en el costo promedio total.

Palabras Claves: Logística Humanitaria; Simheurística; Incertidumbre.

1. Introducción

Cada año, cientos de desastres naturales: terremotos, inundaciones, entre otros, afectan las vidas de millones de personas, produciendo grandes daños económicos y humanitarios. Entre los años 1994-2013, ocurrieron 6,873 desastres naturales en el mundo, provocando 1.35 millones de muertes y dejando en promedio 218 millones de personas afectadas por año (CRED, 2015). Los desastres naturales más frecuentes entre 1995 y 2015 fueron las inundaciones, siendo el 47% de estos desastres, afectando 2.3 billones de personas (UNISDR & CRED, 2015). Según datos de UNISDR & CRED (2015), este tipo de desastres han aumentado de 127 inundaciones entre 1995 y 2004 a 171 inundaciones entre 2005 y 2014.

Año tras año, Colombia se ve afectada por desastres naturales, como inundaciones y deslizamientos. Las causas principales de los desastres son los desbordamientos de los ríos y las temporadas de lluvias. Según el Departamento de Planeación Nacional (DNP, 2017), durante en los años 2006-2014, el 26% de los colombianos sufrieron alguna afectación por desastres naturales y 73% de estas han sido afectadas por inundaciones. De las ocho catástrofes de gran magnitud que se han presentado en Colombia, cinco han sido causadas por inundaciones: el tsunami de Tumaco de 1979, la avalancha del Río Páez, la ola invernal de 2010 y 2011, las avalanchas de Salgar en 2015 y Mocoa en 2017.

A nivel mundial, a raíz de los diferentes desastres, han surgido investigaciones en Logística Humanitaria (LH) cuyo objetivo es encontrar la mejor práctica en la toma de decisiones que se pueden presentar a lo largo de la Cadena de Suministro Humanitaria (CH). La incertidumbre de las variables es una de las características fundamentales que incide en esas decisiones de la CH y es un reto que debe ser superado (Öztaysi, Behret, Kabak, Sari, & Kahraman, 2013). Las características más dominantes de la incertidumbre son lo impredecible en la demanda en términos del tiempo, origen, tipo de recursos y la compleja coordinación de la distribución debido a diferentes daños: comunicación, infraestructura, entre otros (Tofighi, Torabi, & Mansouri, 2016).

En comparación con las Cadenas de Suministros tradicionales (CS), las CH persiguen objetivos diferentes y presentan altos niveles de incertidumbre en cada una de las variables que las afectan (Christopher, Martin; Tatham, 2014). No obstante, autores como Balcik & Beamon (2008) han destacado las grandes similitudes entre las dos, lo que permite adaptar diferentes metodologías de resolución de problemas de las CS a las CH. Al ser una ramificación de las CS, ambas cadenas son comparables entre sí por las similitudes que presenta (Christopher, Martin; Tatham, 2014): Objetivo: Para las CS son las utilidades económicas mientras que para las CH es el impacto social, perspectiva del tiempo: En las CS implica que el tiempo es dinero y para las CH el tiempo es vida (o muerte), personas atendidas: Para el caso de las CS son los clientes, en las CH son los beneficiarios, fuentes de ingresos: En las CS provienen de los clientes y en las CH provienen de donantes, fuentes de trabajo: Los empleados son quienes apoyan las CS y los voluntarios son los que apoyan las CH.

En la literatura, las investigaciones que se han realizado con respecto a las CH se pueden clasificar en cuatro categorías que resumen las fases del desastre: mitigación, preparación, respuesta y recuperación (Godschalk, 1991; Green III, 2002; Waugh, 2000; Waugh & Hy, 1990). Estas categorías se hacen de acuerdo con el ciclo de vida del desastre, en donde mitigación y preparación se pueden considerar como las medidas que se toman antes del desastre, respuesta son las medidas que se toman durante el desastre y recuperación son las medidas que se toman después del desastre.

De las fases previamente mencionadas, la LH se ha enfocado en la preparación y la respuesta debido a la similitud que hay entre algunas de sus decisiones y las que hay en la CS. Diferentes autores han investigado sobre el enfoque que debería tener una o varias de las actividades que incluyen estas fases. Para el caso de la ubicación y/o construcción de: centro de operaciones de emergencia, albergues y centros de distribución

visto como el problema de localización (Chang, Tseng, & Chen, 2007) y posicionamiento (Widener & Horner, 2011). La preparación de recursos contando como el problema de control de inventario preseleccionado (Balcik & Beamon, 2008; Duran, Gutierrez, & Keskinocak, 2011; Ichoua, 2010; Mete & Zabinsky, 2010; Ukkusuri & Yushimito, 2008) y la determinación del nivel de inventario post-desastre (Noyan et al, 2016). Finalmente, la entrega de recursos como el problema de distribución (Naji-Azimi, Renaud, Ruiz, & Salari, 2012).

Estos tipos de problemas se distinguen por los altos niveles de dinamismo e incertidumbre, que afectan a la formulación de las técnicas de optimización que suelen utilizarse para abordarlos. Sin embargo, en algunas ocasiones estos problemas sólo se han abordado asumiendo certeza sobre la información del contexto. Según Chica, Juan, Córdón, & Kelton (2015) asumir restricciones, funciones objetivos y datos de entradas determinísticos, para simplificar los modelos del sistema real, ocasiona que se encuentre la solución óptima para el modelo incorrecto, poniendo en duda la validez e incluso el significado de los resultados y recomendaciones.

Debido a esto, las recientes investigaciones han tenido gran tendencia en considerar la aleatoriedad en estas decisiones para así poder describir de mejor forma los problemas reales, en donde la información no está disponible (Juan, Faulin, Grasman, Rabe, & Figueira, 2015). Como menciona Bozorgi-Amiri, Jabalameli, & Mirzapour Al-e-Hashem (2013), en la LH, es muy frecuente ver que la demanda, el abastecimiento y los costos son inciertos durante la primera etapa de respuesta al desastre.

Adicionalmente, debido a la naturaleza de los desastres, también es posible que exista incertidumbre sobre las vías de transporte necesarias para hacer la distribución de las ayudas en la atención humanitaria (Balcik, Bozkir, & Kundakcioglu, 2016). Este efecto se puede observar en la Ilustración 1, donde al hacer una planificación sin considerar un posible cambio en el estado de las vías puede conllevar a reconfigurar la planeación, una vez el desastre ya ha ocurrido.

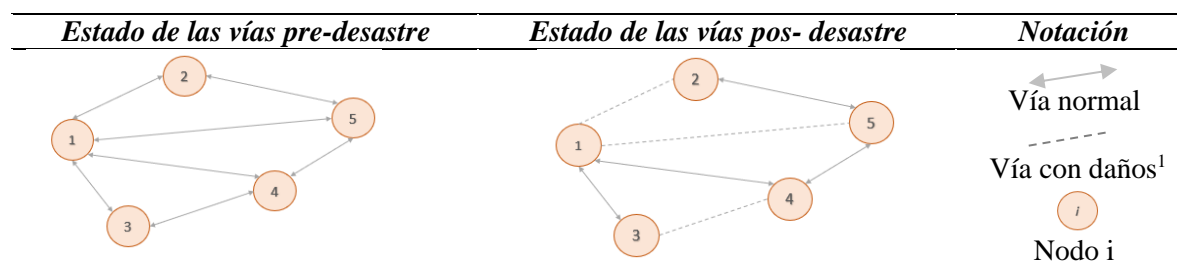


Ilustración 1. Impacto del desastre sobre el estado de las rutas. Autoría Propia

En este sentido, es importante implementar métodos de solución que contemplen la incertidumbre que implica brindar una respuesta de alivio oportuna aplicable a la realidad. Según la investigación realizada, en la LH esta característica no ha sido abordada y podría ser de mucho interés. Para lograr esto Chica et al. (2015) proponen usar simheurísticas: procedimientos que abordan la incertidumbre mediante el uso de la simulación dentro de los procedimientos de optimización para construir soluciones más robustas a la variabilidad.

Adicional a las características a las cuales se ha hecho referencia, hay autores que discuten sobre la importancia de considerar la combinación de los problemas de localización, inventario y ruteo. Esto se debe a que al abordar de forma separada estos problemas se restringe el espacio de búsqueda, sacrificando así la

¹ Se dice que una vía con daños -arco con fallas- es un camino que fue afectado por el desastre y por ende no hay paso por este.

optimalidad de las decisiones. Ghorbani & Akbari Jokar (2016) afirman que el diseño integrado de la red de distribución en una cadena de suministro puede conllevar a un manejo logístico eficiente. Además, se puede considerar esta integración como parte fundamental del diseño del plan de emergencias y su respectiva activación haría parte de la fase de respuesta en el desastre.

En conclusión, las decisiones de localización-inventario-ruteo tienen el potencial de mejorar las operaciones siempre y cuando se considere adecuadamente el contexto que tienen en el desastre, ya que los diferentes tipos de desastres requieren diferentes tipos de respuesta (De Leeuw, Vis, & Jonkman, 2012). Para el caso de las inundaciones, la planeación de la preparación logística ha recibido poca atención y en la literatura no se detallan sus necesidades. Sin embargo, debido a que las inundaciones son los desastres de mayor ocurrencia en Colombia, y que son más fáciles de predecir y evitar que otros, estos permiten tener más tiempo para planear y reaccionar (Kunz & Reiner, 2012).

2. Descripción del Problema

Este trabajo desarrolló una técnica de solución que vincula la toma de decisión de localización de un único Centro de Distribución (CD) y albergues, políticas de inventario y distribución de recursos, considerando la incertidumbre que hay en la demanda y en el estado de las vías en el contexto de las inundaciones, en Colombia. Las decisiones mencionadas son tomadas previas a la ocurrencia del desastre, por lo que incluir la incertidumbre refleja las mejores decisiones que incluyen los diferentes escenarios que se pueden presentar en la realidad, haciendo más robustos los planes de acción y siendo más precisos en los costos de la gestión logística.

La región a estudiar se encuentra dividida en zonas, en donde cada una de estas, cuenta con una cantidad determinada de puntos seguros (PS) no afectados por la inundación. Cada zona tiene un número de personas víctimas del desastre, y solo un porcentaje de estas terminan acudiendo a los albergues, el resto acuden a familiares en otros lugares o ciudades. La asignación de los mencionados es realizada una sola vez al comenzar la ejecución del plan de acción. A medida que pasa el tiempo se busca que los medios de vida de los afectados sean cubiertos (UNGRD, 2016), es decir, se busca devolverles las capacidades, activos o actividades necesarios para vivir (Scoones, 1998). Por esta razón, la demanda de un albergue disminuye a medida que pasa el tiempo.

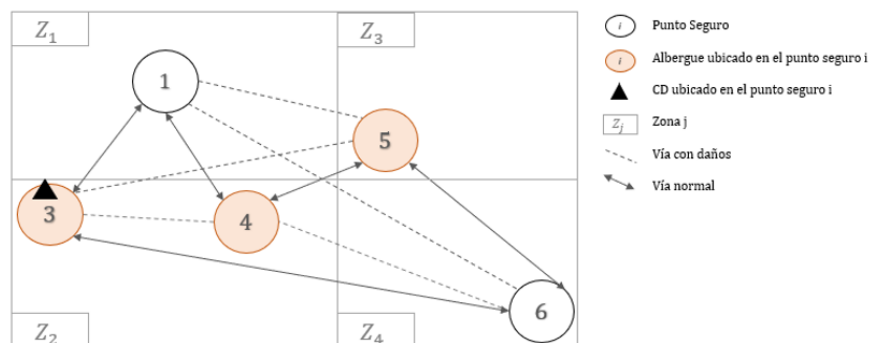


Ilustración 2. Representación de las decisiones a considerar. Autoría Propia

Cada PS puede ser una ubicación potencial para una instalación – CD y/o albergue- necesaria para dar respuesta a la emergencia (**Error! No se encuentra el origen de la referencia.**). Cada instalación ubicada se caracteriza por la capacidad de atención que puede brindar. Dicha capacidad es un criterio que puede ser seleccionado de acuerdo con los tipos disponibles brindados por las instituciones coordinadoras de la gestión del riesgo -Cruz roja, cuerpos de socorro, entre otros-.

Con el fin de atender a las víctimas asignadas, cada albergue debe proveer a los afectados unos recursos que les permita cubrir sus necesidades. Estos recursos han sido definidos por la UNGRD, los cuales son: kits de cocina, aseo, mercado y medicamentos, que componen los tipos de kits, que se le dará a cada persona o familia. Los kits provienen de las donaciones que se consolidan en el CD y son enviadas a los albergues de acuerdo con la demanda que tengan durante la planeación. La distribución de los recursos solo se encuentra restringida por la capacidad de carga que tiene una flota homogénea, lo que implica tener respuesta al problema clásico de ruteo de vehículos capacitado (CVRP) (Akhtar, et al., 2017). Finalmente, se aclara que la planeación de la emergencia se considera en un intervalo de tiempo (T): días, semanas, meses.

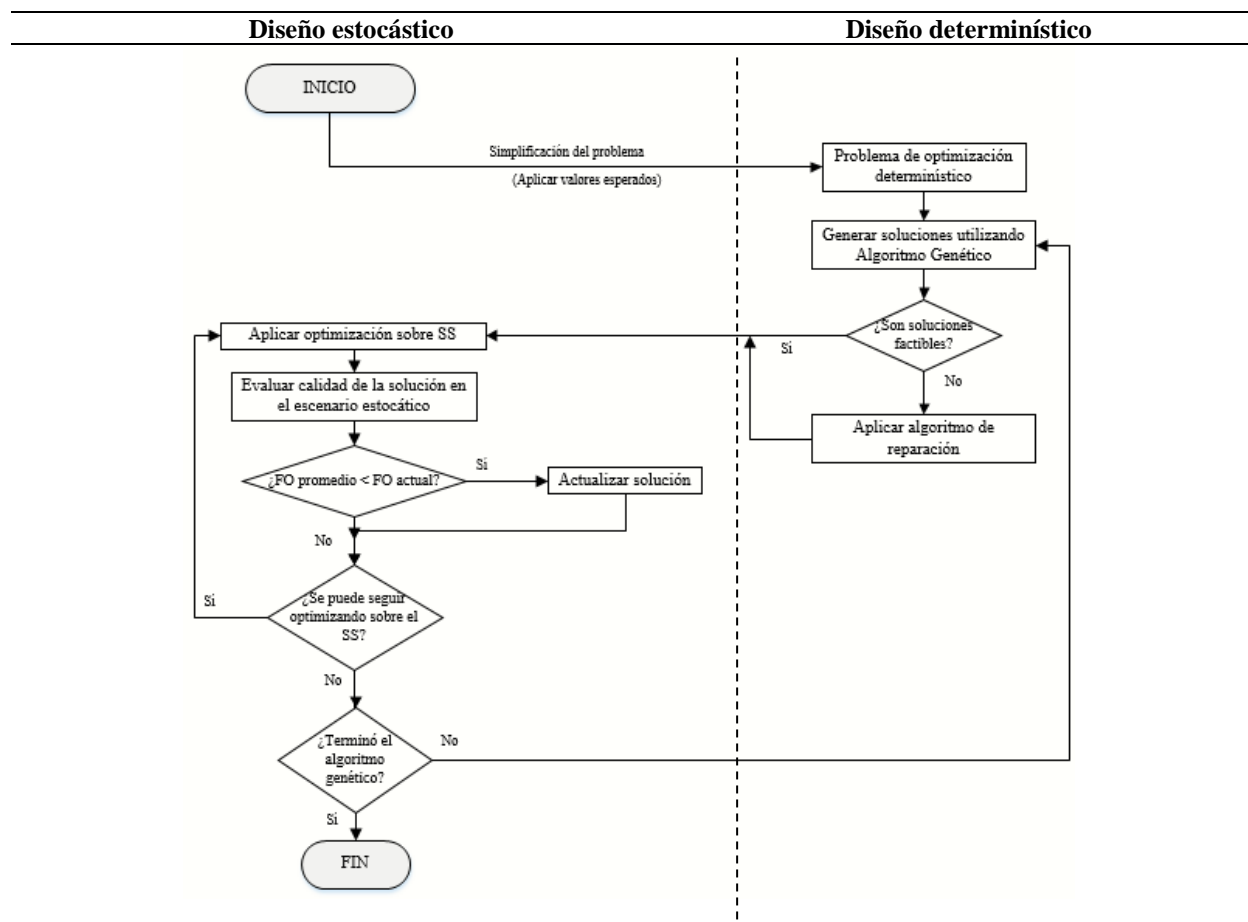


Ilustración 3. Diagrama de flujo: Interacción entre el diseño estocástico y el diseño determinístico. Autoría Propia

Debido a la alta complejidad combinatoria del problema y como se busca que el diseño pueda dar una respuesta cercana a lo que ocurre en la realidad, se propone una técnica que contemple un enfoque estocástico a través del uso de la metodología simheurística. Esta metodología, un híbrido entre las técnicas de optimización y simulación, puede verse como una extensión metaheurística que se utiliza para resolver problemas de optimización bajo incertidumbre, junto a una metaheurística aleatorizada para optimizar el rendimiento del sistema (Juan et al, 2015).

Como se muestra en la ilustración 3 la simheurística parte de un ambiente estocástico, esta es una extensión del GA diseñado en el caso determinístico por lo que, para el funcionamiento de esta técnica se debe hacer una simplificación del comportamiento estocástico (Arango, Barrios & Noguera, 2017). Razón por la cual, se procede a

obtener el valor esperado de las variables aleatorias, información que entra como parámetro a la simheurística con el fin de realizar y fijar por cromosoma la localización de los albergues y del CD. Con la solución fija de localización se realiza por escenario la asignación de la demanda de las zonas a los albergues -utilizando un algoritmo de asignación heurístico diseñado por los autores-.

Posterior a esto, en cada albergue se promedian las personas que le fueron asignadas en los escenarios, obteniendo así una demanda promedio por albergue. De igual forma al albergue se le calcula un SS que es obtenido a partir de la desviación estándar de las asignaciones multiplicada por una constante X que ira variando, con el fin de *optimizar* con diferentes valores de SS y escoger el que mejor se ajuste a la variabilidad de otras asignaciones.

La demanda promedio y el SS entran como parámetro a la política de inventario Silver Meal, para calcular las ordenes de pedido que este tendrá. Las ordenes de pedido de los albergues son la demanda que tendrá el CD y con base a esta se le realiza la política de inventario Silver Meal. Esto se realiza con cada SS evaluado, es decir siempre la política de inventario del albergue recibe la misma demanda promedio con un valor determinado de SS, obteniendo así por cromosoma tantas soluciones fijas de inventario como SS evaluados.

Por cada solución de inventario se realiza el ruteo entre los albergues y el CD, de acuerdo con las órdenes del pedido resultantes de las decisiones de inventario y con las distancias promedio mínimas de los escenarios – Se promedian las distancias de los escenarios y se aplica el algoritmo Floyd-Warshall- . Cada solución de inventario y ruteo queda fija y es evaluada con otros escenarios de demanda y distancias, con el fin de evaluar los costos promedios que genera cada solución y escoger aquella que obtenga el menor costo en el cromosoma. Esto se realiza para cada uno de los cromosomas.

3. Conclusiones

El trabajo desarrollado considera los problemas de localización-inventario-ruteo en un contexto de inundaciones, los cuales bajo el esquema de una CH implican las decisiones de la ubicación de los albergues y CD, gestión de los pedidos de inventarios y la selección de rutas, teniendo en cuenta que las decisiones se toman previas al desastre y que existe incertidumbre en las demandas y estados de las rutas.

Dado que el problema representa una alta complejidad combinatoria, es necesario recurrir a métodos metaheurísticos para lograr tener una buena solución en tiempos razonables. Como respuesta, se diseña una metodología que combina la optimización y simulación mediante un algoritmo simheurístico que extiende la combinación del Algoritmo Genético y los algoritmos heurísticos Silver Meal y Clark and Wright con una simulación de Montecarlo que permite analizar el impacto de construir soluciones robustas a los efectos de la variabilidad. Como aporte a lo realizado, se optimiza sobre la selección del SS de los albergues, quienes capturan la variabilidad de la demanda, con el fin de minimizar la cantidad de faltantes y consecuentemente, aumentar el nivel de servicio.

El diseño de la solución es validado de diferentes formas. La parte determinística de localización e inventario se compara respecto a un modelo de programación lineal con variables relajadas, ya que este no logra cumplir con las necesidades de generar soluciones en tiempos computacionales eficientes. Para las instancias evaluadas la diferencia porcentual no supera el 10%. Posterior a esto, se realiza una comparación en el componente de ruteo con instancias óptimas reportadas dentro de la literatura. Con los resultados obtenidos se puede observar que 13 de las 15 instancias se encuentran por debajo de un GAP del 10%, de las cuales 1 de cada 2 se encuentran por debajo del 5%.

Luego, se le realizan modificaciones al diseño determinístico para que este pueda ser comparable con la simheurística. Finalmente, se ratifica la calidad de la metodología con simulaciones para obtener el indicador de costo promedio que permitió determinar qué tan robusta es la técnica de solución ante los

diferentes niveles de incertidumbre. Como resultados se obtuvo que el comportamiento de la técnica simheurística fue superior a la determinística el 100% de las veces con respecto al costo promedio total, además obtiene altos niveles en la calidad del servicio de atención de las víctimas asignadas a los albergues para cualquier tipo de variabilidad considerada como se observa en la ilustración 4.

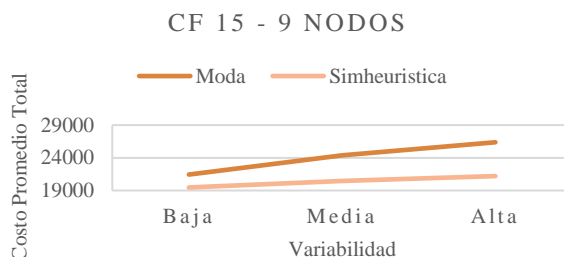


Ilustración 4. Comparación solución determinística vs. solución estocástica para el mejor hallazgo encontrado

Con respecto al nivel de servicio, para los escenarios determinísticos se observan valores entre 94,42% y 100%, notando diferencias entre los tipos de instancias mientras que para la solución simheurística se obtienen valores de 99,15% y 100% sin importar el tamaño de la instancia. Aunque la prioridad de la técnica no es mejorar sobre este indicador, se logra ver que en el 77,77% de los 54 escenarios la simheurística lo mejora y en los que no logra mejorar el 41,67% mantienen el mismo valor, con respecto a los determinísticos, en todos los casos un nivel de servicio del 100%.

Dado el alcance del proyecto se optó por dejar fijo el número de personas víctimas del desastre y se analiza la incertidumbre sobre la proporción de personas que acuden a los albergues. Para trabajos futuros se recomienda analizar el impacto de considerar los 2 tipos de incertidumbre mencionados, debido a que podrían tener un mejor acercamiento a algunas características del problema.

Partiendo de los análisis realizados se evidenció que puede haber una predominancia muy fuerte en los componentes de los costos de acuerdo con las decisiones que se están tomando, por las condiciones de los desastres no se puede ejercer alteraciones sobre los costos de manera tal que se recomienda analizar la posibilidad de abordar el problema mediante una ponderación de los costos que refleje la prioridad en las necesidades de interés a cubrir de acuerdo con las características y condiciones de la catástrofe.

References

1. Akhtar, M., Hannan, M. A., Begum, R. A., Basri, H., & Scavino, E. (2017). Backtracking search algorithm in CVRP models for efficient solid waste collection and route optimization. *Waste Management*, 61, 117-128.
2. Balcik, B., & Beamon, B. M. (2008). Facility location in humanitarian relief. *International Journal of Logistics: Research & Applications*, 11(2), 101–121. <https://doi.org/10.1080/13675560701561789>
3. Balcik, B., Bozkir, C. D. C., & Kundakcioglu, O. E. (2016a). A literature review on inventory management in humanitarian supply chains. *Surveys in Operations Research and Management Science*, 21(2), 101–116. <https://doi.org/10.1016/j.sorms.2016.10.002>
4. Balcik, B., Bozkir, C. D. C., & Kundakcioglu, O. E. (2016b). A literature review on inventory management in humanitarian supply chains. *Surveys in Operations Research and Management Science*. <https://doi.org/10.1016/j.sorms.2016.10.002>

5. Chang, M. S., Tseng, Y. L., & Chen, J. W. (2007). A scenario planning approach for the flood emergency logistics preparation problem under uncertainty. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 43(6), 737–754. <https://doi.org/10.1016/j.tre.2006.10.013>
6. Chica, M., Juan, A. A., Cerdón, Ó., & Kelton, W. D. (2015). Why Simheuristics? Benefits, Limitations, and Best Practices when Combining Metaheuristics with Simulation.
7. CRED, C. for R. on the E. of D. (2015). *The_Human_Cost_of_Natural_Disasters*, 58.
8. Christopher, Martin; Tatham, P. (2014). *Humanitarian Logistics: Meeting the Challenge of Preparing for and Responding to Disasters* (Second). London: Kogan Page.
9. De Leeuw, S., Vis, I. F. A., & Jonkman, S. N. (2012). Exploring Logistics Aspects of Flood Emergency Measures. *Journal of Contingencies and Crisis Management*, 20(3), 166–179. <https://doi.org/10.1111/j.1468-5973.2012.00667>.
10. DNP. (2017). DNP. Retrieved from <https://www.dnp.gov.co/Paginas/inicio.aspx>
11. Duran, S., Gutierrez, M. A., & Keskinocak, P. (2011). Pre-positioning of emergency items for CARE international. *Interfaces*, 41(3), 223–237. <https://doi.org/10.1287/inte.1100.0526>
12. Ghorbani, A., & Akbari Jokar, M. R. (2016). A hybrid imperialist competitive-simulated annealing algorithm for a multisource multi-product location-routing-inventory problem. *Computers and Industrial Engineering*, 101, 116–127. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2016.08.027>
13. Godschalk, D. R. (1991). Disaster mitigation and hazard management. In *Emergency Management: Principles and Practice for Local Government*. International City (pp. 131–160). Washington, DC.
14. Ichoua, S. (2010). Humanitarian Logistics Network Design for an Effective Disaster Response. *Engineering*, 1–4. <https://doi.org/10.1080/09614520903564322>
15. Juan, A. A., Faulin, J., Grasman, S. E., Rabe, M., & Figueira, G. (2015). A review of simheuristics: Extending metaheuristics to deal with stochastic combinatorial optimization problems. *Operations Research Perspectives*, 2, 62–72. <https://doi.org/10.1016/j.orp.2015.03.001>
16. Kunz, N., & Reiner, G. (2012). A meta-analysis of humanitarian logistics research. *Journal of Humanitarian Logistics and Supply Chain Management*, 2(2), 116–147. <https://doi.org/10.1108/20426741211260723>
17. Mete, H. O., & Zabinsky, Z. B. (2010). Stochastic optimization of medical supply location and distribution in disaster management. *International Journal of Production Economics*, 126(1), 76–84. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2009.10.004>
18. Naji-Azimi, Z., Renaud, J., Ruiz, A., & Salari, M. (2012). A covering tour approach to the location of satellite distribution centers to supply humanitarian aid. *European Journal of Operational Research*, 222(3), 596–605. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2012.05.001>
19. Noyan, N., Balcik, B., & Atakan, S. (2016). A Stochastic Optimization Model for Designing Last Mile Relief Networks. *Transportation Science*, 50(3), 1092–1113. <https://doi.org/10.1287/trsc.2015.0621>
20. Öztaysi, B., Behret, H., Kabak, Ö., Sari, I. U., & Kahraman, C. (2013). Fuzzy Inference Systems for Disaster Response. In B. Vitoriano, J. Montero, & D. Ruan (Eds.), *Decision Aid Models for Disaster Management and Emergencies* (pp. 75–94). Paris: Atlantis Press. https://doi.org/10.2991/978-94-91216-74-9_4
21. Scoones, I. (1998). Sustainable rural livelihood: A framework for analysis. IDS Working paper 72. Institute of Development Studies
22. Tofighi, S., Torabi, S. A., & Mansouri, S. A. (2016). Humanitarian logistics network design under mixed uncertainty. *European Journal of Operational Research*, 250(1), 239–250. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2015.08.059>
23. Ukkusuri, S., & Yushimito, W. (2008). Location Routing Approach for the Humanitarian Prepositioning Problem. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, 2089, 18–25. <https://doi.org/10.3141/2089-03>
24. UNISDR, & CRED. (2015). The human cost of weather-related disasters 1995-2015. *UNISDR Publications*, 1, 30. <https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004>
25. UNGRD. (2016). Medios de vida. Bogotá: Unidad Nacional para la Gestión del Riesgo de Desastres

Powers of Circular-Arc Models

Francisco J. Soullignac^{1,2}
fsoullign@dc.uba.ar

Pablo Terlisky^{1,3},
terlisky@dc.uba.ar

¹DCyT, Universidad Nacional de Quilmes; ²CONICET
³DC, FCEN, Universidad de Buenos Aires

Abstract

A *proper circular-arc (PCA)* model is a pair $\mathcal{M} = (C, \mathcal{A})$ such that C is a circle and \mathcal{A} is a finite family of inclusion-free arcs of C . Each arc A of \mathcal{A} has two *endpoints*: its *beginning point* $s(A)$ and its *ending point* $t(A)$, which are the first and last points of A reached when C is traversed clockwise, respectively. A PCA model is a (c, ℓ) -CA model when the circumference of the circle is c and all arcs of \mathcal{A} have length ℓ . Two PCA models are *equivalent* if the endpoints of their arcs appear in the same order when C is traversed clockwise.

For any $A \in \mathcal{A}$, its *next* arc is defined as the arc $\text{next}(A) = A'$ such that $s(A')$ is the last beginning point reached before $t(A)$ when C is traversed clockwise. The k -th *power* of A is defined recursively as $A^1 = A$ and $A^k = (s(A), t(\text{next}(A^{k-1})))$, while the k -th *power* of a model \mathcal{M} is $\mathcal{M}^k = (C, \{A^k \mid A \in \mathcal{A}\})$. For a (c, ℓ) -CA model \mathcal{U} , we define the j -th *multiple* of \mathcal{U} as $j \times \mathcal{U} = (C, \{(s(A), s(A) + j\ell) \mid A \in \mathcal{A}\})$.

In this work we study the question of whether some model \mathcal{M} is k -*multiplicative*, i.e., determining if the models \mathcal{M}^i and $i \times \mathcal{M}$ are equivalent for all $i \leq k$. In order to solve this problem, we adapt the results Soullignac and Terlisky recently provided in [14] and generalize them.

Keywords: circular-arc models; powers of models; multiplicative models.

1 Introduction

A *proper circular-arc (PCA)* model is a pair $\mathcal{M} = (C, \mathcal{A})$ where C is a circle and \mathcal{A} is a finite family of inclusion-free arcs of C . Each arc A of \mathcal{A} has two *endpoints*: its *beginning point* $s(A)$ and its *ending point* $t(A)$, which are the first and last points of A reached when C is traversed clockwise, respectively. If there is a point of C that does not belong to any arc from \mathcal{A} , then \mathcal{M} is a *proper interval (PIG)* model. Proper interval and proper circular-arc models are studied in several works [3, 4]. One important point of interest in interval and circular-arc models is that they can be used to represent a variety of resource allocation problems [1], although they can also be applied to model problems in genetics [3] and temporal reasoning [5]. In these cases problems are frequently approached by solving known graph problems, such as coloring, on the intersection graph of the models.

Another kind of problem that can be defined on PCA models is the representation problem. A PCA model \mathcal{M} is a (c, ℓ) -CA model when the circumference of the circle is c and all arcs of \mathcal{A} have length ℓ . In general, \mathcal{M} is a *unit circular-arc (UCA)* model when it is a (c, ℓ) -model for some c, ℓ . If \mathcal{M} is UCA and PIG, then it is a *unit interval (UIG)* model. Two PCA models $\mathcal{M}, \mathcal{M}'$ are *equivalent* if the endpoints of their arcs appear in the same order when \mathcal{C} is traversed clockwise. The *representation problem* for a PCA model \mathcal{M} consists of finding a model \mathcal{M}' equivalent to \mathcal{M} which is a UCA model. For PIG models, it is known from Roberts' PIG=UIG Theorem [11] that every PIG model has an equivalent UIG model, and it is possible to solve the representation problem in linear time [2]. For PCA models, Kaplan and Nussbaum [6] provided a linear recognition algorithm for PCA models that have a UCA equivalent, while Lin and Szwarcfiter [7] showed a linear algorithm to solve the representation problem.

In 1990 Pirlot proposed the *minimal representation problem* for PIG models [10], in which the input is a PIG model \mathcal{M} and the objective is to find an equivalent UIG model \mathcal{M}' where the length of the arcs and their beginning points are as small as possible. Pirlot proved that every PIG model has an equivalent *minimal* model, and provided a new tool for the study PIG models called synthetic graphs. Later, Mitas showed an algorithm that provides a minimal equivalent UIG model in (later found to be) quadratic time [8]. Soullignac [12, 13] took Pirlot and Mitas' results and generalized them for PCA models providing a $\mathcal{O}(n^4 \lg n)$ algorithm for the minimal representation problem.

More recently, Soullignac and Terlisky [14] improved the algorithm, lowering its time complexity to $\mathcal{O}(n^3)$, and also provided a new recognition algorithm for PCA models with a UCA equivalent which, although not faster than the previously known linear ones, is much simpler. Their work also introduces the *minimum representation* problem and show that it is NP-Complete.

In this work we generalize the UCA recognition problem for PCA models by defining the *k-multiplicity problem*. In this variation, we want to determine if the model \mathcal{M} has a UCA equivalent model \mathcal{U} such that the k -th power of the model \mathcal{U} is equivalent to lengthening the arcs of \mathcal{U} by a factor of k . We approach this k -multiplicity problem by defining a new sort of synthetic graphs, the k -order synthetic graphs, and we show that a PCA model \mathcal{M} is k -multiplicative if and only if certain paths cross each other in the k -order synthetic graph of \mathcal{M} . Thus, the problem can be solved in $\mathcal{O}(n^2)$ time for some fixed k . As a consequence, the maximum value for k such that \mathcal{M} is k -multiplicative, and a multiplicative representation \mathcal{U} of \mathcal{M} , can both be obtained in $\mathcal{O}(n^2 \lg n)$ time.

2 Problem Description

An instance of the *k-multiplicity* problem has as input a PCA model \mathcal{M} and an integer k , and the question is whether there is a UCA model \mathcal{U} equivalent to \mathcal{M} such that the k -th power \mathcal{U}^k of \mathcal{U} is equivalent to the model $k \times \mathcal{U}$ obtained by lengthening all the arcs of \mathcal{U} by a factor of k . We define the terminology and concepts required to formulate the problem:

Let e be an endpoint in a PCA model \mathcal{M} . We define $\text{arc}_{\mathcal{M}}(e)$ as the arc e belongs to in \mathcal{M} , and $\text{next}_{\mathcal{M}}(e)$ as the following endpoint reached after e when \mathcal{C} is traversed clockwise. Also, $\text{next}_{s, \mathcal{M}}(e)$ (resp. $\text{next}_{t, \mathcal{M}}(e)$) is used to refer to the following starting point (resp. ending point) reached after e when \mathcal{C} is traversed clockwise. We also define $\text{next}_{\mathcal{M}}^i(A)$ and $\text{prev}_{\mathcal{M}}^i(A)$ the following way: $\text{next}_{\mathcal{M}}^0(A) = \text{prev}_{\mathcal{M}}^0(A) = A$, and:

$$\begin{aligned}
\text{next}_{\mathcal{M}}(A) &= \text{next}_{\mathcal{M}}^1(A) = \text{arc}_{\mathcal{M}}(\text{prev}_s(t(A))) \\
\text{next}_{\mathcal{M}}^i(A) &= \text{next}_{\mathcal{M}}(\text{next}_{\mathcal{M}}^{i-1}(A)) \\
\text{prev}_{\mathcal{M}}(A) &= \text{prev}_{\mathcal{M}}^1(A) = \text{arc}_{\mathcal{M}}(\text{next}_t(s(A))) \\
\text{prev}_{\mathcal{M}}^i(A) &= \text{prev}_{\mathcal{M}}(\text{prev}_{\mathcal{M}}^{i-1}(A))
\end{aligned}$$

We will drop the parameter \mathcal{M} when it is clear from context.

Additionally, we will use the operators $<$ and $>$ in the intuitive fashion (ie. $A < B$ if $s(A) < s(B)$ w.r.t the position 0 of \mathcal{C}), but we also define $<_A$ and $>_A$ as the operators of being *lower* or *higher with respect to A* and for two endpoints e, e' , we say that $e <_A e'$ when $e - s(A) < e' - s(A) \pmod{c}$ and $e >_A e'$ when $e' - s(A) < e - s(A) \pmod{c}$ (ie. $<_A$ and $>_A$ indicate the relation between e and e' if 0 was set on $s(A)$). When applied to arcs, the operator represents the relation between their respective starting points. We also define \leq_A and \geq_A analogously. Observe that for any arc \mathcal{A} of \mathcal{M} , $\text{prev}(\text{next}(A)) \leq_A A \leq_A \text{next}(\text{prev}(A))$, i.e., prev and next are not necessarily inverse operations for each other. We define $\text{next}^{-1}(A) = \text{arc}(\text{prev}_t(\text{next}_s(s(A))))$ if $\text{next}(s(A)) = t(B)$ for some $B \in \mathcal{A}$, and as *undefined* otherwise. Then, $\text{next}^{-k}(A) = \text{next}^{-1}(\text{next}^{-k+1}(A))$ if $\text{next}^{-k+1}(A)$ is not *undefined*, and it is also *undefined* otherwise. Intuitively, the arc $\text{next}^{-1}(A)$ is the maximum arc A' from \mathcal{A} (w.r.t. $<_A$) for which $\text{next}(A') = A$. Thus, $\text{next}^{-1}(A)$ is *undefined* whenever there is no arc A' such that $\text{next}(A') = A$. With this definition of the next operator it is true that $\text{next}^j(\text{next}^{-i}(A)) = \text{next}^{j-i}(A)$. However, $\text{next}^{-j}(\text{next}^i(A))$ need not be $\text{next}^{i-j}(A)$.

We define the *powers* of $A \in \mathcal{A}$ as: $A^0 = (s(A), s(A) + 1)$, and $A^i = (s(A), t(\text{next}(A^{i-1})))$ when $i \geq 1$. Notice that $A^1 = (s(A), t(A)) = A$. The *powers* of \mathcal{M} are defined as $\mathcal{M}^i = (\mathcal{C}, \{A^i \mid A \in \mathcal{A}\})$.

On the other hand, let \mathcal{M} be an even (c, ℓ) -CA model. We define the *multiples* of \mathcal{M} as: $i \times \mathcal{M} = \{(s(A), s(A) + i(\ell - 1) + 1) \mid A \in \mathcal{A}\}$. A model \mathcal{U} such that $i \times \mathcal{U}$ is equivalent to \mathcal{U}^i for all $i \leq k$ is called a *k-multiplicative* model. A question one could ask about a model \mathcal{M} is whether it has a *k-multiplicative* equivalent model \mathcal{U} for some given k . When $k = 1$ this questions becomes exactly the UCA recognition problem. If stated as an optimization problem, it becomes the *multiplicity number* problem, which asks for the maximum value of k for which \mathcal{M} has a *k-multiplicative* equivalent model. The *k-multiplicative representation problem* is the problem of taking \mathcal{M} and producing the equivalent UCA model \mathcal{U} which is *k-multiplicative*.

3 Solution Method

If \mathcal{M} is a (c, ℓ) -CA model, we can describe the property of having a *k-multiplicative* equivalent model as the following two constraints for each pair of arcs $(A, B) \in \mathcal{A}$ and every $0 \leq i \leq k$:

***i*-nose constraint:**

$$s(B) \geq s(A) + i(\ell - 1) + 2 \pmod{c}$$

$$\text{if } i \text{ is s.t. } t(A^i) <_A s(B) \text{ and } \forall j \leq k, j \neq i, t(A^j) <_A s(B) \Rightarrow t(A^j) <_A s(A^i)$$

***i*-hollow constraint:**

$$s(A) \geq s(B) - i(\ell - 1) \pmod{c}$$

$$\text{if } i \text{ is s.t. } s(B) <_A t(A^i) \text{ and } \forall j \leq k, j \neq i, s(B) <_A t(A^j) \Rightarrow t(A^i) <_A s(A^j)$$

Given these constraints, we can build a weighted multidigraph G which has a vertex for each arc A of \mathcal{A} . The graph G has an i -nose edge $A \xrightarrow{i,\nu} B$ with weight α if there is an i -nose $s(B) \geq s(A) + \alpha$ in \mathcal{S} , and an i -hollow edge $B \xrightarrow{i,\eta} A$ with weight β if there is an i -hollow constraint $s(A) \geq s(B) + \beta$ in \mathcal{S} . We give the weighing function for the edges of G the name $\text{sep}_{c,\ell}$.

However, many edges of G are unnecessary, because their constraints can be bounded by combining the constraints of other edges. It is possible to deduce that all hollow edges but 1-hollows may be omitted from G , and furthermore, the only necessary 1-hollows are those of the form $B \xrightarrow{1,\eta} A$ for which $\text{next}(s(B)) = t(A)$. Similarly, 0-noses $A \xrightarrow{0,\nu} B$ exist only when $\text{next}(s(A)) = s(B)$, 1-noses $A \xrightarrow{1,\nu} B$ exist only when $\text{next}(t(A)) = s(B)$, and for $i > 1$, $A \xrightarrow{i,\nu} B$ exists if and only if there is a vertex A' such that $\text{next}^{-1}(A') = A$ and $A' \xrightarrow{i-1,\nu} B$. Thus, the k -order synthetic graph \mathcal{S}_k is defined as the 2-digraph which has a vertex for each arc $A_1 < A_2 < \dots < A_n$ of \mathcal{M} and the following edges:

There is a **hollow** $A_j \xrightarrow{\eta} A_i$ iff
 $\text{next}(s(A_j)) = t(A_i)$ in \mathcal{M}

There is an r -nose $A_i \xrightarrow{r,\nu} A_j$ ($0 \leq r \leq k$) if either
 $r = k = 0$ and $\text{next}_s(s(A_i)) = s(A_j)$,
 $A' \xrightarrow{r-1,\nu} A_j$ in \mathcal{S}_{k-1} and $\text{next}^{-1}(A') = A_i$, or
 $A_i \xrightarrow{r,\nu} A_j$ in \mathcal{S}_{k-1} , $\text{next}^{-1}(A_i)$ is *undefined* and
 $\nexists A' \in \mathcal{A}$ s.t. $A' \xrightarrow{q,\nu} A_j$, $\text{next}^{-1}(A') = A_i$ for some q .

The $\text{sep}_{c,\ell}$ of the edges of \mathcal{S}_k is:

$$\begin{aligned} \text{sep}_{c,\ell}(A_j \xrightarrow{\eta} A_i) &= 1 - \ell + cq && \text{where } q = 1 \Leftrightarrow A_j \xrightarrow{\eta} A_i \text{ is external} \\ \text{sep}_{c,\ell}(A_i \xrightarrow{r,\nu} A_j) &= r(\ell - 1) + 2 - c(\lfloor \frac{r(\ell - 1) + 1}{c} \rfloor + q) && \text{where } q = 1 \Leftrightarrow A_i \xrightarrow{r,\nu} A_j \text{ is external} \end{aligned}$$

We will refer to a hollow edge $A_j \xrightarrow{\eta} A_i$ as *external* if $j < i$, and to a r -nose edge $A_i \xrightarrow{r,\nu} A_j$ as *external* if $i < j$. Edges which are not external are called *internal*. Any path which only includes internal edges is called *internal*.

The k -order synthetic graph \mathcal{S}_k acts as the separation graph in [9], and as in that case the constraint set S is feasible for some values \tilde{c} and $\tilde{\ell}$ if and only if \mathcal{S}_k weighted with $\text{sep}_{\tilde{c},\tilde{\ell}}$ has no positive weight cycles.

Also, the graph $\mathcal{S}_k(\mathcal{M})$ can be obtained recursively: The graph $\mathcal{S}_0(\mathcal{M})$ has no hollows and only 0-nose edges $A_i \xrightarrow{0,\nu} A_{i+1}$ for $i \in 0, \dots, n$ and $A_n \xrightarrow{0,\nu} A_0$. The graph \mathcal{S}_1 adds all hollows and replaces any 0-nose $A_i \xrightarrow{0,\nu} A_{i+1}$ for which $\text{next}^{-1}(A_i)$ is defined with a 1-nose $(\text{next}^{-1}(A_i)) \xrightarrow{1,\nu} A_{i+1}$. From then on, the graph \mathcal{S}_{k+1} is built from \mathcal{S}_k by taking every k -nose $A \xrightarrow{k,\nu} B$, and replacing it with $(\text{next}^{-1}(A)) \xrightarrow{k+1,\nu} B$ if $\text{next}^{-1}(A)$ is defined, and leaving it if $\text{next}^{-1}(A)$ is *undefined* and no other edge $A \xrightarrow{k+1,\nu} B'$ has been created. Notice that nose edges change their origin vertex until they reach one for which the next^{-1} operation is undefined.

Let $\mathcal{M} = (\mathcal{C}, \mathcal{A})$ be a PCA model with arcs $A_1 < \dots < A_n$. The height $h(A_i)$ of A_i (with $1 \leq i \leq n$) is recursively defined: $h(A_1) = 0$, and then $h(A_i) = h(A_j) + 1$, if there is an internal hollow $A_i \xrightarrow{\eta} A_j$, and $h(A_i) = h(A_{i-1})$, if there are no internal hollows from A_i . The *height* of the model \mathcal{M} is $h(A_n) + 1$. We will refer to the height of the vertices of \mathcal{S}_k to mean the height of their corresponding arcs in \mathcal{M} . The set of vertices of some height q are referred to as the *row* q of \mathcal{S}_k . The first vertex of row q of \mathcal{S}_k w.r.t. $<$ is called the *leftmost* vertex, while the last vertex of row q is called its *rightmost* vertex. An internal nose edge $A_i \rightarrow A_j$ is called *backward* if A_j is a leftmost vertex for some row q . An internal path with no backward edges is called *forward*. We define the *jump* of an edge of \mathcal{S}_k as $\text{jmp}(A_i \rightarrow A_j) = h(A_j) - h(A_i)$. Notice that the jump of any internal hollow of \mathcal{S}_k is -1 , while the jump of a forward i -nose is i and the jump of a backward internal nose is $i + 1$.

Let \mathcal{T} be a path of \mathcal{S}_k , and let $\eta(\mathcal{T}), \eta_{\text{ext}}(\mathcal{T}), \nu_r(\mathcal{T})$ and $\nu_{r,\text{ext}}(\mathcal{T})$ be the amount of hollow, external hollow, r -nose and external r -nose edges of \mathcal{T} respectively. The value of $\text{sep}_{c,\ell}(\mathcal{T})$ for a path \mathcal{T} of $\mathcal{S}_k(\mathcal{M})$ can be expressed as:

$$\text{sep}_{c,\ell}(\mathcal{T}) = (\ell - 1) \text{JMP}(\mathcal{T}) + \text{jmp}(\mathcal{T}) + c \text{ext}(\mathcal{T}) + |\mathcal{T}| + \nu_0(\mathcal{T}) \quad (1)$$

where $\text{JMP}(\mathcal{T}) = \sum_{i=1}^k i \nu_i(\mathcal{T}) - \eta(\mathcal{T})$, $\text{jmp}(\mathcal{T}) = \sum_{i=1}^k \nu_i(\mathcal{T}) - \eta(\mathcal{T})$, and $\text{ext}(\mathcal{T}) = \eta_{\text{ext}}(\mathcal{T}) - \sum_{i=0}^k (\nu_{i,\text{ext}}(\mathcal{T}) + \lfloor \frac{i(\ell-1)+1}{c} \rfloor \nu_i(\mathcal{T}))$.

Intuitively, the JMP term represents the jump of the whole path, i.e., the difference in height between the first and the last vertices of \mathcal{T} , and the ext term represents the amount of times the 0 point of the circle is crossed, which may happen because of external edges or because of r -noses which are so long that $r(\ell - 1)$ covers the whole circle at least once.

We will be interested in a particular kind of cycles in $\mathcal{S}_k(\mathcal{M})$. A circuit \mathcal{W} of \mathcal{S}_k is called *greedy nose* when there are no noses $A \xrightarrow{i,\nu} B$ in \mathcal{S}_k for any $i \leq k$ if a hollow $A \xrightarrow{\eta} X$ is in \mathcal{W} . Analogously, \mathcal{W} is *greedy hollow* when there are no hollows $A \xrightarrow{\eta} X$ if $A \xrightarrow{i,\nu} B$, for some $i \leq k$, is in \mathcal{W} .

Our first lemma regarding the k -order synthetic graph of a model \mathcal{M} is:

Lemma 1. *Let \mathcal{S}'_k be the k -order synthetic graph of a model \mathcal{M} with all non-forward edges removed. The graph \mathcal{S}'_k is acyclic for any $k \geq 0$.*

Lemma 1 allows us to define the *column* $c(X)$ of a vertex X of \mathcal{S}_k in relation to the paths that can reach X . Furthermore, once the column is defined, it is possible to prove that no edges of \mathcal{S}_k cross each other, which can be stated as our second lemma:

Lemma 2. *Let \mathcal{M} be a PCA model, and let $\mathcal{S}'_k(\mathcal{M})$ be its k -order synthetic graph after removing all its external or backward edges. The graph $\mathcal{S}'_k(\mathcal{M})$ is a plane graph for any $k \geq 0$ if each vertex $X \in \mathcal{S}'_k(\mathcal{M})$ is drawn in a grid according to $h(X)$ and $c(X)$.*

As shown in [14], it is useful to apply a *loop unrolling* technique to a model. The κ -unrolled version $\kappa \cdot \mathcal{M}$ of a PCA model \mathcal{M} is the PCA model $\kappa \cdot \mathcal{M}$ whose circle has circumference κc that has κ arcs $A_0, A_1, \dots, A_{\kappa-1}$ for every $A \in \mathcal{A}$ such that, for $i \in \{1, \dots, \kappa\}$, $s(A_i) = s(A) + ic$, and $t(A_i) = t(A) + c(i + q) \bmod \kappa c$, where $q \in \{0, 1\}$ equals 1 if and only if A is external. We will write $\kappa \cdot \mathcal{S}_k(\mathcal{M})$ as a shortcut for $\mathcal{S}_k(\kappa \cdot \mathcal{M})$, and drop the parameter \mathcal{M} when no confusions are possible. We refer to the vertex A_i of $\kappa \cdot \mathcal{S}_k$ as the *i th-copy* of A . For any path \mathcal{T} of \mathcal{S}_k , we use the

term *traversing* \mathcal{T} to refer to the action of taking a copy of the first vertex of \mathcal{T} in $\kappa \cdot \mathcal{S}_k$, and then building a path \mathcal{T}' by following the edges of the same type of those of \mathcal{T} . Circuits of \mathcal{S}_k may be traversed multiple times in $\kappa \cdot \mathcal{S}_k$.

The two main properties of unrolled models that we will use are:

- For any path $\mathcal{T} = X \rightarrow \dots \rightarrow Y$ of $\mathcal{S}_k(\mathcal{M})$, there is a value of κ and a value j such that if $\kappa' \geq \kappa$, the path \mathcal{T}' obtained by traversing the edges of \mathcal{T} from the j -th copy of a vertex from \mathcal{T} in $\kappa' \cdot \mathcal{S}_k(\mathcal{M})$ is an internal path (i.e. $\text{ext}(\mathcal{T}') = 0$). Moreover, if \mathcal{T} is a circuit in $\mathcal{S}_k(\mathcal{M})$ such that $\text{ext}(\mathcal{T}) = 0$, then $\text{JMP}(\mathcal{T}') = -1$, because the path \mathcal{T}' has to arrive at the same copy of the vertex it started at.
- For a large enough value of κ , the rows of $\kappa \cdot \mathcal{S}_k(\mathcal{M})$ repeat themselves. That is, for some row x of $\kappa \cdot \mathcal{S}_k(\mathcal{M})$, there is a value d for which row $x + i + qd$, if existing, has copies of the same vertices as row $x + i$, for any $i \in \{0, \dots, d - 1\}$ and any q such that $x + i + qd \leq h(\kappa \cdot \mathcal{S}_k(\mathcal{M}))$.

Our main theorem of this work is analogous to Theorem 3 in [14], i.e., it shows that only certain cycles of a k -order synthetic graph need to be checked in order to prove k -multiplicity:

Theorem 3. *The following statements are equivalent for a PCA model \mathcal{M} .*

- i) \mathcal{M} is equivalent to a k -multiplicative model.
- ii) Every pair of circuits of $\mathcal{S}_k(\mathcal{M})$ with different signs of ext have a common vertex.
- iii) Some greedy hollow cycle and some greedy nose cycle of \mathcal{S} share a vertex.

Proof. (sketch)

i \Rightarrow ii) Suppose $\mathcal{W}_n, \mathcal{W}_h$ are circuits of \mathcal{S}_k with different signs of ext . We take a large value for κ and build $\kappa \cdot \mathcal{S}_k$. We can define \mathcal{W}'_n and \mathcal{W}'_h as two internal paths of $\kappa \cdot \mathcal{S}_k$ which traverse the same edges than \mathcal{W}_n and \mathcal{W}_h , respectively, and we also can make it so they have vertices at two rows x and y which have copies of the same vertices. The path \mathcal{W}'_h is necessarily forward, but \mathcal{W}'_n may have backward edges. If it does, we can take $2\kappa \cdot \mathcal{S}_k$ and obtain \mathcal{W}^+_n and \mathcal{W}^+_h by traversing twice the edges of \mathcal{W}_n and \mathcal{W}_h and arriving at another row z whose vertices are also copies of those of x and y . But since \mathcal{W}^+_n now has two backward edges, it covers the whole graph from a leftmost vertex to a rightmost vertex at least once, forcing it to cross \mathcal{W}^+_h , and since $2\kappa \cdot \mathcal{S}_k$ is a plane graph, they must have a vertex in common. If \mathcal{W}'_n is forward, then it is possible to show that both paths have the same ext and JMP value, so the sum of their $\text{sep}_{c,\ell}$ is greater than 0 for any c, ℓ , and thus the model is not k -multiplicative.

ii \Rightarrow i) Take $\tilde{\ell} = 3n^2$ and \tilde{c} with the minimum value so that every cycle \mathcal{W} with $\text{ext}(\mathcal{W}) < 0$ has $\text{sep}_{c,\ell} < 0$ (This value can always be found because \tilde{c} can be sufficiently large to bound all other terms of Equation (1)). Moreover, for that value of \tilde{c} there must exist a cycle \mathcal{W}_n with $\text{sep}_{\tilde{c},\tilde{\ell}}(\mathcal{W}_n) = 0$. We can prove that any cycle \mathcal{W} of \mathcal{S}_k has $\text{sep}_{\tilde{c},\tilde{\ell}} \leq 0$: If $\text{ext}(\mathcal{W}) < 0$, then it has $\text{sep}_{\tilde{c},\tilde{\ell}} \leq 0$ by how \tilde{c} was defined. If $\text{ext}(\mathcal{W}) = 0$, then it has $\text{JMP}(\mathcal{W}) = -1$ as stated earlier, and thus $\text{jmp}(\mathcal{W}) + |\mathcal{W}| + \nu_0(\mathcal{W}) < 3n^3$. If $\text{ext}(\mathcal{W}) > 0$, we build $\kappa \cdot \mathcal{S}_k$, with κ large enough for a new circuit \mathcal{W}_0 built by traversing $\text{ext}(\mathcal{W})$ times \mathcal{W}_n followed by traversing $|\text{ext}(\mathcal{W}_n)|$ times \mathcal{W} to be internal. It is possible to build \mathcal{W}_0 because by hypothesis \mathcal{W} and \mathcal{W}_0 share a vertex. The circuit \mathcal{W}_0 is built so that $\text{ext}(\mathcal{W}_0) = 0$, and therefore $\text{JMP}(\mathcal{W}_0) = -1$. By using Equation 1 for \mathcal{W}_0 , we conclude that $\text{sep}_{\tilde{c},\tilde{\ell}}(\mathcal{W}) < 0$ can be reached.

ii⇒iii) Is trivial.

iii⇒ii) Consider \mathcal{W}_N , \mathcal{W}_H greedy nose and greedy hollow cycles respectively, and call X the vertex they share by hypothesis. Suppose that \mathcal{W}_n is a cycle with $\text{ext}(\mathcal{W}_n) < 0$ and \mathcal{W}_h is a cycle with $\text{ext}(\mathcal{W}_h) > 0$ such that \mathcal{W}_n does not intersect \mathcal{W}_h . Let N be the vertex in \mathcal{W}_n and H the vertex in \mathcal{W}_h such that they share the same row as X . Take a large enough value of κ so that $\kappa \cdot \mathcal{S}_k$ has three rows $x < y < z$ such that they have copies of X , N , and H . Let B_x , B_y , and B_z be the copies of the vertex B in row x , y , and z , for $B \in \{X, H, N\}$. Also, for $\mathcal{T} \in \{\mathcal{W}_N, \mathcal{W}_n, \mathcal{W}_H, \mathcal{W}_h\}$ let \mathcal{T}' be the multiple traversal of \mathcal{T} so that \mathcal{T}' passes through rows x , y , and z . The value of κ that allows this exists although it could be as large as $|\text{ext}(\mathcal{W}_n^G)| |\text{ext}(\mathcal{W}_h^G)| |\text{ext}(\mathcal{W}_N^G)| |\text{ext}(\mathcal{W}_H^G)|$. The path \mathcal{W}'_N must necessarily have one backward edge on its subpath from X_x to X_y and one in the subpath from X_y to X_z , otherwise there would be an internal cycle in $\kappa \cdot \mathcal{S}_k$, which is not possible.

Since \mathcal{W}'_N has a backward edge, it has a subpath between X_x and a rightmost vertex, followed by a backward nose, and then a subpath from a leftmost vertex to X_y . Additionally, \mathcal{W}'_n has a subpath from N_x to N_y , so it must also have a backward edge, otherwise it would cross \mathcal{W}_N at some vertex A and the edge that starts at A at \mathcal{W}_n would be a nose while the edge that starts at A at \mathcal{W}_N would be a hollow, which is not possible by definition of greedy cycles. Thus, \mathcal{W}'_n has a backward edge and therefore the subpath of \mathcal{W}'_n from X_y to X_x intersects \mathcal{W}'_n , because if it does not then it crosses \mathcal{W}'_H which once again is not possible because \mathcal{W}'_H is greedy. □

The direct consequence of Theorem 3 is that we are able to evaluate whether a model \mathcal{M} is k -multiplicative in $\mathcal{O}(n^2)$: The algorithm consists of iteratively building $\mathcal{S}_k(\mathcal{M})$ ($\mathcal{O}(n)$) and checking whether any greedy nose circuit crosses a greedy hollow circuit ($\mathcal{O}(n)$).

It is possible to see that if \mathcal{M} is n -multiplicative, it must be k -multiplicative for any $k > 0$. Moreover, if \mathcal{M} is k -multiplicative it is also k' -multiplicative for all $k' < k$ by definition, so a binary search algorithm can be applied to solve the optimization problem in $\mathcal{O}(n^2 \lg n)$.

Furthermore, both choosing feasible values for c and ℓ on \mathcal{S}_k and building a k -multiplicative representation for a model based on those values can be done in $\mathcal{O}(n^2)$, so the k -multiplicative representation problem can be solved in $\mathcal{O}(n^2 \lg n)$.

4 Conclusions and Further Work

In this work we generalize the results of [14] so that we can determine not only whether a PCA model has a UCA equivalent, but whether it is k -multiplicative for any value of k , at a logarithmic additional cost. We are also able to provide such model.

In order to do achieve this result, we propose a new variant of synthetic graphs, k -order synthetic graphs. We show that some properties of Pirlot's synthetic graphs carry on to k -order synthetic graphs and adapt those properties that change with the new definition. With this, we are able to translate one of the main theorems of [14] to the k -order synthetic graph domain.

An additional application for the results presented in this work is the possibility of characterizing which powers of UCA graphs are UCA graphs as well.

However, as it is possible to predict the k -noses of a synthetic graph \mathcal{S}_k for any value of k , we believe that the complexity of our algorithm for the multiplicity number problem can be further lowered. Because of this, our future work is focused on solving the multiplicity number and k -multiplicative representation problem without the need of explicitly calculating \mathcal{S}_k for all k .

References

- [1] Amotz Bar-Noy, Reuven Bar-Yehuda, Ari Freund, Joseph Naor, and Baruch Schieber. A unified approach to approximating resource allocation and scheduling. *J. ACM*, 48(5):1069–1090, 2001.
- [2] Derek G. Corneil, Hiryoung Kim, Sridhar Natarajan, Stephan Olariu, and Alan P. Sprague. Simple linear time recognition of unit interval graphs. *Inform. Process. Lett.*, 55(2):99–104, 1995.
- [3] Vítor Costa, Simone Dantas, David Sankoff, and Ximing Xu. Gene clusters as intersections of powers of paths. *J. Braz. Comput. Soc.*, 18(2):129–136, 2012.
- [4] Jurek Czyzowicz, Evangelos Kranakis, Danny Krizanc, and Jorge Urrutia. Discrete realizations of contact and intersection graphs. *Int. J. Pure Appl. Math.*, 13(4):429–442, 2004.
- [5] Martin Charles Golumbic and Ron Shamir. Complexity and algorithms for reasoning about time: a graph-theoretic approach. *J. Assoc. Comput. Mach.*, 40(5):1108–1133, 1993.
- [6] Haim Kaplan and Yahav Nussbaum. Certifying algorithms for recognizing proper circular-arc graphs and unit circular-arc graphs. *Discrete Appl. Math.*, 157(15):3216–3230, 2009.
- [7] Min Chih Lin and Jayme L. Szwarcfiter. Unit circular-arc graph representations and feasible circulations. *SIAM J. Discrete Math.*, 22(1):409–423, 2008.
- [8] Jutta Mitas. Minimal representation of semiorders with intervals of same length. In *Orders, algorithms, and applications (Lyon, 1994)*, volume 831 of *Lecture Notes in Comput. Sci.*, pages 162–175. Springer, Berlin, 1994.
- [9] M. Pirlot and Ph. Vincke. *Semiorders*, volume 36 of *Theory and Decision Library. Series B: Mathematical and Statistical Methods*. Kluwer Academic Publishers Group, Dordrecht, 1997. Properties, representations, applications.
- [10] Marc Pirlot. Minimal representation of a semiorder. *Theory and Decision*, 28(2):109–141, 1990.
- [11] Fred S. Roberts. Indifference graphs. In *Proof Techniques in Graph Theory (Proc. Second Ann Arbor Graph Theory Conf., Ann Arbor, Mich., 1968)*, pages 139–146. Academic Press, New York, 1969.
- [12] Francisco J. Soulignac. Bounded, minimal, and short representations of unit interval and unit circular-arc graphs. chapter i: theory. *Journal of Graph Algorithms and Applications*, 21(4):455–489, 2017.
- [13] Francisco J. Soulignac. Bounded, minimal, and short representations of unit interval and unit circular-arc graphs. chapter ii: algorithms. *Journal of Graph Algorithms and Applications*, 21(4):491–525, 2017.
- [14] Francisco J. Soulignac and Pablo Terlisky. Integrality of minimal unit circular-arc models. *CoRR*, abs/1609.01266, 2016.

Aplicación de clasificación ABC para la gestión de inventarios a través de programas macro en una empresa comercializadora de productos de limpieza en México

José Luis Félix Moreno
Universidad de Sonora
jose.l.felixmo@gmail.com

María de los Ángeles Navarrete Hinojosa
Universidad de Sonora
mnavarrete@industrial.uson.mx

Abstract

En una empresa comercializadora de productos de limpieza en México se presenta una problemática dentro del área de almacén donde la falta de políticas de gestión de inventarios está dificultando las operaciones del resto de los departamentos al no tener definidos criterios para la toma de decisiones en base a la importancia de los artículos cuando se requiere gestionar cambios como el nivel de inventario máximo que se destina a un producto. Este artículo presenta una solución a la problemática planteada mediante la implementación de la clasificación de inventarios ABC utilizando además programas macro para la automatización de su cálculo y captura dentro del sistema de comercio empresarial utilizado en la organización, adaptando la metodología tradicional a una según las necesidades propias de la empresa.

Keywords: clasificación ABC; gestión de inventarios; comercialización.

1 Introducción

Las empresas de hoy en día se enfrentan a cambios radicales con constante frecuencia; para un alto porcentaje de ellas, la globalización las ha forzado a crecer como negocios para mantenerse competitivas dentro del mercado donde se especializan, o se arriesgan a ser dominadas por la competencia. Sin embargo, el crecimiento forzado que llegan a experimentar estas empresas genera fuertes consecuencias en la manera de llevar a cabo las operaciones diarias, que pueden conducir al fracaso si no se encuentran preparadas para tal cambio. En el caso de las empresas comercializadoras, uno de los aspectos que comúnmente son pasados por alto a la hora de expandirse es el área del almacén así como la administración del inventario que este conlleva.

A pesar de que el almacén es uno de los principales departamentos de la operación de empresas del giro comercializador por el impacto que tiene en el desempeño de la organización y porque representa una fuerte inversión para estas, siendo por lo general el principal activo de las mismas, este suele omitirse dentro de los planes de mejora o crecimiento, y en ocasiones termina siendo una de las áreas más problemáticas de las mismas pudiendo ser considerado el cuello de botella de las operaciones de la organización. Por ello a continuación se presenta un caso en particular que ejemplifica lo antes descrito, y se describe estructuralmente la manera en que se abarcó la problemática existente de forma particular.

El proyecto fue desarrollado en una empresa con presencia a nivel nacional en México, dedicada a la venta y distribución de productos, equipos y accesorios de limpieza, comercializadora de las más prestigiadas marcas nacionales e internacionales de este ramo, comenzando sus operaciones en el año de 1998 en el estado de Sonora. En la actualidad, la empresa tiene mayor posicionamiento en el mercado contando con instalaciones en tres estados de la república y otros más atendidos a través de envíos por paquetería; además de contar con planes de expansión a nuevas regiones en los próximos años.

Así mismo, la escala de distribución y comercialización con la que cuenta la empresa ha incrementado considerablemente desde sus inicios, e incluso con mayor tendencia en el último par de años, contando ahora con una modalidad de comercio mayorista y minorista, atendiendo diversos sectores económicos de la región como hospitales, restaurantes, minas, etc.; además de ofrecer cientos de productos de diferentes marcas.

2 Descripción del problema

En los últimos años la empresa ha experimentado un gran crecimiento comercial, así como una expansión de mercado en el territorio nacional, pero manteniendo en esencia el mismo personal de trabajo con el que se contaba al inicio de este proceso. A raíz de lo antes expuesto, se evidencian situaciones como la falta de personal capacitado, carencia de planes de capacitación que mejoren el conocimiento técnico del personal para sobrellevar el crecimiento experimentado, así como la existencia de alta rotación de capital humano, que además conlleva a una falta de unificación de criterios de trabajo.

Lo anterior ha generado diversas problemáticas que desestabilizan las operaciones diarias de la empresa, afectando entre otras al proceso de compra, donde deben de considerarse los espacios disponibles para las compras programadas, así como una falta de calendarización para el resurtido de inventarios de las sucursales que se atienden desde matriz, la cual funciona como un centro de distribución. En el departamento de ventas, surgen reclamos del personal por el gran número de cancelaciones de facturas al no contar con existencias físicas de ciertos productos, y a su vez, por parte de los clientes relacionados a la entrega de pedidos incompletos. Por último, en almacén existen quejas derivadas de las discrepancias en las existencias del inventario físico contra lo que marca el sistema utilizado en la empresa, al igual que problemas de acomodo que surgen a partir de la administración actual del espacio físico, así como una falta de seguimiento en los puntos de reorden del inventario.

Dentro de las problemáticas expuestas anteriormente, podemos detectar como elemento en común al almacén de la empresa, donde puede considerarse como un problema, la falta de control en almacén ocasionando también inconvenientes en el resto de los departamentos con los que se relaciona, ya que dicho elemento de la organización es una pieza clave para el correcto funcionamiento de la misma. Además, es deseo de la administración el otorgar un alto nivel de servicio a sus clientes, para lo cual es necesario surtir las órdenes de los clientes en tiempo y forma, sin las contrariedades expuestas en este capítulo.

Por último, existe una evidente falta de control en la gestión del inventario de la empresa que radica de la falta de imposición de políticas de control que impongan criterios para la resolución de problemas o toma de decisiones relacionadas con la gestión de inventarios, tales como los niveles de inventarios máximos permitidos, ya que en la actualidad se deben solucionar en base a la decisión del personal existente caso por caso según se presente, que además en muchas ocasiones discrepa entre ellos mismos afectando así la velocidad de respuesta, además de ser una solución subjetiva y no basada en parámetros objetivos establecidos con anterioridad que permitan unificar criterios.

3 Revisión literaria

De acuerdo a ¹, en los últimos años, el almacenaje se ha convertido en un problema muy importante para la industria, especialmente por ser parte de las cadenas de suministro. Por otra parte, ² establecen que desde una macro perspectiva, el proceso de almacenaje es principalmente un enlace entre el comprador y la empresa productora que le vende. De igual manera, desde una perspectiva micro, representa el enlace entre las distintas funciones que componen a una empresa (ventas, compras, producción, logística, etc.).

El Sistema de Gestión de Almacenes (SGA) representa un elemento clave en las cadenas de suministro donde se manejan productos físicos (SKUs). El propósito principal del SGA es controlar el flujo y el almacenamiento de estos artículos en un almacén. De igual manera, la planeación y el control de las operaciones propias de un almacén tienen un impacto considerable en el desempeño de los centros de distribución, así como en toda la cadena de suministros. La eficiencia y capacidad de los centros de distribución depende altamente en la distribución física de los productos, es decir, el lugar asignado para cada uno de ellos, al igual que las decisiones que tienen que ver con el surtido de los pedidos ³.

Para el correcto desempeño de las operaciones de una empresa es esencial mantener un nivel de inventario apropiado, sobre todo porque normalmente se trabaja bajo el supuesto que un mejor manejo del inventario está relacionado fuertemente con un mejor desempeño económico para las empresas. De igual manera, los niveles de inventario adecuado dependen de las agendas de producción y de una respuesta a la demanda por parte de la administración. Sin embargo, el mantener estos niveles de inventarios requeridos representa una desventaja para las empresas, pues si bien son considerados un activo de ella, son costosos de mantener, por lo que es necesario buscar el balance adecuado, pues mientras que tener altos niveles de inventario incrementa los costos, el tener niveles menores a los requeridos puede resultar en pérdidas de ventas; es entonces que una correcta administración de los inventarios que se manejan en un almacén son necesarios para la operación eficiente de la misma ⁴.

El control de inventarios es un sistema científico que nos permite saber que ordenar, cuando ordenar, y que tanto ordenar, así como que tanto almacenar para que los costos de compra y almacenaje puedan mantenerse lo más bajos posible. De igual manera, ayuda a protegerse contra las fluctuaciones naturales de la oferta y la demanda, la incertidumbre, al igual que minimiza los tiempos de espera. Existen diversos métodos para el control de los inventarios, pero dos de los más comúnmente usados es el método ABC (Always, Better y Control), así como VED (Vital, Essential y Desirable) ⁵.

Cuando se trata de administración de inventarios, existe variedad de técnicas que pueden resultar útiles para clasificar los artículos en distintas categorías, una de ellas es la clasificación ABC. Esta clasificación es una técnica efectiva para desarrollar un mecanismo que no solo permite identificar aquellos artículos que tienen un impacto significativo en el costo total de inventario, sino que también aquellos que pueden requerir de diferentes esquemas de manejo y control por el comportamiento que presente ⁶.

El proceso de clasificación de inventarios ABC es un análisis que permite distinguir un rango de artículos como productos terminados, conocidos como SKUs por sus siglas en inglés (Stock Keeping Units), en 3 categorías que funcionan como la base del esquema de control de inventarios: A – sumamente importantes; B – de importancia promedio; C – relativamente no importantes. Cada categoría designada puede y en ocasiones, debería de ser tratada de diferentes maneras, prestando una mayor atención a la categoría A, menor a la B, e incluso menos a la categoría C. Además, es común que en ocasiones las empresas de mayor tamaño usen una categorización de 12 clases para brindar una mayor distinción al amplio abanico de artículos que manejan ⁷.

4 Metodología

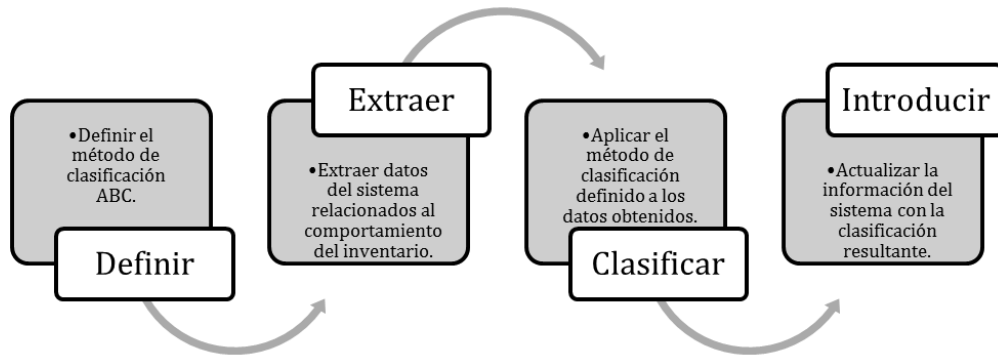


Figura 1. Representación gráfica de las fases de la metodología propuesta.

La primera fase de la propuesta metodológica corresponde a definir el método de clasificación ABC que se utilizará en la organización, tomando en cuenta si se utilizara uno o varios criterios, así como el criterio a elegir según convenga mejor a la empresa, por otra parte es necesario establecer el nivel de porcentaje que representará cada una de las letras de la clasificación elegida.

En la segunda fase de la metodología es necesaria la extracción de datos útiles que reflejen el comportamiento histórico de cada uno de los artículos que se manejan en el inventario a partir del software de gestión empresarial utilizado en la empresa y la transformación de dichos datos a información que pueda ser manipulada mediante cálculos aritméticos que nos permitirán aplicar la metodología de clasificación definida en la anterior fase. Durante esta fase también será necesario definir el periodo de tiempo que será seleccionado para extraer los datos según sea necesario.

La siguiente fase corresponde propiamente a la clasificación de productos, en la cual se aplicará la metodología definida en la primera fase a los datos resultantes de la segunda fase con el objetivo de obtener la clasificación de cada artículo actualizada en base a los parámetros previamente definidos.

Durante esta fase debe implementarse una herramienta que permita el cálculo de la importancia de los artículos de manera rápida y eficiente pues en principio la clasificación ABC debe poder ser actualizada constantemente para reflejar los cambios del comportamiento de un producto de un periodo de tiempo a otro.

Por último, la fase final corresponde a tomar los datos de la clasificación de productos actualizada e introducirla al software de gestión utilizado dentro de la organización para que esté disponible para todo el personal y se comience a trabajar sobre políticas de gestión de inventarios utilizando este criterio.

5 Implementación

Definir

Para definir el método de clasificación ABC que mejor se ajuste a la problemática existente es necesario tomar en cuenta las condiciones de la empresa en donde se desarrolla la implementación, así como la opinión de dirección acerca del objetivo deseado.

En este caso en particular, dado el tamaño y capacidad de la organización en cuestión, se utilizara un método de clasificación basado solamente en un criterio, el cual definido en conjunto con la administración de la empresa será el costo de venta total del artículo, que corresponde a la multiplicación del último costo del artículo multiplicado por la sumatoria del número de unidades vendidas en un determinado periodo de tiempo. El criterio para establecer la importancia del artículo será el porcentaje de costo de venta que representa cada uno de ellos de la sumatoria total del costo de venta de todos los artículos.

Por otra parte, se establece un sistema de clasificación basado en ABC, pero extendido de cierta manera según criterios internos de la empresa resultando en clasificación D para aquellos artículos que hayan tenido una venta nula durante el periodo de tiempo seleccionado; clasificación C para los artículos que representen el 5%; la clasificación B corresponde a los artículos que representen un 15% del costo de venta total; por otra parte, el 80% restante será calculado nuevamente en base a la regla 80-20, resultando en el 20% del 80% original como artículos con clasificación A y el 80% del 80% original con clasificación Z; todo esto en base a políticas internas de la empresa y como una forma de brindar una mayor escala de clasificaciones para facilitar la toma de decisiones en base a la importancia que representa cada artículo para la gran cantidad de productos que se mantienen en el sistema.

Extraer

Actualmente la empresa utiliza un software de gestión comercial, llamado Macro Pro, que cuenta con varias funciones, desde la facturación de pedidos a clientes, hasta la gestión y control de los inventarios, donde todos los movimientos están guardados en el historial del mismo y permite hacer modificaciones a los datos de los artículos incluyendo la importancia basado en la clasificación ABC.

artículo	Descripcion	AMB	SUC	QRO	OBN	MXLI	exi_gen	Costo	ENE	FEB	MAR	ABR	M
FV3MP96	FIBRA VERDE 3M P96	1,875.00	0	0	0	0	2,199.00	9.9	3,840.00	3,503.00	2,416.00	2,510.00	
SAL	SAL BAHIA ENTERA LAVADA EN SACO DE 50 KG	0	0	0	0	0	0	5.62	0	10,000.00	2,000.00	0	
IS-PS60	NPAREOO PASTILLA SANITARIA 60 GRs.	1,262.00	0	0	0	0	2,741.00	4.2	3,059.00	1,745.00	2,204.00	4,373.00	3
LC-FBLP66	FIBRA BLANCA 3M P66	2,884.00	0	0	0	0	3,102.00	10	3,115.00	2,918.00	2,512.00	1,131.00	
JABTOC	13321 JABON VENUS 150 GRAMOS	586	0	0	0	0	586	5.36	1,642.00	1,036.00	1,935.00	2,439.00	2
VALR	1383 VALVULA USO RUDO INSTITUCIONAL ROJO	1,291.00	0	0	0	0	1,508.00	9.45	15	394	3,842.00	203	
VALAM	1381 VALVULA USO RUDO INSTITUCIONAL AMAR	2,315.00	0	0	0	0	2,885.00	9.45	108	1,320.00	1,860.00	649	
LC-SHVAN	SHAMPOO VANART 750 ML	636	0	0	0	0	636	18.34	760	762	386	1,985.00	
VALAZ	1382 VALVULA USO RUDO INSTITUCIONAL AZUL	2,432.00	0	0	0	0	3,022.00	9.45	151	855	1,744.00	1,051.00	1
VALVE	1384 VALVULA USO RUDO INSTITUCIONAL VERD	1,939.00	0	0	0	0	2,251.00	9.45	173	1,128.00	1,765.00	602	
SCA-PTIBDIF	700174 TOALLA INTERDOBLADA BLANCA C/3000	561	0	0	0	0	776	277.51	705	686	755	827	
LC-JF50	52621 JABON LIQUIDO FOCA LT DET	719	0	0	0	0	721	18.64	780	716	588	852	
IS-AAAPM	NAEHO09 ABRILLANTADOR PARA MUEBLES 400 M	331	0	0	0	0	400	31.5	938	232	357	853	
SW-BI	ENVP L BOTE INSTITUCIONAL	1,035.00	0	0	0	0	1,236.00	5	193	204	970	910	
SCA-P20DIF12	700165 PAPEL HIGIEN JR 200MTS C/12ROLLOS	721	0	0	0	0	915	261.81	601	515	548	529	
BEL	BOTE ECONOMICO LT.	1,772.00	0	0	0	0	2,056.00	3.5	133	35	1,568.00	335	
FRM	FRANELA METRO GRIS	201	0	0	0	0	310	11.2	428	321	530	611	
CC-PMFAZ	9321B TOALLA MICROFIBRA AZUL	351	0	0	0	0	474	13.39	581	322	328	356	
SCA-PB18DIF	700173 TOALLA ROLLO BCA DOBLE DIF 180 MT	164	0	0	0	0	207	401.46	385	395	405	303	
SCA-PB18	700160 TOALLA EN ROLLO BLANCA 180 MTS CA	614	0	0	0	0	967	193.85	318	296	305	511	
CLG	CIORO GALON 4 LTS AL 4%	353	0	0	0	0	380	22.96	303	298	268	530	

Figura 2. Vista de reporte de datos de artículos exportados a una hoja de cálculo, obtenidos del sistema de gestión de la empresa (por motivos de confidencialidad se censuran los datos de carácter sensible).

Una de las funciones con las que este sistema cuenta dentro del apartado de administración de inventarios es la elaboración de reportes que permiten presentar datos de todo tipos relacionados al inventario según sea necesario pues permite su modificación en caso de requerirse. Sin embargo, actualmente el sistema ya cuenta con un reporte que permite exportar los datos principales de un artículo a una hoja de cálculo de Excel, incluyendo datos como el código que diferencia el artículo, la descripción, ultimo costo, las

existencias, las unidades vendidas en cada uno de los meses del año y algunos datos más, como se muestra en la figura 2, teniendo así acceso a todos los datos que se necesitan para la implementación de la clasificación ABC.

Para el periodo de tiempo una vez más se decidió consultar con dirección de la empresa para establecer la cantidad de tiempo que mejor se ajuste a las necesidades de la misma, y que además brinde la información suficiente para reflejar con la mayor exactitud posible la importancia de cada artículo, determinado que se utilice un periodo de tiempo correspondiente a los últimos tres meses de venta, por lo tanto con un periodo de actualización trimestral, lo cual además se ajusta a las políticas de revisión de resultados internas de la empresa. La información que se presentan a continuación corresponde a los datos obtenidos en el periodo de enero a marzo de 2018.

Clasificar

Una vez obtenidos los datos necesarios según la fase anterior, es sencillo comenzar a utilizar el método de clasificación definido en la primera fase para clasificar los artículos según su importancia en relación al costo de venta, sin embargo, el propósito de este artículo es presentar una manera que facilite la realización de este proceso para hacerlo más eficiente, lo que a su vez permita ser actualizado constantemente, aplicar para cada una de las sucursales con la que cuenta la empresa y no represente invertir demasiado tiempo al momento de tener que realizarlo cada vez.

Debido a que la clasificación de artículos utilizando una hoja de cálculos corresponde simplemente a aplicar fórmulas matemáticas a los datos obtenidos, podemos hacer uso entonces de las herramientas de elaboración de macros integradas dentro del software de Excel para automatizar el proceso de cálculo y aplicación de formato de los datos. Ya que los datos obtenidos mediante el reporte del sistema siempre siguen un mismo formato, es sencillo elaborar un código de macro que ejecute automáticamente los pasos que normalmente se deberían llevar a cabo de manera manual para obtener la clasificación de productos, en la figura 3 se muestra un extracto del código del macro que realiza la clasificación de los artículos.

```

Sub ABC ()
    ' ABC Macro

    ' Dar formato inicial
    Cells.Select
    Selection.End(xlDown).Select
    Selection.EntireRow.Delete
    Columns("C:H").Select
    Selection.Delete Shift:=xlToLeft
    Columns("C:C").Select
    Selection.Style = "Currency"

    ' Agregar venta total
    Columns("G:G").Select
    Selection.Insert Shift:=xlToRight, CopyOrigin:=xlFormatFromLeftOrAbove
    Range("G1").Select
    ActiveCell.FormulaR1C1 = "VENTA TOTAL"
    Range("G2").Select
    ActiveCell.FormulaR1C1 = "=SUM(RC[-3]:RC[-1])"
    Range("G2").Select
    Selection.AutoFill Destination:=Range("G2:G" & ActiveSheet.UsedRange.Rows.Count)

    ' Agregar costo de venta
    Columns("H:H").Select
    Selection.Insert Shift:=xlToRight, CopyOrigin:=xlFormatFromLeftOrAbove
    Range("H1").Select
    ActiveCell.FormulaR1C1 = "COSTO VENTA"
    Range("H2").Select
    ActiveCell.FormulaR1C1 = "=RC[-5]*RC[-1]"
    Range("H2").Select
    Selection.AutoFill Destination:=Range("H2:H" & ActiveSheet.UsedRange.Rows.Count)
    Columns("H:H").Select
    Selection.Style = "Currency"

    ' Ordenar por mayor costo de venta
    Range("H1").Select

```

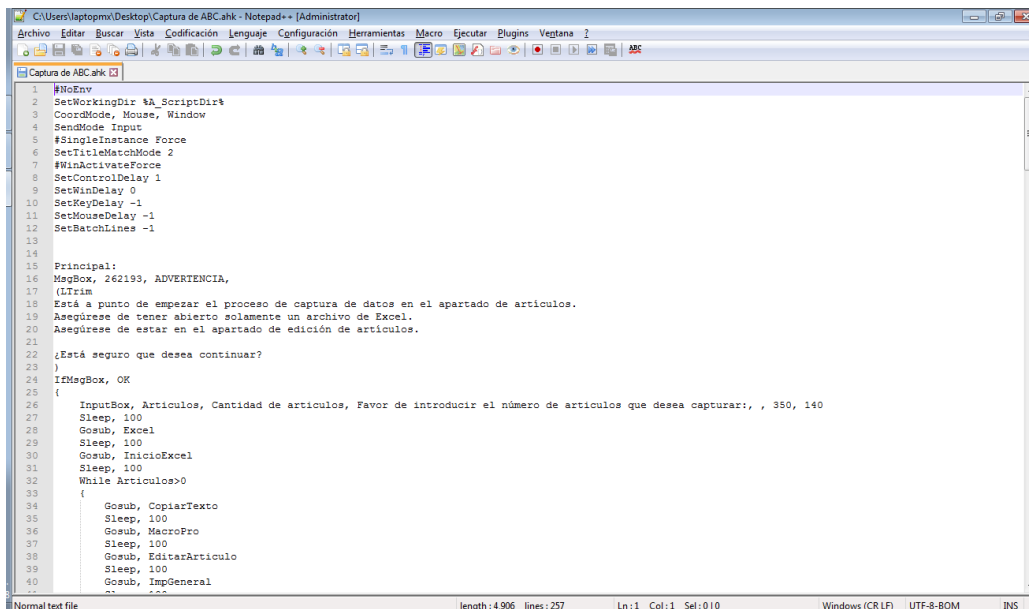
Figura 3. Extracto de código visual basic que actúa como macro de Excel para automatizar los cálculos necesarios para la clasificación ABC.

Introducir

Por último, la fase restante consta de introducir la clasificación generada a partir del macro de Excel dentro del sistema Macro Pro de la empresa. Este sistema cuenta con un método de introducción de datos masivos, sin embargo, su uso resulta bastante complejo para el usuario promedio y no es compatible directamente con un archivo de Excel, por lo que el proceso de introducción de esta información normalmente involucraría la contratación de un experto que a su vez significa incurrir en elevados costos cada vez que se requiera actualizar la clasificación para cada una de las sucursales donde la empresa opera.

Para solventar esta limitante, se hizo uso del software AutoHotkey, utilidad que permite la creación de macros para automatización de movimientos dentro del ambiente de escritorio de Windows, utilizando su propio lenguaje de programación.

Similar a la anterior fase donde se hizo uso de un macro para replicar automáticamente los movimientos que de otra forma serían manuales, el código desarrollado en AutoHotkey como se muestra en la figura 4 permite replicar de manera autónoma cada uno de los pasos necesarios para introducir la información del archivo de Excel al apartado de importancia de cada artículo dentro del sistema Macro Pro.



```
1 #NoEnv
2 SetWorkingDir %A_ScriptDir%
3 CoordMode, Mouse, Window
4 SendMode Input
5 #SingleInstance Force
6 SetTitleMatchMode 2
7 #WinActivateForce
8 SetControlDelay 1
9 SetWinDelay 0
10 SetKeyDelay -1
11 SetMouseDelay -1
12 SetBatchLines -1
13
14
15 Principal:
16 MsgBox, 262193, ADVERTENCIA,
17 (LTrim
18 ¡Está a punto de empezar el proceso de captura de datos en el apartado de artículos.
19 Asegúrese de tener abierto solamente un archivo de Excel.
20 Asegúrese de estar en el apartado de edición de artículos.
21
22 ¿Está seguro que desea continuar?
23 )
24 IfMsgBox, OK
25 {
26     InputBox, Artículos, Cantidad de artículos, Favor de introducir el número de artículos que desea capturar:, , 350, 140
27     Sleep, 100
28     Gosub, Excel
29     Sleep, 100
30     Gosub, InicioExcel
31     Sleep, 100
32     While Artículos>0
33     {
34         Gosub, CopiarTexto
35         Sleep, 100
36         Gosub, MacroPro
37         Sleep, 100
38         Gosub, EditarArtículo
39         Sleep, 100
40         Gosub, ImpGeneral
41     }
```

Figura 4. Extracto del código del macro de captura de importancia de los artículos vista en un editor de texto.

7 Resultados

A pesar de que aún es necesaria la realización de políticas de administración de inventarios que permitan tener niveles de inventarios apropiados así como facilitar la toma de decisiones, la clasificación de los artículos manejados servirá como la base para dichas políticas por lo que la implementación de esta metodología significa un avance en la mejor gestión del inventario y por consecuencia, de las operaciones del departamento del almacén como tal.

Mientras que el cálculo de la importancia de los artículos según los parámetros establecidos en la metodología aquí presentada puede ser realizada de manera manual por una persona con conocimientos de informática, este proceso puede representar una cantidad de tiempo significativa, además de ser variable de acuerdo a la experiencia de la persona a cargo de su ejecución, que además se ve incrementado al considerar el número de veces que tiene que ser repetida la operación. La herramienta aquí presentada permite la

misma ejecución y los mismos resultados en cuestión de segundos con mínima variación entre iteraciones, por lo que resulta ideal para un uso constante, que además puede ser fácilmente adaptada para las diferentes condiciones en la que la información pueda ser extraída de la base de datos de una empresa.

Por otro lado, la herramienta de introducción de datos al sistema también representa un avance significativo para las operaciones de la empresa pues permite la captura de la información en un día de operaciones sin tener que depender de una persona externa, con poco conocimiento y mínima interacción del usuario, sin embargo, esta herramienta está desarrollada específicamente para las condiciones de datos de la empresa estudiada y resulta complicada su adaptación a otro caso, aunque puede servir como el fundamento para aplicar el mismo principio.

8 Conclusiones

Una de las principales conclusiones obtenidas al realizar este proyecto es lo importante que resultan los sistemas de extracción e introducción de información al usar un software de gestión empresarial, incluyendo la gestión de inventarios de la empresa, pues como se demostró durante el desarrollo de este artículo, se descubrió que a pesar de que la información que se podía obtener del sistema de la empresa era limitada, era fácil poder acceder a la mayoría de los datos dentro del sistema, y de cierta manera exportarlos a una aplicación externa para permitir una manipulación más libre de la misma, sin embargo, la problemática surge a la hora de querer introducir información al sistema pues no resulta tan práctico y sencillo como lo es el otro caso, entorpeciendo de cierta manera las operaciones que pueden ser realizadas como parte del sistema de gestión de inventarios así como la frecuencia con las que estas pueden ser generadas.

Por otra parte, aunque la literatura moderna sugiere que la clasificación de inventarios ABC utilizando un solo criterio como base es anticuada, y se recomienda de manera más reciente el utilizar una clasificación utilizando múltiples criterios, este tipo de aplicaciones requieren de un nivel de entendimiento más complejo y de manera general el uso de funciones aritméticas más avanzadas que probablemente no se encuentran al nivel de muchas pequeñas y medianas empresas, por lo que la implementación de la clasificación ABC clásica puede proveer un suficiente nivel de mejora para este tipo de organizaciones que probablemente no utilizan, ya que provee las bases para una más eficiente gestión de inventarios si se decide utilizar la clasificación de inventarios como un nivel de importancia de los artículos que puede estar directamente relacionada con el nivel de servicio que se quiere brindar al cliente.

Referencias

1. Menéndez, B., Pardo, E. G., Duarte, A., Alonso-Ayuso, A. & Molina, E. General variable neighborhood search applied to the picking process in a warehouse. *Electron. Notes Discret. Math.* **47**, 77–84 (2015).
2. ŠKERLIĆ, S. & MUHA, R. Reducing Errors in the Company'S Warehouse Process. *Transp. Probl.* **12**, 83–92 (2017).
3. Li, J., Moghaddam, M. & Nof, S. Y. Dynamic storage assignment with product affinity and ABC classification—a case study. *Int. J. Adv. Manuf. Technol.* **84**, 2179–2194 (2016).
4. Shin, S., Ennis, K. L. & Spurlin, W. P. Effect of Inventory Management Efficiency on Profitability: Current Evidence From the U.S. Manufacturing Industry. *J. Econ. Econ. Educ. Res.* **16**, 98–106 (2015).
5. Anand, T., Ingle, G. K., Kishore, J. & Kumar, R. ABC VED Analysis of a Drug Store in the Department of Community Medicine of a Medical College in Delhi. *Indian J. Pharm. Sci.* **75**, 113–117 (2013).
6. Zheng, S., Fu, Y., Lai, K. K. & Liang, L. An improvement to multiple criteria ABC inventory classification using Shannon entropy. *J. Syst. Sci. Complex.* **30**, 857–865 (2017).
7. Rezaei, J. & Dowlatshahi, S. A rule-based multi-criteria approach to inventory classification. *Int. J. Prod. Res.* **48**, 7107–7126 (2010).

Extending cover inequalities for the quadratic knapsack problem to relaxations in lifted space

Marcia Fampa

Universidade Federal do Rio de Janeiro, Brazil

fampa@cos.ufrj.br

Daniela Lubke

Universidade Federal do Rio de Janeiro, Brazil

danielalubke@cos.ufrj.br

Fei Wang

Royal Institute of Technology, Sweden.

fewa@kth.se

Henry Wolkowicz

University of Waterloo, Canada

hwolkowicz@uwaterloo.ca

Abstract

We address the binary quadratic knapsack problem (**QKP**), where the variable $x \in \{0, 1\}^n$ indicates whether an item is selected for the knapsack or not. We consider relaxations of the **QKP** in the symmetric matrix space determined by the lifting $X := xx^T$, and present valid inequalities for them on the matrix variable X , which are obtained by extending the well known cover inequalities for the knapsack problem.

Keywords: Quadratic knapsack problem; relaxation; cover inequalities; lifted matrix space.

1 Introduction

We address the binary *quadratic knapsack problem*, **QKP**,

$$\begin{aligned} \text{(QKP)} \quad & \max \quad x^T Q x \\ & \text{s.t.} \quad w^T x \leq c \\ & \quad x \in \{0, 1\}^n, \end{aligned} \tag{1}$$

where $Q \in \mathbb{S}^n$ is a symmetric $n \times n$ nonnegative integer *profit matrix*, $w \in \mathbb{Z}_{++}^n$ is the vector of positive integer weights for the items, and $c \in \mathbb{Z}_{++}$ is the knapsack capacity with $c \geq w_i$, for all $i \in N := \{1, \dots, n\}$. The binary variable x indicates whether an item is chosen for the knapsack or not, and the inequality in the model, known as a knapsack inequality, ensures that the selection of items does not exceed the knapsack capacity. We note that any linear costs in the objective

can be included on the diagonal of Q by exploiting the $\{0, 1\}$ constraints and, therefore, are not considered.

The **QKP** was introduced in [8] and was proved to be NP-Hard in the strong sense by reduction from the clique problem. The quadratic knapsack problem is a generalization of the *knapsack problem*, **KP**. The **KP** can be solved in pseudo-polynomial time using dynamic programming approaches with complexity of $O(nc)$.

The **QKP** appears in a wide variety of fields, such as biology, logistics, capital budgeting, telecommunications and graph theory, and has received a lot of attention in the last decades. Several papers have proposed branch-and-bound algorithms for the **QKP** and the main difference between them is the method used to obtain upper bounds for the subproblems [7, 2, 6, 3, 4, 5]. The well known trade-off between the strength of the bounds and the computational effort required to obtain them is intensively discussed in [10], where *semidefinite programming*, **SDP**, relaxations proposed in [4] and [5] are presented as the strongest relaxations for the **QKP**. The *linear programming*, **LP**, relaxation proposed in [2], on the other side, is presented as the most computationally inexpensive. Both the **SDP** relaxations and the **LP** relaxation have a common feature, they are defined in the symmetric matrix lifted space determined by the equation $X = xx^T$, and by the replacement of the quadratic objective function in (1) with the linear function in X , $\text{trace}(QX)$. As the constraint $X = xx^T$ is nonconvex, it is relaxed by convex constraints on the relaxations. The well known McCormick inequalities [9], and also the semidefinite constraint $X - xx^T \succeq 0$, or equivalently, $Y \succeq 0$, where

$$Y := \begin{bmatrix} 1 & x^T \\ x & X \end{bmatrix}, \quad (2)$$

have been extensively used to relax the nonconvex constraint $X = xx^T$, in relaxations of the **QKP**.

In this work we present valid inequalities to strengthen relaxations in lifted space for the **QKP**, which are derived from cover inequalities for the **KP**. Taking advantage of the lifting $X := xx^T$, we propose new valid inequalities, which can also be applied to more general relaxations of mixed-integer linear and nonlinear programs that use the same lifting. We also discuss how cuts for the relaxations can be obtained by separation algorithms for cover inequalities.

1.1 Preliminaries: knapsack polyhedron and cover inequalities

The *knapsack polytope* is the convex hull of the *feasible points*, $\mathbf{KF} := \{x \in \{0, 1\}^n : w^T x \leq c\}$.

Definition 1.1 (zero-one knapsack polytope).

$$\mathbf{KPol} := \text{conv}(\mathbf{KF}) = \text{conv}\{x \in \{0, 1\}^n : w^T x \leq c\}.$$

Proposition 1.2. *The dimension*

$$\dim(\mathbf{KPol}) = n,$$

and \mathbf{KPol} is an independence system, i.e.,

$$x \in \mathbf{KPol}, y \in \{0, 1\}^n, y \leq x \implies y \in \mathbf{KPol}.$$

Cover inequalities were originally presented in [1, 11]. These inequalities can be used not only for knapsack problems, **KP**, but also for more general mixed-integer linear programs.

Definition 1.3 (cover inequality, **CI**). The subset $C \subseteq N$ is a cover if it satisfies

$$\sum_{j \in C} w_j > c.$$

The (valid) **CI** is

$$\sum_{j \in C} x_j \leq |C| - 1.$$

The cover inequality is minimal if no proper subset of C is also a cover.

Definition 1.4 (extended **CI**, **ECI**). Let $w^* := \max_{j \in C} w_j$ and define the extension of C as

$$E(C) := C \cup \{j \in N \setminus C : w_j \geq w^*\}.$$

The **ECI** is

$$\sum_{j \in E(C)} x_j \leq |C| - 1.$$

Definition 1.5 (lifted **CI**, **LCI**). Given any minimal cover C , there exists at least one facet-defining lifted **CI**, **LCI** of the form

$$\sum_{j \in C} x_j + \sum_{j \in N \setminus C} \alpha_j x_j \leq |C| - 1, \quad (3)$$

where $\alpha_j \geq 0, \forall j \in N \setminus C$. Moreover, each such **LCI** dominates the extended **CI**.

Details about the computational complexity of **LCI** are presented in [13]. Algorithm 1.1, from [12], shows how to derive a facet-defining **LCI** from a given minimal cover C .

Algorithm 1.1 Procedure to find **LCI**

Sort the elements in ascending w_i order $i \in N \setminus C$, defining $\{i_1, i_2, \dots, i_r\}$

For: $t=1$ to r

$$\begin{aligned} \zeta_t = \max & \sum_{j=1}^{t-1} \alpha_{i_j} x_{i_j} + \sum_{i \in C} x_i \\ \text{st} & \sum_{j=1}^{t-1} w_{i_j} x_{i_j} + \sum_{i \in C} w_i x_i \leq c - w_{i_t} \\ & x \in \{0, 1\}^{|C|+t-1}. \end{aligned} \quad (4)$$

Set $\alpha_{i_t} = |C| - 1 - \zeta_t$.

End For

2 Valid inequalities

We are now interested in finding valid inequalities to strengthen relaxations of the **QKP** in the lifted space determined by the lifting $X := xx^T$. Let us denote by **ConvRel**, any convex relaxation of the **QKP** in the lifted space, where the equation $X = xx^T$ was relaxed somehow, by convex constraints. Let Y be defined as in (2). We initially note that if the inequality

$$\tau^T x \leq \beta \quad (5)$$

is valid for the **QKP**, where $\tau \in \mathbb{Z}_+^n$ and $\beta \in \mathbb{Z}_+$, then, as x is nonnegative and $X := xx^T$,

$$Y \begin{pmatrix} -\beta \\ \tau \end{pmatrix} \leq 0 \quad (6)$$

is a valid inequality for **ConvRel**.

For simplicity, we will say that the solution \bar{Y} of **ConvRel** satisfies (5) if it satisfies the corresponding valid inequality (6).

2.1 Adding cuts to the relaxation

Our first idea is to iteratively obtain a **CI**, formulated as $\alpha^T x \leq e^T \alpha - 1$, where $\alpha \in \{0, 1\}^n$ and e denotes the ones vector, which is most violated by the current solution \bar{Y} of **ConvRel**. More specifically, we search for the **CI** that maximizes the maximum violation among the inequalities in $\bar{Y} \mathbf{cut}(\alpha) \leq 0$, where

$$\mathbf{cut}(\alpha) = \begin{pmatrix} -e^T \alpha + 1 \\ \alpha \end{pmatrix}.$$

To obtain such **CI**, we solve the following linear knapsack problems, for all $i = 1, \dots, n + 1$, where e_i denotes the unit vector.

$$v_i^* := \max_{\alpha} \{e_i^T \bar{Y} \mathbf{cut}(\alpha) : w^T \alpha \geq c + 1, \alpha \in \{0, 1\}^n\}. \quad (7)$$

If $v^* := \max_{i \in \{1, \dots, n+1\}} \{v_i^*\} > 0$, the **CI** given by the corresponding solution of (7) is violated by \bar{Y} . In this case, we apply Algorithm 1.1 to the **CI** obtained and lift it to a **LCI**, which is formulated as (5). Finally, we add the corresponding valid inequality (6) to **ConvRel**.

Remark 2.1. *It is worth noting that if $Y \geq 0$ in **ConvRel**, then if Y satisfies the constraint (6) derived from a **LCI**, Y also satisfies the constraints derived from a **CI** that can be lifted to the **LCI**. Therefore, the dominance relation between **LCI** and **CI** is maintained on the corresponding constraints on the variable Y .*

2.2 New valid inequalities in the lifted space

As previously discussed, after finding any valid inequality in the form of (5) for the **QKP**, we may add the constraint (6) to **ConvRel**. We note that besides (6), we can also generate stronger valid inequalities in the lifted space by taking advantage of the lifting $X := xx^T$. In the following, we show how the idea can be applied to cover inequalities.

Let

$$\sum_{j \in C_l} x_j \leq \beta. \quad (8)$$

be a valid inequality for **KPol**.

The inequality (8) can be either a cover inequality, **CI**, or an extended cover inequality, **ECI**, or a particular lifted cover inequality, **LCI**, where $\alpha_j \in \{0, 1\}, \forall j \in N \setminus C$ in (3). Furthermore, given a general **LCI**, where $\alpha_j \in \mathbb{Z}_+$, for all $j \in N \setminus C$, a valid inequality of type (8) can be constructed by replacing each α_j with $\min\{\alpha_j, 1\}$ in the **LCI**.

Definition 2.2 (Cover inequality in the lifted space, **CILS**). Considering (8), we conclude that at most $\binom{\beta}{2}$ products of variables $x_i x_j$, where $i, j \in C_l$, can be equal to 1. Therefore, we introduce the following inequality on the lifted variable X , which we denote by **CILS**.

$$\sum_{i,j \in C_l, i < j} X_{ij} \leq \binom{\beta}{2}. \quad (9)$$

Remark 2.3. When $\beta = 1$, the inequality (8) is well known as a clique cut, widely used to model decision problems, and frequently used as a cut in branch-and-cut algorithms. We note that, if $\beta = 1$, the inequality (9) makes it possible to fix

$$X_{ij} = 0, \text{ for all } i, j \in C_l, i < j.$$

Remark 2.4. A similar observation to Remark 2.1, is that, if $Y \geq 0$ in **ConvRel**, then if Y satisfies a **CILS** derived from a **LCI**, Y also satisfies any **CILS** derived from a **CI** that can be lifted to the **LCI**. Therefore, such **CILS** derived from a **LCI**, dominates the **CILS** derived from the **CI**.

Besides defining one cover inequality in the lifted space considering all possible pairs of indexes in C_l , we can also define a set of cover inequalities in the lifted space, considering in each inequality, a partition of the indexes in C_l into subsets of cardinality 2. In this case, the right hand side of the inequalities is never bigger than $\beta/2$. The idea is better specified below.

Definition 2.5 (Set of cover inequalities in the lifted space, **SCILS**). Let C_l be the cover in the valid inequality (8) for our **QKP**. Let

- $C_{ls} := \{(i_1, j_1), \dots, (i_p, j_p)\}$ be a partition of C_l , if $|C_l|$ is even.
- $C_{ls} := \{(i_1, j_1), \dots, (i_p, j_p)\}$ be a partition of $C_l \setminus \{i_0\}$ for each $i_0 \in C_l$, if $|C_l|$ is odd and β is odd.
- $C_{ls} := \{(i_0, i_0), (i_1, j_1), \dots, (i_p, j_p)\}$, where $\{(i_1, j_1), \dots, (i_p, j_p)\}$ is a partition of $C_l \setminus \{i_0\}$, for each $i_0 \in C_l$, if $|C_l|$ is odd and β is even.

In all cases, $i_k < j_k$ for all $k = 1, \dots, p$.

The inequalities in the **SCILS** corresponding to (8) are given by

$$\sum_{(i,j) \in C_{ls}} X_{ij} \leq \left\lfloor \frac{\beta}{2} \right\rfloor,$$

for all partitions C_{ls} defined as above.

Finally, we extend the ideas presented above to the more general case of knapsack inequalities. We note that the following discussion applies to a general **LCI**, where $\alpha_j \in \mathbb{Z}_+, \forall j \in N \setminus C$.

Let

$$\sum_{j \in N} \alpha_j x_j \leq \beta. \quad (10)$$

be a valid knapsack inequality for **KPol**, with $\alpha_j, \beta \in \mathbb{Z}_+, \beta \geq \alpha_j, \forall j \in N$.

Definition 2.6 (Set of knapsack inequalities in the lifted space, **SKILS**). Let $\{C_1, \dots, C_q\}$ be the partition of N , such that for every $j_k \in C_k$, α_{j_k} assumes the same value $\tilde{\alpha}_k$ in (10), for all $k = 1, \dots, q$, i.e., $\alpha_{j_r} = \alpha_{j_s}$ if $j_r, j_s \in C_k$, for some k , and $\alpha_{j_r} \neq \alpha_{j_s}$, otherwise. The knapsack inequality (10) can then be rewritten as

$$\sum_{k=1}^q \left(\tilde{\alpha}_k \sum_{j \in C_k} x_j \right) \leq \beta. \quad (11)$$

Now, for $k = 1, \dots, q$, let $C_{l_k} := \{(i_{k_1}, j_{k_1}), \dots, (i_{k_{p_k}}, j_{k_{p_k}})\}$, where $i < j$ for all $(i, j) \in C_{l_k}$, and

- C_{l_k} is a partition of C_k , if $|C_k|$ is even.
- C_{l_k} is a partition of $C_k \setminus \{i_{k_0}\}$, where $i_{k_0} \in C_k$, if $|C_k|$ is odd.

The inequalities in the **SKILS** corresponding to (10) are given by

$$\sum_{k=1}^q \left(\tilde{\alpha}_k X_{i_{k_0} i_{k_0}} + 2\tilde{\alpha}_k \sum_{(i,j) \in C_{l_k}} X_{ij} \right) \leq \beta, \quad (12)$$

for all partitions C_{l_k} , $k = 1, \dots, q$, defined as above, and for $i_{k_0} \in C_k \setminus C_{l_k}$. (If $|C_k|$ is even, $C_k \setminus C_{l_k} = \emptyset$, and the term in the variable $X_{i_{k_0} i_{k_0}}$ does not exist.)

Proposition 2.7.

- If inequality (8) is valid for **QKP**, then **CILS** and the inequalities in **SCILS** are valid for **ConvRel**.
- If inequality (10) is valid for **QKP**, then inequalities in **SKILS** are valid for **ConvRel**.

3 Example

Let us now illustrate the application of the cuts proposed in this work to two instances of the **QKP** with 6 candidate items to be selected, $N = \{1, \dots, 6\}$. The instances were constructed with the purpose of showing situations where our proposed cuts **CILS** and **SCILS** are both effective if used separately, and are even stronger if used together. Furthermore, we aim to show through the instances that, when the cuts are used separately, each one of them may be stronger than the other.

For the first instance (Inst 1) we consider $Q_{jj} = 1$, for $j \in N$, $Q_{12} = Q_{13} = Q_{56} = Q_{21} = Q_{31} = Q_{65} = 100$, and all other elements in the matrix Q equal to 2. We also consider $w_j = 1$, for all $j \in N$, and $c = 3$. For the second instance (Inst 2), we only change the following elements of the matrix Q : $Q_{14} = Q_{15} = Q_{41} = Q_{51} = 60$. The remaining data is kept as it is for Instance 1. An optimal solution for both instances is obtained by the selection of items 1, 2, 3, with value $z^* = 407$.

We consider the initial convex relaxation of the **QKP** as the following **LP** in the lifted space:

$$\begin{aligned} & \max \quad \text{trace}(QX) \\ & \text{s.t.} \quad w^T x \leq c \\ & \quad \quad X - xx^T \succeq 0 \\ & \quad \quad x \in [0, 1]^n \\ & \quad \quad X \in [0, 1]^{n \times n} \end{aligned} \quad (\text{ConvRel}) \quad (13)$$

The optimal solution of **ConvRel** is given by the sum of all elements in Q , as X can be taken as a matrix of all ones and x is a vector of zeros. Now we consider, for both instances, the lifted cover inequality, **LCI**:

$$\sum_{j \in N} x_j \leq 3,$$

the corresponding **CILS**:

$$\sum_{i,j \in N, i < j} X_{ij} \leq 3, \tag{14}$$

and the corresponding 15 inequalities in the **SCILS**, corresponding to each partition of N :

$$\begin{aligned} X_{12} + X_{34} + X_{56} &\leq 1, \\ &\vdots \\ X_{16} + X_{25} + X_{34} &\leq 1. \end{aligned} \tag{15}$$

In Table 1, we show the impact on the objective function of the convex relaxation of the **QKP**, given by the addition of the proposed valid inequalities derived from an **LCI**.

Inst	z^*	Cuts added to ConvRel			
		None	CILS	SCILS	CILS + SCILS
1	407	654	606	418	410
2	407	886	606	650	526

Table 1: Upper bound given by **ConvRel** with addition of cuts

Finally, we present a similar analysis, but considering a stronger initial convex relaxation **ConvRel**⁺, where we add to **ConvRel** the valid inequalities $X_{jj} = x_j$, for all $j \in N$, and $w^T X \leq cx^T$. The results are presented in Table 2

Inst	z^*	Cuts added to ConvRel ⁺			
		None	CILS	SCILS	CILS + SCILS
1	407	603	603	407	407
2	407	603	603	431	431

Table 2: Upper bound given by **ConvRel**⁺ with addition of cuts

We see from the results in Table 2 that, although the cuts **CILS** cannot tight the bound given by the stronger relaxation **ConvRel**⁺, for these small instances, the set of inequalities **SCILS** is very effective.

4 Conclusions

We present in this work new valid inequalities for convex relaxations of the binary quadratic knapsack problem, **QKP**, defined in the lifted space determined by the equation $X = xx^T$, where x is a binary vector. The inequalities can be also applied to more general binary quadratic programs, or even more general mixed binary programs that are relaxed in this lifted space. Two different ideas are proposed to construct valid inequalities from a cover inequality for the knapsack problem.

The first idea leads to a single valid inequality, denoted in this work by cover inequality in the lifted space, **CILS**. The second idea leads to a set of valid inequalities denoted by set of cover inequalities in the lifted space, **SCILS**. Through two small instances of the problem, we illustrate the application of these inequalities and show that neither of them dominates the other, and that when used together, they may be stronger than when used separately. Finally, we show how the idea in **SCILS** can be generalized to construct valid inequalities from knapsack constraints.

References

- [1] E. Balas. Facets of the knapsack polytope. *Mathematical Programming*, 8(1):146 – 164, 1975.
- [2] Alain Billionnet and Frédéric Calmels. Linear programming for the 0-1 quadratic knapsack problem. *European Journal of Operational Research*, 92(2):310–325, 1996.
- [3] Alain Billionnet, Alain Faye, and Éric Soutif. A new upper bound for the 0-1 quadratic knapsack problem. *European Journal of Operational Research*, 112(3):664–672, 1999.
- [4] F. Rendl C. Helmberg and R. Weismantel. Quadratic knapsack relaxations using cutting planes and semidefinite programming. In *Integer Programming and Combinatorial Optimization*, volume 1084 of *Lecture Notes in Comp. Sci.*, pages 190–203. Springer Berlin Heidelberg, 1996.
- [5] F. Rendl C. Helmberg and R. Weismantel. A semidefinite programming approach to the quadratic knapsack problem. *J. Comb. Optim*, 4(2):197 – 215, 2000.
- [6] Alberto Caprara, David Pisinger, and Paolo Toth. Exact solution of the quadratic knapsack problem. *INFORMS Journal on Computing*, 11(2):125–137, 1999.
- [7] Paul Chaillou, Pierre Hansen, and Yvon Mahieu. Best network flow bounds for the quadratic knapsack problem. In Bruno Simeone, editor, *Combinatorial Optimization*, volume 1403 of *Lecture Notes in Mathematics*, pages 225–235. Springer Berlin Heidelberg, 1989.
- [8] G. Gallo, P.L. Hammer, and B. Simeone. Quadratic knapsack problems. In M.W. Padberg, editor, *Combinatorial Optimization*, volume 12 of *Mathematical Programming Studies*, pages 132–149. Springer Berlin Heidelberg, 1980.
- [9] G. P. McCormick. Computability of global solutions to factorable nonconvex programs: part i convex underestimating problems. *Mathematical Programming*, 10:147–175, 1976.
- [10] David Pisinger. The quadratic knapsack problem—a survey. *Discrete Applied Mathematics*, 155:623–648, 2007.
- [11] L. A. Wolsey. Faces for a linear inequality in 0-1 variables. *Mathematical Programming*, 8(1):165 – 178, 1975.
- [12] L. A. Wolsey. *Integer programming*. Wiley-Interscience, New York, NY, USA, 1998.
- [13] E. Zemel. Easily computable facets of the knapsack polytope. *Mathematics of Operations Research*, 14(4):760 – 764, 1989.

O Problema da k-Floresta com Máximo Número de Folhas

Francisco Sergio de Freitas Filho & Rafael Castro de Andrade
Universidade Federal do Ceará
Programa de Mestrado e Doutorado em Ciência da Computação.
Universidade Federal do Ceará
Campus do Pici, BL 910, CEP 60.440-900 - Fortaleza, Ceará, Brasil.
{*sergiof,rca*}@lia.ufc.br

Resumo

O problema da k-floresta com máximo número de folhas consiste em, dado um grafo simples conexo, encontrar uma floresta geradora com tantas folhas quanto possível e não mais que k componentes. Propomos os primeiros modelos matemáticos para o problema bem como desigualdades válidas. Para $k = 1$ temos o conhecido problema da árvore geradora com máximo número de folhas. Em particular, para esse problema, as novas desigualdades se mostraram muito eficientes. Resultados numéricos preliminares são muito promissores.

Palavras-chave: Otimização combinatória. Árvore geradora com máximo número de folhas. k-Floresta com máximo número de folhas. Desigualdades válidas.

1 Introdução

O problema da árvore geradora com o máximo número de folhas ou, do inglês, *maximum leaf spanning tree problem* (MLSTP), consiste em encontrar, dado um grafo simples não direcionado conexo, uma árvore geradora cujo número de folhas seja máximo. Esse problema é aplicado em diversas áreas, tais como em redes de sensores [7] e no design de redes *ad hoc* sem fio, onde a topologia da rede pode mudar dinamicamente. Para mais detalhes sobre esse tipo de aplicação, consultar [1].

MLSTP pode ser resolvido trivialmente para grafos no qual algum vértice seja adjacente a todos os demais. Porém, para o caso geral, quando o grafo for esparso, o problema é NP-difícil [6]. Vários algoritmos exatos e aproximativos foram desenvolvidos para o MLSTP. Um algoritmo 3-aproximativo é apresentado em [4]. Por sua vez, [10] apresenta um algoritmo 2-aproximativo inspirado em [4].

Vale ressaltar que o MLSTP tem uma relação direta com o problema do conjunto dominante mínimo conexo ou *minimum connected dominating set problem* (MCDSP). Este consiste em, dado um grafo $G(V, E)$ conexo, encontrar o menor conjunto $S \subseteq V$ tal que todo vértice em $V \setminus S$ seja adjacente a pelo menos um vértice em S . Além disso, deseja-se que o subgrafo $G[S] = (S, E(S))$, onde $E(S)$ são todas as arestas de E induzidas por S , seja conexo. Podemos notar que, dado um conjunto dominante mínimo conexo S , podemos obter uma solução ótima para o MLSTP onde S

são os vértices internos e $V \setminus S$ são as folhas. O sentido inverso ocorre de forma análoga. Para mais informações, consultar [5].

Neste documento abordamos uma generalização do MLSTP, o problema da k -floresta com máximo número de folhas ou *maximum leaf k -forest problem* (MLkFP). A entrada do MLkFP é um grafo conexo $G(V, E)$ e um inteiro positivo k . Uma solução ótima para o problema é uma floresta geradora de G com tantas folhas quanto possível e no máximo k componentes. Um algoritmo 3-aproximativo para o MLkFP, baseado em [4], pode ser encontrado em [9]. Seguindo a definição de [9], consideramos as árvores enraizadas, onde as raízes não são contabilizadas como folhas. Desse modo, se uma árvore consistir em um único vértice, ele será a raiz. Por sua vez, uma árvore com apenas dois vértices consiste, obrigatoriamente, em uma raiz e uma folha e, quando o número de vértices de uma árvore for maior que três, consideramos que a raiz seja um nó interno qualquer.

Como contribuição, propomos um conjunto de desigualdades válidas, dois modelos matemáticos para o MLkFP e um novo modelo para o MLSTP. Além disso, quando $k = 1$, fortalecemos essas desigualdades e testamos sua eficiência em formulações para o MLSTP presentes na literatura.

2 Modelos Matemáticos

Nesta seção abordamos o MLkFP de duas maneiras em função do valor de k . Primeiramente consideramos $k = 1$ e recaímos no MLSTP e suas particularidades, que é um problema bem conhecido na literatura. Posteriormente, tratamos o caso em que $k \geq 2$, que consiste em adaptações de alguns dos modelos encontrados na literatura para o MLSTP. Além disso, para toda instância $G(V, E)$, assumimos que $|V| \geq 3$ e que $|N(i)| < |V| - 1$ para todo $i \in V$, em que $N(i)$ representa o conjunto de nós adjacentes a i . Pois seria possível checar se o problema admite solução trivial em tempo polinomial, caso essas condições não se verificarem.

Denominamos por (MF) a formulação vértice-aresta apresentada em [2] para o MLSTP. Em [5], foi apresentada uma reformulação do modelo (MF), transformando o grafo de entrada em um dígrafo. Usaremos (ML) para nos referirmos a essa reformulação. Dado um grafo $G(V, E)$, em todos os modelos, definimos variáveis z_i para todo vértice $i \in V$, indicando se um vértice i é folha ($z_i = 1$) ou não ($z_i = 0$).

Observando a vizinhança $N(i)$ de cada nó i , ou sua vizinhança fechada $N[i] = N(i) \cup \{i\}$, obtemos alguns resultados para o MLkFP.

Proposição 1. *Em toda solução do MLkFP valem as desigualdades*

$$\sum_{j \in N[i]} z_j \leq |N(i)|, \quad \forall i \in V. \quad (1)$$

Para $k = 1$, podemos fortalecer essas desigualdades, obtendo:

$$\sum_{j \in N(i)} z_j \leq |N(i)| - 1, \quad \forall i \in V. \quad (2)$$

Proposição 2. *Se $|N(i)| < |V| - 1$, para todo $i \in V$, então (2) são válidas para o MLSTP.*

As desigualdades (1) são usadas para o MLSTP em [8], porém são mais fracas que (2). Assim, inicialmente apresentamos uma alternativa para resolver o MLSTP. Dado um conjunto de folhas de uma solução ótima, encontrar uma árvore geradora conhecidos os vértices internos e suas as

folhas pode ser feito em tempo polinomial. Portanto, podemos formular o problema a fim de se obter apenas um conjunto de folhas que gerem uma solução ótima. Assim, com base no modelo apresentado em [2] e no conjunto de desigualdades (2), apresentamos uma nova formulação para o MLSTP:

$$(MB) \quad \max_{z \in \mathbb{B}^{|V|}} \sum_{i \in V} z_i \quad (3)$$

s.a. (2) e

$$\sum_{i \in V} z_i \leq |V| - 2, \quad (4)$$

$$\text{conexo}(G - z). \quad (5)$$

A restrição (4) se deve ao fato de assumirmos que não tratamos soluções triviais com vértice universal. Já a restrição (5) garante que o subgrafo induzido por nós internos $G[\{i \in V : z_i = 0\}]$, denotado por $G - z$, seja conexo.

Lema 1 ([2]). *Seja $S \subseteq V$. S é um conjunto de folhas de alguma árvore geradora em um grafo G se, e somente se, para qualquer $T \subseteq S$, $G \setminus T$ for conexo.*

Corolário 1 ([2]). *Seja $S \subseteq V$, S é um conjunto de folhas de alguma árvore geradora em um grafo G se, e somente se, para qualquer $T \subseteq S$ com $|T| \geq |S| - 1$, $G \setminus T$ for conexo.*

Podemos mostrar que o modelo (MB) é válido fazendo uso da Proposição 2, do Lema 1 e Corolário 1.

Proposição 3. *(MB) é válido para o MLSTP.*

Agora, propomos algumas formulações para o MLkFP que generalizam os modelos da literatura. Dado um vértice $i \in V$, considere $\delta(i) = \{\{i, j\} \in E : j \in N(i)\}$ e $n_i = |\delta(i)|$. Considere variáveis x_e , para toda aresta $e \in E$, indicando se uma aresta e pertence à solução ($x_e = 1$) ou não ($x_e = 0$). Considere o poliedro \mathcal{P}_1^k :

$$(\mathcal{P}_1^k) \quad |V| - k \leq \sum_{e \in E} x_e \leq |V| - 1, \quad (6)$$

$$\sum_{e \in E(S)} x_e \leq |S| - 1, \quad \forall S \subset V, \quad |S| \geq 2, \quad (7)$$

$$\sum_{e \in \delta(i)} x_e + (n_i - 1)z_i \leq n_i, \quad \forall i \in V, \quad (8)$$

$$z_i + z_j + x_e \leq 2, \quad \forall e = \{i, j\} \in E, \quad (9)$$

$$\sum_{e \in \delta(i)} x_e \geq z_i, \quad \forall i \in V, \quad (10)$$

$$0 \leq x_e \leq 1, \quad \forall e \in E, \quad (11)$$

$$0 \leq z_i \leq 1, \quad \forall i \in V. \quad (12)$$

A primeira formulação que propomos para o MLkFP segue de (MF) e é dada por:

$$(MF^k) \quad \max \left\{ \sum_{i \in V} z_i : (x, z) \in \mathcal{P}_1^k \cap \left(\mathbb{Z}^{|E|} \times \mathbb{Z}^{|V|} \right) \right\} \quad (13)$$

Podemos mostrar que (MF^k) é um modelo válido para o problema. Observe que retirar uma aresta qualquer de uma árvore resulta em duas componentes. Logo, as restrições (6), (7) e (11) em (MF^k) garantem uma floresta com até k componentes. As restrições (8) dizem que se o grau de um vértice em uma solução for maior que um, então esse vértice não pode ser folha. Note que, pela natureza da função objetivo, não é preciso forçar $z_i = 1$ para uma solução em que $i \in V$ tenha grau um (o mesmo vale para o próximo modelo). As restrições (9) e (10) garantem, respectivamente, que dois vértices em componentes de ordem dois e vértices isolados não sejam erroneamente contabilizados como folhas.

Agora apresentamos uma reformulação de (ML) para o MLkFP. Para isso, o grafo de entrada é transformado em um digrafo, conforme descrito a seguir. Dado um grafo $G = (V, E)$, obtemos um digrafo $D = (V, A)$ construído a partir de G , onde $A = \{(i, j), (j, i) : \{i, j\} \in E\}$. Associado a D , definimos $\delta^+(i) = \{(i, j) : j \in V, (i, j) \in A\}$ e $\delta^-(i) = \{(j, i) : j \in V, (j, i) \in A\}$, para todo $i \in V$. Associamos variáveis y_a aos arcos $a \in A$ com significado análogo ao das variáveis x no modelo anterior e variáveis r_i , para todo $i \in V$, indicando se um vértice é raiz ($r_i = 1$) de uma arborescência ou não ($r_i = 0$). Considere o poliedro \mathcal{P}_2^k :

$$(\mathcal{P}_2^k) \quad \sum_{a \in \delta^-(i)} y_a + r_i = 1, \quad \forall i \in V, \quad (14)$$

$$\sum_{a \in A(S)} y_a \leq |S| - 1, \quad \forall S \subset V, \quad |S| \geq 2, \quad (15)$$

$$\sum_{a \in \delta^+(i)} y_a + (n_i - 1)z_i - r_i \leq n_i - 1, \quad \forall i \in V, \quad (16)$$

$$1 \leq \sum_{i \in V} r_i \leq k, \quad (17)$$

$$r_i + z_i \leq 1, \quad \forall i \in V, \quad (18)$$

$$0 \leq y_a \leq 1, \quad \forall a \in A, \quad (19)$$

$$0 \leq r_i \leq 1, \quad \forall i \in V, \quad (20)$$

$$0 \leq z_i \leq 1, \quad \forall i \in V. \quad (21)$$

Uma formulação alternativa para o MLkFP é dada por:

$$(ML^k) \quad \max \left\{ \sum_{i \in V} z_i : (y, z, r) \in \mathcal{P}_2^k \cap \left(\mathbb{Z}^{|A|} \times \mathbb{Z}^{|V|} \times \mathbb{Z}^{|V|} \right) \right\} \quad (22)$$

Em (ML^k) , as restrições (14), (15) e (17) garantem que o número de arborescências seja no máximo k . As restrições (18) não permitem que um vértice seja raiz e folha simultaneamente. A

introdução de variáveis r nas restrições (16) se dá pelo fato de que todos os arcos $\delta^+(i)$ podem fazer parte da solução para um dado nó raiz i . O complemento da validade do modelo segue da Proposição 4.

Proposição 4. *Toda componente $G_S = (S, A_S)$ em uma solução do modelo (ML^k) tem exatamente uma raiz.*

Além dos modelos (MF^k) e (ML^k) , também podemos reformular (MB) para o $MLkFP$, substituindo (2) por (1) e adaptando convenientemente a restrição (5). Entretanto, não trataremos dessa reformulação neste trabalho.

3 Estratégias de Resolução

Nesta seção, apresentamos desigualdades válidas e estratégias utilizadas na resolução dos modelos descritos até então. Nas formulações que contêm variáveis representando arestas (ou arcos), utilizamos *depth-first search* (DFS) para conduzir a expansão dos nós durante o algoritmo de *Branch and Bound* (B&B). Na escolha de qual variável ramificar nas soluções linearmente relaxadas, damos prioridades às variáveis que representam vértices e, adicionalmente, àquelas cujos valores sejam mais próximos a 0.5.

Para todos os modelos, para obtenção de uma solução viável de partida, utilizamos uma heurística para o MCDSP apresentada em [5]. Seja D a solução dada pela heurística, é possível tentar fortalecer essa solução com sucessivas tentativas de remover um vértice $u \in D$ tal que $D := D \setminus \{u\}$ continue dominante e com no máximo k componentes. Consequentemente, a heurística e esse fortalecimento nos fornecem, respectivamente, os seguintes cortes:

$$\sum_{v \in V} z_v \geq |V \setminus D| + 1, \quad (23)$$

$$\sum_{v \in D} z_v \geq 2. \quad (24)$$

Observe que se o problema ficar inviável ao adicionar a restrição (23), então a solução fornecida pela heurística já é ótima.

Para resolver o modelo (MB) , utilizamos a abordagem denominada de *iterative probing* do algoritmo de decomposição de Benders proposto em [3] para o MCDSP. A decomposição consiste em resolver alternadamente (MB) com a restrição (5) relaxada e um subproblema polinomial de fluxo que determina o seguinte corte de viabilidade a ser incluído no modelo, caso (5) seja violada:

$$\sum_{v \in S} z_v \leq |S| - m_S, \quad (S \subset V \text{ tal que } G \setminus S \text{ é desconexo}). \quad (25)$$

Em (25), m_S representa a quantidade mínima necessária de vértices em S para tornar $G \setminus S$ conexo. Detalhes dessa abordagem são fornecidos em [3]. Para provar que tal estratégia fornece uma solução ótima, considere as propriedades a seguir:

Lema 2 ([3]). *Se não existir um conjunto dominante conexo com cardinalidade $d + 1 > 1$, então não existe um conjunto dominante conexo com cardinalidade d .*

Corolário 2. *Se não existir um conjunto de folhas com cardinalidade $(|V| - d - 1) < (|V| - 1)$, então não existe um conjunto de folhas com cardinalidade $|V| - d$.*

Com base no modelo (MF), propomos uma variação (MF+), na qual adicionamos o conjunto de restrições (2) e reforçamos com desigualdades que, conforme mostrado em [2], podem definir facetas de \mathcal{P}_1 :

$$\sum_{e \in F} x_e + (|F| - 1)z_i \leq |F|, \quad \forall i \in V, \forall F \subseteq \delta(i) : |F| \geq 2. \quad (26)$$

Inicialmente, as restrições (26) são relaxadas e, uma vez violadas, são adicionadas durante o processamento da raiz no B&B. Um procedimento para sua separação é descrito em [5].

Para o modelo (MF^k), utilizamos as restrições (1) e também reforçamos o modelo utilizando as restrições (26).

Para resolver o modelo (ML) adicionamos as desigualdades válidas propostas em [5], escolhemos o vértice de maior grau para ser a raiz e perturbamos os custos das arestas com um fator de $0.00001j$, onde j é a cabeça do arco. Desse modo, (ML) torna-se a formulação utilizada em [5] e é usada como referencial nos experimentos. Além disso, sugerimos uma variante (ML+) que consiste em adicionar o conjunto de restrições (2) a (ML). Para resolver (ML^k) fizemos uso de (1) e das seguintes desigualdades [5]:

$$y_a + z_i \leq 1, \quad \forall a = (i, j) \in A, \forall i \in V, \quad (27)$$

$$\sum_{j \in F} (y_{ij} + y_{ji}) + (|F| - 1)z_i \leq |F|, \quad \forall i \in V, \forall F \subseteq N(i) : |F| \geq 2. \quad (28)$$

4 Experimentos Computacionais

Para implementação dos modelos foi utilizada a linguagem de programação C++ juntamente com a biblioteca CPLEX em sua versão 12.7.1. As máquinas utilizadas para os experimentos possuem sistema operacional Ubuntu 14.04 LTS 64 bits, processador Intel Core i7-3770 com 8 núcleos de 3.40 GHz e memória ram de 16 GB. Utilizamos um tempo limite de execução de 3600 segundos.

Ao todo, utilizamos 41 instâncias [5] em nossos experimentos e variamos o parâmetro k dentre os valores 1, 2, 4 e 8. Em particular, para $k = 1$, foram utilizados modelos originais para o MLSTP, onde comparamos as variações (MF+), (ML+) e (MB), tomando como base os resultados obtidos pelo modelo (ML).

Com base na análise do tempo médio dos experimentos, observamos que o modelo (MF+) apresentou melhores resultados, reduzindo o tempo médio obtido por (ML) em aproximadamente 13.46%. Já os modelos (ML+) e (MB) reduziram, respectivamente, em aproximadamente 9.53% e 7.62%. Vale ressaltar que, utilizando o modelo (MB), conseguimos soluções para duas instâncias de 200 vértices que não foram resolvidas pelos demais modelos. Entretanto, com (MB) não conseguimos resolver muitas das instâncias com densidade de 5%, incluindo instâncias com 50 e 70 vértices. Para $k \geq 2$, o modelo (ML^k) teve um tempo médio de aproximadamente 33.52% menor que o tempo médio de (MF^k). Além disso, observamos que, geralmente, o tempo diminui quando elevamos o valor de k .

5 Conclusão e Trabalhos Futuros

Propomos modelos matemáticos para o MLkFP e um novo modelo para o MLSTP. Além disso, propomos um conjunto de desigualdades válidas para o MLkFP que, para $k = 1$, foram fortalecidas e reduziram significativamente os tempos computacionais para instâncias benchmark do problema.

Como trabalhos futuros, para $k = 1$, podemos tentar melhorar os resultados através de um pré-processamento das instâncias, aplicando regras de reduções presentes na literatura [5]. Para $k \geq 2$, pretendemos desenvolver e analisar uma adaptação de (MB) para o MLkFP, explorando uma nova modelagem por fluxo.

Referências

- [1] B. Balasundaram and S. Butenko. Graph domination, coloring and cliques in telecommunications. In *Handbook of Optimization in Telecommunications*, pages 865–890. Springer, 2006.
- [2] T. Fujie. The maximum-leaf spanning tree problem: Formulations and facets. *Networks*, 43(4):212–223, 2004.
- [3] B. Gendron, A. Lucena, A. S. da Cunha, and L. Simonetti. Benders decomposition, branch-and-cut, and hybrid algorithms for the minimum connected dominating set problem. *INFORMS Journal on Computing*, 26(4):645–657, 2014.
- [4] H. Lu and R. Ravi. Approximating maximum leaf spanning trees in almost linear time. *Journal of algorithms*, 29(1):132–141, 1998.
- [5] A. Lucena, N. Maculan, and L. Simonetti. Reformulations and solution algorithms for the maximum leaf spanning tree problem. *Computational Management Science*, 7(3):289–311, 2010.
- [6] R. G. Michael and S. J. David. Computers and intractability: a guide to the theory of np-completeness. *WH Free. Co., San Fr*, pages 90–91, 1979.
- [7] M. Min, H. Du, X. Jia, C. X. Huang, S. C. Huang, and W. Wu. Improving construction for connected dominating set with steiner tree in wireless sensor networks. *Journal of Global Optimization*, 35(1):111–119, 2006.
- [8] M. F. Reis, O. Lee, and F. L. Usberti. Flow-based formulation for the maximum leaf spanning tree problem. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 50:205–210, 2015.
- [9] M. F. Reis, M. C. San Felice, O. Lee, and F. L. Usberti. A 3-approximation algorithm for the maximum leaf k-forest problem. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 62:201–206, 2017.
- [10] R. Solis-Oba. 2-approximation algorithm for finding a spanning tree with maximum number of leaves. In *European Symposium on Algorithms*, pages 441–452. Springer, 1998.

Apêndice

Demonstrações

O conteúdo dos apêndices deverá ser removido posteriormente e foi aqui adicionado apenas para leitura pelos revisores.

- Proposição 1.

Demonstração. Suponha, por contradição, a existência de uma solução qualquer em que $z_i = 1$ para um vértice $i \in V$ e $z_j = 1$ para todo $j \in N(i)$. Agora, considere apenas o grafo que representa essa solução. Se i fosse um vértice isolado, já não poderia ser contabilizado como folha. Desse modo, i seria adjacente a exatamente um único vértice em $N(i)$, digamos k . Como $k \in N(i)$, por hipótese, $z_k = 1$. Sendo assim, não poderia existir aresta kj tal que $j \in N(k) \setminus \{i\}$. Logo, teríamos uma componente com apenas dois vértices e ambos sendo contabilizados como folhas, ocasionando, pela definição do problema, uma contradição. Portanto, o resultado segue. \square

- Proposição 2.

Demonstração. Observe que (2) não seriam válidas se $|N(i)| = |V| - 1$ para algum $i \in V$, mas assumimos anteriormente que isso não ocorre. Portanto, para qualquer $i \in V$, deve existir $j \in V \setminus \{i\}$ tal que $j \notin N(i)$. Note que todo caminho de i à j , obrigatoriamente, deve passar por algum vértice em $N(i)$. Como toda solução deve ser conexa, deve existir pelo menos um caminho de i a j . Portanto, para uma solução viável qualquer, deve existir $k \in N(i)$ com grau maior ou igual a dois e, por consequência, $z_k = 0$. Além disso, podemos obter (1) somando (2) às restrições $z_i \leq 1$, $i \in V$, logo (2) dominam (1). \square

- Proposição 3.

Demonstração. Demonstramos que toda solução do MLSTP satisfaz (MB) e que toda solução de (MB) é válida para o problema. Seja F um conjunto de folhas que configuram uma possível solução do MLSTP. Pela Proposição 2, F satisfaz o conjunto de desigualdades (2). Além disso, pelo Lema 1, para qualquer $T \subseteq F$, $G \setminus T$ é conexo (em particular para $T = S$). Agora suponha um conjunto F , tal que $G \setminus F$ seja conexo e que F satisfaça as desigualdades (2). Desse modo, para qualquer $i \in F$, existe $j \in V \setminus F$ tal que $\{i, j\} \in E$, logo $G \setminus (F \setminus \{i\})$ é conexo e, pelo Corolário 1, F é um conjunto de folhas. \square

- Proposição 4.

Demonstração. Por contradição, assuma que exista componente G_S sem raiz. Nesse caso, pela restrição (14), todo vértice dessa componente teria um arco incidindo nele, ocasionando $|A_S| = |S|$ e, portanto, haveria pelo menos um ciclo nessa componente. Agora, assuma que exista componente G_S com mais de uma raiz. De forma análoga, pela restrição (14), isso seria impossível, pois $|A_S| < |S| - 1$ e, conseqüentemente, os vértices dessa componente não seriam conexos. Logo, o resultado segue. \square

Tabelas

Experimentos para $k = 1$ são apresentados na Tabela 1. As primeiras quatro colunas referem-se, respectivamente, à quantidade de vértices da instância, sua densidade, o valor dado pela heurística e o valor da solução ótima. Com exceção das duas últimas, as demais colunas, referem-se a quantidade de nós explorados na árvore de B&B, o valor da solução linearmente relaxada e o tempo, em segundos, gasto em cada experimento, levando em conta, respectivamente, os modelos (ML), (ML+), e (MF+). As duas últimas colunas denotam quantidades de iterações e os tempos para o modelo (MB). As Tabelas 2 e 3 apresentam, respectivamente, resultados obtidos para os modelos (MF^k) e (ML^k). A legenda de suas colunas são semelhantes às da Tabela 1, com a informação adicional do parâmetro k . Utilizamos ”-” para células referentes às instâncias em que o tempo limite de execução foi excedido. As últimas linhas das tabelas apresentam o tempo médio dos experimentos, incluindo os que atingiram o tempo limite.

Tabela 1: Tabela MLSTP.

V	d	Heur.	Ótimo	(ML)			(ML+)			(MF+)			(MB)	
				Nós	UB	t(s)	Nós	UB	t(s)	Nós	UB	t(s)	Iter.	t(s)
30	10	15	15	0	0	0,012672	0	0	0,0086034	194	17,5236	0,10314	605	61,216
30	20	23	23	5	24,2024	0,095533	0	0	0,023426	0	24,1333	0,010831	2	0,051768
30	30	26	26	0	27,1286	0,021695	0	0	0,011742	0	0	0,0058975	1	0,0096954
30	50	27	27	0	28,0499	0,041392	0	0	0,01295	0	0	0,0074864	1	0,0057162
30	70	28	28	0	0	0,013688	0	0	0,011915	0	0	0,0081733	1	0,0030503
50	5	19	19	3	20,0012	0,041742	5	20,0012	0,046768	71	21,0379	0,059344	-	-
50	10	37	38	492	39,7077	0,37363	176	39,2712	0,27674	106	39	0,1287	53	4,0915
50	20	43	43	85	45,0166	0,352	27	44,5486	0,21303	34	44,5727	0,093895	1	0,024481
50	30	45	45	44	46,7341	0,32361	13	46,3799	0,33008	14	46,3833	0,10317	1	0,039265
50	50	47	47	5	48,1064	0,27466	0	0	0,0271	0	0	0,010054	1	0,0092261
50	70	48	48	0	0	0,037825	0	0	0,033993	0	0	0,0097449	1	0,0028239
70	5	41	43	1600	45,1827	0,46257	951	44,722	0,41638	2729	45,5021	0,83593	-	-
70	10	57	57	128	59,1169	0,28232	43	58,7601	0,34171	52	58,6601	0,22683	1	0,042273
70	20	63	63	60	64,8766	0,40108	27	64,5642	0,50275	19	64,5973	0,15388	1	0,066514
70	30	65	65	45	66,7533	0,61033	17	66,4858	0,46043	15	66,5098	0,12382	1	0,079815
70	50	67	67	7	68,0834	0,47806	0	0	0,065804	0	0	0,011141	1	0,013102
70	70	68	68	0	0	0,052326	0	0	0,06105	0	0	0,011848	1	0,0026978
100	5	75	76	21365	79,4141	9,0994	12730	79,1096	4,402	3669	79,0165	3,1399	-	-
100	10	87	87	291	89,3784	0,67665	85	89,0313	0,62868	87	89,013	0,36159	1	0,12346
100	20	92	92	1000	94,7744	2,7157	355	94,5518	1,4007	335	94,4776	0,78305	1	0,19422
100	30	94	94	1689	96,6305	8,7811	784	96,5366	3,9405	742	96,5103	1,2842	1	0,37152
100	50	96	96	464	98,0044	6,679	183	97,8465	3,4516	158	97,8417	0,74533	1	0,14744
100	70	97	97	90	98,6246	11,788	111	98,0049	16,349	81	98	1,0197	1	0,31274
120	5	93	95	27582	97,7017	16,919	23776	97,2808	13,535	1033	97,4179	2,4204	-	-
120	10	105	107	5857	109,689	9,7182	46996	109,418	29,863	609	109,42	1,1527	9	1,8314
120	20	112	112	2864	114,887	14,797	1077	114,661	4,5164	924	114,645	1,9128	1	0,70864
120	30	114	114	2109	116,656	18,48	812	116,538	7,7328	776	116,566	2,0883	1	0,8439
120	50	116	116	1650	118,099	20,015	392	117,959	9,1007	352	117,978	1,741	1	0,43997
120	70	117	117	123	118,625	22,21	133	118,007	37,35	123	118	1,4785	1	0,43978
150	5	123	124	1222398	128,667	1455,1	365723	128,291	359,18	26669	128,315	74,913	108	2209,1
150	10	135	136	190883	139,503	629,55	66538	139,18	140,22	29170	139,175	93,262	4	3,6822
150	20	141	141	156583	145,041	1641,1	34907	144,763	207,39	32957	144,748	135,25	3	46,462
150	30	144	144	4297	146,662	140,34	1283	146,514	42,403	1187	146,503	7,6759	1	3,369
150	50	146	146	1869	148,116	73,099	611	147,987	37,537	407	147,981	7,1504	1	2,1425
150	70	147	147	185	148,644	59,907	175	148,011	190,73	163	148	3,7376	1	0,71478
200	5	171	173	-	-	-	3427440	177,545	7225,1	-	-	-	104	3261,5
200	10	184	184	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1	2806,2
200	20	191	191	-	-	-	152458	194,957	3495,5	134418	194,976	1028,2	1	324,23
200	30	193	193	-	-	-	-	-	-	159536	196,615	1264,2	2	322,51
200	50	196	196	3038	198,091	463,7	1105	197,99	184,97	662	197,97	30,135	1	7,3093
200	70	197	197	223	198,651	333,98	303	198,271	422,81	199	198,008	10,3	1	1,249
						822,34			743,95			711,61		759,63

Tabela 2: Tabela (MF^k)

V	d	k=2				k=4				k=8			
		Heur./Ópt.	Nós	UB	t(s)	Heur./Ópt.	Nós	UB	t(s)	Heur./Ópt.	Nós	UB	t(s)
30	10	17/17	177	19,2667	0,06952	18/20	0	20,435	0,043648	18/21	0	21,6667	0,016082
30	20	23/23	46	24,1627	0,15089	23/24	0	24	0,037142	23/24	0	24	0,031831
30	30	26/26	0	27,0683	0,022308	26/26	0	27,0835	0,021883	26/26	0	27,0835	0,017262
30	50	27/27	0	28,051	0,0283	27/27	0	28,051	0,024951	27/27	0	28,051	0,027408
30	70	28/28	0	0	0,011758	28/28	0	0	0,015525	28/28	0	0	0,016681
50	5	21/21	2	22,0161	0,086162	23/25	0	25,4	0,038681	26/30	12	30,3577	0,065083
50	10	38/38	142	40,1717	0,27553	38/39	13	40,2349	0,16629	38/40	0	40,4062	0,1209
50	20	43/44	4	44,9951	0,17994	43/44	0	45,0191	0,14772	43/44	0	45,0076	0,2147
50	30	45/45	33	46,5466	0,34083	45/45	35	46,5445	0,38858	45/45	32	46,5492	0,45175
50	50	47/47	0	48,0183	0,067045	47/47	0	48,0183	0,069702	47/47	0	48,0183	0,062189
50	70	48/48	0	0	0,030119	48/48	0	0	0,043914	48/48	0	0	0,055337
70	5	42/45	50688	47,7312	5,2432	43/47	11705	48,8348	1,7355	45/49	130	50,6784	0,35017
70	10	57/57	1492	59,9297	1,8201	57/58	402	59,9993	0,54584	57/59	32	59,9627	0,26619
70	20	63/63	65	64,9104	0,61504	63/63	63	64,9314	0,63647	63/63	54	64,9163	0,59907
70	30	65/65	23	66,5899	0,79619	65/65	23	66,6005	0,77128	65/65	22	66,5801	0,77566
70	50	67/67	0	0	0,069782	67/67	0	0	0,06775	67/67	0	0	0,089038
70	70	68/68	0	0	0,12457	68/68	0	0	0,22512	68/68	0	0	0,10381
100	5	75/77	132069	80,2869	71,257	75/78	10908	80,9257	9,2755	75/79	2955	81,5897	1,7144
100	10	87/87	727	89,7023	2,1366	87/88	194	89,7503	1,0122	87/88	33	89,7439	0,74279
100	20	92/92	933	94,6399	5,0739	92/92	909	94,6457	4,2792	92/92	968	94,6547	5,2715
100	30	94/94	1145	96,5493	8,9289	94/95	856	96,5538	7,9605	94/95	94	96,5689	2,9303
100	50	96/96	280	97,8331	6,2385	96/96	261	97,8613	9,63	96/96	265	97,8536	5,9777
100	70	97/97	115	98	24,956	97/97	95	98	20,935	97/97	105	98,0251	27,88
120	5	93/96	1039483	99,7099	1140,7	94/96	99910	100,052	209,95	94/97	11637	100,604	36,965
120	10	105/107	16072	110,136	70,882	105/107	1070	110,064	5,8179	105/107	5201	110,114	20,168
120	20	112/112	1840	114,811	22,928	112/112	1822	114,778	22,505	112/112	2150	114,808	26,1
120	30	114/114	1297	116,572	24,841	114/114	1285	116,574	27,773	114/114	1431	116,553	28,482
120	50	116/116	604	117,989	27,074	116/116	601	117,971	25,303	116/116	574	117,986	26,167
120	70	117/117	141	118	79,718	117/117	133	118	51,492	117/117	143	118	57,64
150	5	123/-	-	-	-	123/-	-	-	-	123/126	221010	130,259	1798,1
150	10	135/136	108976	139,663	1530,2	135/136	88605	139,66	1157,8	135/136	44736	139,655	669,55
150	20	141/142	63983	144,903	2506,5	141/142	20636	144,888	844,76	141/142	68452	144,901	3001
150	30	144/144	1707	146,562	99,596	144/144	1764	146,555	95,26	144/144	1782	146,555	97,725
150	50	146/146	804	147,994	71,613	146/146	730	148,001	76,741	146/146	854	148,001	74,068
150	70	147/147	173	148	207,88	147/147	183	148	193,89	147/147	193	148	140,27
200	5	171/-	-	-	-	171/-	-	-	-	171/-	-	-	-
200	10	184/-	-	-	-	184/-	-	-	-	184/-	-	-	-
200	20	191/-	-	-	-	191/-	-	-	-	191/-	-	-	-
200	30	193/-	-	-	-	193/-	-	-	-	193/-	-	-	-
200	50	196/196	1185	197,982	344,24	196/196	1253	197,981	499,7	196/196	1179	197,975	352,64
200	70	197/197	268	198,346	736,62	197/197	233	198,443	503,42	197/197	228	198,346	587,14
					609,54				531,03				521,06

Tabela 3: Tabela (ML^k)

V	d	k=2				k=4				k=8			
		Heur./Ópt.	Nós	UB	t(s)	Heur./Ópt.	Nós	UB	t(s)	Heur./Ópt.	Nós	UB	t(s)
30	10	17/17	309	19	0,10192	18/20	0	20,5224	0,135	18/21	0	0	0,0093345
30	20	23/23	25	24,4188	0,17996	23/24	0	24	0,057687	23/24	0	24,4297	0,1047
30	30	26/26	0	27,0577	0,035348	26/26	0	27,0835	0,024399	26/26	0	27,0835	0,025816
30	50	27/27	0	28,051	0,033527	27/27	0	28,051	0,03676	27/27	0	28,051	0,037429
30	70	28/28	0	0	0,018088	28/28	0	0	0,016355	28/28	0	0	0,014358
50	5	21/21	128	24	0,09495	23/25	107	27	0,14753	26/30	37	30,8462	0,16968
50	10	38/38	156	40,3195	0,32495	38/39	102	40,3874	0,26411	38/40	23	40,351	0,17318
50	20	43/44	58	45,0808	0,32857	43/44	0	44,9988	0,17615	43/44	0	45,0027	0,17211
50	30	45/45	33	46,4827	0,58981	45/45	45	46,4874	0,62181	45/45	36	46,4947	0,53297
50	50	47/47	0	48,0183	0,10062	47/47	0	48,0183	0,095706	47/47	0	48,0183	0,096625
50	70	48/48	0	0	0,041595	48/48	0	0	0,040945	48/48	0	0	0,041265
70	5	42/45	8824	47,6773	2,4954	43/47	3996	49,2348	1,3033	45/49	3117	51,1528	1,1189
70	10	57/57	530	59,57	0,68433	57/58	565	59,9175	0,68273	57/59	135	59,8724	0,45268
70	20	63/63	55	64,9759	0,59878	63/63	58	64,9585	0,54209	63/63	56	64,9454	0,48544
70	30	65/65	19	66,6101	0,59811	65/65	23	66,5932	0,73314	65/65	23	66,5968	0,59268
70	50	67/67	0	0	0,11883	67/67	0	0	0,11508	67/67	0	0	0,11971
70	70	68/68	0	0	0,13124	68/68	0	0	0,13202	68/68	0	0	0,13065
100	5	75/77	6351	80,3022	5,0706	75/78	5024	81,0903	4,2655	75/79	2248	81,8253	2,5809
100	10	87/87	375	89,6098	1,3716	87/88	347	89,8102	1,0833	87/88	230	89,7478	0,95724
100	20	92/92	804	94,6049	2,5898	92/92	922	94,6025	2,6551	92/92	847	94,6045	2,203
100	30	94/94	1145	96,5624	6,6051	94/95	580	96,5769	3,7113	94/95	227	96,5693	2,7776
100	50	96/96	212	97,863	6,6067	96/96	194	97,863	5,0511	96/96	202	97,863	5,4304
100	70	97/97	99	98,5299	9,8686	97/97	99	98,5299	8,6522	97/97	95	98,5299	9,1412
120	5	93/96	22384	99,0151	22,444	94/96	16471	99,7338	15,52	94/97	11237	100,576	10,617
120	10	105/107	2298	109,9	5,1257	105/107	5437	110,099	9,2215	105/107	6995	110,114	8,0196
120	20	112/112	1888	114,823	11,421	112/112	1992	114,818	9,2361	112/112	1943	114,808	7,8538
120	30	114/114	1305	116,577	11,198	114/114	1209	116,554	10,977	114/114	1208	116,554	11,04
120	50	116/116	473	117,983	15,44	116/116	472	117,983	15,304	116/116	499	117,978	13,4
120	70	117/117	123	118,545	24,311	117/117	110	118,545	18,266	117/117	119	118,545	23,281
150	5	123/124	394268	129,173	496,68	123/125	113659	129,671	142,87	123/126	35847	130,154	52,82
150	10	135/136	63538	139,59	159,72	135/136	16605	139,682	64,464	135/136	75176	139,687	131,28
150	20	141/142	47159	144,907	334,97	141/142	46412	144,922	280,4	141/142	43487	144,903	241,72
150	30	144/144	1692	146,557	53,627	144/144	1692	146,557	51,492	144/144	1691	146,557	51,225
150	50	146/146	681	148,004	40,602	146/146	671	148,002	42,335	146/146	665	148,002	44,939
150	70	147/147	167	148,556	51,672	147/147	163	148,556	50,967	147/147	159	148,556	45,137
200	5	171/-	-	-	-	171/-	-	-	-	171/-	-	-	-
200	10	184/-	-	-	-	184/-	-	-	-	184/-	-	-	-
200	20	191/-	-	-	-	191/-	-	-	-	191/-	-	-	-
200	30	193/-	-	-	-	193/-	-	-	-	193/-	-	-	-
200	50	196/196	1093	197,979	213,92	196/196	1004	197,979	187,53	196/196	1056	197,979	231,5
200	70	197/197	208	198,558	245,59	197/197	204	198,558	211,9	197/197	204	198,558	206,77
					393,30				379,04				332,30

Replanificación óptima de tours de cosecha forestal por falla temporal de equipos de cosecha

Víctor Viana

Sede Tacuarembó, Universidad de la República, Uruguay
vviana@cut.edu.uy

Héctor Cancela

Facultad de Ingeniería, Universidad de la República, Uruguay
cancela@fing.edu.uy

Lorena Pradenas-Rojas

Departamento de Ingeniería Industrial, Universidad de Concepción, Chile.
lpradena@udec.cl

Abril, 2018

Resumen

La planificación eficiente de las operaciones de cosecha forestal puede reducir significativamente los costos asociados con la logística y mejorar el desempeño económico de las empresas del sector. En Uruguay, casi el 75% del total de las operaciones de cosecha forestal para la producción de celulosa son realizadas por empresas contratistas forestales. Este estudio tiene como objetivo optimizar la replanificación y ruteo de los equipos de cosecha de contratistas forestales por fallas en los mismos.

Para este problema se considera un modelo de optimización combinatoria, basado en el Problema del Múltiple Vendedor Viajero con Múltiples Depósitos (MmTSP) y un algoritmo para la reprogramación de los tours de cosechas, en los casos de falla o de indisponibilidad temporal de equipos de cosecha. Los experimentos numéricos realizados han demostrado que instancias de tamaño realista pueden ser resueltas por software de programación matemática estándar en un tiempo razonable.

Palabras claves: Optimización; Servicios; Forestal; Replanificación.

1. Introducción

La madera con destino a celulosa es uno de los principales productos que Uruguay exporta actualmente[1]. Impulsado por las empresas multinacionales productoras de pasta para celulosa, existe un consumo anual de más de 8.500.000 m^3 para su industrialización; y en los próximos 15 años debido a la alta disponibilidad de madera esperada, se prevé que el consumo será de casi 10 millones de m^3 en promedio anuales [2]. Estas empresas productoras de celulosa poseen plantaciones en gran parte del país y contratan los servicios de cosecha, de carga y de transporte

de la madera cortada a terceros, llamados empresas contratistas forestales. La optimización del servicio que prestan estos servicios contratados son objeto de estudio en este trabajo, en particular los de cosecha forestal y carga de la madera cortada. La planificación forestal es un problema de toma de decisiones de alta complejidad que involucra la participación de diversos factores: sistemas ecológicos, productivos y económicos ([3], [4], [5]). Esto hace que la planificación de operaciones de cosecha sea compleja y afecte en el resultado económico de las empresas. La cosecha forestal tiene vital importancia debido a su alto impacto en los costos de producción, por lo tanto, planificarla de manera eficiente puede resultar en la baja de los costos asociados a la logística. La gestión de los recursos forestales plantea la toma de decisiones en ambientes complejos, donde esas decisiones implican consecuencias tanto a corto como a largo plazo. En lo que se refiere a la producción de madera para pasta de celulosa, en Uruguay el 75 % del total de las operaciones de cosecha son realizados por empresas contratistas, por lo que estas son un actor importante en la cadena de suministro. En este trabajo nos proponemos estudiar como optimizar el recorrido a lo largo de un año de los lugares a los cuales deben concurrir estas empresas para extraer la madera.

2. Descripción del problema

En la producción de madera para la fabricación de pasta de celulosa, a partir de los ocho años los árboles pueden ser cosechados. Las actividades de cosecha se realizan en su mayor parte de forma mecanizada y consideran: 1) volteo y desramado de árboles, 2) descortezado y trozado de madera y 3) carga y traslado de la madera fuera del predio. Considerando el inventario forestal, cada año las empresas que fabrican pasta de celulosa planifican la cosecha para ese periodo. Por lo tanto, dependiendo de la demanda a atender, se asigna a cada contratista los lugares a cosechar, solicitando en cada caso: 1) cosechar las áreas o bloques pedidos, 2) realizar la cosecha en cierta ventana de tiempo y 3) entregar determinado volumen de madera. En cada visita a las áreas o bloques de cosecha, los contratistas deben trasladar el equipamiento necesario que, en general consta de un *harvester* y un *forwarder*, para realizar la operación de corte y carga respectivamente. Cada contratista puede hacer más de una cosecha en lugares distintos en los mismos periodos de tiempo. En la actualidad, en la asignación de los lugares de cosecha generalmente no se considera minimizar el traslado de equipamiento a los lugares de cosecha siguientes.

El problema básico de la planificación de los recorridos de cosecha fue presentado previamente en [7], donde se propuso un modelo de programación matemática basado en el MmTSP (Multi Depot Multiple Traveling Salesman Problem). En el presente trabajo, tomando como punto de partida dicho modelo, nos enfocaremos en ampliarlo para tener en cuenta la falla o indisponibilidad temporal de los equipos de cosecha. Como estrategia de modelado se opta por incorporar bloques (nodos) ficticios al modelo, al que llamaremos bloques de mantenimiento. El equipo de cosecha una vez que falla o no está disponible durante determinado tiempo es asignado a los bloques de mantenimiento durante esos periodos. El modelo de programación matemática vuelve a resolverse con el agregado de los nuevos bloques. En la figura 1 se observa un ejemplo de reprogramación. En este caso falla un equipo de cosecha una vez que termina con el bloque 1 y se traslada al bloque 2. Una vez asignada la reprogramación, este equipo es asignado a un bloque de mantenimiento. Si el volumen de madera de los bloques 5, 8 y 10 o de 2, 8 y 10 no satisfagan la demanda del periodo 2, el problema no será factible.

Posterior a la ejecución del algoritmo, una infactibilidad podría ocurrir si la capacidad de cosecha con los equipos que quedan en funcionamiento tras la falla de uno de ellos no es suficiente para

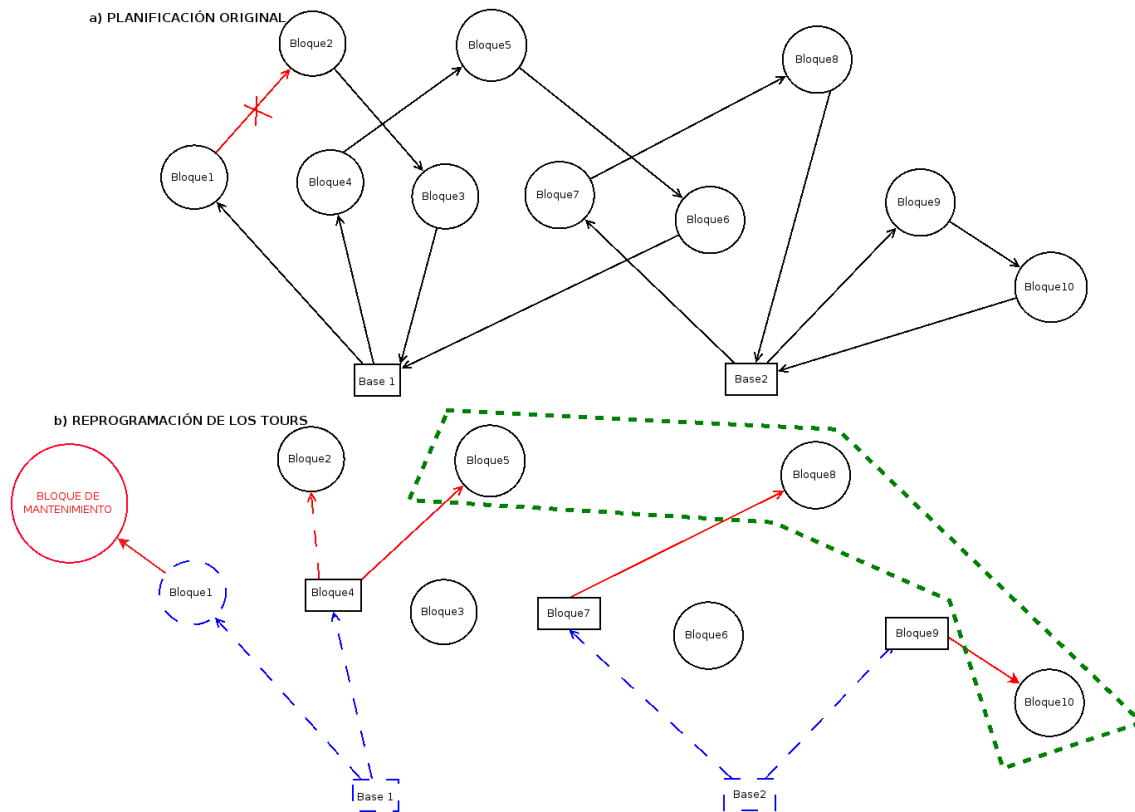


Figura 1: En la figura 1a) se dispone la planificación original del problema, y un equipo de cosecha falla antes de ir al bloque 2. En la figura 1b) se observa la reprogramación obtenida por el algoritmo correspondiente.

cubrir los bloques a ser visitado en un periodo de tiempo. En el ejemplo de la figura 1, puede ser que el bloque 2 y el 5 sean cosechados en el mismo periodo de tiempo, si los bloques 8 y 10 también están en la misma situación, la no factibilidad existirá porque sólo se dispone de 3 equipos de cosecha.

3. Modelo de programación matemática para la programación de la cosecha

Se propone un modelo de optimización combinatoria para este problema, basado en el Problema del Múltiple Vendedor Viajero con Múltiples Depósitos (MmTSP)[6].

Los índices considerados son:

- F : Conjunto de las bases de operaciones de los contratistas forestales, desde donde parten los distintos equipos a realizar los tour de cosecha.
- B : Conjunto de los bloques de cosecha a visitar.
- T : Conjunto de periodos de tiempo para la planificación de la cosecha.

Los parámetros considerados son:

- C_{ij} : costo de desplazamiento entre los bloques de cosecha y/o las bases de operaciones. Para simplificar el problema, se tomara como costo de desplazamiento, la distancia entre los distintos puntos de destino.
- m_f : cantidad de equipos de cosecha correspondiente a cada base de operaciones.
- $Tmin_i$: periodo de tiempo mínimo para cosechar el bloque i .
- $Tmax_i$: periodo de tiempo máximo para cosechar el bloque i .
- L : máximo numero de bloques que un equipo de cosecha puede visitar.
- M : mínimo numero de bloques que un equipo de cosecha puede visitar.
- D_t : demanda de madera en cada periodo de tiempo t .
- v_i : volumen de madera disponible en cada bloque i .

Las variables de decisión consideradas son:

$$x_{ij}^f = \begin{cases} 1, & \text{si un equipo de cosecha de la base } f \text{ se traslada desde el punto } i \text{ al } j \\ 0, & \text{si no} \end{cases} \quad (1)$$

$$y_i^t = \begin{cases} 1, & \text{si un bloque } i \text{ es cosechado en el periodo } t \\ 0, & \text{si no} \end{cases} \quad (2)$$

u_i = cantidad de bloques ya visitados por un equipo de cosecha cuando está visitando el i -ésimo bloque (3)

Por consiguiente el modelo de programación entera lineal para la programación inicial queda como:

$$\text{mín } z = \sum_{f \in F} \sum_{i \in B} (C_{fi} x_{fi}^f + C_{if} x_{if}^f) + \sum_{f \in F} \sum_{i \in B} \sum_{j \in B} C_{ij} x_{ij}^f \quad (4)$$

s.a.

$$\sum_{i \in B} x_{fi}^f = m_f, \forall f \in F \quad (5)$$

$$\sum_{f \in F} \sum_{i \in B \cup F, i \neq j} x_{ij}^f = 1, \forall j \in B \quad (6)$$

$$\sum_{i \in B \cup F, i \neq j} x_{ij}^f - \sum_{i \in B \cup F, i \neq j} x_{ji}^f = 0, \forall j \in B \quad (7)$$

$$u_i + (L - 2) \sum_{f \in F} x_{fi}^f - \sum_{f \in F} x_{if}^f \leq L - 1, \forall i \in B \quad (8)$$

$$u_i + \sum_{f \in F} x_{fi}^f + (2 - M) \sum_{f \in F} x_{if}^f \geq 2, \forall i \in B \quad (9)$$

$$\sum_{f \in F} x_{fi}^f + \sum_{f \in F} x_{if}^f \leq 1, \forall i \in B \quad (10)$$

$$u_i - u_j + L \sum_{f \in F} x_{ij}^f + (L - 2)x_{jf}^f \leq L - 1, \forall i \in B, \forall j \in B, i \neq j \quad (11)$$

$$u_i \geq Tmin_i, \forall i \in B \quad (12)$$

$$u_i \leq Tmax_i, \forall i \in B \quad (13)$$

$$\sum_{t \geq Tmin_i}^{t \leq Tmax_i} y_i^t = 1, \forall i \in B \quad (14)$$

$$u_i = \sum_{t \in T} ty_i^t, \forall i \in B \quad (15)$$

$$\sum_{i \in B} y_{it} v_i \geq D_t, \forall t \in T \quad (16)$$

La restricción (5) garantiza que exactamente los m_f equipos de cosecha parten desde cada una de las bases de operaciones respectivas. La restricción (6) asegura que cada bloque de cosecha sea visitado por un único equipo de cosecha. La continuidad de la rutas para los bloques de cosecha y las bases de operaciones se representa respectivamente por la restricción (7), lo que asegura que para cada bloque de cosecha, el equipo que lo visita provenga desde un y solo un lugar distinto, y se traslada a un y solo un bloque distinto o base de operaciones. Las restricciones (8) y (9) las podemos denominar restricciones de límite, dado que imponen límites superior e inferior en la cantidad de bloques visitados por cada equipo de cosecha, e inicializan el valor de u_i en 1 si y solo si i es el primer bloque en la recorrida para cualquier equipo. La desigualdad (10) prohíbe que un equipo visite solamente un bloque partiendo desde una base de operaciones, y regrese a la misma inmediatamente (esta restricción es redundante cuando $M \geq 2$). La restricción (11) asegura que $u_j = u_i + 1$ si y solo si $x_{ij}^f = 1$, por lo tanto prohíbe la formación de cualquier sub-tour entre los nodos en B , por lo que es la restricción de eliminación de sub-tours de la formulación. Con las restricciones (12) y (13) aseguramos que cada bloque sea visitado en una ventana de tiempo prefijada. Con la restricción (14) definimos la variable y a cada bloque de cosecha en algún periodo t en las ventanas de tiempo correspondiente. Con la restricción (15) se asocia la variable u_i con y_{it} . La restricción (16) asegura que se cumpla los requerimientos de demanda para cada periodo de tiempo. Toda la formulación anterior del modelo es válida cuando $2 \leq M \leq \lfloor (n - 1)/m_f \rfloor$ y $L \geq M$, siendo n la cantidad total de bloque de cosechas mas la cantidad de bases de operaciones.

4. Algoritmo de reprogramación en caso de falla de equipos

En el análisis anterior partimos del supuesto que tanto los equipos como los bloques de cosecha van a estar disponibles durante todo el proceso. Pero cuando se da el caso que un equipo pueda dejar de estar disponible durante el tour de cosecha (por avería de una maquina por ejemplo), el modelo debe volver a configurarse, existiendo la posibilidad de que el problema pase a ser ahora no factible. En el algoritmo 1 se plantea el procedimiento de reprogramación de los tours en caso de una falla en algún equipo.

Algorithm 1 Algoritmo de reprogramación en caso de falla de equipos.

Require: E = conjunto de equipos de cosecha que fallaron en tiempo t , cada uno con su respectiva base de operaciones f

Ensure: $factible \in \{true, false\}$, si el problema es factible; z = costo total de los tours de cosecha; $tours[]$ = recorrido de cosecha reprogramado para cada contratista

for all $f \in F / equipo_f \in E$ **do**

{se agregan los bloques de mantenimiento k , según la cantidad de equipos que fallan.}

$B = B + \{k\}$

{se agrega la restricción que el bloque de mantenimiento sea visitado en tiempo $t + 1$ }

$y_k^{t+1} = 1$

for all $b \in B / x_{*b}^f = 1$ y $y_b^t = 1$ **do**

{se agrega la restricción para que hay un enlace desde el ultimo bloque visitado por el equipo que falla y el bloque de mantenimiento}

$x_{bk}^{t+1} = 1$

end for

end for

{se ejecuta el modelo con el nuevo conjunto de bloques de cosecha}

[$factible, z, tours[]$] = ejecutar-MIP(F, B, T)

5. Resultados

Se generaron instancias aleatoriamente con un conjunto B de 10 y 20 bloques a cosechar, con 1 y 2 bases de operaciones en cada caso con 2 equipos de cosecha. Los elementos de la matriz de distancias entre los bloques han sido elegidos aleatoriamente en el intervalo $[1, 100]$. El paquete de optimización CPLEX 12.8.0.0 se ha utilizado para resolver cada formulación en una servidor CentOS Linux release 7.4.1708 de 64 bit, con 8 procesadores Intel® Core™ i7 y 24 GB de RAM. Se resumen los resultados en la tabla 5.

Bloques	Bases	Equipos	z	z (replanificación)
10	1	2	402 km	429 km
10	2	2	511 km	511 km
20	1	2	375 km	401 km
20	2	2	352 km	420 km

Cuadro 1: Resultados de la planificación original, y de la replanificación luego de una falla de equipos.

Se observa que la replanificación permite en varios casos mantener distancias similares a las originales, incluso en un caso la reprogramación resulta en una solución con igual costo que la obtenida inicialmente sin fallas de equipos. En un caso hubo un aumento más significativo de costos, en que los recorridos aumentaron hasta casi el 20% en algún caso.

6. Conclusiones

Este problema es particularmente relevante en el contexto uruguayo, ya que las empresas contratistas trabajan por demanda de las industrias de celulosa y deben reducir sus costos operacionales para mejorar su eficiencia al planificar la cosecha de madera de las plantaciones asignadas.

El modelo de programación matemática desarrollado es capaz de representar el problema de planificación establecido y puede implementarse para proporcionar soluciones basadas en datos reales. Este modelo se puede utilizar como una herramienta eficiente y práctica para ayudar a desarrollar la programación anual de cosecha de bosques y la asignación de equipos para las empresas contratistas, lo que conduce a planes de mejor calidad y oportunidades de mejora.

Se consideró también escenarios con interrupciones en los planes debido a fallas inesperadas de los equipos. El algoritmo presentado permite reprogramar en forma rápida, y encontrar buenas soluciones, en algunos casos de costo idéntico al inicial, en otros algo mayor, desde el 5% hasta el 20%. Otros factores a considerar en trabajo futuro son los climáticos, periodos largos de lluvia pueden afectar de manera importante la extracción de madera de los montes [8].

Referencias

- [1] CPA Ferrere. *Contribución de la Cadena Forestal a la Economía Uruguaya*. Sociedad de Productores Forestales. pag. 11. 2017.
- [2] A. Dieste. *Programa de promoción de exportaciones de productos de madera*. Dirección Nacional de Industrias (DNI), Ministerio de Industrias, Energía y Minería (MIEM), Consejo Sectorial Forestal-Madera. 2012. Montevideo.
- [3] A. Weintraub y C. Romero. *Operations research models and the management of agricultural and forestry resources: a review and comparison*. Interfaces. 36(5):446–457. 2006.
- [4] G. S. Milanesi, D. Broz, F. Tohmé y D. Rossit. *Strategic analysis of forest investments using real option: The fuzzy pay-off model (FPOM)*. Fuzzy Economic Review. 19(1):33–44. 2014.
- [5] D. Broz, G. Durand, D. Rossit, F. Tohmé y M. Frutos. *Strategic planning in a forest supply chain: a multigoal and multiproduct approach*. Canadian Journal of Forest Research. 47(999):297–307. 2016.
- [6] I. Kara y T. Bektas. *Integer linear programming formulations of multiple salesman problems and its variations*. European Journal of Operational Research. 174:1449–1458. 2006.
- [7] V. Viana, H. Cancela y L. Pradenas-Rojas. *Optimization in the planning of forest harvest services*. Poster presentado en *I International Conference on Agro BigData and Decision Support Systems in Agriculture*. Montevideo, Uruguay. 2017.
- [8] J. Paseyro y M. Erramuspe. *Esperar lo inesperado*. Revista Forestal. Sociedad de Productores Forestales, 15:4–15. 2016.

A GIS-MCDA approach designed to evaluate areas based on theft incidences

Amanda Gadelha Ferreira Rosa

Universidade Federal de Pernambuco
Av. da Arquitetura - Cidade Universitária, Recife – PE
amandagadelharosa@hotmail.com

Débora Viana e Sousa Pereira

Universidade Federal de Pernambuco
Av. da Arquitetura - Cidade Universitária, Recife – PE
deboravianapereira@gmail.com

Ciro José Jardim Figueiredo

Universidade Federal de Pernambuco
Av. da Arquitetura - Cidade Universitária, Recife – PE
figueiredocj@yahoo.com.br

Caroline Maria de Miranda Mota

Universidade Federal de Pernambuco
Av. da Arquitetura - Cidade Universitária, Recife – PE
carol3m@gmail.com

Abstract

The study approaches the use of a combined methodology between MCDA (Multicriteria Decision Analysis) and GIS (Geographic Information System) to support decision making in the context of policies in respect of public security. In this sense, the use of DRSA (Dominance-based Rough Set Approach) promotes a sorting structure of evaluated areas to determine applicable actions to minimize criminal occurrences, in the same time GIS was used to spatial visualization for a better interpretation of the results. In addition, an application was done in Recife – Pernambuco.

Keywords: Public security; Dominance-based Rough Set Approach; Geographic Information System

1. Introduction

The criminality can affect how people behave in an environment. However, people are also responsible to shape what is around them [2]. In this sense, some authors discuss factors that can determine the pattern of crime occurrences, pointing social-demographic variables like mass transit, social interactions, the presence of establishments, age of people, income, and education [2][16][24][23][21].

Thus, the development of a model to support the decision making could help governmental entities to decrease the number of crime occurrences. In this perspective, combined models based on MCDA (Multiple Criteria Decision Analysis) and GIS (Geographic Information Systems) has been applied on public security policy [5][7][6][9].

Therefore, this study proposes the employment of a mixed approach to modeling DM's (Decision Maker) preferences in the context of public and semi-public places, such as streets, alleys, sidewalks, parks and public transportation. Then, three kinds of occurrences were studied: thefts, robbery and group assault.

Although some authors argue about some theories of the crime involving cognitive aspects of offenders such as opportunities for bad actions, self-control, and friends [4][3][12][22], the present work is limited by information of census tracts due the difficult to map offenders' behavior.

In this way, this study aims to support decisions related to public security in 10 neighborhoods of Recife city, contemplating 126 census tracts located in an area with a high movement of objects and people. The rest of the study follows in Section 2, which will present a brief review of MCDA and explain the method used. Section 3 presents the model and its respective stages. Section 4 will examine real word applications and the discussions of the results; in Section 5 a remark is presented.

2. Theoretical support

2.1 Dominance-based rough set approach (DRSA)

Given a set of two or more alternatives evaluated in a finite and nonempty set of alternatives n , the main objective of MCDA is to assist the DM in at least one of actions of decision process: choosing, ordering and classifying. Considering this, the DM could develop a final recommendation including (i) the best alternative, (ii) the definition of alternatives in different presorted classes, and (iii) the set of alternatives ranked from worst to better or vice-versa [19]. In order to create a model in according to these premises DM's preferences need to be aggregated.

Although MCDA literature presents several methods to evaluate alternatives, this study used DRSA (Dominance-Based Rough Set Approach). This method is inspired by RST (Rough Set Theory), but it introduces the dominance concept between alternatives and its strong contribution is facing to determine preferences examples provide by DM by the use of "if..., then..." decision rules [8]. As soon, these rules could be used to classify all census tracts.

2.2 Mathematical conceptualization

To offering basics mathematics concepts about the worked approach, a little review of [8] concerning to DRSA is presented in this section.

The DRSA is a method based on a data table formally represented by a four-tuple information system, $S = \{A, Q, V, f\}$, where A is a finite set of objects, Q is a finite set of criteria that can be divided into the subsets C (condition criteria) and D (decision attributes), V_q is the domain of criterion q , and $V = \cup_{q \in Q} V_q$, and $f: A \times Q \rightarrow V$ is a total function such that $f(a, q) \in V_q$ for each $q \in Q$ and $a \in A$.

For the sake of simplicity, the present study considers the case of a single decision attribute, i.e. $D = \{d\}$. Thus, given a set of classes $Cl = \{Cl_t, t \in \{1, \dots, n\}$, where $a^* \in A$ belongs to one and only one class $Cl_t \in Cl$ for all $r, s \in T \times T$, such that $r > s$, the objects from $Cl_{r,j}$ are more preferred than the objects from Cl_s . Therefore, the approximated sets are not particular classes, but upward and downward unions of classes as presented below:

$$\bullet \quad Cl_t^{\geq} = \cup_{s \geq t} Cl_s \quad (1)$$

$$\bullet \quad Cl_t^{\leq} = \cup_{s \leq t} Cl_s \quad t = 1, \dots, j \quad (2)$$

In DRSA, the dominance principle is expressed such as: Let $P \subseteq C$ be a subset of condition criteria, assuming that a_1^* dominates a_2^* in the condition criteria space (denoted by $a_1^* D_p a_2^*$) if $a_1^* \succeq a_2^* \forall c \in P$. Admitting, without loss of generality, that the domains of the criteria are numerical and that they

are ordered so that the preference increases with the value, so $a_1^* D_P a_2^*$ is equivalent to $a_1^* \geq a_2^* \forall c \in P, P \subseteq C$. An analogous definition holds in the decision class space.

Using dominance relation the approximation is dominance cones defined as following in objects that are dominating and dominated, respectively with respect to P (Eq. 3) and (Eq. 4):

$$\bullet D_P^+ a_1^* = \{a_2^* \in A^* : a_2^* D_P a_1^*\} \quad (3)$$

$$\bullet D_P^- a_1^* = \{a_2^* \in A^* : a_1^* D_P a_2^*\} \quad (4)$$

Also, the upper and lower approximations of unions of decision classes with respect to P are calculated like:

$$\bullet \text{The } P\text{-upper approximation of } Cl_t^{\geq} : \bar{P}(Cl_t^{\geq}) = \{a_1^* \in A^* : D_P^-(a_1^*) \cap Cl_t^{\geq} \neq \emptyset\}$$

$$\bullet \text{The } P\text{-lower approximation of } Cl_t^{\geq} : \underline{P}(Cl_t^{\geq}) = \{a_1^* \in A^* : D_P^+(a_1^*) \subseteq Cl_t^{\geq}\}$$

$$\bullet \text{The } P\text{-upper approximation of } Cl_t^{\leq} : \bar{P}(Cl_t^{\leq}) = \{a_1^* \in A^* : D_P^+(a_1^*) \cap Cl_t^{\leq} \neq \emptyset\}$$

$$\bullet \text{The } P\text{-lower approximation of } Cl_t^{\leq} : \underline{P}(Cl_t^{\leq}) = \{a_1^* \in A^* : D_P^-(a_1^*) \subseteq Cl_t^{\leq}\}$$

Following, the P -boundaries (doubtful regions) of the unions Cl_t^{\geq} and Cl_t^{\leq} are defined, respectively as (Eqs. 5 and 6):

$$\bullet Bn_P(Cl_t^{\geq}) = \bar{P}(Cl_t^{\geq}) - \underline{P}(Cl_t^{\geq}) \quad (5)$$

$$\bullet Bn_P(Cl_t^{\leq}) = \bar{P}(Cl_t^{\leq}) - \underline{P}(Cl_t^{\leq}) \quad (6)$$

To evaluate the results using the sample of the reference examples, the DRSA apply the accuracy of the approximation. For any $t \in T$ and for any $P \subseteq C$ the accuracy is defined to Cl_t^{\geq} and Cl_t^{\leq} by P as the respective ratios (Eqs. 7 and 8):

$$\bullet \alpha_P(Cl_t^{\geq}) = \frac{\text{card}(\underline{P}(Cl_t^{\geq}))}{\text{card}(\bar{P}(Cl_t^{\geq}))} \quad (7)$$

$$\bullet \alpha_P(Cl_t^{\leq}) = \frac{\text{card}(\underline{P}(Cl_t^{\leq}))}{\text{card}(\bar{P}(Cl_t^{\leq}))} \quad (8)$$

From the accuracy approximation, we can obtain the quality approximation (Eqs. 9 and 10). It expresses the ratio of all P -correctly sorted reference examples to all reference examples in the table. For every minimal $P \subseteq C$, we define such that $\gamma_P(Cl) = \gamma_C(Cl)$ is called a reduct of Cl and denoted by REDCl(P). All reducts intersection can be called as core and may be denoted as CORECl.

$$\bullet \gamma_P(Cl) = \frac{\text{card}(A^* - (\cup_{t \in T} Bn_P(Cl_t^{\leq})))}{\text{card}(A^*)} \quad (9)$$

$$= \frac{\text{card}(A^* - (\cup_{t \in T} Bn_P(Cl_t^{\geq})))}{\text{card}(A^*)} \quad (10)$$

Decision rule: the decision rules of each DM and in this specific paper are generated from the lower approximation. They are represented as follows:

If $f(a_{i,j}, c_1) \geq r_{1,j} \wedge \dots \wedge f(a_{i,j}, c_m) \geq r_{t,j}$ Then $a_{i,j} \in Cl_{t,j}^{\geq}$ such that $(r_{1,j} \dots r_{t,j}) \in V_{c_1} \times \dots \times V_{c_m}$

3. Case study

Recife is a Brazilian city located in Brazilian Northeast, it has more than 1.5 million people [10] and leads the number of violence rates in the state of Pernambuco [20]. In this sense, a decision model to evaluate the vulnerability of some areas according to the occurrence of theft was conceived as a tool to support actions to mitigate this type of crime. The developed model was supported by some actions summarized in five steps, as presented:

- Determination of attributes: it defines what should be studied, one of the first things to do is determine what kind of variables to use and how they express relation with the object of study;

- Conversion of attributes to georeferenced data: it consists in transform all variables in georeferenced manipulating data to represent the DM's preference on spatial information;
- Training sample evaluation: decision maker expresses your point of view, called preferences, in relation to attributes;
- DRSA application: the analyst applies DRSA approach to verify the quality of evaluations of training sample;
- Classification of all studied area: it is the output obtained by the cross-process between training sample and all set of census tract;
- Results: classification of census tracts in vulnerability zones.

These steps are represented in Figure 1.

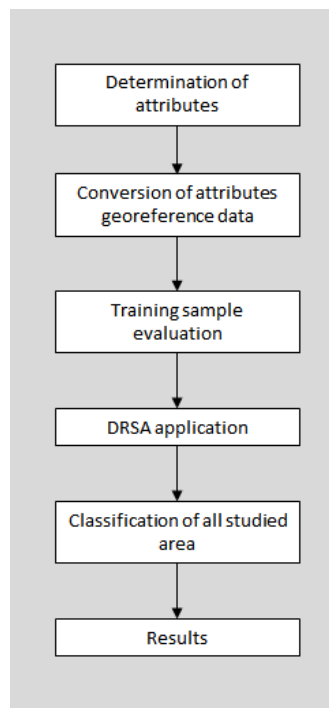


Figure 1. Stepwise of model construction

To make this study, the software employed were RStudio, JMaf and ArcGIS 10.4.

4. Results

As introduced before, crimes are presented conform social and demographic characteristics, influencing the behavior of people whose lives and/or works in a given environment [18]. In this perspective, looking for determining causality relation around thefts incidences, the variables age, schooling, number of residences, number of domiciles, number of houses and apartments, ethnicity, water supply, garbage collect and number of residents were analyzed correspond to census tract, according to Censo 2010 [10]. In this sense, another variable considered was transported access, previous studies have demonstrated a direct relationship between these constants and theft occurrences due to the expansion of accessible places [11][17][13][15][14].

In view of the dimension of the set of variables which could be used to modeling a decision problem, a statistical exploration was applied to support in choosing of most representative variables. Thereby, the attributes used were the number of domiciles, number of domiciles with energy, income, transport access and number of residents.

In respect of census tracts, was considered an application of Local Moran's I [1] covering all Recife city, according to the number of occurrences. Then, some neighborhoods which have some census tracts classified as HH cluster, the places with a high number of occurrences around by places with same characteristics, were chosen. All 126 census tracts are distributed in 10 neighborhoods, located next to each other and it has in common the high flow people due to be a commercial and services zone.

Considering the difficulty of evaluating 126 census tracts, a subset of 19 variables was defined as a training sample to discovery the quality of DM's preferences (Table 1), by use of DRSA approach which considers a partial preference profile, requiring less cognitive effort than conventional methods like additive and outranking approaches. Due to this behavior, DRSA can be applied to support the decision-making in this kind of problem to minimize theft incidents.

Table 1. Training sample

Example	Domiciles	Energy	Income	Residents	Transport access	Class
1	6	0	0	10	12	Bad
2	84	84	85621	293	0	good
3	170	170	101939	608	0	good
4	119	119	151751	369	1	good
5	97	96	160831	272	4	medium
6	127	127	173676	416	8	medium
7	263	261	192653	861	1	medium
8	180	141	210872	285	40	Bad
9	188	188	246317	640	1	medium
10	277	274	266439	947	3	Bad
11	81	81	281787	275	0	good
12	150	150	528273	343	0	good
13	281	281	618058	591	1	medium
14	365	331	1620398	957	15	Bad
15	358	358	1727758	959	1	Bad
16	305	284	2223581	896	0	Bad
17	329	329	3203624	1037	2	Bad
18	378	378	3447955	1072	1	Bad
19	419	419	4890904	1325	0	Bad

Source: Adapted from IBGE (2016)

In this sense, the decision rules obtained are presented in Table 2.

Table 2. Decision rules

#	If	Then
1	class>=good	income>=281787, & residents<=343
2	class>=medium	domicile>=81 & residents<=275
3	class>=medium	energy>=150 &
4	class<=bad	residents>=896
5	class<=bad	domicile<=6
6	class<=medium	residents>=640
7	class<=medium	domicile<=127 & residents>=416

As result, the quality found for the sample was around 84.21%. In this way, an application of decision rules to all 126 census tracts show the results in Figure 2, presented below.

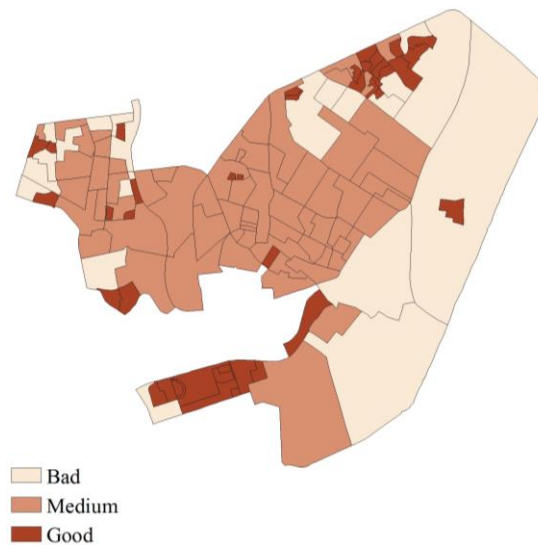


Figure 2. Rules applied to all 126 census tracts

The Figure 2 say respect the levels of vulnerability given thefts occurrences. To worst to best security level places were classified, respectively, as bad (16.67%), medium (52.38%) and good places (30.95%).

This kind of georeferenced information could be used to support decision problems in public security allocating resources to minimize theft occurrences in places with poor safety, and to control the low incidences rates in good security areas. For example, to reduce the number of thefts, an action could be improving the number of policemen in some areas to inhibit the burglar action.

6. Final Considerations

This study proposes a combined approach based on MCDA and GIS to support decision making in security policies in view of the number of thefts in Recife. In this way, DRSA was used because of the advantage to consider a partial profile of preferences what require less cognitive effort than traditional approaches.

In this perspective, government departments can use this methodology as a tool to provide a good allocation of resources to improve security in public places, according to classified areas provided by DRSA.

In spite of easy DRSA use, the decision maker needs to know well the variables that it will use and the characteristics of studied areas to offer a consistent information to model. Future work can be done in multi-decision maker scenario.

7. Acknowledgment

The authors thank CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) for their support.

References

1. Anselin, L.: Local indicators of spatial association - LISA. *Geogr. Anal.* 27, 2, 93–115 (1995).
2. Brantingham, P.J., Brantingham, P.L.: Environmental criminology: from theory to urban planning practice. *Stud. crime crime Prev.* 7, 1, 31–60 (1998).
3. Brantingham, P.L., Brantingham, P.J.: Nodes, paths and edges: considerations on the complexity of crime and the physical environment. *J. Environ. Psychol.* 13, 1, 3–28 (1993).
4. Cohen, L., Felson, M.: Social change and crime rate trends: A routine activity approach. *Am. Sociol. Rev.* 44, 4, 588–608 (1979).
5. Figueiredo, C.J.J. et al.: Classification of areas using a multiple criteria approach for a public security problem. In: *Proceedings of IEEE International Conference Engineering and Engineering Management (IEEM)*. pp. 524–528 (2015).
6. Figueiredo, C.J.J. et al.: Multi-criteria approach with spatial analysis and remote sensing for public security planning. *J. Geogr. Inf.* 2, 164–174 (2017).
7. Figueiredo, C.J.J. de, Mota, C.M. de M.: A Classification Model to Evaluate the Security Level in a City Based on GIS-MCDA. *Math. Probl. Eng.* 1–10 (2016).
8. Greco, S. et al.: Rough sets methodology for sorting problems in presence of multiple attributes and criteria. *Eur. J. Oper. Res.* 138, 2, 247–159 (2002).
9. Gurgel, A., Mota, C.M.M.: Multicriteria prioritization model to support public safety planning. *Oper. Res.* 33, 2, 251–267 (2013).
10. IBGE: Conteúdo do diretório ftp://ftp.ibge.gov.br/Censos/Censo_Demografico_2010/Sinopse/Agregados_por_Setores_Censitarios/, ftp://ftp.ibge.gov.br/Censos/Censo_Demografico_2010/Sinopse/Agregados_por_Setores_Censitarios/.
11. Levine, N., Wachs, M.: Bus crime in Los Angeles: I - Measuring the incidence. *Transp. Res. Part A Gen.* 20, 4, 273–284 (1986).
12. Longshore, D., Turner, S.: Self-control and criminal opportunity: cross-sectional test of the general theory of crime. *Crim. Justice Behav.* 25, 1, 81–98 (1998).
13. Loukaitou-Sideris, A.: Hot spots of bus stop crime: the importance of environmental attributes. *J. Am. Plan. Assoc.* 65, 4, 395–411 (1999).
14. Natarajan, M. et al.: Situational prevention and public transport crime in El Salvador. *Crime Sci.* 4, 1, 29 (2015).
15. Newton, A.: A study of bus route crime risk in urban areas: The changing environs of a bus journey. *Built Environ.* 34, 1, 88–103 (2008).
16. Piza, E.L.: Transit stops, robbery, and routine activities: examining street robbery. In: Kennedy, D. (ed.) *Crime Mapping*. Springer (2003).
17. Poister, T.H.: Transit-related crime in suburban areas. *J. Urban Aff.* 18, 1, 63–75 (1996).
18. Prechathamwong, W., Rujiprak, V.: Causal model of fear of crime among people in Bangkok. *Kasetsart J. Soc. Sci.* (2018).
19. Roy, B.: Multicriteria methodology for decision aiding. (1996).

20. SDS: Indicadores criminais em Pernambuco, <http://www.sds.pe.gov.br/>.
21. Ward, J.T. et al.: Placing the neighborhood accessibility - burglary link in social-structural context. *Crime Delinq.* 60, 5, 739–763 (2014).
22. Yarbrough, A. et al.: Social Learning and Self-Control: Assessing the Moderating Potential of Criminal Propensity. *Int. J. Offender Ther. Comp. Criminol.* 56, 2, 191–202 (2012).
23. Yu, S.S., Maxfield, M.G.: Ordinary business: impacts on commercial and residential burglary. *Br. J. Criminol.* 54, 2, 298–320 (2013).
24. Yu, S.S.V.: Bus stops and crime: do bus stops increase crime opportunities in local neighborhoods? Rutgers, The State University of New Jersey (2009).

A nonstationary hypercube model considering preemptive end-of-shift discipline

Caio Vitor Beojone
São Paulo State University – UNESP
beojone@hotmail.com

Regiane Máximo de Souza
São Paulo State University – UNESP
regiane@feb.unesp.br

Abstract

The hypercube model allows the use of spatially distributed queues in probabilistic location models. It is not unusual that its parameters, considered constants, to be time-dependent in real situations. In this context, this paper presents a nonstationary hypercube model and how to model change of shifts under a preemptive discipline. Moreover, we used an illustrative example to compare the proposed model with a discrete-event simulation model and a stationary approximation in order to verify the accuracy and to find benefits for using the proposed model. Results show that the nonstationary model can handle rush hours without over or underestimate its performance measures even on a low event frequency system. One may use the nonstationary hypercube model as a benchmark for modeling shift-scheduling problems on a spatially distributed situation.

Keywords: Queueing Theory; Location models; Hypercube model; Time-dependent.

1 Introduction

The hypercube model allows the use of spatially distributed queues in probabilistic location models. As it is a descriptive model, it does not find by itself a solution for a location problem. However, as it calculates performance measures and the interdependency of servers, some authors use it inside a heuristic framework to solve probabilistic location problems (Chiyoshi et al., 2000).

Developed by Larson (1974), the main idea of the hypercube model is to expand the states of a $M/M/s$ system in order to represent the s servers individually on a server-to-customer system. The model allows working with complex dispatch policies. On its original form, it is necessary to build and solve a set of steady-state equations, resulting in the probabilities of occurring each state under an equilibrium assumption. We can calculate performance measures such as: workloads of servers, dispatch frequencies, average travel times, average waiting times, and others (Souza et al., 2015).

When the assumption of time homogeneity is relaxed, the hypercube model becomes less tractable, but can nevertheless be solved numerically as the $M(t)/M/s(t)$ models – time-dependent (nonstationary) version of the $M/M/s$ (Ingolfsson, 2005). It is not unusual that

its parameters, considered constants, to be time-dependent in real situations (Beojone, 2017). Relaxing the time-homogeneity assumption involves appropriately modifying the Chapman-Kolmogorov forward differential equations that define the evolution of the system and solving these equations numerically.

The most straightforward way to relax the time-homogeneity is to allow the arrival rate to vary with time, as seen in Koopman (1972) and Davis et al. (1995) – using non-spatially distributed models. Computationally, it is equally straightforward to replace the constant service rates with a time-varying function, however the practical implications are not clear to the best of our knowledge.

In this paper, we focus on coping with modifications on the number of servers realistically and tractably while modeling a nonstationary hypercube model. To realistically model the behavior of the system, whether a server is providing service when scheduled to leave, we need to understand the so-called end-of shift discipline. Basically, there are two end-of-shift disciplines: the preemptive and the non-preemptive (or exhaustive) (Ingolfsson et al., 2007). Under a preemptive discipline, servers preempt "customers" at the end of their shifts. This is often realistic when "customers" are not humans and the service times are large (when compared to the length of the work shift). For instance, consider operations to repair potholes formed after a long rain period, or the corrective maintenance of water or power supply systems (Stolletz, 2008). Under an exhaustive discipline, the service is completed, this discipline is often more realistic when customers are humans. For instance, consider physicians at an emergency department of a hospital, police officers answering to requests and Emergency Medical Services (EMS) in general (Feldman et al., 2008).

The use of preemptive discipline in nonstationary models may be found in numerous works, even though few of them explicitly states its use, as Margolius (2005). One may identify the use of a preemptive discipline (sometimes unintentional) by observing upward discontinuities in probability of delay graphs. For instance, Kolesar et al. (1975), Jennings et al. (1996), Green et al. (2001, 2003), Ingolfsson et al. (2002, 2010). Green e Soares (2007) shows a note explaining the exact calculations of some performance measures for a $M(t)/M/s(t)$ system considering a preemptive discipline, while Ingolfsson et al. (2007) shows such measures for the exhaustive discipline.

In the other hand, spatially distributed models (hypercube models), were not well used in situations where the time-homogeneity is relaxed yet. Souza et al. (2015) studies an EMS in three different periods of the day. Rajagopalan et al. (2008) presents a model aiming to determine the minimum number of ambulances and their locations in different periods of the day. However, none of them indeed relaxed the time-homogeneity assumption, they just considered it in some time intervals during the day.

Therefore, this paper aims to propose a hypercube queueing model relaxing its time-homogeneity assumption. We present a nonstationary hypercube model and how to cope with preemptive end-of-shift discipline. Moreover, we used an illustrative example to compare the proposed model with a discrete-event simulation model and a stationary approximation in order to verify the accuracy and to find benefits for using the proposed model.

The paper is organized as follows. Section 2 presents, using an illustrative example, the nonstationary hypercube model and how to cope with the preemptive end-of-shift discipline. Section 3 presents the results calculated by the proposed model comparing them

the discrete-event simulation model and the stationary approximation. At last, Section 4 comes with final considerations.

2 Nonstationary hypercube model with preemptive end-of-shift discipline

We use an illustrative example to present the proposed model. Figure 1 shows a 24/7 system with five atoms. There are no changes in the number and configuration of the atoms during the day. There are three homogeneous servers located at the Central atom. All servers work on the first shift and only two in the other ones. All servers are scheduled to leave at the end of their shifts and they also interrupt ongoing services for another server to finish it later. The waiting line is limited to five "users" on a FIFO discipline. Service times are exponentially distributed with a 2 hour mean service time.

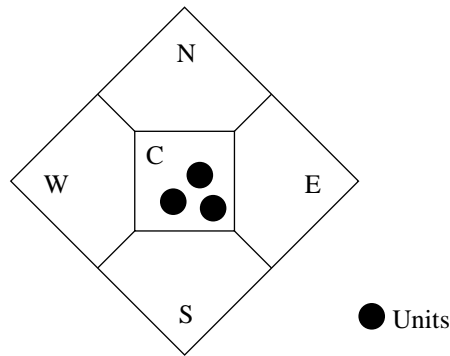


Figure 1 – Illustrative example map with its atoms and servers (units).

The arrival process follows a non-homogeneous Poisson process (Kim & Whitt, 2014). Such a process is the result of time-varying probabilities that individual “users” arrive, and it is completely characterized by its arrival rate function. Following common practice, we assume that the arrival rate function can be well approximated as being piecewise constant (Brown et al., 2005). Figure 2 shows, as a function of time, the average arrival rate and the starting times of work shifts.

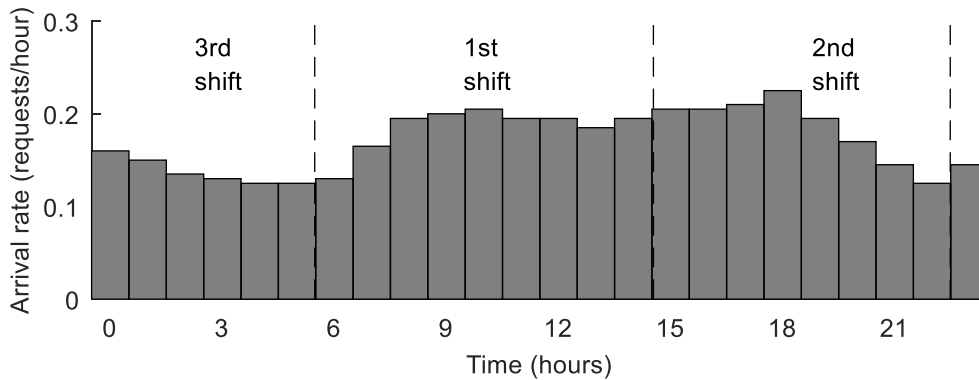


Figure 2 – Arrival rates and work shifts of the illustrative example.

Obtaining the differential equations that describes the hypercube model behavior is straightforward from the modified Chapman-Kolmogorov differential equations used for a $M(t)/M/s(t)$. The equation system (1) represents the behavior of the illustrative model between 6 a.m. and 3 p.m.

$$\begin{aligned}
P'_{000}(t) &= -\lambda(t)P_{000}(t) + \mu_1P_{100}(t) + \mu_2P_{010}(t) + \mu_3P_{001}(t) \\
P'_{100}(t) &= -(\lambda(t) + \mu_1)P_{100}(t) + \mu_2P_{110}(t) + \mu_3P_{101}(t) + (\lambda_C(t) + \lambda_S(t))P_{000}(t) \\
P'_{010}(t) &= -(\lambda(t) + \mu_2)P_{010}(t) + \mu_1P_{110}(t) + \mu_3P_{011}(t) + \lambda_N(t)P_{000}(t) \\
P'_{001}(t) &= -(\lambda(t) + \mu_3)P_{001}(t) + \mu_1P_{101}(t) + \mu_2P_{011}(t) + (\lambda_E(t) + \lambda_W(t))P_{000}(t) \\
&\vdots \\
P'_{111}(t) &= -(\lambda(t) + \mu)P_{111}(t) + \mu P_{111|1}(t) + \lambda(P_{011}(t) + P_{101}(t) + P_{110}(t)) \\
P'_{111|1}(t) &= -(\lambda(t) + \mu)P_{111|1}(t) + \mu P_{111|2}(t) + \lambda P_{111}(t) \\
&\vdots
\end{aligned} \tag{1}$$

In case of no work shift changes or no mealtime breaks, i.e. no modification on the number of servers, solving the differential equation system is enough to calculate proper performance measures. Otherwise, we need to use a discrete time Markov chain to model the instantaneous transitions the moment a server leaves the system.

As mentioned before, when leaving the system, a busy server interrupts its service so that another one finishes it later. The number of users just before the end-of-shift (on t^-) and just after it (on t^+) are the same (Ingolfsson et al. 2007).

We can define the construct as a Mixed discrete-continuous time Markov chain (Ingolfsson et al., 2007). Equation (2) illustrates how it works. Where, $\pi(t)$ is the vector that represents the probability distribution of the system at epoch t ; $A(t)$ is the coefficient matrix of the hypercube model at epoch t (Equation (1)); $\delta s_i(t)$ indicates whether server i is scheduled to leave the system ($\delta s_i(t) = 1$) or not ($\delta s_i(t) = 0$) at epoch t ; $B(t)$ represents the transition probability matrix at epoch t .

$$\text{Model} = \begin{cases} \text{Continuous time Markov Chain } \pi'(t) = \pi(t)A(t), & \text{if } \delta s_i(t) = 0 \forall i \\ \text{Discrete time Markov Chain } \pi(t^+) = \pi(t^-)B(t), & \text{otherwise} \end{cases} \tag{2}$$

Interrupted requests (that rejoin the queue), among with the requests already in the waiting line are then designed to idle servers (did not leave the system) or those servers starting a new work shift. $B(t)$ matrix summarizes these events transferring probabilities from epoch t^- to epoch t^+ . Equations (3) and (4) represents the nonzero entries of $B(t)$. First, $\{n_1, n_2, n_3 | Q\}$ is the hypercube state at epoch t^- , where n_i is the situation of server i and Q is the number of requests in the queue. Second, δn_i indicates whether the server i is scheduled to leave or not; δp_i indicates whether one of the interrupted services were redesigned for server i and δQ_i indicates whether a request from the queue was designed to server i . Finally, $P(\delta p + \delta Q, t)$ is the probability that the vector $\delta p + \delta Q$ happens at epoch t , N^+ is the number of servers working after the change of work shift and $\max Q$ is the limit of queued requests in the computational model.

$$\begin{aligned}
b_{\{n_1, n_2, n_3 | Q\}, \{n_1 - \delta n_1 + \delta p_1 + \delta Q_1, n_2 - \delta n_2 + \delta p_2 + \delta Q_2, n_3 - \delta n_3 + \delta p_3 + \delta Q_3 | 0\}} &= P(\delta p + \delta Q, t), \\
\text{for } n_i &= 0, 1 \text{ and } \delta n_i = \min(\delta s_i, n_i) \text{ and } Q + \sum_{i=1}^3 n_i < N^+, \sum_{i=1}^3 \delta p_i \\
&= \sum_{i=1}^3 \delta n_i, 0 \leq Q = \sum_{i=1}^3 \delta Q_i, \quad \forall i
\end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned}
b_{\{n_1, n_2, n_3, Q\}, \{1, 1, 1, K\}} &= 1, \\
\text{for } n_i &= 0, 1 \text{ and } Q + \sum_{i=1}^3 n_i - N^+ = \delta Q \geq 0 \text{ and } K = \min(\delta Q, \max Q)
\end{aligned} \tag{4}$$

Equation (5) shows the calculation of $P(\delta p + \delta Q, t)$. It is necessary to consider all possible permutations with repetitions that queued requests may form, according to their location, $\{Pn(N_A, p + Q)\}$ (considering interrupted requests, p , and previously queued requests, Q). N_A is the number of geographic atoms of the system. We need to sum a probability of each request permutation i , so that $\delta p + \delta Q$ is real, following the preference dispatch list. Finally, the probability of each permutation depends on the arrival rate of each location of the request j , so $\prod_{j \in i} \lambda_j(t^-) / \lambda(t^-)$.

$$P(\delta p + \delta Q, t) = \sum_{i: \delta p + \delta Q} \prod_{j \in i} \frac{\lambda_j(t^-)}{\lambda(t^-)}, \quad \text{for } i \in \{Pn(N_A, p + Q)\} \tag{5}$$

Explanations about the calculation of basic performance measures (average waiting times, service levels, for instance) may be found in Green and Soares (2007). Beojone (2017) (text in Portuguese) shows how to model systems with an exhaustive end-of-shift discipline and approximations for some hypercube performance measures. It is also important to note that we did not use service time calibration technique yet because the practical implications of time-varying service times are not as clear as in the case of the arrival process.

3 Computational results

We solved the illustrative example using MATLABTM, using the “ode45” (Runge-Kutta) solver on the continuous time Markov Chain. We compared the results with those obtained from a simulation using SimEvents, a discrete-event simulator. The simulation considered a 360.000 hours long runtime.

In order to solve the hypercube model, we assumed that the illustrative example starts (on $t = 0$) empty and would run for 72 hours on a 24-hour cycle. We considerate only the last 24 hours cycle on figures. To increase reality all servers had a one-hour meal break in each shift but there must be always at least one server on worktime. One run of our method took between 6 and 7 seconds on an Intel Core i5 2400 with 3.10 GHz computer. In the other hand, the simulation took 25 seconds for each run.

The first observed performance measure was the expected number of queued “users” ($E(L_Q)$), shown on Figure 3. Firstly, it is easily noted that the hypercube model fits the simulation results. Relative deviations remain between -20% and +20%. It is important to

note that the greatest relative deviations occur at the time where the absolute deviations are minimal (on calm hours).

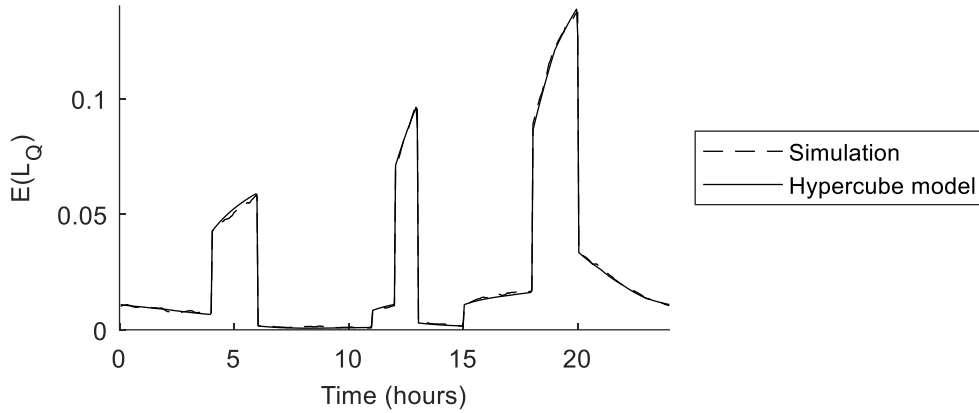


Figure 3 – Comparison of the expected number of queued users between simulation and the hypercube model.

The next performance measure is the workload of each server on the system, shown on Figure 4. These measures had similar results as the expected number of queued users. Relative deviations remain between -10% and +20% for all servers.

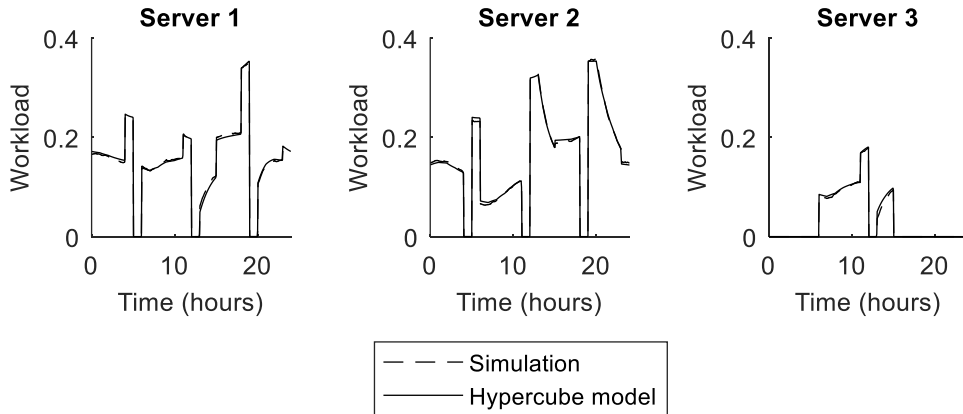


Figure 4 – Comparison of workloads between simulation and the hypercube model.

We also compared the nonstationary hypercube model results with those calculated by the Stationary Independent Period by Period (SIPP) approximation (we considered 1-hour long periods for this approximation, as seen on arrival rates from Figure 2).

The delay probability is a good measure to show why to consider using a nonstationary model. Figure 5 shows that SIPP underestimates delay probability on calm hours but overestimates them on rush hours (mealtime breaks). Relative deviations remain under

20% but are higher during rush hours at the same time as the absolute deviations are at their maximum (the opposite behavior of the simulation).

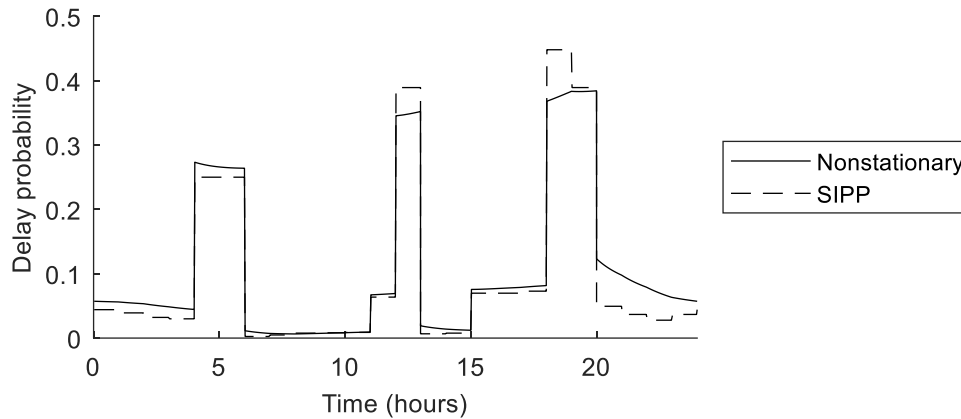


Figure 5 – Comparison of the delay probability of the nonstationary hypercube model and the SIPP approximation.

4 Final Considerations

In this paper, we relaxed the time homogeneity assumption for the hypercube model and also presented an end-of-shift discipline for such nonstationary model. In the preemptive discipline, “users” are preempted back to the queue at the moment that ends the shift of a busy server. This end-of-shift discipline is usually more realistic when “users” are not humans and service times are long (comparable to the length of the shift itself) as occurs in water/power supply corrective maintenance services. Moreover, we used an illustrative example to compare the proposed model with a discrete-event simulation model and a stationary approximation in order to verify the accuracy and to find benefits for using the proposed model. Results show that the proposed model is accurate for the expected number of queued “users” and the workloads for each server. They also show that the stationary approximation was also more pessimist on rush hours for the system compared to the nonstationary model.

Further research may seek to compare the results for the nonstationary model with those calculated from different approximations, as those presented on Schwarz et al. (2016). Another research direction is to apply the nonstationary hypercube model on a real situation. Finally, one may use this model to unite shift-scheduling and location problems as nonstationary models are benchmarks for modeling shift-scheduling problems on a spatially distributed situation.

References

1. C. V. Beojone, Performance and alternative scenarios evaluation on a SAMU using the stationary and nonstationary hypercube model. (text in Portuguese). Master’s dissertation, 2017.

2. L. Brown. et al. Statistical Analysis of a Telephone Call Center: A Queueing-Science Perspective. *Journal of the American Statistical Association*, 100(469): 36-50, 2005.
3. F. Chiyoshi, R. Galvão and R. Morabito. O uso do modelo hipercubo na solução de problemas de localização probabilísticos. *Gestão & Produção*, 7(2): 146-174, 2000.
4. J. L. Davis, W. A. Massey and W. Whitt. Sensitivity to the Service-Time Distribution in the Nonstationary Erlang Loss Model. *Management Science*, 41(6): 1107-1116, 1995.
5. Z. Feldman et al. Staffing of Time-Varying Queues to Achieve Time-Stable Performance. *Management Science*, 54(2): 324-338, 2008.
6. N. Geroliminis, K. Kepaptsoglou and M. Karlaftis. A hybrid hypercube - Genetic algorithm approach for deploying many emergency response mobile units in an urban network. *European Journal of Operational Research*, 210: 287-300, 2011.
7. L. Green, P. Kolesar and J. Soares. An improved heuristic for staffing telephone call centers with limited operating hours. *Production and Operations Management*, 12(1): 46-61, 2003.
8. L. Green, P. Kolesar, and J. Soares. Improving the Sipp Approach for Staffing Service Systems That Have Cyclic Demands. *Operations Research*, 49(4): 549-564, 2001.
9. L. Green, J. Soares. Note-Computing time-dependent waiting time probabilities in $M(t)/M/s(t)$ Queueing systems. *Manufacturing & Service Operations Management*, 9(1): 54-61, 2007.
10. A. Ingolfsson. Modeling the $M(t)/M/s(t)$ Queue with Exhaustive Discipline, Edmonton, 2005. (http://www.bus.ualberta.ca/aingolfsson/working_papers.htm).
11. A. Ingolfsson et al. A Suvey and Experimental Comparison of Service-Level-Approximation Methods for Nonstationary $M(t)/M/s(t)$ Queueing Systems with Exhaustive Discipline. *INFORMS Journal on Computing*, 19(2): 201-214, 2007.
12. A. Ingolfsson et al. Combining integer programming and the randomization method to schedule employees. *European Journal of Operational Research*, 202: 153-163, 2010.
13. A. Ingolfsson, A. Haque and A. Umnikov. Accounting for time-varying queueing effects in workforce scheduling. *European Journal of Operational Research*, 139: 585-597, 2002.
14. O. Jennings et al. Server Staffing to meet time-varying demand. *Management Science*, 42(10): 1383-1394, 1996.
15. S.-H. Kim and W. Whitt. Are Call Centers and Hospital Arrivals Well Modeled by Nonhomogeneous Poisson Processes. *Manufacturing & Service Operations Management*, 16(3): 464-480, 2014.
16. P. Kolesar et al. A Queueing-Linear Programming Approach to Scheduling Police Patrol Cars. *Operations Research*, 23(6): 1045-1062, 1975.
17. B. Koopman. Air-Terminal Queues under Time-Dependent Conditions. *Operations Research*, 20(6): 1089-1114, 1972.
18. R. Larson. A hypercube queueing model for facility and redistricting in urban emergency services. *Computers & Operations Research*, 1: 67-95, 1974.
19. B. Margolius. Transient solution to the time-dependent multiserver Poisson queue. *Journal of Applied Probability*, 42(3): 766-777, 2005.
20. H. Rajagopalan, C. Saydam and J. Xiao. A multiperiod set covering location model for dynamic redeployment of ambulances. *Computers & Operations Research*, 35: 814-826, 2008.
21. J. Schwarz, G. Selinka and R. Stolletz. Performance analysis of time-dependent queueing systems: Survey and classification. *Omega*, 63: 170-189, 2016.
22. R. Souza, et al. Incorporating priorities for waiting customers in the hypercube queueing model with application to an emergency medical service system in Brazil. *European Journal of Operational Research*, 242: 274-285, 2015.

Proposta de um Modelo Matemático para o Problema de Programação de Equipes de Manutenção Industrial em uma Empresa de Óleo e Gás

Thomas Edson Viana De Souza Coelho
Petrobras Transporte S.A. (TRANSPETRO)
thomasedsoncoelho@yahoo.com.br

Dalessandro Soares Viana
Universidade Federal Fluminense (UFF)
dalessandrovianna@id.uff.br

Edwin Benito Mitacc Meza
Universidade Federal Fluminense (UFF)
emitacc@id.uff.br

Marcilene de Fátima Dianin Vianna
Universidade Federal Fluminense (UFF)
marcilenedianin@id.uff.br

Jesus Alberto Cossa Cabanillas
Universidad de Lima (ULIMA)
jcossa@ulima.edu.pe

Resumo

Este artigo apresenta a proposta de um modelo matemático para o problema de programação de equipes para a execução das ordens de serviço de manutenção industrial em uma empresa do setor de óleo e gás, considerando a existência de uma mão-de-obra especializada heterogênea, categorizada em um agrupamento de trabalhadores de habilidades específicas. Para validação do modelo foram desenvolvidos cenários que representam uma ou mais semanas típicas nos trabalhos das equipes de manutenção. Os resultados obtidos atingem o objetivo imediato de se obter um cronograma de execução das ordens de serviço. Se comparado a cenários reais, o modelo proposto mostrou-se eficiente na melhoria da programação das equipes, onde a priorização e categorização dos serviços e equipamentos deixaram mensuráveis e justificáveis a grade de programação, considerando a expertise das equipes envolvidas.

Palavras chave: Programação de Equipes, Manutenção Industrial, Modelagem Matemática.

1 Introdução

A partir da ampla pesquisa realizada entre as diversas empresas do país, a Associação Brasileira de Manutenção e Gestão de Ativos – ABRAMAN emite, a cada dois anos, um Documento Nacional contendo informações sobre a situação da área de manutenção do país. Assim, segundo o Documento Nacional 2017 aponta que o percentual de trabalhadores das empresas atuando na manutenção aumentou, principalmente a mão de obra qualificada, o que tem mostrado um aumento da percepção da importância da manutenção dos ativos na sua gestão pelas empresas (ABRAMAN, 2017).

Não obstante os dados da ABRAMAN nos últimos anos, sobre o setor de Petróleo, descreveram uma elevada queda do preço do petróleo a partir de 2011, se acentuando de 2013 a 2015, causando um grande impacto em toda a indústria. Esse impacto pode ser observado através dos dados do Anuário Estatístico da Agência Nacional do Petróleo (ANP, 2017). Neste cenário as empresas têm sido forçadas a se adaptar à nova realidade do preço do barril. Assim, desde 2014, início da queda no valor da *commodity*, o setor cancelou bilhões em investimentos e as empresas têm buscado o corte de gastos em suas operações.

Neste cenário, as atividades de manutenção vêm sendo repensadas e redirecionadas de forma a contribuir nos resultados da empresa. Assim, deve-se assegurar à área operacional uma capacidade produtiva compatível com a demanda e a um custo que não sacrifique o preço final do produto – e consequentemente a sua competitividade no mercado – ou a margem de lucro da empresa. Portanto, houve uma grande mudança na consciência e no conceito gerencial acerca das inovações e custos referentes às políticas, práticas e procedimentos de manutenção. A atividade de manutenção passou a ser uma estratégia indispensável à produção, sendo considerada também, uma das bases de toda a atividade industrial.

Consequentemente, a gestão da manutenção precisa estar sustentada por uma visão de futuro traduzida por metas estratégicas e regida por processos de gestão ou caminhos estratégicos (“melhores práticas”) para se alcançar esta visão (PINTO, 2003). Mesmo seguindo essas melhores práticas, a natureza do serviço de atendimento ao cliente pela execução dos serviços de manutenção sempre irá requer uma busca por melhoria contínua. Prioridades de atendimento, tipo de manutenção, limitação da equipe de técnicos e expertise para a intervenção em máquinas pesadas, complexas ou estratégicas sempre será um desafio em busca de inovações. Como minimizar as dificuldades práticas em atender as ordens de serviço, fazendo com que sejam executadas dentro do tempo estimado buscando alta qualidade e baixo custo, o que é o questionamento central do presente trabalho. É importante ressaltar que, este problema é do tipo *NP-hard* e é tratado como um problema de programação de equipes conhecido como *Crew Scheduling Problem*.

Assim, o objetivo geral deste trabalho consiste em propor um modelo matemático para o problema da programação de equipes para a execução dos serviços de manutenção industrial (ordens de serviço de manutenção), em uma empresa do setor de óleo e gás.

2 Revisão da Literatura

Existem, na literatura, vários trabalhos relacionados à programação de equipes. Em Ernest *et al.* (2004) foram identificadas 28 categorias de métodos usados em problemas de programação de pessoas. Este número expressivo deve-se ao fato de que não é possível a construção de um único modelo matemático que se adeque a qualquer problema. Cada problema possui características específicas, que devem ser levadas em consideração no momento da construção do modelo matemático. Dentre os modelos estudados por Ernest *et al.* (2004), pode-se destacar os modelos de problemas do tipo *scheduling*: programação de tripulações (*crew scheduling*), programação de escalas de enfermeiras (*nurse rostering*) e programação de quadro de horários (*timetabling*). Já em Van den Bergh *et al.* (2012) as publicações foram categorizadas em 4 principais tópicos: 1) Características do pessoal (tipo de contrato, individual/equipe); 2) Restrições, performance e flexibilidade; 3) métodos de solução e incorporação de incertezas e 4) área de aplicação.

Cabe ressaltar que, a maioria dos problemas de programação de equipes e tarefas tem três classes de variáveis independentes, que são chamadas de dimensões, segundo De Causmaecker *et al.* (2003): pessoal (P), tempo (T), e tarefas ou deveres (D). Estas três variáveis (P, T, D) definem um espaço de dimensão tridimensional. Neste espaço, a maioria das posições é infactível devido às restrições dos problemas abordados, que podem ser rígidas ou flexíveis, dependendo do problema tratado. Assim, alguns trabalhos podem-se destacar no problema da programação de equipes no setor de manutenção.

Cravo (2009) aborda o problema de manutenção industrial como um problema de escalonamento de projetos com restrição de recursos e múltiplos modos de processamento, conhecido como MRCPS (Multi-mode Resource Constrained Project Scheduling Problem), visando melhorar o tempo de parada para

manutenção de equipamentos. Devido a sua complexidade foi proposto a implementação da metaheurística GRASP para sua resolução.

Já em Biagioni Júnior (2008) é proposto um modelo para programação de atividades e alocação de técnicos que executam tarefas de instalação, manutenção preventiva e visita diagnóstica em equipamentos utilizados na produção de bens de consumo em escala industrial. O modelo proposto faz a alocação do técnico para cada uma dessas requisições programadas, minimizando o custo total da operação dentro do horizonte de planejamento. Por outro lado, em Marchioro (2006) aborda o problema de escalonamento de tarefas considerando determinadas restrições tecnológicas pré-definidas, como: número máximo de profissionais e ferramental disponível em certo instante de tempo, número de profissionais necessários para a realização de uma tarefa, especialidades técnicas dos profissionais, rede de precedências entre as operações para realizar uma tarefa, tarefas com instante de início agendado, data mais cedo de início de uma tarefa, prioridade de execução das tarefas, entre outras.

Cabe ressaltar que, alguns trabalhos não são direcionados a programação de equipes, mas à manutenção de equipamentos como visto em Aradi (2015) onde busca-se resolver o problema de planejamento de operações de manutenção submarina através das perspectivas de programação de tarefas e dimensionamento de frota. O problema consiste em determinar a melhor sequência de tarefas a serem atendidas por embarcações considerando compatibilidade, regras de sequenciamento e tamanho da frota.

3 Descrição do problema

Elaborar um modelo de programação de equipes de trabalho não é uma tarefa trivial, já que exige o estudo de um volume muito grande de informações, o que o torna um problema de difícil resolução devido à ocorrência de uma variedade de conflitos entre os diversos elementos envolvidos.

Neste trabalho, o problema de programação de equipes assume a existência de uma mão-de-obra especializada heterogênea, categorizada em um agrupamento de trabalhadores de habilidades específicas. Assim, neste caso, o corpo técnico (profissionais) é dividido em três especialidades: Mecânica, Elétrica e Instrumentação. Os serviços que envolvem os profissionais técnicos de mecânica referem-se à manutenção corretiva ou preventiva de sistemas pneumáticos e hidráulicos, sistemas rotativos de baixa ou alta velocidade, alinhamentos de subconjuntos, etc. Já os serviços de elétrica estão divididos em duas categorias: montadores de linhas, que trabalham com sistemas de transporte e distribuição em alta tensão, e montadores de instalações elétricas, que trabalham com tensões definidas para baixa tensão, utilizadas no uso doméstico e industrial. Por último, os técnicos de instrumentação são responsáveis pela conservação e manutenção dos sistemas de instrumentação nos processos industriais.

É importante ressaltar que, o corpo técnico de cada especialidade é constituído de profissionais subdivididos em: Júniores, Plenos e Sêniores. Esta característica hierárquica baseada na antiguidade profissional é adotada na indústria em questão, conforme Tabela 1.

Tabela 1. O Corpo Técnico em percentual (por Especialidade).

Profissionais	Especialidade			TOTAL
	Mecânica	Elétrica	Instrumentação	
Sêniores	12%	10%	17%	13%
Plenos	14%	14%	14%	14%
Júniores	74%	76%	69%	73%

Por outro lado, os serviços são expressos em Ordens de Serviço e se apresentam como Serviços de Manutenção Mecânica, Manutenção Elétrica, Manutenção de Instrumentação e Conjuntos. Além disso, em relação à natureza da manutenção, este pode ser Corretiva ou Preventiva. A Tabela 2 descreve o percentual da natureza dos serviços na empresa em estudo.

Tabela 2. Tipo de Serviço de Manutenção (pela Natureza dos Serviços).

Natureza do Serviço	Especialidade			TOTAL
	Mecânica	Elétrica	Instrumentação	
Preventiva	57%	84%	18%	47%
Corretiva	43%	16%	82%	53%

A prioridade de atendimento é também considerada como característica de cada serviço, sendo estes divididos em prioridade Baixa (30 dias para atendimento), Média (7 dias para atendimento), Alta (24 horas para atendimento) e Emergência (atendimento imediato). A Tabela 3 apresenta o percentual das prioridades dos serviços levantados num determinado período.

Tabela 3. Prioridade em números (pela Natureza dos Serviços).

Prioridade	Especialidade			TOTAL
	Mecânica	Elétrica	Instrumentação	
Baixa	44%	16%	32%	31%
Média	51%	81%	68%	66%
Alta	5%	3%	0%	2%
Emergência	0%	0%	0%	0%

É importante ressaltar que, o tempo de duração do serviço corresponde ao tempo de realização em horas. Este tempo é composto por uma série de passos que envolvem desde o tempo para liberação do equipamento, passando pelo tempo de deslocamento até a área industrial, o tempo de execução propriamente, o tempo de desmobilização, retorno e finalização do serviço. Serviços de baixa duração tendem a ser executados em menos de 4h. Serviços de média duração de 4h a 8h (1 dia útil) e serviços de alta duração tendem a se prolongar por mais de um dia.

A quantidade de técnicos para cada serviço multiplicado pelo tempo de execução caracteriza o Homem-Hora da tarefa. Pode ser 1 profissional, 2 profissionais ou mais. Por questões de segurança, uma boa prática é a aplicação de duplas para realização de serviços, por mais simples que estes serviços sejam.

Deve-se levar em conta que anualmente são pré-definidas manutenções preventivas que envolvem paradas programadas. Coincidindo com a semana de programação, parte da mão-de-obra fica indisponível para outras tarefas por ter que realizar tais manutenções preventivas.

4 Formulação e Modelagem Matemática do problema

A formulação do modelo matemático proposto consiste na programação de uma equipe de manutenção (mecânica ou elétrica ou instrumentação), de modo que os profissionais técnicos disponíveis possam atender a demanda de serviços de manutenção dentro do tempo de duração destes serviços. Todas as ordens são para manutenção corretiva (em maior quantidade) e preventiva. A Figura 1 apresenta os dados de entrada para o modelo proposto bem como as saídas que este deverá fornecer após resolução do modelo.

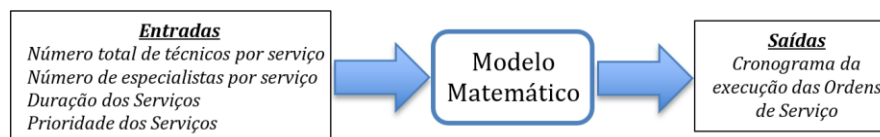


Figura 1. Dados de entrada e saída do modelo matemático proposto.

Assim, conforme a Figura 1, a partir dos dados referentes às Ordens de Serviço como duração, prioridade e característica do corpo técnico necessário, o problema de programação de equipes consiste em determinar o momento, em horas do dia, em que cada serviço deve ser executado, criando assim uma grade de programação. Desta forma, para formular matematicamente este problema, os seguintes índices, parâmetros e variáveis de decisão foram definidos:

Índices:

i → representa as ordens de serviço;

j → representa as horas disponíveis para programação das ordens de serviço.

k → representa os tipos de especialidades;

Parâmetros:

$TMAX$ → número máximo de horas para programação das ordens de serviço;

T → conjunto de horas disponíveis para programação $\{1, 2, 3, \dots, TMAX\}$;

S → conjunto de todas as ordens de serviço

E → conjunto dos tipos de especialidade (1 – seniores, 2 – plenos, 3 – juniores)

HHM → Média de custo $H - H$ dos profissionais disponíveis (sênior, pleno e júnior)

$P1$ → penalidade associada a cada serviço não atendido

$P2$ → penalidade por não respeitar a prioridade/categoria

DUR_i → indica a duração em horas do serviço i

$HMAX_i$ → indica o tempo máximo para execução do serviço i

$TAMEQUIPE_i$ → indica o tamanho da equipe necessária para a realização do serviço i

$PRIO_i$ → indica a prioridade do serviço i

CAT_i → indica a ordem de precedência do serviço i pela categoria do equipamento

$HHespec_k$ → indica o custo do HH por especialidade k (1 = seniores, 2 – plenos, 3 – juniores)

$TAMESPEC_k$ → indica o número de técnicos disponíveis por especialidade k

$MINESPEC_{ik}$ → indica o número mínimo de técnicos requisitados com a especialidade k para o serviço i .

Variáveis de Decisão:

$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se o serviço } i \text{ foi alocado na hora } j \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$

$u_i = \begin{cases} 1 & \text{se o serviço } i \text{ foi atendido} \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$

$tini_i$ = indica o tempo de início do serviço i ;

$tfim_i$ = indica o tempo de fim do serviço i ;

y_{ik} = informa o número de técnicos da especialidade k que deve ser associado ao serviço i ;

z_{ijk} = informa a quantidade de técnicos de uma especialidade k fazendo o serviço i no tempo j ;

inf_i = informa o número de violações associadas às prioridades /precedência do serviço i ;

Utilizando esta notação, o problema pode ser formulado como:

$$MIN = HHM \times \sum_{i \in S} tfim_i + P1 \times \sum_{i \in S} (1 - u_i) + \sum_{i \in S} \sum_{k \in E} (y_{ik} \times HHespec_k \times DUR_i) + P2 \times \sum_{i \in S} inf_i \quad (1)$$

s.a

$$\sum_{j \in T} x_{ij} = DUR_i \times u_i \quad \forall i \in S \quad (2)$$

$$tini_i \leq j \times x_{ij} + TMAX \times (1 - x_{ij}) \quad \forall i \in S, \forall j \in T | j \leq HMAX_i \quad (3)$$

$$tfim_i \geq j \times x_{ij} \quad \forall i \in S, \forall j \in T | j \leq HMAX_i \quad (4)$$

$$tfim_i - tini_i = DUR_i \times u_i - 1 \quad \forall i \in S \quad (5)$$

$$tfim_i \leq HMAX_i + TMAX \times (1 - u_i) \quad \forall i \in S \quad (6)$$

$$\sum_{k \in E} y_{ik} = TAMEQUIPE_i \quad \forall i \in S \quad (7)$$

$$y_{ik} \geq MINESPEC_{ik} \quad \forall i \in S, \forall k \in E \quad (8)$$

$$z_{ijk} \geq y_{ik} - TAMEQUIPE_i \times (1 - x_{ij}) \quad \forall i \in S, \forall j \in T | j \leq HMAX_i, \forall k \in E \quad (9)$$

$$\sum_{i \in S} z_{ijk} \leq TAMESPEC_k \quad \forall i \in S, \forall j \in T | j \leq HMAX_i, \forall k \in E \quad (10)$$

$$inf_{i1} \geq tini_{i2} - tini_{i1} - TMAX \times (2 - u_{i1} - u_{i2}) \quad \forall i1, i2 \in S | i1 \neq i2, PRIO_{i2} > PRIO_{i1} \quad (11)$$

$$inf_{i1} \geq tini_{i2} - tini_{i1} - TMAX \times (2 - u_{i1} - u_{i2}) \quad \forall i1, i2 \in S | i1 \neq i2, PRIO_{i2} = PRIO_{i1}, CAT_{i2} > CAT_{i1} \quad (12)$$

$$inf_i \geq (1 - u_i) \times PRIO_i \times CAT_i \quad \forall i \in S \quad (13)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i \in S, \forall j \in T \quad (14)$$

$$u_i \in \{0,1\} \quad \forall i \in S \quad (15)$$

$$tini_i \geq 1 \quad \forall i \in S \quad (16)$$

$$fim_i, inf_i \geq 0 \quad \forall i \in S \quad (17)$$

$$y_{ik} \in \mathbb{Z}^+ \quad \forall i \in S, \forall k \in E \quad (18)$$

$$z_{ijk} \geq 0 \quad \forall i \in S, \forall j \in T, \forall k \in E \quad (19)$$

A Função Objetivo minimiza o tempo de fim dos serviços (*makespan*), o número de serviços não atendidos, o custo em H-H gasto com funcionários e o número de tarefas alocadas antes de uma prioritária. A restrição (2) garante que a quantidade de horas alocadas do serviço *i* deve ser igual a sua duração. A inequação (3) calcula o tempo de início do serviço *i*. A restrição (4) calcula o tempo de fim do serviço *i*. A equação (5) garante que a diferença entre o início e o fim do serviço *i* deve ser igual a sua duração. A inequação (6) assegura que o momento de conclusão do serviço *i* tem que ser inferior ao limite máximo. A equação (7) garante que o número total de profissionais técnicos de cada especialidade *k* para cada serviço *i* deve respeitar ao estipulado. Para a inequação da restrição (8) o número de profissionais de cada especialidade *k* alocados para cada serviço *i* deve respeitar a quantidade mínima requisitada de cada especialidade. A restrição (9) calcula a quantidade de funcionários da especialidade *k* alocados ao serviço *i* no dia *j*. A inequação (10) garante que a quantidade de funcionários da especialidade *k* alocados no dia *j* não ultrapasse a quantidade disponível. A restrição (11) verifica se está cumprindo-se a relação de precedência; os serviços prioritários devem ser naturalmente alocados primeiro. A inequação (12) verifica se, tendo a mesma prioridade, o serviço cujo equipamento se mostra de maior importância (caracterizado pela categoria A/B/C do equipamento) foi precedido na programação. A restrição (13) verifica, caso algum serviço não seja atendido, que sua prioridade seja levada em consideração. O domínio das variáveis é descrito nas expressões (14) a (19).

5 Validação do Modelo – Testes e Resultados

Para validar o método proposto foram desenvolvidos cenários que representam uma ou mais semanas típicas nos trabalhos das equipes de manutenção. A seguir exemplificamos 2 destes cenários.

5.1 Cenário 1

Neste cenário temos uma distribuição de serviços de Mecânica que intercalam tarefas de manutenção corretiva (MCOR) e preventiva (MPRV), conforme Tabela 4. Um detalhe é a presença de uma ordem de serviço (OS9) de longa duração: 30h (manutenção corretiva de alta importância). A coluna “Hora Max” corresponde a uma tolerância a mais para a execução da ordem de serviço. Neste cenário todos os serviços demandam uma dupla de técnicos, porém exigindo um número mínimo de profissionais para sua execução (sênior, pleno e júnior). Estas exigências podem ser justificadas pela prioridade alta dos serviços e categoria elevada dos equipamentos além da distribuição estratégica de técnicos juniores. Cabe ressaltar que, a equipe disponível para atender estes serviços é formada por: 1 sênior, 1 pleno e 5 juniores.

Tabela 4. Dados de Entrada para o Cenário 1.

OS	Serviço	Cat	Prior.	Duração	Tipo	Hora Max (h)	Equipe para execução			
							Qtde	Min S	Min P	Min J
OS1	Manutenção no Redutor	C	Alta	4,0	MPRV		2	1	1	0
OS2	Repor Nível de Óleo	B	Alta	2,0	MPRV		2	0	0	2
OS3	Manutenção e Calibração	A	Média	4,0	MPRV		2	1	1	0
OS4	Manutenção e Calibração	A	Baixa	4,0	MPRV		2	0	0	2
OS5	Apertar Gaxeta	B	Média	3,0	MPRV		2	0	1	1
OS6	Amaciar e Lubrificar	A	Baixa	4,0	MCOR	50	2	1	0	0
OS7	Vazamento de óleo	B	Alta	4,0	MCOR		2	0	0	1
OS8	Manutenção e Calibração	A	Baixa	4,0	MPRV		2	0	0	0
OS9	Manutenção Mancais	A	Média	30,0	MCOR		2	1	0	0
OS10	Vazamento Gaxeta	C	Baixa	3,0	MCOR	50	2	0	0	2
OS11	Vazamento Gaxeta	C	Baixa	3,0	MCOR	50	2	0	0	2

A modo de ilustração, a Figura 2 apresenta o resultado final do cronograma da execução das Ordens de Serviço. É importante ressaltar que, os experimentos computacionais foram executados em um processador Intel 5Y70, CPU 1.10Ghz e 8Gb de memória RAM. O solver LINGO 10.0 foi utilizado sob o sistema operacional Windows 10, utilizando o software Excel como interface para informar as entradas bem como mostrar os resultados alcançados após execução do modelo.

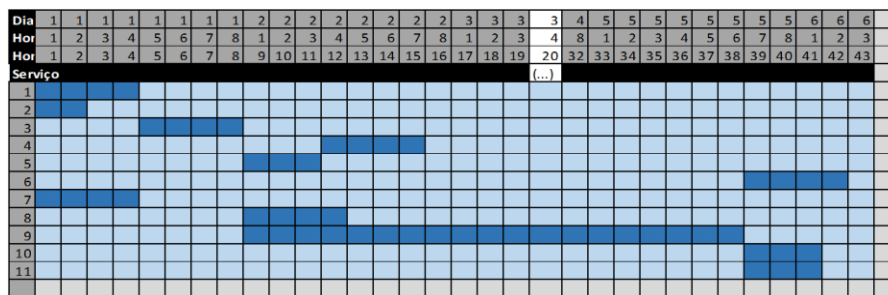


Figura 2. Solução do cenário 1 em forma de Diagrama de Gantt.

Na solução desta simulação as ordens OS6, OS10 e OS11 foram programadas para mais tarde (6º dia útil, ou seja, semana seguinte) uma vez que a mão-de-obra disponível esteve ocupada com as outras ordens que exigiam seus serviços especializados.

5.2 Cenário 2

Ao igual que o cenário anterior, a Tabela 5 apresenta os dados para este novo cenário. Um detalhe é a presença de ordens de serviço de duração média: 8h, 12h e 16h (OS9, OS10, OS11). A equipe disponível para atender estes serviços é formada por: 1 sênior, 3 plenos e 5 júniores.

Tabela 5. Dados de Entrada para o Cenário 2.

OS	Serviço	Cat	Prior.	Duração	Tipo	Hora Max (h)	Equipe para execução			
							Qtde	Min S	Min P	Min J
OS1	Lubrificação	C	Alta	4,0	MPRV		2	1	1	0
OS2	Retirada de motor	A	Alta	2,0	MCOR		2	0	0	2
OS3	Limpar filtro de Bomba	A	Média	4,0	MPRV		2	1	1	0
OS4	Sanar vazamento de ar	A	Baixa	4,0	MCOR		2	0	0	2
OS5	Sanar vazamento válvula	B	Média	3,0	MCOR		2	0	1	1
OS6	Ajustar gaxeta	A	Baixa	4,0	MCOR	50	2	1	0	0
OS7	Limpar Filtro Bomba	B	Alta	4,0	MPRV		2	0	0	1
OS8	Manutenção e Calibração	A	Baixa	4,0	MPRV		2	0	0	0
OS9	Revisar válvula	A	Média	16,0	MCOR		2	1	0	0
OS10	Manut. vaso separador	B	Baixa	12,0	MCOR	50	2	0	0	2
OS11	Revisar válvula esfera	A	Alta	8,0	MCOR	50	2	0	0	2

A Figura 3 apresenta o resultado final do cronograma da execução das Ordens de Serviço. É importante observar que a ordem OS11 foi atendida mais cedo (2º dia útil) em comparação com a simulação anterior, uma vez que o equipamento atendido é “crítico” (categoria A).

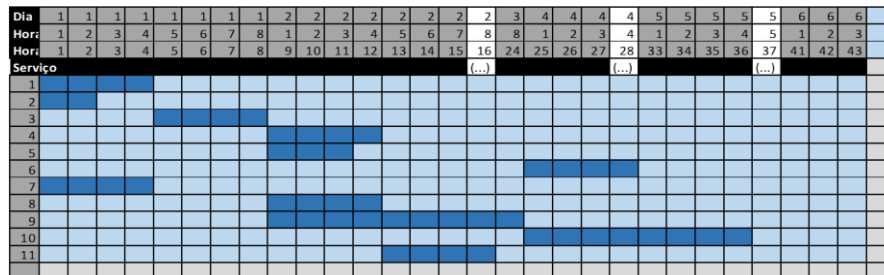


Figura 3. Solução do cenário 2 em forma de Diagrama de Gantt.

Cabe ressaltar que, se comparando com os cenários reais, o uso da modelagem matemática levou à minimização do tempo de atendimento e se mostrou uma ferramenta eficiente na melhoria da programação das equipes de execução das OSs. A priorização e categorização dos serviços e equipamentos deixaram mensuráveis e justificáveis a grade de programação, sobretudo considerando a expertise das equipes envolvidas (mensuração do número e experiência das equipes, o que não acontece na prática).

6 Conclusões

O estudo teve como objetivo propor um modelo matemático para a programação das ordens de serviço no setor de manutenção, levando em consideração as características inerentes dentro de uma empresa do ramo de óleo e gás. Analisando os resultados pode-se concluir que o modelo se mostrou capaz de auxiliar na programação das ordens de serviço. Apresentou bons resultados para diferentes instâncias, mas observou-se a necessidade do uso de heurísticas para instâncias de grande porte, devido ao número elevado de variáveis inteiras.

Referencias

1. ABRAMAN (2017). Revista Manutenção e Gestão de Ativos - Edição 164. Associação Brasileira de Manutenção e Gestão de Ativos. Comunicação Interativa Editora.
2. ANP (2017). Gás Natural. Fonte: <http://www.anp.gov.br/wwwanp/>. Acessado em 22/01/2018.
3. A. K. Pinto (2003). Gestão Estratégica e Manutenção Autônoma. São Paulo, Abraman.
4. A. T. Ernst, H. Jiang, M. Krishnamoorthy (2004). Staff Scheduling and rostering: A review of applications, methods and models. Science Direct. European Journal of Operational Research 153.
5. J. Van den Bergh, J. Belien, P. De Bruecker, E. Demeulemeester, L. De Boeck (2012). Personnel scheduling: A literature review. European Journal of Operational Research.
6. P. De Causmaecker, G. Vanden Berghe (2003). Relaxation of coverage constraints in hospital personnel rostering. Lecture Notes in Computer Science, vol. 2740, pp. 129–147.
7. G. L. Cravo (2009). Escalonamento de projetos com restrições de recursos e múltiplos modos de processamento. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Espírito Santo, UFES. Vitória.
8. M. Biagioni Júnior (2008). Modelo para programação de atividades e a alocação de técnicos para a instalação e assistência técnica de equipamentos. Dissertação de Mestrado. Universidade de São Paulo, USP, São Paulo.
9. G. B. Marchioro (2006). O uso da Programação Lógica por Restrições no Problema de Escalonamento de Tarefas com Restrições de Recursos. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Paraná, UFPR. Curitiba.
10. T. C. Aradi (2015). Planejamento de Operações de Manutenção Submarina. Dissertação de Mestrado. Universidade de São Paulo, USP, São Paulo.

Os desafios a área de suprimentos e mapeamento de oportunidades: uma revisão crítica e sistemática da aplicação do Problem Structuring Methods (PSM) e análise SODA

Paula da Cunha Felipe
Universidade Federal Fluminense
paulafelippe@id.uff.br

Caroline Carmo Ebendinger
Universidade Federal Fluminense
carolinecarmo@id.uff.br

Thainá Moulin Maia
Universidade Federal Fluminense
thainamaia@id.uff.br

Níssia Carvalho Rosa Bergiante
Universidade Federal Fluminense
nissiabergiante@id.uff.br

Resumo

A disputa por *Market Share* em um mercado complexo impulsiona as empresas à busca contínua de melhorias. Neste contexto, a área de compras se tornou estratégica pelo seu potencial de redução de custos e aumento de eficiência. Com isso, o papel do comprador evoluiu de simples negociação de preços para proposições de soluções estratégicas. Tal mudança de perspectiva aumenta a complexidade da área de compras, tornando ineficientes as práticas atuais. Este artigo propõe uma revisão sistemática de literatura a cerca da aplicação do *Problem Structuring Methods* (PSM) no contexto da problemática de suprimentos nas organizações. Para tanto, serão analisadas as publicações dos últimos 10 anos, em bases de dados tais como *Web of Science e Scopus*, compreendendo o uso da abordagem *Strategic Options Development Analysis* (SODA). Como resultado, deseja-se ampliar a compreensão dos objetivos e desafios à área, identificando seus principais agentes e pontos de atuação para potencialização dos resultados.

Palavras-Chave: Área de Compras; PSM; SODA.

1 Introdução

A disputa por *Market Share* em um mercado altamente competitivo, leva as empresas a buscarem a melhor forma de gestão e funcionamento de seus serviços e operações. Torna-se essencial às organizações, garantir sua sobrevivência a partir da intensificação do foco em eficiência de custos e de produtividade. (SOARES, 2012)

No atual cenário, a gestão da aquisição assume um papel verdadeiramente estratégico nos negócios em face ao alto volume de recursos envolvidos, substituindo a visão antiquada e conservadora que definia as funções

de compras como atividades burocráticas e repetitivas, considerando-as um centro de despesa e não um centro de lucros. (MORAES, 2005)

Embora as estatísticas variem, existe um consenso entre a maioria dos especialistas da área de compras: as organizações gastam entre 40% e 80% de suas receitas com fornecedores, para viabilizarem o desenvolvimento, fabricação, venda e fornecimento de seus produtos e/ou serviços. (CHICK AND HANDFIELD, 2012)

Ammer (1974) notou, no início dos anos 70, que a cúpula das empresas enxergava a área de compras como agente passivo nos negócios da corporação. Contudo, a área foi ganhando visibilidade conforme o mercado evoluía, principalmente após o trabalho de Porter (1980), que objetivava, através de técnicas analíticas, auxiliar às empresas a compreenderem melhor o mercado em que estavam inseridas, o seu papel e de seus concorrentes, apresentando-se e atuando de forma mais competitiva. Em seu livro “Estratégia Competitiva”, apresenta como base para sua metodologia, a análise das cinco forças competitivas, conhecidas como as cinco forças de Porter, que apresentavam técnicas para análise da concorrência, dos compradores e dos fornecedores.

A partir dos novos conceitos, foi identificado o poder de barganha entre compradores e fornecedores como duas das cinco forças críticas para competitividade da indústria. Desde então, o papel do comprador nas organizações têm se alterado drasticamente, partindo de um simples negociador de preços unitários para um agente atuante na proposição de acordos comerciais inteligentes e estratégicos, o que aumentou significativamente a complexidade e a importância da sua função (VIZZOTO, 2016).

Paralelamente à evolução no comportamento do mercado e da área de compras, surge o grande desafio de reduzir custos, sem comprometimento da qualidade dos materiais e serviços contratados. Inevitavelmente, a partir desta nova visão corporativa, a pressão e as exigências aumentam consideravelmente, no que se refere à expertise, habilidade e preparo dos compradores (NUNES *et al.*, 2017; SOARES, 2012).

Os métodos de estruturação de problema (*Problem Structuring Methods* - PSM) surgiram formalmente entre o final da década de 1970 e o início da década de 1980, face às dificuldades e limitações enfrentadas pelas ferramentas quantitativas oferecidas pelo paradigma clássico da Pesquisa Operacional, mais conhecido como PO *Hard* (MINGERS; ROSENHEAD, 2004; ROSENHEAD, 2006; MINGERS, 2011; ACKERMANN, 2012) que já demonstrava dificuldades em viabilizar um processo de estruturação de problemas capaz de propiciar uma visão holística do sistema analisado. Variáveis importantes como poder político, questões sociais e aspectos organizacionais eram negligenciadas, dificultando a compreensão do todo e, conseqüentemente, a identificação de potenciais soluções. (ACKOFF, 1979; CHECKLAND, 1983). Geralmente, o que se observa são situações problemáticas nas quais não se sabe exatamente qual a raiz do problema e, nem tão pouco, quais são os pontos críticos. Muitas vezes, há apenas a percepção de que existem falhas no cotidiano e o desejo de aperfeiçoamento. Com isso, buscam-se métodos que demonstrem eficácia para o uso em situações caracterizadas pela presença de múltiplos agentes, diferentes perspectivas, interesses conflitantes, ativos intangíveis e incertezas relevantes (ROSENHEAD, 2006).

A partir dessas demandas, surgiram diversos métodos de estruturação e mapeamento de problemas como o *Strategic Options Development and Analysis* (SODA) (ACKERMANN; EDEN, 2001a; b; 2010), *Soft System Methodology* (SSM) (CHECKLAND, 1985) e *Strategic Choice Approach* (SCA) (FRIEND, 2001). Esses métodos se apoiam na captura e na representação de vários pontos de vista, conhecidos como constructos, como forma de incrementar o entendimento sobre determinada situação problemática, viabilizando condições de melhorias das negociações e do processo de tomada de decisão (ACKERMANN, 2012). Podemos observar que a principal diferença entre a PO *Soft* (PSM) e a PO *Hard* é que enquanto o último, parte de um problema já estruturado, o primeiro se concentra no detalhamento do problema, abordando diferentes perspectivas e dimensões de uma situação (MINGERS; ROSENHEAD, 2004).

Ackermann (2012) levantou três vantagens advindas dos PSMs: assegurar que a situação foi analisada a partir de uma quantidade razoável de perspectivas, expandir o número de alternativas possíveis e viabilizar o surgimento de novas opções. Além disso, Ackermann (2012) também tratou de outro fator essencial que

é a possibilidade de se obter o comprometimento dos envolvidos à medida que seus respectivos pontos de vista são levados em consideração no processo. Consequentemente, torna-se possível entender o papel dos diversos elementos de uma organização e suas respectivas interrelações, compreendendo melhor o contexto e os processos em sua totalidade.

O objetivo deste trabalho é propor a utilização de novas metodologias, com foco na ferramenta SODA, objetivando a estruturação de problemas de modo a auxiliar a área de compras no alcance de melhores níveis de qualidade e obtenção de resultados. Acredita-se que deste modo, os profissionais da área não só compreenderão melhor seus papéis, como identificarão novas soluções e alternativas para obtenção de melhores resultados.

Este artigo está dividido em 4 seções. A seção 2, Metodologia, apresenta a pesquisa e seu processo de seleção, bem como o método de análise utilizado. A seção 3 discute os resultados das questões pesquisadas. Por fim, a seção 4 conclui o artigo e sugere novos direcionamentos para trabalhos futuros.

2 Metodologia

Foi realizado uma revisão sistemática de literatura a cerca das aplicações do *Problem Structuring Methods* (PSM) e sobre o contexto da problemática envolvendo a área de suprimentos nas organizações. Neste sentido, analisaram-se pesquisas, principalmente dos últimos 10 anos (2008-2018), em bases de dados como *Web of Science e Scopus*, compreendendo o uso da abordagem *Strategic Options Development Analysis* (SODA). Também foram incluídos autores considerados referência no assunto.

As principais palavras-chaves buscadas foram *Problems Structuring Methods* (PSM), *Strategic Options Development Analysis* (SODA), *Sourcing*, *Procurement* e *Operational Research Soft*. No entanto, para o escopo de pesquisa adotado aqui, não foi encontrado trabalho com aplicação direta de métodos de estruturação de problemas à área de compras.

Com isso, buscou-se aprofundar os estudos sobre as temáticas (métodos de estruturação de problemas e área de compras) individualmente para que se pudesse interligar os temas, após uma melhor compreensão.

3 Resultados e Discussões

3.1 Evolução histórica da área de Suprimentos

A função compras tem sido considerada uma das mais básicas e comuns desde o início da história das organizações. Contudo, apesar de ser possível encontrar registros do assunto em 1832, em um tópico no livro “*On the Economy of Machinery and Manufacturing*”, de Charles Babbage, somente em 1915, foi publicado um livro inteiramente dedicado ao assunto, escrito por H. B. Twyford. Em 1933, surgiu o primeiro livro universitário escrito por Howard T. Lewis da Universidade de Harvard que ofereceu o primeiro curso na área em 1917 (DOBLER, DONALD W.; BURT, 1996a).

De acordo com Axelsson, Rozemeijer e Wynstra (2005), o conceito de compras mais próximo à definição e entendimento atuais se desenvolveu apenas na década de 50, definido por atividades e responsabilidades, visando apenas aquisições dos serviços e mercadorias indispensáveis ao funcionamento de uma empresa, com condições e preços favoráveis.

Pouco mais de uma década mais tarde, surgem os primeiros sinais de uma abordagem mais ampla, onde o conceito de compras evolui e passa a ser entendido como um processo organizado de aquisição de materiais, onde não somente o preço, mas o volume da aquisição e os prazos envolvidos seriam levados em consideração. (AXELSSON; ROZEMEIJER; WYNSTRA, 2005).

A área de compras só foi realmente impulsionada e conquistou maior relevância no início da década de 80 quando pioneiros, como Spekman e Hill, 1980; Krajlic, 1983; Burt e Soukup, 1985; Reck e Long, 1988; Landeros e Monczka, 1989 entre outros, incentivaram os profissionais da área a pensarem mais

estrategicamente sobre a arte, a ciência e as práticas de compras. Contudo a literatura acredita que o trabalho que aferiu maior reconhecimento à área foi o trabalho de Porter em 1980 sobre as forças que delineavam a natureza competitiva da indústria, destacando compradores e fornecedores como duas destas cinco forças (MARTINS, 2005; VITASEK, 2016).

Em 1990, surgiu o conceito de *Core Competence* difundido por Hamel e Prahalad, que intensificou o processo de horizontalização das organizações, destacando a importância de parceiros-chave ao longo do processo. Os custos, por sua vez, passaram a assumir um papel mais relevante na garantia do saldo financeiro positivo, condição indispensável à sustentabilidade financeira de uma organização. Os departamentos de compras, também conhecidos por suprimentos, passam a ser responsáveis pela contratação de fornecedores e pela gestão dos custos decorrentes dos acordos comerciais, atingindo neste período o volume financeiro de cerca de 60% das receitas com vendas segundo Reck e Long (1988); (VIZZOTO, 2016).

Com isso, ainda no início dos anos 90, organizações como a A.T. Kearney apoiaram uma perspectiva mais abrangente, incentivaram e exigiram dos profissionais de compras uma mudança de atitude, direcionando seus pensamentos para o *Strategic Sourcing* e gestão de *Commodities*. Muitos indivíduos e organizações responderam positivamente e adotaram conceitos como a Matriz Kraljic, o modelo Cinco Forças de Porter, entre outros. A participação do profissional de compras evoluiu lentamente para uma função completa que agrega valor estratégico para as organizações (VITASEK, 2016).

Neste novo cenário, os objetivos de compras precisam estar alinhados aos objetivos estratégicos da empresa como um todo, visando o melhor atendimento ao cliente externo e interno. Essa preocupação tem tornado a função compras extremamente dinâmica, utilizando-se de tecnologias cada vez mais sofisticadas, recebendo e processando informações, como também provendo indicadores úteis nas tomadas de decisão. (MARTINS & ALT, 2001).

Diante deste histórico, a evolução do papel de compras e a adoção de suas estratégias consistentes com a estratégia empresarial, não se deram de um dia para o outro, mas sim através de um processo gradual.

Com o passar dos anos, o mercado mundial passou por vários estágios de transição. Nas últimas décadas, a demanda e a exigência do consumidor aumentaram exponencialmente. Já em 1996, Dobler e Burt perceberam que surgiriam grandes desafios às organizações, como o aumento da competição mundial, a criticidade do *timing* para produção e *marketing*, nova forma de precificação baseada nos custos, aumento em escala da demanda e uma grande ênfase na qualidade (DOBLER; BURT, 1996).

A mudança de perspectiva e o dinamismo imposto à área de compras vêm aumentando significativamente a complexidade desta função.

Em 2015, Keith et al publicaram o livro “*Strategic Sourcing in the New Economy*”, onde afirmam que estamos passando novamente por um período de transição. Ressaltam que o ambiente atual é ainda mais dinâmico e que as ferramentas e táticas adotadas nos últimos 30 anos, já não são tão eficazes. Organizações que historicamente lucraram, alavancando seu poder de negociação ou “manobrando” estrategicamente a seu favor, percebem que suas estratégias já não apresentam o mesmo desempenho. (KEITH *et al.*, 2015)

Além da gama de desafios já impostos, o comprador ainda precisa se preocupar em satisfazer os clientes internos e externos permanecendo enxuto e prezando pela melhoria a qualidade. Precisa auxiliar na redução dos prazos de entrega e lidar com ciclos de vida cada vez mais curtos dos produtos (WANJIRU, 2013).

Embora haja um grande esforço nas organizações para que o departamento de compras participe integralmente nas decisões estratégicas, em muitos casos isso não ocorre. Acredita-se que esse envolvimento parcial se deve à falta de conhecimento técnico dos compradores e, em muitos casos, a lentidão do processo de compras, atrasando a tomada de decisão. Considera-se de grande relevância a proposição de abordagens que sejam eficientes em sistemas altamente complexos e com múltiplos atores e que venham a contribuir na identificação das melhores soluções diante das novas situações. Nesse sentido, o objetivo deste trabalho é propor a utilização de métodos de estruturação de problemas, em especial o SODA para identificação de oportunidades de melhoria e adoção de novas estratégias e planos de ação.

3.2 Métodos de Estruturação de Problemas

3.2.1 O Novo Contexto e a Complexidade de Sistemas

A literatura parece concordar que as abordagens tradicionais que empregam ideias como a Pesquisa Operacional (PO), são adequadas para enfrentar problemas bem definidos e estruturados, mas são limitadas no que se refere a problemas complexos envolvendo pessoas e sistemas com múltiplos atores, pois os modelos conceituais que descrevem as situações reais, as relações e componentes de um sistema, além do grau de complexidade aparente, são informados por uma visão subjetiva. (FINDLAY E STRAUS, 2013; JACKSON, 2003; VASCONCELLOS, 2013; CHECKLAND, 1993; VASCONCELLOS, 2013)

A partir da década de 70, surge um novo cenário a partir da aceitação de que a tomada de decisão também é um processo social, envolvendo pessoas e grupos de influências, com relações de poder entre si. De acordo com Checkland (1983), neste novo contexto, o que prevalecia eram cenários complexos, em que na maioria das vezes, não se observavam problemas únicos, mas sim situações problemáticas, havendo apenas o senso comum de que algo estaria errado ou poderia ser aperfeiçoado (ENSSLIN *et al.*, 2005; CHECKLAND, 1983).

Inicia-se então, uma busca por métodos eficazes para situações caracterizadas pela presença de múltiplos agentes, diferentes perspectivas e interesses, ativos intangíveis e incertezas relevantes. Surgem então, diversos métodos de estruturação de problemas, mais conhecidos como PSM (*Problem Structuring Methods*). Os principais são o *Strategic Options Development and Analysis* (SODA) (ACKERMANN; EDEN, 2001a; b; 2010), *Soft System Methodology* (SSM) (CHECKLAND, 1985) e *Strategic Choice Approach* (SCA) (FRIEND, 2001) embora existam outros menos utilizados como o *Drama Theory* e *Robustness Analysis*. Todos os métodos citados apoiam-se na captura e na representação de vários pontos de vista como forma de incrementar o entendimento sobre determinada situação problemática, viabilizando condições que permitam melhorar as negociações e o processo de tomada de decisão. A escolha do método ser utilizado deve levar em conta o problema a ser estudado, uma vez que, cada método possui características específicas que serão mais adequadas a uma determinada questão. (FUKAO; CARMEN; BELDERRAIN, 2016; ACKERMANN, 2012)

Diante deste novo contexto, fica cada vez mais evidente a existência de duas vertentes na área da Pesquisa Operacional (PO) - a visão *Hard* e a visão *Soft* da PO – informadas por diferentes premissas e atitudes, conduzindo, conseqüentemente, a diferentes resultados. Enquanto que o ponto de partida da PO *Hard* é o problema já estruturado, a PO *Soft* (PSM) se concentra na formulação do mesmo (ENSSLIN *et al.*, 2005; MINGERS; ROSENHEAD, 2004).

Segundo Ackermann (2012), existiam críticas à PO *Soft* devido à suposta ausência de rigor científico, à escassez de evidências empíricas sobre a efetividade e à impossibilidade da apresentação de um única resposta. Todavia, Ackermann (2012) e Rosenhead (2002) ressaltam que o objeto do PSM não está exatamente pautado na busca de uma única solução, mas na definição do problema de interesse, na compreensão do contexto decisório e na busca de possíveis soluções. Além disso, Mingers (2008) defende que os novos métodos da PO *Soft* não devem substituir os métodos tradicionais da PO *Hard* e ressalta que os métodos matemáticos também possuem utilidade na prática. Defende que em muitos casos, deve-se combinar a utilização das duas vertentes para uma melhor e completa abordagem (MANSO, 2013; MINGERS, 2008).

Hoje, apesar do ceticismo inicial, os métodos *Soft* estão sendo totalmente aceitos por ambos os profissionais e acadêmicos em todo o mundo. Artigos sobre a temática estão sendo publicados em periódicos altamente conceituados e incluídos em programas de mestrado de Pesquisa Operacional (MINGERS, 2008).

3.2.2 Strategic Options Development and Analysis (SODA)

O método SODA foi proposto por Colin Eden em 1988 para suprir a carência de métodos de Pesquisa Operacional adequados para facilitar os estágios iniciais de atendimento às necessidades dos clientes, envolvendo o entendimento por meio do diálogo e negociação da definição do problema a ser resolvido. (EDEN, 1988). O processo foi iniciado com a utilização de mapas cognitivos como ferramenta de apoio à decisão. No entanto, ainda não era um método suficientemente capaz de ajustar a cognição e eliminar as subjetividades inerentes aos seres humanos (FUKAO; CARMEN; BELDERRAIN, 2016; EDEN, 1988). Eden buscou na Teoria dos Construtos Pessoais de George Kelly, publicada em 1955, os fundamentos sobre as interações sociais necessárias para aferir ao método SODA uma melhor proposta de estruturação do problema junto ao cliente. Vale destacar que a principal diferença entre os mapas cognitivos clássicos e o mapa SODA está na fundamentação teórica deste último, que em parte, se vale da teoria dos construtos psicológicos de George Kelly (KELLY, 1955; 1991). Tais construtos representam o conhecimento informal do tomador de decisão e são elaborados com o objetivo de eliminar toda e qualquer ambiguidade e subjetividade presentes nas declarações do cliente (EDEN; ACKERMANN; CROPPER, 1992; GEORGIU et al., 2010).

Pode-se notar que o objetivo principal do SODA é eliminar ambiguidades intrínsecas e proporcionar uma visão clara do contexto analisado, identificando potenciais soluções ou linhas de ação, através do mapeamento obtido com a análise de entrevistas e de documentos (EDEN et al., 2001; GEORGIU, 2009; GEORGIU et al., 2010). Trata-se de um método de estruturação de problemas, desenvolvido para apoiar consultores ou facilitadores, direcionando e orientando seus clientes na tratativa dos problemas complexos da organização, tendo como principal ferramenta os Mapas Cognitivos. (FUKAO; CARMEN; BELDERRAIN, 2016)

Buscando comprovar a eficácia das metodologias soft, em especial o SODA, em qualquer tipo de organização, Eden e Ackerman (2018), publicaram o artigo “Theory into practice, practice into theory”. Neste, puderam aplicar sua metodologia em diversas equipes de diferentes áreas e empresas, tanto públicas como particulares. Pode-se observar que os métodos de estruturação de problemas forneceram suporte essencial à solução das problemáticas abordadas, inclusive permitindo ramificações estratégicas das mesmas. Ao adaptarem sua aplicação às diferentes necessidades e à rotina de trabalho em cada companhia, puderam realizar entrevistas em grupos que permitia a participação de toda a equipe e privilegiava a multiplicidade de pontos de vista, conquistando maior importância diante da alta gerência, que identificou no processo uma mudança de mentalidade por meio de uma forma de negociação cognitiva e social. Neste sentido, pode-se explorar novas ideias promissoras.

3.2.3 Aplicação

Após o aprofundamento dos estudos, propõe-se nesta seção uma metodologia de aplicação para a estruturação de problemas. Segundo Von Winterfeldt e Edwards (2007), na experiência da maioria dos analistas de decisão, os problemas não são bem definidos e claros. Neste sentido, os autores sugerem um método de três etapas para auxiliar no processo (**vide Figura 2**).

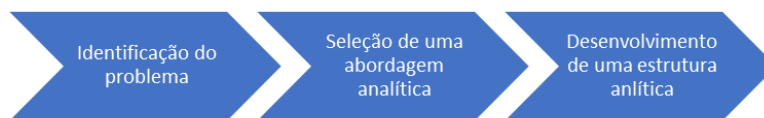


Figura 2 – Etapas: Métodos de Estruturação de Problemas
Fonte: Adaptado de VON WINTERFELDT E EDWARDS, 2007.

A primeira etapa, identificação do problema, é essencial para o sucesso da metodologia. Para isso, é importante conhecer profundamente a situação em estudo, através da análise de documentos, realização de pesquisas bibliográficas e coleta de dados. Deve-se também delimitar a pesquisa e formular os objetivos de acordo com as principais questões a serem respondidas. (ICHIHARA, 2015) É importante que ao fim desta etapa, seja possível identificar quem são os decisores, as partes interessadas, o principal cliente e quais são as alternativas e objetivos chaves. (EDWARDS; MILES; VON WINTERFELDT, 2007)

Na área de compras, além de estudar previamente o contexto interno, será necessário compreender também o relacionamento da mesma com as demais áreas e qual o direcionamento estratégico da companhia.

Na segunda etapa, define-se a abordagem analítica a ser utilizada. Esta se dividirá em três fases: Seleção de stakeholders, entrevistas e construção dos mapas individuais e construção do mapa consolidado. Ackermann e Eden (2011) propõe que na primeira fase, sejam identificados os stakeholders e classificados em um diagrama dividido em quadrantes, onde se avalia o nível de poder e interesse de cada stakeholder.

Já na fase de entrevistas e construção dos mapas individuais, recomenda-se abordar entre cinco e sete participantes de forma individual ou em grupo, para que assim, possa-se elaborar os construtos de modo a eliminar ambiguidades e subjetividades que possam estar presentes nas declarações de cada cliente. Por fim, deve-se consolidar os mapas individuais a partir da análise dos clusters comuns entre os stakeholders. É necessário também a validação junto aos envolvidos (MANSO, 2013)

Na área de compras, os usuários também serão relevantes, bem como fornecedores. Em muitos casos, serão peças essenciais ao processo e deverão participar de todas as fases, podendo ser indicados pelos próprios compradores, especialistas e gerentes.

Na última etapa, será desenvolvida a estrutura analítica detalhada, que diante do mapa consolidado, permitirá a observação do conjunto global de construtos e a relação lógica entre eles.

Sugere-se que após a estruturação dos problemas, diante das oportunidades de melhorias e pontos de atenção identificados, priorize-se os tópicos de maior criticidade para que seja possível e viável traçar planos de ação.

4 Conclusões

Após a conclusão das pesquisas, pôde-se observar que os métodos de estruturação de problemas ainda são pouco explorados pela área de finanças das organizações. No entanto, diante desse novo cenário, cada vez mais, novas ferramentas para identificação de problemas complexos e oportunidades de melhorias se fazem necessárias. Ferramentas do tipo *Soft*, como o SODA, que privilegiam a visão sistêmica e abordam a situação de interesse diante da perspectiva de múltiplos atores, tornam-se essenciais por possibilitarem alternativas não convencionais.

Nas áreas de compras das organizações, a busca pelo menor custo unitário possível tem atingido o limite de seu potencial, obrigando às empresas a descobrirem novas metodologias que proporcionem soluções inovadoras e resultados expressivos. Por isso, trabalhos a cerca dessa temática devem ser cada vez mais estimulados e promovidos.

Além disso, as aplicações das ferramentas estudadas não se restringem apenas às áreas de compras, podem ser aplicadas em diversos setores das organizações.

Por fim, recomenda-se para trabalhos futuros explorar a interação entre os métodos de estruturação de problemas e ferramentas quantitativas, de modo a comprovar a eficácia numérica das aplicações das ferramentas soft, não somente em áreas de cunho financeiro, mas nas demais áreas das organizações.

5 Referências

1. B. Keith et al. *Strategic Sourcing in the New Economy: Harnessing the Potential of Sourcing Business Models for Modern Procurement*, 2015.
2. B. Wanjiru. The role of strategic procurement on an organization's performance: a case study of cooperative bank, 2013.
3. C. Nunes et al. Strategic sourcing – uma nova abordagem da área de suprimentos. *Sustainable business international journal*, 2017
4. D. Manso e R. Suterio. Estruturação do problema de gerenciamento de desastres do estado de São Paulo por intermédio do método Strategic Options Development and Analysis. p. 4–16 , 2015.
5. D. Manso. *Strategic Options Development and Analysis : Fundamentos , Revisão de Literatura e Aplicação*, 2013.
6. D. Dobler e D. Burt. *Purchasing and Supply Management: Text and Cases*. Sixth Edit ed. McGraw-Hill, 1996.
7. E. Lima e L. Molinaro, Métodos soft da pesquisa operacional para estruturação de problemas em cenários complexos. *XLVIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional (SBPO)*, 2016.
8. F. Vizzoto. O remodelado papel das áreas de compras: o manejo da demanda e a programação matemática como indutores de eficiência na aquisição , 2016.
9. F. Ackerman e C. Eden. Strategic Management of Stakeholders: Theory and Practice. *Long Range Planning* v. 44, n. 3, p. 179–196 , 2011.
10. J. Gharajedaghi, *Systems thinking: Managing chaos and complexity: A platform for designing business architecture*. , 2011.
11. J. MINGERS. Reaching the Problems that Traditional OR/MS Methods Cannot Reach. *Kent Academic Repository* p. 5–15 , 2008.
12. K. Vitasek. Strategic sourcing business models. *Strategic Outsourcing: An International Journal* v. 9, n. 2, p. 126–138 , 2016.
13. L. Ensslin et al. Visão hard ou visão soft da pesquisa operacional: Reflexões sobre posturas e procedimentos. *XII Simpósio de Engenharia de Engenharia de Produção*. São Paulo, Brasil 2005.
14. L. Fukao, M. Carmen e N. Belderrain. Multimethodological approach to dropout management in technical education. *CGE Revista gestão em engenharia* n. 3131, p. 26–44 , 2016.
15. M. Soares. E Processos: Desenvolvimento De Um Método De Análise Sistemica Da Situação Organizacional Para Orientação Do Redesenho, 2012.
16. R. Ichihara. Estruturação da problemática de sustentabilidade financeira dos laboratórios metrológicos do ctgas-er sustentabilidade financeira dos laboratórios metrológicos do ctgas-er. *Dissertação - Pós-Graduação e Pesquisa do Instituto Tecnológico de Aeronáutica* , 2015.
17. R. Martins. Estratégia de Compras na Indústria Brasileira de Higiene Pessoal e Cosméticos: Um Estudo de Caso. Rio de Janeiro, 2005.
18. R. Pereira. Desenho de um modelo de avaliação de performance da área de compras. *Dissertação - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro* , 2017.
19. W. Edwards, R. Miles e D. Winterfeldt. *Advances in decision analysis: From foundations to applications*. 2007.

ALGORITMO DE CLUSTERIZACIÓN PARA VARIABLES CON ESCALAS IPSATIVAS, COMO MÉTODO PARA DETERMINAR PERFILES MOTIVACIONALES EN MILLENNIALS DE GUADALAJARA

Jessica Rubiano-Moreno
Universidad Nacional de Colombia
jmrubianom@unal.edu.co

Carlos Eduardo Alonso-Malaver
Universidad Nacional de Colombia
cealosom@unal.edu.co

Samuel Moisés Nucamendi-Guillen
Universidad Panamericana
snucamendi@up.edu.mx

Carlos Eduardo López Hernández
Universidad Panamericana
calopez@up.edu.mx

Resumen

En este documento se propone un método para clusterizar a partir de variables con escalas ipsativas, con el propósito de construir perfiles motivacionales con base en las preferencias reveladas por un grupo de personas pertenecientes a la generación millennial. El método es aplicado a un grupo de estudiantes universitarios de la ciudad de Guadalajara (México), y los resultados obtenidos se comparan con los resultados obtenidos con el método PAM. La comparación se hace en términos conceptuales y matemáticos. Los resultados preliminares muestran que el método propuesto genera una mejor segmentación a partir de las variables que se utilizan para analizar el comportamiento de los individuos, lo que indica una mejor asignación de los clústeres desde el punto de vista conceptual, y matemáticamente se identifican grupos homogéneos más diferenciados entre sí.

Palabras claves: clúster; perfil motivacional; millennials.

1 Introducción

Las empresas actualmente están obligadas a ser más flexibles y reaccionar rápidamente ante los cambios que se le presentan, en especial por dos fenómenos que suceden: la

globalización y la innovación; en donde el capital intelectual y su valoración juegan un papel sustancial (Gómez Vélez & Torres Granda, 2015). Adicionalmente existe una nueva generación de empleados que piensa y trabaja de manera diferente a la convencional y se le conoce como la generación Millennial. Esta generación de empleados comparten ciertas características como la búsqueda de aprobación, la percepción diferente de autoridad, el mayor grado de ambición, la conciencia de sociabilidad y el valor del tiempo sobre el dinero (Stein & Martín, 2016). Aunque algunos autores han realizado definiciones generales y abiertas de esta generación como Álvarez Monzoncillo y de Haro Rodríguez, (2017) que los definen como alegres, disímiles, participativos, empoderados, alertados y furtivos, ha sido difícil identificar perfiles que caractericen su comportamiento en el ámbito laboral.

En este artículo se presenta un mecanismo de clusterización basado en variables ipsativas. Este método ha sido aplicado para identificar perfiles de trabajadores pertenecientes a esta generación mediante el análisis de preferencias motivacionales. Los resultados obtenidos muestran que el método desarrollado presenta un buen desempeño relativo al ser comparado con el método PAM (Partitioning Around Medoids).

La estructura de éste artículo es: en la sección 2 se presenta una descripción del problema. La sección 3 describe el algoritmo desarrollado y el método PAM. En la sección 4 se comparan los resultados para cada algoritmo. Finalmente, en la sección 5 se presentan las conclusiones más relevantes.

2 Descripción del problema

De acuerdo con Xu & Wunsch II (2009), la clusterización es una herramienta explicativa que permite descubrir algunas estructuras escondidas, pero con suerte valiosas, en los conjuntos de datos. En la actualidad, esta técnica es ampliamente empleada en áreas como ciencias sociales, biología, ciencias computacionales, análisis de imágenes, finanzas, mercadotecnia, ingeniería, entre otros.

La mayoría de las técnicas de clusterización han sido enfocadas en el análisis de datos numéricos continuos y están basadas en estimación de parámetros y en la selección de los elementos para cada clúster explotando métricas de distancia (Jacques & Biernacki, 2014). Por otro lado, en menor medida se han desarrollado métodos de clusterización para datos categóricos u ordinales (Giordan & Diana, 2011). Por su misma naturaleza, los datos asociados a atributos rara vez pueden ser evaluados con las métricas de distancia usuales para datos continuos (Silvestre, Cardoso, & Figueiredo, 2014), por lo que se hace necesario el desarrollo de métodos adecuados para el correcto análisis de estos datos.

Giordan y Diana (2011) propusieron un método específico para el agrupamiento con base en datos ordinales. Su método se basa en el uso de un modelo multinomial, complementado con un árbol de clusterización y en una estrategia de poda. Para su proceso de agrupamiento, utilizan una tabla de contingencia donde agrupan las frecuencias relativas de las respuestas. Después, definen un umbral (valores entre 0 y 1) que utilizan para la

identificación de las celdas con frecuencias más altas, las cuales son agrupadas con las celdas adyacentes que superen también el umbral. Este método permite también determinar el número de clústeres a realizar.

Lee y Yu (2012) consideraron una versión ponderada de esta familia de modelos mixtos con aplicaciones en estudios políticos. Las mezclas de modelos de múltiples etapas (Benter, 1995) y la mezcla de los modelos de Plackett-Luce también se han aplicado con éxito a la agrupación de los datos electorales irlandeses y los datos de admisión a la universidad de Gormley y Murphy (2006a, 2008a, 2008b). Si la mezcla de modelos multietapa conduce a un poder de adecuación interesante, la mezcla de modelos basados en distancia tiene parámetros más significativos (en un número menor), y además son simples de implementar (Murphy & Martin, 2003).

Las pruebas psicológicas utilizadas para generar perfiles motivacionales trabajan variables categóricas con escalas ipsativas para que los individuos ordenen según sus preferencias las afirmaciones que se plantean como opciones (Calderón Carvajal & Ximénez Gómez, 2014). Este tipo de escalas surgen cuando en lugar de asignar una puntuación independiente a cada rasgo (variable), se tiene un grupo de variables que deben ser colocadas en orden jerárquico. Por lo tanto, el lugar que ocupe el primer rasgo, restringirá los posibles lugares para el resto de los rasgos. Situación similar ocurrirá cuando se ordenen los rasgos subsecuentes. En análisis individuales, este tipo de pruebas permiten recolectar información relevante de la persona analizada, sin embargo, para la generación de agrupamientos se observan dificultades en el momento de interpretar los datos debido a la denominación de las variables.

Teniendo en cuenta lo anterior, se observa que los métodos aplicados comúnmente para clusterización no pueden ser utilizados en variables que manejen escalas ipsativas debido al tipo de algoritmos que se desarrollan. Por tal motivo, el propósito de este trabajo es plantear un nuevo método para segmentar (agrupar) perfiles motivacionales en millennials.

3 Materiales y métodos

La selección de la muestra es de tipo no probabilístico, donde los criterios de selección fueron: (1) haber nacido entre 1981 y 1995 y (2) estar trabajando o haber trabajado en algún momento de su vida. Se realizaron 209 encuestas en Guadalajara, Jalisco, México y después de depurar la base de datos de acuerdo a los criterios de inclusión se consolidó una muestra de 197 individuos.

El instrumento consta de 15 preguntas¹ sobre preferencias en el desarrollo del trabajo que permiten identificar el tipo de perfil motivacional. Para cada pregunta, se consideran 5 respuestas que el individuo debe ordenar de mayor a menor importancia. Las personas llenaron la encuesta desde el 31 de octubre hasta el 12 de diciembre de 2017. En este caso,

¹ El instrumento fue suministrado por CINCEL, para realizar esta investigación académica.

cada pregunta es considerada como variable y cada una de las 5 posiciones donde se colocan las respuestas corresponde a un ítem.

3.1 Metodología de análisis de los datos

En esta sección se presentan los dos métodos utilizados en la investigación, esto con el fin de dar elementos para un mejor entendimiento de los resultados. La sección 3.1.1 se dedica al método propuesto, a partir de la definición del problema, y en la sección 3.1.2 se presentan algunos elementos del método PAM, un método clásico que se aplica en condiciones similares.

3.1.1 Método de clúster para variables con escalas ipsativas

De acuerdo al instrumento, se tienen 75 ítems acerca de las preferencias motivacionales, los cuales tienen como respuesta un valor de 1 a 5 (valores que corresponden a índices de importancia), de donde se deduce que cada uno de estos ítems puede asumir como realizaciones una distribución multinomial, i.e. $X \sim Multinomial(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_5, n)$. El espacio de trabajo es el conjunto discreto $\{1,2,3,4,5\}$, y se requiere un método que considere estas características. La métrica planteada a continuación se basa en la disimilitud de Sorensen (1948), que se construye a partir de un conjunto de variables indicadoras. Es decir, si observan dos individuos $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2$, la distancia o disimilitud entre ellos, notada con D , es el número de respuestas en las que no coinciden. Esta formalización se presenta en dos pasos con el fin de mostrar que la función de disimilitud propuesta cumple con la definición de distancia en términos matemáticos. En el primer paso se muestra la distancia ítem a ítem, y posteriormente se presenta la función propuesta.

Distancia entre Individuos: Ésta será calculada con base en la cantidad de disimilitudes entre las respuestas dadas por los individuos en cada ítem j . Dado el conjunto $B = \{1,2,3,4,5\}$ y asumiendo que se observan las respuestas de dos individuos (i y k) al j -ésimo ítem, es decir $x_{ij}, x_{kj} \in B$, Se define la función distancia $d(\cdot, \cdot)$ en el j -ésimo ítem, de $B \times B \rightarrow R$, como:

$$d(x_{ij}, x_{kj}) = \begin{cases} 0 & \text{Si } x_{ij} = x_{kj} \\ 1 & \text{Si } x_{ij} \neq x_{kj} \end{cases} \quad (1)$$

Esta definición se puede llevar a un espacio p -dimensional, donde p representa el número de respuestas por individuo, como sigue.

Definición (Métrica para un vector discreto): Sea $M = B^p$, donde p representa el número de características o variables observadas (una para cada respuesta), y sea $\mathbf{x}_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip})$ y $\mathbf{x}_k = (x_{k1}, x_{k2}, \dots, x_{kp})$ con $\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j \in M$, la función de distancia sobre M , $D(\cdot, \cdot)$, se define como:

$$D(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_k) = \sum_{j=1}^p d(x_{ij}, x_{kj}) \quad (2)$$

Con $d(\cdot, \cdot)$ dada en la Ecuación (1). Para el caso $j=1$ $D(\cdot, \cdot) = d(\cdot, \cdot)$. La definición en (2) es un valor en R , es el conteo de no coincidencias y sus propiedades se derivan de la métrica definida en la Ecuación (1).

El proceso de agrupamiento planteado, se presenta en cuatro etapas, en la primera etapa, se ubican los centroides iniciales de cada grupo –semillas–, en la segunda etapa, se asignan las observaciones restantes a cada uno de los grupos, en la tercera etapa, se actualiza el centroide de cada grupo, y en la última, se perfecciona el agrupamiento. Lo anterior se hace asumiendo que: (a) Se tiene una muestra $m = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ de individuos observados en M , y (b) Se desean realizar k grupos diferenciados. Supuesto que hace de éste pseudo-algoritmo un proceso supervisado.

Etapas 1. Elección de Semillas: Se identifican las 2 primeras semillas c_1 y c_2 . c_1 y c_2 (entendiendo que c representa el individuo escogido como semilla) son tal que:

$$D(c_1, c_2) = \max_{x_i, x_j \in m} D(x_i, x_j) \quad (3)$$

De forma análoga se hallan los demás centroides iniciales $c_j, j=3 \dots k$, es decir, identificados los primeros j -centros iniciales (semillas) el $j+1$ -centro inicial es el vector $c_u \in m$, tal que:

$$\sum_{k=1}^j \frac{1}{D(c_k, c_u)} = \min_{x_i \in m} \left\{ \sum_{k=1}^j \frac{1}{D(c_k, x_i)} \right\} \quad (4)$$

Etapas 2. Asignación de los Individuos Restantes a un Clúster: La asignación de grupo, para cada uno de los puntos (datos) que no fueron elegidos como semillas, se hace de acuerdo a las siguientes reglas: (a) Se denota los grupos por g_1, g_2, \dots, g_k , y sus respectivos centroides con $C_{M_1}, C_{M_2}, \dots, C_{M_k}$, y (b) El punto $x_u \in m$ se asigna al grupo g_a , si:

$$D(x_u, C_{M_a}) = \min_{C_{M_i}} D(x_u, C_{M_i}) w_{M_i} \quad (5)$$

Donde w_{M_i} corresponde al vector de pesos del centroide. La descripción de los pesos será realizada en la siguiente etapa.

Etapas 3. Definición de Centroides: La importancia de definir el centroide radica en que no se tiene un espacio continuo, y por lo mismo hablar de individuo promedio puede llevar a vectores que no se dan en la población.

Definición (Centroide): Dada una nube de puntos $\{x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{nj}\} \in M^n$ se definen los centroides C_{M_o} , de acuerdo a la escala de medida de las variables a analizar, como sigue:

$$C_{M_o} = \text{Moda}\{x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{nj}\} \quad (6)$$

Donde la moda (dato de mayor frecuencia), se calcula componente a componente. Al trabajar componente a componente, se pueden tener varias modas, es decir varios datos con la misma frecuencia, la moda que se utilizará es aquella asociada al valor sembrado más tempranamente en el grupo. Adicional a los valores del centroide, se calculan los pesos correspondientes para cada uno de los valores definidos. Dicho peso es obtenido de la siguiente manera:

$$w_{Mj} = \frac{\text{Frecuencia_Moda}\{C_{Mj}\}}{\text{Cantidad de individuos en el cluster}} \quad (7)$$

Etapa 4. Fase de Mejora: Dado que el centroide es recalculado a medida que van ingresando individuos a cada grupo, al finalizar la asignación se revisa la distancia de cada individuo al centroide final del grupo en el que está, para verificar si quedaron bien asignados. El algoritmo toma los individuos que se encuentren más alejados respecto al centroide final de su grupo y se compara con los centroides finales de los otros grupos, si se obtiene una distancia menor en otro grupo el individuo se reasigna al grupo más cercano.

3.1.2 PAM (Partitioning Around Medoids)

Kaufman y Rousseeuw (2008) diseñaron un método que utiliza medioides que permiten hacer la clusterización y su planteamiento es uno de los más usados comúnmente, a continuación se describen los pasos que se siguieron: (a) Se seleccionan k individuos de la muestra para convertirlos en los medioides, en otras palabras, se le define al algoritmo la cantidad de clústeres que se quieren generar; (b) Se calcula la matriz de disimilitud; el algoritmo PAM puede utilizar dos métricas: distancias euclidianas, que son la raíz sumatoria de las diferencias o distancia de Manhattan, que es la suma de las distancias absolutas. Para este análisis se utilizó la distancia de Manhattan. (c) Se construyen los grupos minimizando la distancia entre los individuos. Y (d) Para cada búsqueda de clúster si alguno de los individuos del clúster disminuye el coeficiente de disimilaridad promedio; se asigna a otro grupo.

4 Experimentación Computacional

Los resultados que se presentan en este artículo son un primer acercamiento al manejo de los métodos con datos de escalas ipsativas. Para futuras publicaciones, pueden surgir cambios al momento de validar el algoritmo con otras poblaciones. Para el caso particular que se está manejando de Millennials en Guadalajara, se presentan los resultados obtenidos para ambos métodos:

Considerando los 75 ítems del instrumento, éstos se agrupan sumando los 5 ítems correspondientes a cada variable completando así las 15 variables que explican cuáles son los factores que influyen en la motivación de los trabajadores (Toro & Cabrera, 1998), en la figura 1 se muestran los resultados para cada variable utilizando los valores de los centroides finales. De la comparación de las dos representaciones gráficas se evidencia que conceptualmente el método propuesto tiene características diferenciadoras en cada clúster, mientras que PAM asume valores similares para las variables.



Figura 2. Comparativa de características de clústeres entre el método propuesto y PAM
Fuente: Elaboración propia

Otra forma de comparar la calidad del agrupamiento para los dos métodos, es a través de la distancia entre los centroides de los clústeres. Lo que se desea es que la distancia, independientemente del método que se utilice (distancia binaria o la de Manhattan), sea lo más grande posible. Sin embargo, como las unidades de medida que utiliza cada uno son diferentes, no es posible compararlas directamente. Para tener una comparación razonable, se tuvieron en cuenta los centroides identificados para cada método y se calcularon las dos distancias en los centroides de cada clúster. De este análisis se obtuvo que con la distancia propuesta (basada en Sorensen), el método propuesto obtiene una distancia de 48 entre los centroides y el método PAM una distancia de 38. Con la distancia de Manhattan, los valores obtenidos entre centroides son 85 y 68 respectivamente, lo que evidencia que los centroides son más separados mediante el método propuesto independientemente de la fórmula de distancia utilizada.

5 Conclusiones

En este artículo se analizó el problema de clusterización con variables ipsativas y se propuso un método basado en distancias de disimilitud de Sorensen. El aporte del método propuesto es la construcción de un “individuo tipo” (centroide) con las características del clúster que puede ser que en la muestra seleccionada no exista, pero en la población si, por lo tanto, no limita ficticiamente las características de un grupo porque no se liga exclusivamente a las personas de la muestra. Este método puede ser de utilidad cuando no se tiene claro en la población los perfiles que se pueden llegar a encontrar.

Por otra parte, se puede observar gráficamente que existe una gran diferencia entre ambos métodos para obtener los valores que se tuvieron en cuenta por variable al hacer el agrupamiento. En el primero se evidencia que la mayoría de los puntajes obtenidos por variables son inversos, lo que podría indicar que la segmentación por características es buena, mientras que en el método PAM las características de los dos clústeres presentados manejan valores similares. Una clara diferencia entre los dos métodos es la forma en la que se seleccionan los centroides. En el método propuesto se determina primero una semilla (individuo de la muestra) como centroide inicial y a medida que se van integrando individuos al clúster ese centroide se va recalculando, mientras que en PAM se escogen medioides (centroides) a partir de los individuos de la muestra y se mantienen fijos.

Teniendo en cuenta lo anterior, se puede concluir que la clusterización generada por el método propuesto identifica mejor las características de la segmentación conceptual, mientras que el segundo no diferencia completamente la segmentación por variables diferenciadoras. Adicionalmente al hacer un análisis matemático de las distancias, el método propuesto separa de mejor forma los centroides de los clústeres generados.

Referencias

1. M. A. Gómez Vélez y C. M. Torres Granda, «¿A qué trabajadores beneficia la flexibilidad laboral?,» *Revista Facultad de Trabajo Social*, pp. 13-32, 2015.
2. G. Stein y M. Martín, «Five Keys to Manage Millennial Talent,» *IESE INSIGHT*, pp. 25-31, 2016.
3. J. Jacques y C. Biernacki, «Model-based clustering for multivariate partial ranking data,» *Journal of Statistical Planning and Inference*, 149, pp. 201-217, 2014.
4. M. Giordan y G. Diana, «A clustering method for categorical ordinal data,» *Communications in Statistics—Theory and Methods*, 40(7), pp. 1315-1334, 2011.
5. C. Silvestre, M. G. Cardoso y M. A. Figueiredo, «Identifying the number of clusters in discrete mixture models,» *arXiv preprint arXiv:1409.7419*, 2014.
6. W. Benter, «Computer based horse race handicapping and wagering systems,» In, *Hausch, Donald B., Lo, Victor S.Y. and Ziemba, William T. (eds.) Efficiency of Race Track Betting Markets (Economic Theory, Econometrics and Mathematical Economics)*. San Diego, USA. Academic Press, 1995.
7. T. Murphy y D. Martin, «Mixtures of distance-based models for ranking data,» *Comput. Statist. Data Anal.* 41, p. 645–655, 2003.
8. C. Calderón Carvajal y C. Ximénez Gómez, «Análisis factorial de ítems de respuesta forzada: una revisión y un ejemplo,» *Revista Latinoamericana de Psicología*, pp. 24-34, 2014.
9. F. Toro y H. Cabrera, «Distinciones y relaciones entre clima, motivación, satisfacción y cultura organizacional,» *Revista Interamericana de Psicología Organizacional*, 17(2), pp. 27-39, 1998.
10. L. Kaufman y P. J. Rousseeuw, *Finding Groups in Data: An Introduction to Cluster Analysis*, New Jersey: Wiley, 2008.
11. R. Xu y D. Wunsch II, «Clustering,» *IEEE Computational Intelligence Magazine. Volume: 4, Issue: 3*, pp. 92 - 95, 2009.
12. I. C. Gormley y T. B. Murphy, «Analysis of Irish third level college applications data,» *Journal of the Royal Statistical Society: Series A (Statistics in Society)*, 169(2), pp. 361-379, 2006a.
13. I. C. Gormley y T. B. Murphy, «Exploring voting blocs within the Irish electorate: A mixture modeling approach,» *Journal of the American Statistical Association*, 103(483), pp. 1014-1027, 2008a.
14. I. C. Gormley y T. B. Murphy, «A mixture of experts model for rank data with applications in election studies,» *The Annals of Applied Statistics*, pp. 1452-1477, 2008b.
15. P. Lee y P. Yu, «Mixtures of weighted distance-based models for ranking data with applications in political studies,» *Comput. Statist. Data Anal.* 56, p. 2486–2500, 2012.
16. T. A. Sorensen, «A method of establishing groups of equal amplitude in plant sociobiology based on similarity of species content and its application to analyses of vegetation in Danish commons,» *K dan Vidensk Selsk Biol. Skr.* 5, pp. 1-40, 1948.
17. J. M. Álvarez Monzoncillo y G. de Haro Rodríguez, «Millennials. La generación emprendedora .,» Barcelona: Ariel, S.A., 2017.

Análise da capacidade de fábricas com o uso da Dinâmica de Sistemas: uma abordagem sistêmica para problemas complexos

Níssia Carvalho Rosa Bergiante
Universidade Federal Fluminense
nissiabergiante@id.uff.br

Caroline Carmo Ebendinger
Universidade Federal Fluminense
carolinecarmo@id.uff.br

Thainá Moulin Maia
Universidade Federal Fluminense
thainamaia@id.uff.br

Paula da Cunha Felipe
Universidade Federal Fluminense
paulafelippe@id.uff.br

Resumo

A capacidade produtiva de fábricas é de fundamental importância nos níveis estratégico, tático e operacional, com relevância à medida que responde aos questionamentos sobre como gerenciar recursos, planejar a produção, de modo a atender a demanda. Essa tarefa é um desafio, devido à complexidade das restrições desses sistemas. Neste contexto, a dinâmica de sistemas (SD) se apresenta como um método de compreensão de um problema complexo e das relações existentes entre seus elementos. Com a construção de um mapa integrado, traz a visão dos loops internos e relações circulares entre seus atores e variáveis. O trabalho apresenta um levantamento das variáveis mais relevantes em estudos de análise de capacidade de produção de fábricas. A evolução temporal das publicações científicas realizadas e a frequência no uso das variáveis coletadas são resultados da pesquisa. Além disso, a análise permite construir um mapa causal que auxilie na abordagem sistêmica de estudos de capacidade.

Palavras-chave: capacidade produtiva; dinâmica de sistemas; sistemas complexos; mapa causal.

1 Introdução

O conceito de capacidade é de extrema relevância em todos os níveis da cadeia de suprimentos de uma unidade fabril. Uma fábrica com capacidade insuficiente impacta as

entregas de pedidos, gera aumento de estoques intermediários e frustração da mão de obra com o não atendimento da demanda. De mesmo modo em que o excesso de capacidade acarreta em despesas desnecessárias, como o acúmulo de estoques de produtos acabados e desperdícios da superprodução (TUBINO, 2000).

Portanto, a tarefa de chegar à definição da capacidade de um sistema representa um desafio para a gerência das fábricas, ao se depararem com o número de restrições e variáveis existentes no processo de produção (e suas variabilidades), que precisam ser consideradas na construção de uma metodologia de análise (ARAUJO, 2009).

Com relação às restrições existentes, para seu entendimento, é necessário classificá-las em internas ou externas. Pois, quando a capacidade do sistema é maior que a demanda do mercado, suas restrições são externas a ele. De mesmo modo que, quando a demanda por determinado mix de produtos é maior que a sua capacidade, há presença de gargalos dentro do processo de produção. Sendo tais gargalos restrições internas à fábrica, seus rendimentos precisam ser maximizados, através da aplicação de melhorias no processo, para ganho de capacidade (PACHECO et al., 2012).

Estas restrições sobre o processo fazem parte da abordagem multimetodológica para análise de capacidade, pois de acordo com a Teoria das Restrições, o gargalo de um sistema determina sua capacidade total, sendo ele responsável por definir o ritmo da produção. Com base na capacidade de produção do gargalo e seu desempenho é possível identificar a capacidade real do mix de produtos fabricados neste sistema (GOLDRATT; COX, 2003).

Além disso, a definição destas variáveis, restringindo ou não a capacidade da fábrica, não é uma atividade trivial para a organização. A busca por alocar recursos, minimizando perdas e maximizando a utilização das partes que compõem um sistema complexo, exigem um entendimento de toda a cadeia, a partir de uma visão ampla (LINGITZ et al., 2013).

Como uma das alternativas a se lidar com um problema complexo, e de múltiplos atores e suas variáveis, encontra-se o conceito de Dinâmica de Sistemas, utilizado como base para a construção de modelos computacionais (ou manuais) de problemas de sistemas complexos, podendo este referir-se à capacidade de produção (STERMAN, 2000).

Desenvolvida na década de 1960, para ajudar a gerência a compreender processos industriais, a Dinâmica de Distemas (Systems Dynamics) faz uso de uma abordagem integrada, auxiliando na compreensão de situações complexas. Pois, através da construção de um “mapa integrado”, traz a visão dos loops internos, atrasos de tempo existentes entre as variáveis, que afetam todo o sistema. Aplicado à análise de capacidade em fábricas, as relações circulares – interligadas – entre os componentes do sistema (principalmente os gargalos) são tão importantes quanto seus comportamentos individuais (ELMASRY; SHALABY; SALEH, 2011).

Com base nisso, este trabalho tem como objetivo apresentar um levantamento das variáveis mais relevantes em estudos de análise de capacidade de produção de fábricas. Serão abordados como resultados principais a evolução temporal das publicações científicas realizadas e a frequência no uso das variáveis coletadas. Além disso, a análise permite auxiliar na construção de um mapa causal, constituindo uma abordagem sistêmica de estudo de capacidade.

A estrutura deste artigo consiste em (1) contextualização do tema, (2) processo de busca e seleção e o método comparativo de análise e (3) os resultados encontrados com a pesquisa realizada.

2 Metodologia

O estudo envolveu uma revisão sistemática qualitativa, a fim de verificar publicações científicas sobre a aplicação do conceito de Dinâmica de Sistemas. As unidades de análise foram artigos e publicações produzidos a partir de 2006, contemplando bases *Web of Science* e *Scopus*. Para essa busca, foram utilizadas as seguintes palavras-chave: *system dynamics; research; capacity analysis, manufacturing capacity*.

Na pesquisa inicial, foram definidas duas vertentes: (1) Conceitos e modelos tradicionais de análise de capacidade de fábricas e (2) Conceitos e aplicações da ferramenta de dinâmica de sistemas. As duas perspectivas tornaram viável o refinamento das informações para o resultado final deste trabalho.

Ainda como abordagem inicial, utilizando as bases já citadas, as pesquisas concentraram-se na busca pelo conceito genérico de Dinâmica de Sistemas, que abordou o surgimento da ferramenta, sua metodologia de aplicação e vantagens e desvantagens de seu uso.

A pesquisa aprofundou-se em publicações de estudos de caso para que, através de uma tabela comparativa, fosse possível identificar variáveis mais utilizadas pelos autores. Além disso, também por meio de comparação entre os trabalhos encontrados, foram feitas análises e conclusões a respeito da evolução destas publicações.

3 Resultados da pesquisa

3.1 O conceito de dinâmica de sistemas

Para (STERMAN, 2000), um sistema consiste em um conjunto de elementos que possuem propriedades específicas, tais como: (1) realizar uma determinada função, (2) ter um objetivo definido e (3) apresentar uma estrutura. Um sistema, quando desintegrado, perde a sua identidade, pois todos os seus elementos contribuem para o seu propósito final.

Os sistemas de maior complexidade apresentam características em comum. Em sua maioria, são dinâmicos, pois mudam constantemente; são altamente acoplados, pois seus elementos possuem forte interação entre si; podem ser não-lineares, em que os efeitos serão desproporcionais às causas. Além disso, a sua estrutura interna determina como se comportará, ou seja, a maneira como os elementos estão interligados interferem no comportamento global do sistema (AMARAL, 2012; STERMAN, 2000).

Segundo (URIBE, 2008), a alta complexidade dos sistemas de produção podem ser a causa fundamental das baixas taxas de produtividade de uma organização. Para os autores, quanto maior a complexidade, maior é a probabilidade dos gerentes tomarem decisões errôneas. Visto que a maioria das decisões e políticas de uma empresa é baseada em modelos mentais e dados não relacionados. Normalmente, as decisões tomadas não consistem em um resultado ótimo e são aprimoradas por meio da experiência dos envolvidos, tentativas e erros.

Com o objetivo de atuar na tratativa de sistemas de alta complexidade, surgiu o conceito de Dinâmica de Sistemas (systems dynamics – SD). A SD ainda é um campo de aplicação e estudos recente, introduzido por Jay Forrester no MIT com o livro “Industrial Dynamics”, em 1961. Em crescimento, está ganhando reconhecimento por sua abordagem em sistemas envolvendo muitas variáveis, relações e restrições (AMARAL, 2012; URIBE, 2008).

Para sintetizar o conceito, (STERMAN, 2000) define que a dinâmica de sistemas consiste em um conjunto de ferramentas conceituais que permitem compreender a estrutura e o dinamismo de sistemas com características complexas. Sua aplicação também envolve a modelagem através da construção de simulações destes sistemas complexos, com o objetivo de tomar decisões e definir políticas organizacionais mais eficazes.

3.2 A construção de mapas sistêmicos e suas relações causais

A dinâmica de sistemas é baseada no comportamento das variáveis que os compõem e nas “respostas” que apresentam ao sistema como todo. As variáveis estão sujeitas a relações causais, sendo estas positivas ou negativas, apresentadas através de uma relação de causa e efeito (AMARAL, 2012; STERMAN, 2000).

A relação causal positiva apresenta um relacionamento diretamente proporcional entre as variáveis. Caso ocorra um aumento na causa, o efeito aumentará em proporção maior do que se a mudança não tivesse ocorrido. De mesmo modo que, caso haja uma redução na causa, o efeito também diminuirá seguindo a lógica (AMARAL, 2012; STERMAN, 2000).

A relação causal negativa apresenta um relacionamento inversamente proporcional entre as variáveis. Caso ocorra um aumento na causa, o efeito diminuirá ainda mais do que se causa não tivesse sofrido mudanças. De mesmo modo que, caso haja uma redução na causa, o efeito sofrerá um aumento (AMARAL, 2012; STERMAN, 2000).

Os autores ressaltam a importância de estabelecer sempre relações entre apenas duas variáveis. Embora outros elementos impactem a relação causal, só devem ser levados em conta na criação do modelo completo (MUSSA, 2009).

As relações causais definidas constituem os elementos dos ciclos de realimentação positivos ou negativos. Segundo (AMARAL, 2012), os ciclos positivos possuem crescimento exponencial, dobram seus resultados em intervalos de tempos iguais e, além disso, sua curva de crescimento cresce lentamente. No início, os valores dobrados são menores e, após os intervalos, os ganhos são elevados.

Enquanto isso, os ciclos de realimentação negativa representam resultados que buscam a estabilização do sistema, ou seja, o atingimento de uma meta. Esse ciclo surge sempre que há uma diferença entre o seu estado atual e o qual se deseja alcançar. O que leva as organizações tomarem ações reguladoras para atingir o estado desejado e manter-se em equilíbrio (GRÖSSLER; THUN; MILLING, 2008).

Estes ciclos positivos e negativos são “blocos” formadores dos mapas sistêmicos. Segundo (AMARAL, 2012; VLACHOS; GEORGIADIS; IAKOVOU, 2007), o mapa sistêmico representa: (1) toda a estrutura do sistema, (2) as conexões entre todas as variáveis existentes, internas ou externas, e (3) suas relações de causas e efeitos positivas e negativas.

3.3 Conclusões

Foi possível identificar que a literatura aborda a aplicação de dinâmica de sistemas em diversos ramos de negócios, com o objetivo de solucionar problemas específicos das organizações. Na pesquisa realizada, foram encontradas aplicações nos temas apresentados na tabela 1, utilizando variáveis relevantes aos processos em questão.

Tabela 1 – Aplicações de SD em problemas de sistemas complexos

Tema	Autor	Principais Variáveis
Baixa performance de processo.	(URIBE, 2008).	Vendas limitadas, estoque de produção, satisfação do cliente, capacidade de produção, política de produção, tempo de processamento (tempo de giro), entrada de pedidos, preço relativo.
Dimensionamento de capacidade.	(ELMASRY; SHALABY; SALEH, 2011).	Nível de estoque, taxa de produção, inventário, taxa de expedição, demanda.
Planejamento de produção.	(ORCUN; UZSOY; KEMPF, 2006).	Capacidade de produção, Tempo de ciclo de produção, Tempo de processamento, Utilização de equipamentos.
Influência da confiabilidade do produto no lucro da organização.	(WENBING; JING; SHENGHAN, 2013).	Confiabilidade do produto, investimento em P&D, O&S custos, receita de vendas, custos totais, lucros corporativos.
Planejamento de capacidade para instalações de remanufatura em cadeias de suprimento reversas.	(VLACHOS; GEORGIADIS; IAKOVOU, 2007).	Inventário de matérias-primas, estoque de produtos novos e remanufaturados, ordens em espera, estoque dos distribuidores, demanda não atendida, produtos descartados, previsão de ordens dos distribuidores, taxa de remanufatura, previsão de produtos utilizados, capacidade de remanufatura, produtos aceitos para reuso, vendas.
Gerenciamento de operações.	(MUSSA, 2009).	Pedido alocados, critérios de alocação, pedidos de clientes, prazo de entrega, inventário desejado, encomenda executada, produção viável do material, nível de inventário, taxa de entrega de material, uso de material, capacidade máxima de estoque, ordem de atendimento de pedidos, tempo de conclusão esperado, taxa de produção, estoque de segurança, atraso de transporte, tempo de processamento.

A partir da pesquisa, dois estudos destacaram-se, devido a sua aplicação em manufaturas. O autor (URIBE, 2008) teve como foco solucionar o problema de baixa performance de uma fábrica de impressão (gráfica). Como primeiro passo, elaborou um mapa sistêmico, utilizando variáveis relevantes ao processo. Os resultados obtidos foram a criação de diversos cenários em que o comportamento das variáveis determinavam os resultados obtidos pelo sistema, possibilitando diferentes tomadas de decisão.

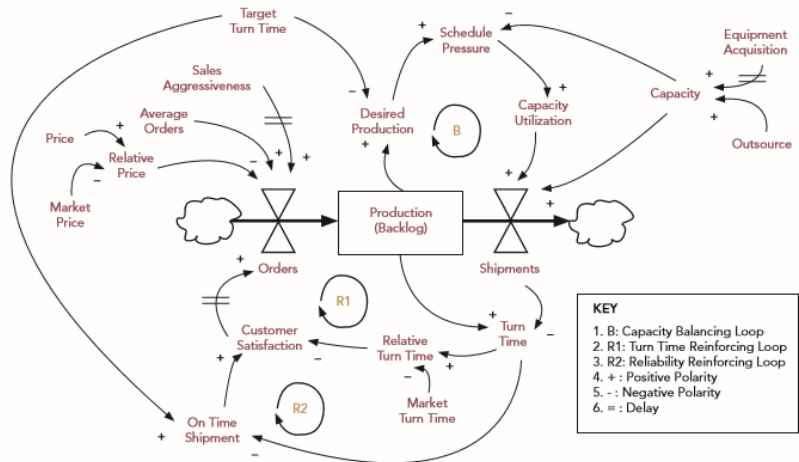


Figure 6. Causal loop diagram of the print production system

Figura 1 – Mapa sistêmico de processo de produção de uma gráfica.

Fonte: (URIBE, 2008).

Os autores (ELMASRY; SHALABY; SALEH, 2011) utilizaram a ferramenta para problemas de escala de capacidade. Também foi elaborado um mapa sistêmico, para construção de um modelo para sistema de manufatura.

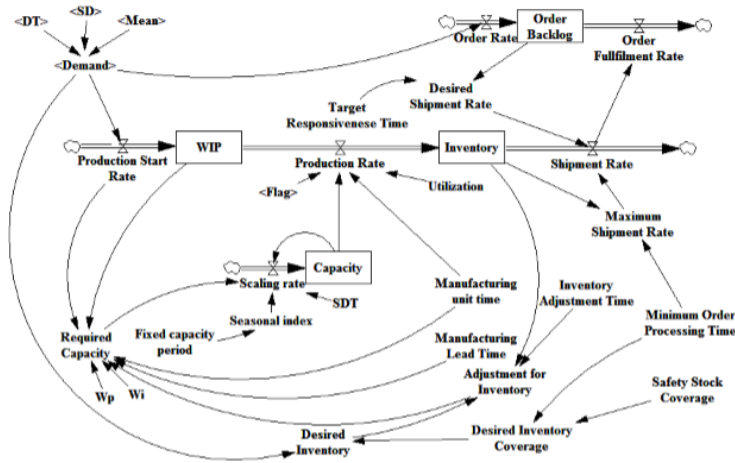


Figure 1: Basic model with refinements

Figura 2 – Mapa sistêmico de processo de manufatura com capacidade de expansão.

Fonte: (ELMASRY; SHALABY; SALEH, 2011).

Nos diferentes autores levantados, foi possível identificar a presença de variáveis chaves para construção do mapa causal. Entre os seis estudos de caso analisados, a variável “vendas” encontrou-se presente em cinco deles, mostrando a relevância da entrada de pedidos (que resultam nas vendas) no fluxo do sistema de manufatura, inclusive na análise de sua capacidade. De mesma importância, encontra-se a “taxa de produção”, ou seja, o quanto a fábrica é capaz de fabricar por determinada unidade de tempo. Outra variável relevante é o “nível de estoque”, presente em quatro dos seis estudos de caso. O comportamento da organização com relação ao seu nível de estoque de segurança limita sua capacidade produtiva, impacta no tempo de atendimento dos seus pedidos e no processo de produção, como todo. Bem como a variável de “previsão de demanda”, que impacta na necessidade da fábrica em balancear sua capacidade.

A amostra teve como base pesquisas a partir do ano de 2006, nos quais foi observado um aumento das publicações ao longo dos anos, apontando um crescimento e difusão do conceito de Dinâmica de Sistemas. No entanto, todos os trabalhos analisados no estudo comparativo foram publicados em países da Europa e Estados Unidos, indicando o uso ainda limitado da ferramenta na América Latina e, simultaneamente, oportunidades de desenvolvimento deste conhecimento em outros países.

References

1. J. A. A. Amaral. Desvendando sistemas. *Ed. do Autor*. São Paulo, 2012.
2. L. E. D. Araujo. Nivelamento de Capacidade de Produção utilizando Quadros Heijunka em Sistemas Híbridos de Coordenação de Ordens de Produção. *Universidade de São Paulo – USP*. São Paulo, 2009.
3. S. S. Elmasry and M. A. Shalaby and M. A. Saleh. A System Dynamics Simulation Model For Scalable-Capacity Manufacturing Systems. *The 30th International Conference of the System Dynamics Society*, pp. 1-18, 2011.
4. E. M. Goldratt and J. Cox. A Meta: um processo de melhoria contínua. *Editores Nobel*. São Paulo, 2003.
5. A. Grossler and J. H. Thun and P. M. Milling. System Dynamics as a Structural Theory in Operations Management. *Production and Operations Management*, v. 17, n. 3, pp. 373-384, 2008.
6. L. Lingitz et al. Modelling of flexibility costs in a decision support system for midterm capacity planning. *Procedia CIRP*, v. 7, pp. 539-544, 2013.
7. Y. M. Mussa. A System Dynamics Model for Operations Management Improvement in Multi-plant Enterprise. *Delft University of Technology*, pp. 77, 2009.
8. S. Orcun and R. Uzsoy and K. Kempf. Using system dynamics simulations to compare capacity models for production planning. *Proceedings - Winter Simulation Conference*, pp. 1855-1862, 2006.
9. D. A. J. Pacheco et al. Modelo de Gerenciamento da Capacidade Produtiva: Integrando teoria das restrições e o índice de rendimento operacional global (IROG). *Revista Produção Online* v. 12, n.3, n. 1988, pp. 806-826, 2012.
10. J. S. Sterman. Business Dynamics: Systems Thinking and Modeling for a Complex World. *McGraw-Hill Education*, 2000.
11. D. F. Tubino. Manual de Planejamento e Controle da Produção. *Atlas S.A.* São Paulo, 2000.
12. J. Uribe. Print Productivity: A Systems Dynamics Approach. *Rochester Institute of Technology*. New York, 2008.

13. D. Vlachos and P. Georgiadis and E. Iakovou. A system dynamics model for dynamic capacity planning of remanufacturing in closed-loop supply chains. *Computers and Operations Research*, v. 34, n. 2, pp. 367-394, 2007.
14. C. Wenbing and J. Jin and Z. Shenghan. A System Dynamics Modeling Approach for Corporate Profit With Product Reliability. *Management Science and Engineering*, v. 7, n. 4, pp. 12-16, 2013.

Análise de impactos de mudança de cultura organizacional através de Métodos de Estruturação de Problemas (PSM): uma revisão sistemática de literatura e aplicações do *Strategic Options Development Analysis* (SODA)

Thainá Moulin Maia
Universidade Federal Fluminense
thainamaia@id.uff.br

Paula da Cunha Felipe
Universidade Federal Fluminense
paulafelippe@id.uff.br

Caroline Carmo Ebendinger
Universidade Federal Fluminense
carolinecarmo@id.uff.br

Níssia Carvalho Rosa Bergiante
Universidade Federal Fluminense
nissiabergiante@id.uff.br

Resumo

A cultura é uma característica intrínseca à cada empresa. Ela define desde como serão as tarefas do dia a dia e o clima do local de trabalho até a formatação do comportamento com os clientes. Manter a cultura organizacional é um desafio, mas as dificuldades se ampliam quando há necessidade de se realizar mudanças. Diante deste cenário complexo, os modelos de pesquisa operacional *hard* não oferecem uma abordagem pertinente. Neste contexto, este artigo propõe uma revisão sistemática de literatura relacionada à mudança de cultura, comparando a cultura de metodologia ágil e a de processos com base em trabalhos que tenham utilizado o *Problem Structuring Methods* (PSM), com uma abordagem da metodologia SODA, em publicações do período de 2008 a 2018. O estudo pode ser aplicado à empresas que estejam passando por este momento de transição, para entender melhor os fatores que contribuem ou dificultam a mudança, os atores que influenciam o processo de tomada de decisão e seus objetivos principais.

Palavras-chave: cultura organizacional; PSM; SODA.

1 Introdução

A cultura organizacional é um importante fator competitivo em algumas empresas, muitas vezes até mais forte que seus produtos, poder de barganha, presença de mercado ou tecnologia. Alguns exemplos são Disney, Coca-Cola e Google, que desenvolveram e apresentam culturas corporativas tão fortes que são mundialmente conhecidas (CAMERON; QUINN, 2011).

O estudo da cultura organizacional apresenta diversas barreiras, iniciando-se pela definição do que realmente é a cultura organizacional, conceito que gera discussão entre muitos autores. Para que seja feita uma observação e análise mais assertiva, é necessário que o pesquisador esteja inserido e possa observar o comportamento real da empresa (CHATMAN; O'REILLY, 2016).

Um ponto que ainda carece de pesquisas, quando fala-se de cultura organizacional, está relacionado à sua mudança, ou seja, quais são as dificuldades e quais são os impulsionadores de uma possível transição (CHATMAN; O'REILLY, 2016). Em situações de mudança, a cultura representa um grande obstáculo ao processo, mas também pode ser tratada como um fator chave para impulsionar outras transformações organizacionais (ALVESSON; SVENINGSSON, 2015).

Alguns fatores internos da organização podem se mostrar como uma barreira para a implementação de uma nova cultura. Como exemplos tem-se a rigidez e falta de flexibilidade não só da gestão, mas também da companhia como um todo, e a existência de subculturas que permeiam seus colaboradores (LINNENLUECKE; GRIFFITHS, 2010). Por outro lado, fatores como adaptabilidade, consistência de valores e engajamento dos colaboradores tornam a organização mais propícia a realizar mudanças (ZHENG; YANG; MCLEAN, 2010).

Por ser um trabalho de anos de desenvolvimento de uma organização e envolver diversos atores, uma vez que influencia todos os seus colaboradores, a mudança de cultura é um processo muito complexo de ser implementado, com diversas etapas, quebras de paradigma e aprendizados. Por esse motivo, muitas organizações enfrentam dificuldades, sem saber identificar a necessidade de mudança ou os passos a serem seguidos para persegui-la (HEATHFIELD, 2008).

Neste cenário de complexidade e diversos atores, surge a oportunidade da utilização de alguma metodologia que auxilie na tomada de decisão e solução desta problemática. Uma delas é a aplicação de Métodos de Estruturação de Problemas (PSM), cuja implementação é recomendada para cenários em que há certo desconhecimento do problema em si ou da sua solução (ACKERMANN, 2012).

O estudo busca auxiliar organizações que planejem este tipo de mudança, trazendo uma proposta de abordagem que considere o capital humano como recurso ao melhor direcionamento estratégico. Seu objetivo então é estudar a importância e os desafios da cultura organizacional, realizando uma comparação entre duas delas: cultura de metodologia ágil e de processos, e apresentar a metodologia SODA como uma possível alternativa para estudo dessa transição.

Para o alcance deste objetivo foi realizada uma revisão de literatura abordando assuntos como cultura organizacional, mudança de cultura organizacional, PSM e SODA. Assim, este trabalho está dividido em 4 seções. A seção 2, Metodologia, aborda os critérios de seleção do referencial teórico e os mecanismos de busca utilizados. A seção 3 apresenta a

revisão de literatura, seus resultados e discussões. A seção 4 fornece a conclusão em cima do estudo e sugestões de trabalhos futuros.

2 Metodologia

Com base no proposto na seção 1, foram utilizados alguns critérios de seleção na busca por trabalhos relevantes ao estudo. Foram selecionados artigos publicados entre os anos 2008 e 2018, além de trabalhos de conclusão de mestrado e doutorado e livros. A busca utilizou palavras chave como: *organizational culture, organizational culture change, business process management, agile culture, problem structuring methods, strategic options development and analysis*, fazendo uso de palavras da língua inglesa com o intuito de expandir a base de artigos.

Além disso, as bases de busca utilizadas foram a SCOPUS e *Web of Science*, por meio do Periódicos CAPES, além do Google Acadêmico, para encontrar artigos semelhantes e de bases diferentes. Ao final, foram utilizados 33 trabalhos para compor este estudo de revisão de literatura.

3 Resultados e Discussões

3.1 Cultura Organizacional e o processo de mudança

A cultura organizacional é o conjunto de aspectos intangíveis que permeiam uma empresa, ou seja, é o termo utilizado para representar o ambiente de trabalho e sua influência na maneira de pensar e agir dos colaboradores (WARRICK; MILLIMAN; FERGUSON, 2016). Ela abrange desde os valores, crenças, comportamentos e operações internas, até as normas, atividades principais, percepções e relações. Através da análise da cultura organizacional é possível compreender como uma companhia toma decisões e por que seus colaboradores as tomam e agem de certa maneira (SCHEIN, 2009; SHAFRITZ; OTT; JANG, 2015).

Diferentes organizações apresentam diferentes culturas, que podem influenciar seus colaboradores tanto de maneira positiva quanto negativa, tendo efeitos também no próprio ambiente de trabalho. Dessa forma, a cultura é vista por alguns como a solução para problemas organizacionais, enquanto para outros como resultado de práticas organizacionais (WARRICK, 2017; WARRICK; MILLIMAN; FERGUSON, 2016).

A cultura organizacional é um dos maiores legados de uma empresa, porém, se não recebe a devida importância, torna-se vulnerável, perdendo as oportunidades de mudança e melhoria. A mudança de cultura geralmente surge da percepção do líder de que a cultura atual não apoia ou até é prejudicial para o alcance dos objetivos e conseqüentemente ao não atendimento do projeto futuro da organização (WARRICK, 2017).

Em relação aos colaboradores da corporação, um outro fator crítico é seu envolvimento com a mudança de cultura. Caso não haja engajamento e sentimento de confiança de que é possível fazer, tal transformação corre risco de não ser bem sucedida para toda a companhia, mostrando que ela não estava pronta para a transição. Ou seja, uma mudança organizacional depende em grande parte da empresa estar preparada para esta nova implementação. Este fato, porém, não garante que a mudança vai ser bem sucedida (WEINER, 2009).

Mudanças organizacionais podem ser ameaçadoras e apresentar resistência por parte dos colaboradores (VOM BROCKE et al., 2014). Para que uma organização consiga, com

sucesso, passar por uma reforma duradoura, é necessário também uma mudança na sua cultura. Para isso, é importante compreender que há diferenças entre a perspectiva da cultura organizacional definida pela alta gestão e a cultura observada no dia a dia da organização, que é mediada pelos atores envolvidos. Esta cultura, se muito enraizada nos colaboradores, pode se tornar uma barreira à mudança organizacional, uma vez que seus princípios muitas vezes podem ser tomados como verdade sem que continuem representando os ideais da empresa (SHAFRITZ; OTT; JANG, 2015).

Um ponto importante a ser levado em consideração quando planejada essa transição é o histórico de trabalho dos colaboradores da empresa. O grupo pode muitas vezes já ter tradições ou dinâmicas que guiarão o líder na tomada de decisão do que pode ser mantido ou deve ser alterado (SCHEIN, 2009; WARRICK, 2017).

Para se realizar uma mudança de cultura, há dois pontos chave: gerenciar a ansiedade dos membros do grupo pelos aprendizados a serem absorvidos e acompanhar a permanência do potencial de desenvolvimento da nova cultura. Além disso, uma das ações mais efetivas ao se fazer alterações na cultura atual da organização é utilizar de iniciativas importantes como mudanças na estratégia, reorganizações ou uniões, para provar aos colaboradores a importância dos valores culturais (SCHEIN, 2009; WARRICK, 2017).

Por mais que a estratégia de mudança de cultura e as ferramentas sejam bem planejadas e utilizadas, a organização ainda corre um risco de não obter bons resultados. Por isso, um fator importante a se levar em consideração é a transformação da cultura fundamental da empresa, como os valores, a forma de pensar e a abordagem de solução de problemas (CAMERON; QUINN, 2011). A Tabela 1 apresenta um quadro resumo dos principais conceitos abordados nesta seção.

A mudança de cultura então é um processo demorado, que requer muito comprometimento e engajamento não só da liderança, mas também de todo o corpo de funcionários. Vários fatores devem ser levados em consideração, tornando essa transição um problema de alta complexidade: identificação do catalisador da mudança; comprometimento dos membros da organização; engajamento de líderes; entendimento do cenário da organização e da velocidade com que as mudanças devem ser implementadas; medição do sucesso e comemoração de pequenos ganhos. (MIERKE; WILLIAMSON, 2017).

Tabela 1: Quadro resumo dos principais conceitos apresentados na seção 3.1

Autor(es)	Principais conceitos
(SCHEIN, 2009)	Acompanhar o potencial de desenvolvimento da nova cultura, gerenciar a ansiedade da equipe pelo aprendizado e atentar-se às tradições do grupo.
(WEINER, 2009)	O sucesso da mudança de cultura depende do quanto a organização está preparada e do engajamento de seus colaboradores.
(CAMERON; QUINN, 2011)	Transformar da cultura fundamental da empresa, incluindo seus valores.
(SHAFRITZ; OTT; JANG, 2015)	Compreender da diferença entre a cultura organizacional definida pela liderança e a observada no dia a dia.
(WARRICK; MILLIMAN; FERGUSON, 2016)	A cultura organizacional abrange os aspectos intangíveis de uma empresa, representando seu ambiente de trabalho e como influencia nas ações e pensamentos dos seus colaboradores.

(MIERKE; WILLIAMSON, 2017)	Mudar a cultura organizacional é um processo demorado que requer comprometimento da liderança e de todo o corpo de funcionários.
(WARRICK, 2017)	Deve-se implementar ações efetivas como mudanças na estratégia, reorganizações e uniões e a liderança deve se adequar ao momento da organização.

Fonte: autoria própria.

Em relação aos diferentes tipos de cultura organizacional, este trabalho vai abordar dois: a de metodologia ágil e a de gestão por processos, realizando uma análise comparativa entre elas.

3.2 Cultura Ágil

A cultura de metodologia ágil baseia-se em alguns princípios, como pouca dependência de documentação e alta agilidade para implementar mudanças, e é mais propícia a ser aceita pela equipe destinada quando suas práticas pressupõe fácil uso, compatível com as práticas de trabalho já adotadas, com boa demonstração de resultados e alto grau de maturidade (CHAN, 2009). Diferente de metodologias mais tradicionais e engessadas, a ágil apresenta uma natureza caracterizada por alta adaptabilidade e flexibilidade (LIVERMORE, 2008). Existe uma correlação significativa entre metodologias ágeis e alguns fatores de cultura organizacional. Feedback, aprendizado, interação social, trabalho em equipe, flexibilidade e envolvimento são muito valorizados em organizações que adotam esta forma de trabalho. A liderança age como facilitadora, de forma colaborativa, empreendedora, inovadora e propensa a riscos, além de empoderar seus colaboradores. O foco em resultados, a base na lealdade, confiança mútua e comprometimento e a comunicação informal direta são características marcantes da cultura dessas organizações, que geralmente apresentam menor formalidade (STRODE; HUFF; TRETIAKOV, 2009).

3.3 Cultura de Gestão por Processos

A cultura de gestão por processos baseia-se no foco nos processos organizacionais ao invés de nas funções organizacionais (SCHMIEDEL; VOM BROCKE; RECKER, 2013). Partindo do princípio que, ao se implementar o BPM há uma alteração na estrutura e atividades da organização, assume-se que todos os *stakeholders* devem ser envolvidos no processo, buscando garantir maior sucesso durante essa transição com um sentimento mais forte de pertencimento e de dono das alterações implementadas (VOM BROCKE et al., 2014).

A decisão de implantação de uma gestão por processos pode levar à uma mudança na cultura organizacional uma vez que ela se inicia com a valorização do foco em processos, levando à uma reavaliação da estrutura organizacional e das atividades exercidas por todos os colaboradores (VOM BROCKE; SINNL, 2011).

Um fator determinante do sucesso da implementação do gerenciamento por processos pode ser considerado o nível da habilidade de uma organização em se adaptar a ambientes em transformação (SCHMIEDEL; VOM BROCKE; RECKER, 2013).

Após o estudo desses dois tipos de cultura, foi construída a Tabela 2, apresentando uma breve comparação entre as características de ambas as culturas. Percebe-se então que, apesar de na sua essência serem duas metodologias com culturas distintas, ainda assim é

possível encontrar pontos de convergência entre elas, como a abertura e adaptabilidade à mudanças.

Tabela 2: Resumo comparativo das culturas de metodologia ágil e gestão por processos

Cultura de metodologia ágil	Cultura de gestão por processos
Pouca dependência de documentação (CHAN, 2009)	Envolvimento de todos os <i>stakeholders</i> (VOM BROCKE; MATHIASSEN; ROSEMANN, 2014)
Alta agilidade na implementação de mudanças (CHAN, 2009)	Foco nos processos ao invés de nas funções organizacionais (SCHMIEDEL; VOM BROCKE; RECKER, 2013)
Adaptabilidade (LIVERMORE, 2008)	Processos adaptáveis de acordo com as mudanças implementadas (VOM BROCKE; SINNL, 2011)
Flexibilidade (LIVERMORE, 2008; STRODE; HUFF; TRETIKOV, 2009)	Melhoria contínua (VOM BROCKE; SINNL, 2011)
Empoderamento dos colaboradores (STRODE; HUFF; TRETIKOV, 2009)	Adaptabilidade da organização a ambientes em transição (SCHMIEDEL; VOM BROCKE; RECKER, 2013)
Forte trabalho em equipe (STRODE; HUFF; TRETIKOV, 2009)	Foco no cliente (VOM BROCKE; SINNL, 2011)

Fonte: autoria própria.

3.4 Métodos de Estruturação de Problema

Muitas vezes as organizações se deparam com situações complexas, as quais envolvem diversos atores com objetivos distintos. Tais cenários são difíceis de ser analisados e de se encontrar um ponto em comum entre os envolvidos, sendo necessário o uso de ferramentas específicas para estruturação desses problemas (GUARNIERI; E SILVA; LEVINO, 2016). Com base no estudo apresentado acima, podemos considerar o cenário de mudança de cultura como um problema complexo, que exige uma análise baseada em ferramentas mais específicas.

Surgem então as abordagens de Pesquisa Operacional baseadas principalmente na análise comportamental e realizando uma conexão entre os elementos que compõem a atividade estudada (WHITE; BURGER; YEARWORTH, 2016). A aplicação dos Métodos de Estruturação de Problemas (PSM) pode auxiliar na definição dessas situações e de seus elementos, além de apoiar na tomada de decisão, solucionando problemas em diversos cenários organizacionais (GUARNIERI; E SILVA; LEVINO, 2016; HINDLE; FRANCO, 2009). Alguns desses métodos são: Análise SWOT, *Strategic Options Development and Analysis* (SODA), *Strategic Choice Approach* (SCA) e *Soft Systems Methodology* (SSM) (MARTTUNEN; LIENERT; BELTON, 2017; SØRENSEN; VIDAL, 2008).

A metodologia SODA busca desenvolver uma análise estratégica para auxiliar na tomada de decisão de situações não estruturadas que envolvam vários atores com pontos de vista e objetivos diferentes e, muitas vezes, conflitantes e diversas incertezas (GUARNIERI; E SILVA; LEVINO, 2016; MANSO; SUTERIO; BELDERRAIN, 2015). Para isso, este método faz uso de técnicas de construção de mapa cognitivo como sua principal ferramenta (GEORGIU, 2010; GUARNIERI; E SILVA; LEVINO, 2016).

Há um passo a passo a ser seguido para a implementação desta metodologia: se inicia com reuniões com os tomadores de decisão (chamados de atores) no processo estudado, que apresentam o objetivo de definir o contexto a ser analisado e modelado, é dada uma breve explicação do método e nomeado o problema, seguido pela definição dos elementos

primários de avaliação que representam os pontos considerados relevantes pelos atores, podendo ser objetivos, metas ou ações (GUARNIERI; E SILVA; LEVINO, 2016).

O método SODA é desenvolvido com base no modelo de constructos bipolares, ou seja, através da construção de um mapa de constructos ao invés de um mapa conceitual. Os constructos representam então geralmente decisões a serem tomadas ou consequências das mesmas, e podem ser categorizados de acordo com seu tipo: cauda, cabeça, opções estratégicas, implosões, explosões ou dominantes, além do tipo em *looping*. O desenvolvimento da análise SODA tem início com a realização de entrevistas semi-estruturadas, as quais apresentam como produto um mapa individual para cada ator entrevistado. São analisadas então as ideias levantadas, buscando similaridades entre os mapas dos atores, que podem vir a representar explicitamente constructos ou *clusters*, fazendo ligações entre os mapas até atingir um mapa do grupo como um todo (GEORGIU, 2010).

Alguns exemplos de estudos já realizados com a análise SODA podem ser listados. A aplicação do método para o problema de gerenciamento de desastres naturais no estado de São Paulo buscou mapear o Sistema de Defesa Civil do Estado, identificando os pontos críticos e com o intuito de servir ajudar nas pesquisas futuras de desenvolvimento de soluções para tais problemas (MANSO; SUTERIO; BELDERRAIN, 2015). Para o setor aeroespacial brasileiro, a aplicabilidade se deu com o objetivo de definir critérios que auxiliassem na decisão de compra ou desenvolvimento de tecnologias espaciais no setor (RIBERO DOS SANTOS; SOLEDAD GUTIERREZ CURO; CARMEN NEYRA BELDERRAIN, 2010). A análise também foi utilizada para levantar ações a serem implementadas buscando melhorias em um curso de Engenharia e aumentar sua avaliação (FARIAS; SILVA; SCHRAMM, 2016), para identificar a problemática e levantar estratégias para a garantir a sustentabilidade financeira de laboratórios metrológicos do SENAI CTGAS-ER (CHAVES DE SOUSA ICHIHARA, 2015), para auxiliar na gestão ambiental de um estaleiro naval (SOARES, 2017), no cenário problemático da logística reversa de eletrônicos (GUARNIERI; E SILVA; LEVINO, 2016) e para avaliar a importância da adoção de um Sistema de Gestão Ambiental em uma Instituição Pública Federal do Estado de São Paulo (SILVA, 2017).

No entanto, um estudo de caso que mais se assemelha à ideia proposta neste trabalho, é a aplicação do método SODA em uma companhia de aviação, no qual o objetivo do estudo era apoiar no redesenho da estratégia de um departamento por um novo líder que buscava melhorar a performance da equipe em geral (ABUABARA et al., 2017). Com isso, podemos ter uma base para considerar que a aplicação do método SODA seria bem sucedida ao ser aplicada em um caso de mudança de cultura, buscando avaliar seus impactos e como resultado ter um plano de ação para que a implementação seja feita de forma a mitigá-los.

4 Conclusão

A mudança de cultura exige grande engajamento de toda a organização, para não só melhorar o rendimento da empresa, mas também engajar os colaboradores e transmitir uma ideia de dono e responsabilidade pelo processo de transformação e pela nova cultura. Por levar muitos fatores em consideração e envolver muitos atores, é um problema complexo de ser solucionado. Surge uma oportunidade então de aplicação de ferramentas que

auxiliem neste momento, para que a mudança seja implementada com sucesso e com o mínimo de impacto possível em todos os *stakeholders*.

Através da revisão de literatura realizada neste trabalho, foram comparadas duas diferentes culturas organizacionais: a de metodologia ágil e a de gestão por processos, transitando para um estudo de Métodos de Estruturação de Problemas, e viabilizando a aplicação do *Strategic Options Development and Analysis*, mais especificamente, para a problemática de mudança de cultura envolvendo as duas aqui desenvolvidas.

Algumas oportunidades para trabalhos futuros podem ser elencadas. Dentre elas, o desenvolvimento da solução aqui apresentada no contexto de mudança organizacional pode ser aplicado para um estudo de caso prático, auxiliando empresas nessa fase de transição à alcançarem seus objetivos. Além disso, pode ser estudada também a possibilidade de um outro método de estruturação de problemas, como o *Soft System Methodology* (SSM), para ser aplicado no mesmo contexto também.

Referências

1. L. Abuabara et al. A systemic framework based on Soft or approaches to support teamwork strategy: An aviation manufacturer Brazilian company case. *Journal of the Operational Research Society*, 69(2):220–234, 2017.
2. F. Ackermann. Problem structuring methods ‘in the Dock’: Arguing the case for Soft OR. *European Journal of Operational Research*, 219(3):652–658, 2012.
3. M. Alvesson; S. Sveningsson. *Changing organizational culture: Cultural change work in progress*. Routledge, London, 2015.
4. K. S. Cameron; R. E Quinn. *Diagnosing and changing organizational culture: Based on the competing values framework*. John Wiley & Sons, San Francisco, 2011.
5. F. K. Y. Chan. Acceptance of agile methodologies: A critical review and conceptual framework. *Decision Support Systems*, 46(4):803–814, 2009.
6. J. A. Chatman; C. A. O’Reilly. Paradigm lost: Reinvigorating the study of organizational culture. *Research in Organizational Behavior*, 36:199–224, 2016.
7. R. Chaves de Sousa Ichihara. *Estruturação da Problemática de Sustentabilidade Financeira dos Laboratórios Metrológicos do SENAI CTGAS-ER*. Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, 2015.
8. R. L. Farias; V. B. S. Silva; F. Schramm. Uso do métodos SODA para identificação de ações de melhorias para um curso de engenharia. *Anais do XLVIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, pp. 2346-2354. Vitória, 2016
9. I. Georgiou. Cognitive Mapping and Strategic Options Development and Analysis (SODA). *Wiley Encyclopedia of Operations Research and Management Science*, 1–10, 2010.
10. P. Guarnieri; L. C. e Silva; N. A. Levino. Analysis of electronic waste reverse logistics decisions using Strategic Options Development Analysis methodology: A Brazilian case. *Journal of Cleaner Production*, 133:1105–1117, 2016.
11. S. M. Heathfield. How to change your culture: Organizational culture change. *About. Com Guide*, 2008.
12. G. A. Hindle; L. A. Franco. Combining problem structuring methods to conduct applied research: A mixed methods approach to studying fitness-to-drive in the UK. *Journal of the Operational Research Society*, 60(12):1637–1648, 2009.
13. M. K. Linnenluecke; A. Griffiths. Corporate sustainability and organizational culture. *Journal of World Business*, 45(4):357–366, 2010.
14. J. A. Livermore. Factors that significantly impact the implementation of an agile software

- development methodology. *Journal of Software*, 3(4):31–36, 2008.
15. D. F. Manso; R. Suterio; M. C. N. Belderrain. Estruturação do problema de gerenciamento de desastres do estado de São Paulo por intermédio do método Strategic Options Development and Analysis. *Gestão & Produção*, 22(1):4–16, 2015.
 16. M. Marttunen; J. Lienert; V. Belton. Structuring problems for Multi-Criteria Decision Analysis in practice: A literature review of method combinations. *European Journal of Operational Research*, 263(1):1–17, 2017.
 17. J. Mierke; V. Williamson. A Framework for Achieving Organizational Culture Change. *Library Leadership & Management*, 31(2):1–16, 2017.
 18. P. Ribero dos Santos; R. Soledad Gutierrez Curo; M. Carmen Neyra Belderrain. Aplicação do mapeamento cognitivo a um problema de decisão do setor aeroespacial de defesa do Brasil. *ISSN*, 2010.
 19. E. H Schein. *Cultura organizacional e liderança*. Atlas, 2009.
 20. T. Schmiedel; J. vom Brocke; J. Recker. Which cultural values matter to business process management?: Results from a global Delphi study. *Business Process Management Journal*, 19(2):292–317, 2013.
 21. J. M. Schafritz; J. S. OTT; Y. S. Jang. *Classics of Organization Theory*. Cengage Learning, 2015.
 22. M. C. C. DA Silva. *O comprometimento como estratégia para a adoção de um sistema de gestão ambiental: O caso de uma instituição pública de pesquisa*. Universidade de São Paulo, 2017.
 23. N. L. Soares. *Análise da gestão ambiental em estaleiro naval através do apoio multicritério à decisão*. Universidade Federal Fluminense, 2017.
 24. L. Sørensen; R. V. V. Vidal. Evaluating six soft approaches. *Economic Analysis Working Papers*, 7(9):1–20, 2008.
 25. D. E. Strode; S. L. Huff; A. Tretiakov. The Impact of Organizational Culture on Agile Method Use. *Proceedings of the 42nd Hawaii International Conference on System Sciences*, v. 42, p. 1–9, 2009.
 26. J. vom Brocke et al. Ten principles of good business process management. *Business Process Management Journal*, 20(4):530–548, 2014.
 27. J. vom Brocke; L. Mathiassen; M. Rosemann. Business Process Management. *Business & Information Systems Engineering*, 6(4):189–189, 2014.
 28. J. vom Brocke; T. Sinnl. Culture in business process management: A literature review. *Business Process Management Journal*, 17(2):357–378, 2011.
 29. D. D. Warrick. What leaders need to know about organizational culture. *Business Horizons*, 60(3):395–404, 2017.
 30. D. D. Warrick; J. F. Milliman; J. M. Ferguson. Building high performance cultures. *Organizational Dynamics*, 45(1):64–70, 2016.
 31. B. J. Weine. A theory of organizational readiness for change. *Implementation Science*, 4(1):1–9, 2009.
 32. L. White; K. Burger; M. Yearworth. Understanding behaviour in problem structuring methods interventions with activity theory. *European Journal of Operational Research*, 249(3):983–1004, 2016.
 33. W. Zheng; B. Yang; G. N. McLean. Linking organizational culture, structure, strategy, and organizational effectiveness: Mediating role of knowledge management. *Journal of Business Research*, 63(7):763–771, 2010.

A problem of vehicle routing with border crossing in Latin America with transshipments points

J. Isaac Pemberthy R.

Departamento de Calidad y Producción, Facultad de Ciencias Económicas y Administrativas
Instituto Tecnológico Metropolitano, Medellín, Colombia
jorgepemberthy@itm.edu.co

Juan E. Muriel-Villegas

Centre for Supply and Logistics, Faculty of Science, Engineering and Built Environment,
Deakin University, Melbourne, Australia
jmuriel@deakin.edu.au

Karla C. Álvarez-Uribe

Departamento de Calidad y Producción, Facultad de Ciencias Económicas y Administrativas
Instituto Tecnológico Metropolitano, Medellín, Colombia
karlaalvarez@itm.edu.co

Abstract

This work focuses on finding a solution to a real problem of transportation planning in a Colombian company from the road transport service industry. The problem consists of scheduling the international transport operations between two countries, Colombia and Venezuela, over a time horizon. The problem has multiple variants such as: heterogeneous fleet of vehicles and trailers, multiple depots (customers), time windows constraints in the depots and various service modalities. The goal is to schedule the resources (vehicles and trailers) in order to meet the demand for transport service requests on a given time horizon, minimizing the distance traveled by the vehicles while empty.

Keywords: Problem solving, Transport planning, Road transport, Vehicle routing, metaheuristic algorithm.

1. Introduction

The increase of free trade agreements between nations and the formation of transnational trading blocs have increased the pressure over transportation systems. As stated by the Commission of the European Communities, costs such as transport and storage represent 10-15% of the final cost of a finished product [1]. Transportation systems are involved in virtually all products and services produced in the economy [2], doubling their energy use in the last 30 years [3] and being responsible for approximately 62% of the world oil consumption [4]. According to the International Energy Agency, if no more policies are adopted to support efficiency, the global transport sector could increase its energy consumption up to 70% by 2050, showing the great importance of transportation related activities [3].

Despite all the economic benefits generated by international free trade agreements, they put an enormous

pressure over logistic operators, particularly long-haul freight transportation carriers. For these companies the challenges imposed by long-distance trips, strict time windows, location and relocation of vehicle fleets, the differences among transportation regulations between countries, the use of transshipments operations across borders and a fierce competition, entails the search, development and application of methods and techniques for strategic planning and operational efficiency. Therefore, the main objective of this paper is the development of a solution approach for a real transnational, cross-border, long-haul problem for a transportation carrier in Colombia, Latin America.

2. Problem Statement

This work faces a long-haul, transnational, cross-border transportation problem with transshipments applied to a transportation carrier in Colombia, Latin America. Frequently to these route planning processes several objectives are proposed that are mostly linked together: (i) The increase in profits. (ii) Guarantee the service fulfilling the conditions of time and delivery of the clients. (iii) Increase in the use of available resources to achieve cost reduction. (iv) Reduce the total of transport distances by using the capacity of vehicles. (v) The reduction of CO₂ production, to be more environmentally friendly. However, in this case, the objective is to reduce the number of empty vehicle journeys for both third party and company owned resources, achieving a greater loyalty of vehicle owners to the transport company since is one of the most significant resources that impacts transportation carriers in Colombia. Different constraints are represented by the diversity of regulations between countries that directly affect the transportation service like: difference in weight limit, Enabling transit of vehicles and trailers, Modalities of transport - Border crossing (Transfer, Transshipment, Direct).

- Difference in weight limit
In Colombia, the maximum gross vehicle weight (PBV) for a 6-axle truck (3S3 designation) is approximately 52 ± 1.3 ton. According to the Ministry of Transportation of Colombia (Resolution 4100 of 2004), in Venezuela the PBV is 48 tons. For this same type of vehicle according to Venezuelan Standard COVENIN 614 (1997), restricting changes in the use of vehicles to the lowest weight.
- Enabling transit of vehicles and trailers
In both countries they restrict the free transit of vehicles and trailers that have plaque and R (identification of the trailer) foreign, for this reason there is a need to request before the competent authorities a special permit for a vehicle to travel in another country different from the one of its origin.
- Modalities of transport - Border crossing
 - Transfer: It is based on the use of trailers and generic heads for the transport of the merchandise.
 - Transshipment: This method works in a similar way to the transfer, the difference lies in not using a trailer for delivery to the customer. Therefore, after the shipment of the goods from the origin city to the border, the corresponding customs procedure is carried out and the unload the merchandise to the floor in a warehouse authorized by the client. Later the merchandise is loaded to another vehicle with a license to transit in the country, and the merchandise is transferred to its destination where it is delivered.

- Direct: This modality, as its name implies, is developed from the point of origin to its destination by the same vehicle, making the corresponding customs procedure and the subsequent transfer of the load to the customer. For the development of this modality, you must have a vehicle and trailer, if applicable, that have the authorization to transit in both countries.

The case study company has a combination of challenges that are still rare in the literature, such as time windows, a vast fleet and different transport regulations between different countries. The problem involves a combination of different variants of the Vehicle Routing Problem (VRP), including the Pickup and delivery problem (PDVRP), the Vehicle Routing Problem with Time Windows (VRPTW), the Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem (HFVPR), the Multi Depot Vehicle Routing Problem (MDVRP), the Vehicle Routing Problem with Backhauls (VRPB) and the Roll-on Roll-off Vehicle Routing Problem (RRVRP). When carrying out an evaluation of the different VRP variants most studied by the different authors, it was obtained that of 11 variants analyzed our case included 6 of these (see Table 1).

Table 1. VRP variants evaluated

<i>VRP Variants</i>	<i>Name</i>	<i>Included</i>	
		<i>Yes [√]</i>	<i>No [X]</i>
<i>CVRP</i>	<i>Capacitated Vehicle Routing Problem</i>		X
<i>PDVRP</i>	<i>Pickup and delivery problem</i>	√	
<i>VRPTW</i>	<i>Vehicle Routing Problem with Time Windows</i>	√	
<i>OVRP</i>	<i>Open Vehicle Routing Problem</i>		X
<i>HVRP</i>	<i>Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem</i>	√	
<i>MDVRP</i>	<i>Multi Depot Vehicle Routing Problem</i>	√	
<i>VRPB</i>	<i>Vehicle Routing Problem with Backhauls</i>	√	
<i>PVRP</i>	<i>Periodic Vehicle Routing Problem</i>		X
<i>TDVRP</i>	<i>Time Dependent Vehicle Routing Problem</i>		X
<i>TTRP</i>	<i>Tractor and Trailer Routing Problem</i>		X
<i>RRVRP</i>	<i>Roll-on Roll-off Vehicle Routing Problem</i>	√	

The problem consists on different sets of tractors and trailers sparsed in predefined in road network. This is the main difference with classical VRP's, where the whole fleet is located at a single depot. The objective is to pick-up an order request from one location and deliver it to another location. An order consists in the transportation of a specified freight which must be fitted in a predetermined tractor size. The different tractor types and trailers are indicated in Table 2 and Table 3. A tractor may need a trailer or can be a rigid tractor (no trailer needed). The trailers can be wooden, cabined or flat beds. When a customer submits a request, it specifies the pickup and delivery locations, and a pickup time window. A tractor type is assigned to the request and a transshipment (if necessary) and pickup and delivery paths are known in advance. From this point several options are available.

Table 2. Types of tractors

Tractor type	Weight (ton)	Capacity (ton)	Trailer enabled
Box tractor 2 axle	4	5	No
Single tractor 2 axle	6	8	No
Double tráiler 5 axle	11	17	No
Tractor 2 axle	12	18	Yes
Tractor 3 axle	16	35	Yes

Table 3. Types of trailers

Trailer type	Tipo de vehículos compatibles
Wooden trailer	Tractor 2 axle Tractor 3 axle
Cabined	Tractor 2 axle Tractor 3 axle
Flat bed	Tractor 2 axle Tractor 3 axle

3. Solution method

The problem is solved using a combination of strategies: simulation and a metaheuristic. The metaheuristic was tested using two heuristics to generate initial feasible solutions. This method generated better solutions than the method applied by the carrier, showing that significant gains can be obtained. The solution is divided in two stages:

- i) The initial stage generates feasible solutions using a combination of random generation with a nearest neighbor algorithm, assigning requests to resources (tractors and trailers).
- ii) The second stage uses the result of the first stage as the initial solution and applies Simulated Annealing (SA) [5] with a combinatorial function. Its objective is to minimize the total empty distance in the planning horizon by selecting the best feasible solution. Figure 1 shows the procedure graphically.

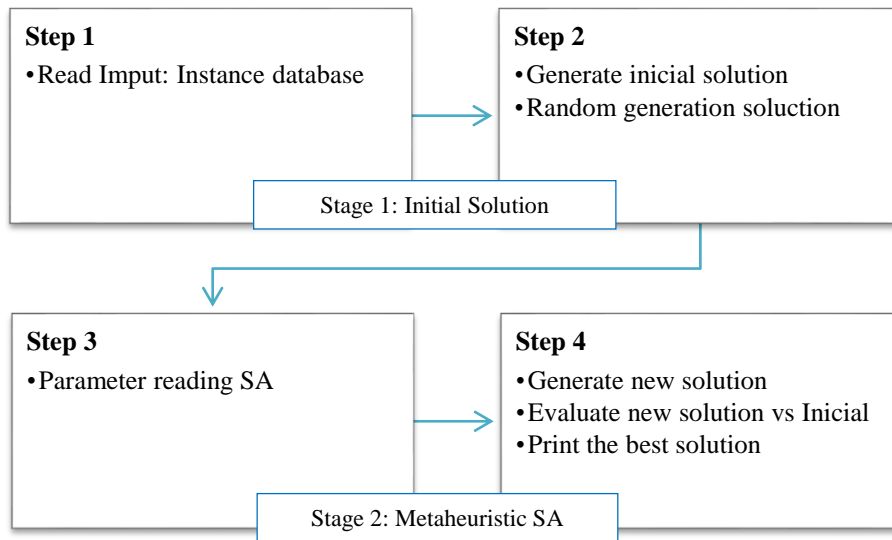


Figure 1. Illustration of the solution procedure

4. Results

We applied the proposed algorithm to a real-world problem from the carrier company with 364 service requests with pickup and deliveries in the two countries. We maintain the original fleet capacity with tractors and trailers sparse across the two countries transportation network. The algorithm was implemented on Visual Basic for Applications with Ms Excel in an intel core i5 with 8GB of Ram. Using the simulation, we found the baseline value of the objective function to be 125,727 total empty km travelled. We then used our solution approach with the initial random with nearest neighbour algorithm, obtaining a total empty travelled distance of 90,857 km, a 27.4% reduction over the initial simulation approach. The algorithm found 3,599 solutions before reaching the best value of the objective function. The total computation time was 5.2 hours (18,694 seconds). Results are shown graphically in Figure 2.

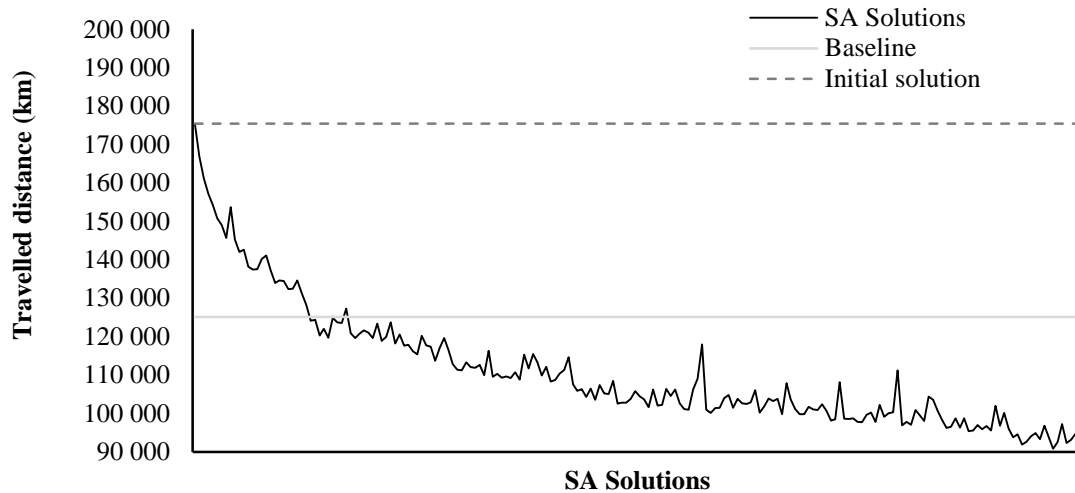


Figure 2. Results for the SA metaheuristic

5. Conclusions

An initial naïve approach was developed to simulate the process applied by the dispatcher at the carrier company. With the objective of obtaining good quality solutions in short periods, we proposed a heuristic algorithm to initially assign available resources accompanied by a simulated annealing metaheuristic; proving its superiority compared to the solutions found by the naïve approach with nearest neighbour algorithm. The impacts of these results for transnational logistic operators have wide range implications. The analysis proved that by understanding the dynamics of a transnational transportation problem is possible to design more efficient transportation operations that minimize undesirable empty movements that makes carriers uncompetitive and unaligned to current environmental challenges.

While this study provides a comprehensive mathematical model with the aim to devise strategies and methods to improve transportation activities, additional work needs to be done. The proposed solution method although showed good quality solutions in a reasonable computational time, can be considered a static algorithm and clearly outstand some limitations. The demand used was assumed to be known in advance, an aspect that in many cases is an unrealistic assumption. Future work should include a dynamic framework that generates solutions based on changes during the planning period, adapting to different demand scenarios.

References

- [1] Commission of the European communities (2006), “Freight Transport Logistics in Europe” Technical report. Brussels.
- [2] Greene, D., Jones, D.W. and Delucchi, M.A. (Eds) (1997), “The Full Costs and Benefits of Transportation”. Berlin: Springer.
- [3] Dulac, J. (2012), “Global transport outlook to 2050”, International Energy Agency Technical report.
- [4] Li, W., Dai, Y., Ma, L., Hao, H., Lu, H., Albinson, R. and Li, Z. (2015), “Oil-saving pathways until 2030 for road freight transportation in China based on a cost-optimization model” *Energy*, vol. 86, no. 0, pp. 369–384.

Metodología con técnicas matheurísticas para la solución del problema de ruteo de vehículos multidepósito con entregas y recogidas simultáneas - MDVRPSPD

Pedro Pablo Ballesteros Silva
Universidad Tecnológica de Pereira
ppbs@utp.edu.co

Antonio Escobar Zuluaga
Universidad Tecnológica de Pereira
aescobar@utp.edu.co

Diana Paola Ballesteros Riveros
Universidad Tecnológica de Pereira
dianap@utp.edu.co

Abstract

En este trabajo se presenta una nueva metodología para resolver el problema de ruteo de vehículos multidepósito con entregas y recogidas simultáneas (*MDVRPSPD*) utilizando una matheurística, conformada por el algoritmo genético especializado de Chu-Beasley (AGCB) y técnicas exactas de programación lineal entera mixta, aplicadas a la mejor configuración obtenida del algoritmo genético.

El problema considera un conjunto de clientes y depósitos, cuyas demandas de recogida y entrega de productos o personas son conocidas y su objetivo es obtener el conjunto de rutas de costo mínimo, que permita satisfacer la demanda de los clientes, considerando las respectivas restricciones del sistema y los vehículos necesarios para la realización de las mismas.

Por otra parte, se debe tener en cuenta que la aplicación de métodos exactos para la solución del *VRPSPD* ha tenido limitaciones en tiempos de procesamiento y consideración de muchas variables y restricciones como lo manifiestan [1], [2] y [3]. Con la utilización de la matheurística, esta situación se supera fácilmente, obteniendo buenas soluciones en tiempos de cómputo relativamente cortos. Para la técnica exacta se aplica el modelo matemático propuesto por [4] y empleado por [5].

La metodología desarrollada se implementa en C++, Java y Python y para encontrar la solución con la técnica exacta se dispone del software solver CPLEX. La eficiencia de la implementación del algoritmo se verifica con la utilización de instancias de prueba disponibles en la literatura especializada.

Para facilitar la implementación del algoritmo genético de Chu Beasley para m depósitos, k vehículos y n clientes, los autores diseñaron tres algoritmos: Algoritmo de clustering, algoritmo generador de matrices y algoritmo graficador.

El algoritmo híbrido, que combina el algoritmo genético de Chu – Beasley y la técnica exacta basada en el método branch – and- cut, es una muy buena alternativa para resolver el *MDVRPSPD* para grandes tamaños de clientes o nodos, en donde por la misma naturaleza de los problemas NP- Hard, la programación lineal entera mixta PLEM no los resuelve dentro de un horizonte de tiempo aceptable.

Keywords: Algoritmo genético de Chu - Beasley; branch-and-cut; capacidad; entregas y recogidas; heurísticas; matheurísticas; metaheurísticas; optimización; ruteo de vehículos; técnicas exactas.

1 Introducción

La solución del problema de ruteo de vehículos con entregas y recogidas (VRPPD) en términos prácticos, consiste en identificar una serie de rutas de un conjunto de vehículos para suministrar servicio a unos clientes de la manera más adecuada posible, en el desarrollo y ejecución de los procesos de aprovisionamiento y distribución.

En su estructura, el problema está orientado a la búsqueda de un conjunto de soluciones óptimas, o soluciones obtenidas a través de heurísticas, metaheurísticas o matheurísticas, que están afectadas por distintas restricciones relacionadas con la cantidad de vehículos, su capacidad, sitios de destino y demanda, tiempo de entrega y de recogida, duración de la ruta, empleo de depósitos múltiples, flota de vehículos, entre otras. Los recorridos establecidos en todas las soluciones comienzan y terminan en un depósito y la carga de los vehículos utilizados está compuesta por mercancía que se va a entregar y por mercancía que se recoge simultáneamente a cada cliente y en ningún momento puede exceder la capacidad de los vehículos. Según la literatura existente, este es un problema de optimización combinatorial de la clase NP-Hard.

Por otra parte, se debe tener en cuenta que la aplicación de métodos exactos para la solución del *VRPSPD* ha tenido dificultades por la utilización y consideración de muchas variables y restricciones como lo manifiestan [1] y [3]. Con la utilización de la matheurística, esta situación se supera fácilmente, obteniendo buenas soluciones en tiempos de cómputo relativamente cortos.

Muchas de las aplicaciones del *VRPSPD* se encuentran en los diferentes procesos de logística inversa, donde las empresas deben efectuar actividades de gestión del flujo inverso tanto para productos terminados como para materias primas. Ejemplos de este problema se encuentran en las embotelladoras de gaseosas o cervezas, cuando se visitan los clientes a quienes se les entrega envases llenos de producto y se les recoge envases vacíos, con un uso adecuado de los recursos disponibles, con la ruta óptima y menor impacto en costos en la cadena de suministro. Otra aplicación del *VRPSPD* se observa en el transporte de pasajeros, cuando se trasladan y se recogen en diferentes sitios; en los sistemas de servicio a domicilio, donde se entrega y recibe mercancía o documentos, o se entregan productos y se recoge dinero, etc.

A continuación se describen los tres algoritmos diseñados por los autores para la implementación del AGCB para m depósitos, k vehículos y n clientes:

- Algoritmo de clustering. Está compuesto por dos fases. La fase 1 consiste en realizar la asignación de clientes a los diferentes depósitos aplicando la heurística del vecino más cercano. Con la fase 2 se hace una reasignación de clientes cuando alguno o algunos depósitos han excedido su capacidad de almacenamiento. Aquí también se aplica la heurística del depósito más cercano, logrando asignaciones factibles.
- Algoritmo generador de matrices: este es otro aporte de la investigación para mejorar la solución de la configuración entregada por Chu Beasley. Este algoritmo a partir de esta configuración y teniendo en cuenta la capacidad de los vehículos en la secuencia, genera las matrices de distancia con las cantidades para entregar y recoger por cada vehículo por depósito. Cada matriz se convierte un problema pequeño que es resuelto con la técnica exacta a través del software GAMS. Este resultado se compara con el obtenido con el AGCB y se evalúa cuál de los dos tiene mejor desempeño tanto por su función objetivo como por el tiempo de procesamiento.

- Algoritmo graficador: Con esta aplicación se construyen las rutas de los vehículos para cada depósito a partir del archivo de coordenadas de clientes y depósitos.

En la práctica estos procesos de entregas y recogidas se realizan en gran parte en forma empírica, incurriendo en elevados costos de transporte, en un fuerte impacto en el medio ambiente y en un discutible nivel de servicio al cliente final. Por lo tanto, los esfuerzos por mejorar y resolver científicamente esta situación es otro de los aportes y objetivos de este trabajo.

2 Descripción del Problema

Las situaciones que están relacionadas con el problema de ruteo de vehículos con entregas y recogidas de mercancía o personas que deben ser transportadas entre un origen y un destino, deben cumplir ciertas restricciones de capacidad de almacenamiento. A partir de la revisión bibliográfica realizada por [6] que se hizo para esta clase de problema, se encontró que existen tres grupos importantes: *Problema de ruteo de vehículos con cargas de retorno – VRPB (Vehicle Routing Problem with Backhauls)*. Ver [7]; *Problema mixto de ruteo de vehículos con recogida y entrega – MVRP (Mixed Vehicle Routing Problem)*. Ver [8]; *Problema de ruteo de vehículos con recogida y entrega simultáneas- VRPSD (Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery)*. Ver [4], [9], [10], [11], y [12]. En ese trabajo nos concentramos en el último grupo.

3 Formulación del modelo matemático

A continuación se describe la formulación del modelo matemático, que fue propuesto por [4] y aplicado por [5], con la siguiente notación:

$V = \{0, 1, 2, \dots, n\}$, conjunto de vértices, donde el vértice 0 representa el depósito y el resto corresponde a los clientes.

$A =$ conjunto de arcos que consisten en los pares (i, j) e (j, i) para cada arista $\{i, j\} \in E$.

Cada arista $\{i, j\} \in E$ tiene un costo no negativo y cada cliente $i \in V' = V - \{0\} = \{1, 2, 3, \dots, n\}$.

$d_i =$ cantidad de mercancía o producto que se debe entregar al cliente i .

$p_i =$ cantidad de mercancía o producto que se debe recoger al cliente i .

$c_{ij} =$ matriz de costos de viaje o distancias, $i, j \in V$.

$C = \{1, 2, \dots, m\} =$ conjunto de m vehículos homogéneos con capacidad Q .

Variables de decisión:

$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{si el vehículo } k \text{ recorre el arco } (i, j) \in A \text{ de la ruta seleccionada.} \\ 0, & \text{en cualquier otro caso.} \end{cases}$

$D_{ij} =$ cantidad de productos o mercancía pendiente por entregar, que es transportada en el arco (i, j) .

$P_{ij} =$ cantidad de productos o mercancía recogida, que es transportada en el arco (i, j) .

$Q =$ capacidad de los vehículos homogéneos.

La función objetivo y las restricciones se presentan enseguida:

$$\min \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} c_{ij} x_{ij} \quad (1) \quad \sum_{j \in V} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in V' \quad (2)$$

$$\sum_{j \in V} x_{ji} = 1 \quad \forall i \in V' \quad (3) \quad \sum_{j \in V'} x_{0j} \leq m \quad (4)$$

$$\sum_{j \in V} x_{jo} \leq m \quad (5) \quad \sum_{i, s \in V} x_{is} - \sum_{j, s \in V} x_{sj} = 0 \quad \forall (i, s, j) \in V \quad (6)$$

$$\sum_{j \in V} D_{ji} - \sum_{j \in V} D_{ij} = d_i \quad \forall i \in V' \quad (7) \qquad \sum_{j \in V} P_{ij} - \sum_{j \in V} P_{ji} = p_i \quad \forall i \in V' \quad (8)$$

$$D_{ij} + P_{ij} \leq Qx_{ij} \quad \forall (i, j) \in A \quad (9) \qquad D_{ij} \geq 0 \quad \forall (i, j) \in A \quad (10)$$

$$P_{ij} \geq 0 \quad \forall (i, j) \in A \quad (11) \qquad x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall (i, j) \in A \quad (12)$$

$$d_j x_{ij} \leq D_{ij} \leq (Q - d_i) x_{ij} \quad \forall (i, j) \in A \quad (13) \qquad p_i x_{ij} \leq P_{ij} \leq (Q - p_j) x_{ij} \quad \forall (i, j) \in A \quad (14)$$

$$D_{ij} + P_{ij} \leq (Q - \max\{0, p_j - d_j, d_i - p_i\}) x_{ij} \quad \forall (i, j) \in A \quad (15)$$

$$x_{ij} + x_{ji} \leq 1 \quad \forall i, j, i < j, \in V' \quad (16)$$

Para aplicar desigualdades más fuertes se pueden sustituir las desigualdades (9) por (15), (10) por (13), (11) por (14).

4 Descripción de la implementación del algoritmo genético de Chu – Beasley para resolver el VRPSD multidepósito

Como lo muestra [13], el algoritmo genético de Chu – Beasley [14] tiene algunas características que lo hacen más eficiente como: emplea la función objetivo para identificar el valor de la solución de mejor calidad; solamente sustituye un individuo a la vez en cada ciclo generacional; para evitar la convergencia prematura a soluciones óptimas locales, cada individuo que ingresa a la población debe ser diferente a todos los que conforman la población actual; incluye un criterio de aspiración; incorpora una etapa de mejoramiento, después de la recombinación, y con ciertas estrategias intra-ruta e inter-ruta, se evalúa una solución factible antes de decidir si entra a formar parte de la población actual.

La implementación del algoritmo genético de Chu – Beasley incluye las siguientes etapas:

4.1. Construcción de la población inicial.

Se puede formar por dos componentes: un primer componente son las configuraciones de las rutas obtenidas a partir de algunas heurísticas constructivas y un segundo componente, son las configuraciones de las rutas derivadas en forma aleatoria controlada, con la condición de que todos los individuos que la conforman sean diferentes. Para cada configuración se evalúa la función objetivo y la infactibilidad asociada a la carga de cada vehículo en las rutas. La representación genética del VRPSD y su codificación se muestran en la figura 1.

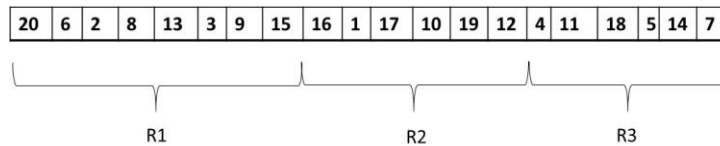


Figura 1 Representación de una configuración para 20 nodos o clientes

4.2. Operadores Genéticos

En este trabajo se utilizan tres operadores genéticos: Selección, recombinación y mutación, cuyo procedimiento se describe a continuación.

4.2.1 Selección: En esta etapa se utiliza el método de selección por torneo. Se realizan dos torneos, en cada de los cuales participan k individuos de la población actual (generalmente k se encuentra entre 2 y 4). Se seleccionan en forma aleatoria k individuos para cada torneo, se comparan sus funciones objetivo y aquel que posea la mejor se almacena en la posición reservada para el padre 1. Se hace lo mismo para el padre 2, con la condición que ambos padres sean diferentes, que pasan a la fase de recombinación.

4.2.2 Recombinación: Este operador facilita el intercambio de información presente en los dos padres y genera dos descendientes que poseen material genético del padre 1 y del padre 2. Existen varias técnicas para hacer la recombinación como: cruce de un punto, cruce de dos puntos, cruce uniforme, PMX (*Partially - Mapped - Crossover*, cruzamiento mapeado parcialmente), OBX (*Order Based Crossover*, cruzamiento basado en un orden), CX (Cruce de ciclo), MXP (cruce multipadres), LCSX (Cruce de la subsecuencia común más larga), entre otros. En este trabajo se probaron varios tipos de recombinación. También se utilizaron varias tasas de recombinación, siendo 0.80, con la que se obtuvieron mejores resultados.

4.2.3 Mutación: Con este operador se hacen algunos cambios o se alteran partes de la solución obtenida en la recombinación. La tasa de mutación aplicada en este trabajo es 0.05. Existen varias estrategias que pueden ayudar en esta etapa como: búsqueda local inter-rutas a través de la estrategia shift (1, 0), shift (2,0), shift (3,0), con la que se transfieren 1, 2, 3 clientes de una ruta a otra; búsqueda local inter-rutas a través de la estrategia swap (1,1), swap (2,1), swap (2,2), que facilita el intercambio de 1, 2 o 3 clientes de una ruta a otra; búsqueda local intra-rutas, donde se consideran criterios de vecindad de los clientes para efectuar movimientos en la misma ruta. Las estrategias que se pueden aplicar intra - ruta son rotación y 2-Opt. En este artículo se utilizaron varias estrategias de intercambio.

4.3. Proceso de mejora de un individuo

Después de la selección, de la recombinación y la mutación, cada configuración es sometida a una etapa de mejoría local que consiste en separar las rutas individualmente y construir subproblemas de una sola ruta cada uno y un depósito, con menos clientes que el problema completo, los cuales se resuelven usando una técnica exacta *branch - and - cut* y se reconstruyen las rutas parciales a través de sus soluciones óptimas. La configuración resultante pasa a la etapa de reemplazo.

4.4. Etapa de reemplazo

Aquí se compara la configuración resultante de las etapas anteriores con los individuos de la población actual. Se realiza un reemplazo por alguno de los individuos de la población, privilegiando la factibilidad sobre la infactibilidad y la función objetivo cuando se comparan soluciones factibles.

5 Resultados experimentales de la matheurística, donde se aplica el algoritmo genético de Chu - Beasley y técnicas exactas para tres depósitos, 50 clientes y tres vehículos.

Es importante anotar que el AGCB para un depósito, 3 vehículos y 50 clientes se probó en 23 instancias de Dethloff, con diferentes tasas de recombinación y mutación, cuyos resultados prometedores se mostraron en otro evento internacional.

Para el experimento de los tres depósitos, 50 clientes y tres vehículos por depósito se adaptaron las instancias de Dethloff para tres vehículos, efectuándose 437.618 ciclos generacionales para el depósito 1; 1.588.507 ciclos generacionales para el depósito 2 y 160.253 ciclos generacionales para el depósito 3 para alcanzar las respectivas incumbentes. A partir de esta simulación, se aplicó la matheurística propuesta.

En la figura 2 se puede observar la ubicación geográfica de los tres depósitos y 50 clientes. Existen las respectivas coordenadas, que se omiten por espacio.

A partir de la aplicación del algoritmo Clustering en dos fases diseñado por los autores, se obtiene la siguiente distribución:

Al depósito 1: clientes 14, 20, 22, 23, 25, 28, 29, 34, 35, 37, 41, 44, 45, 46, 48, 50.

Al depósito 2: clientes 2, 9, 10, 11, 13, 17, 24, 26, 27, 36, 38, 39, 40, 42, 43, 47.

Al depósito 3: clientes 1, 5, 12, 19, 21, 30, 31, 33, 49, 4, 7, 18, 6, 8, 3, 16, 15, 32.

Para resolver este problema de varios depósitos, varios vehículos y múltiples clientes se aplica en cada depósito el algoritmo genético de Chu Beasley para un depósito, varios vehículos y múltiples clientes.

Características del algoritmo Chu-Beasley para cada depósito:

Depósito 1: 16 clientes, 3 vehículos, 2000 configuraciones, 320 unidades es la capacidad de cada vehículo, 0,05 es tasa de mutación, 1 es la tasa de recombinación y los intervalos para PMX son 2-4, 6-8, 12-14.

Valor Función objetivo lograda para el depósito 1: 715,05 unidades de longitud. Tiempo de proceso: 647,92 segundos.

Depósito 2: 16 clientes, 3 vehículos, 6000 configuraciones, 350 unidades es la capacidad de cada vehículo, 0,05 es tasa de mutación, 1 es la tasa de recombinación y los intervalos para PMX son 2-4, 6-8, 12-14.

Valor Función objetivo lograda para el depósito 2: 1.183,42 unidades de longitud.

Tiempo de proceso: 5.086,71 segundos.

Depósito 3: 18 clientes, 3 vehículos, 4000 configuraciones, 350 unidades es la capacidad de cada vehículo, 0,05 es tasa de mutación, 1 es la tasa de recombinación y los intervalos para PMX son 2-5, 8-11, 12-15.

Valor Función objetivo lograda para el depósito 3: 907.01 unidades de longitud.

Tiempo de proceso: 702,07 segundos.

Sus resultados del algoritmo genético de Chu - Beasley se presentan en la tabla 1.

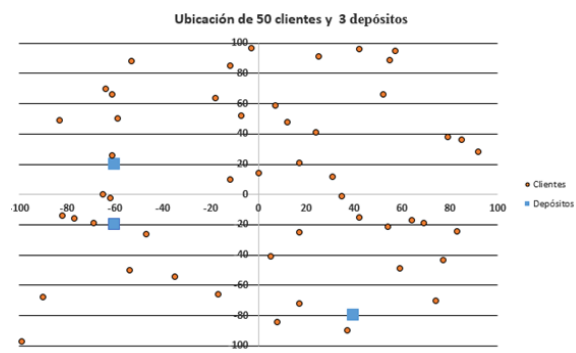


Figura 2 Ubicación de clientes y depósitos

Tabla 1 Solución obtenida con el algoritmo genético de Chu Beasley para los tres depósitos

Rutas	Secuencia de las rutas por clientes	Solución Chu Beasley
Ruta vehículo 1	dep 35 34 44 23 22 dep	210.47
Ruta vehículo 2	dep 45 46 48 50 dep	189.60
Ruta vehículo 3	dep 28 25 37 41 20 29 14 dep	314.98
Distancia total deposito 1 Chu Beasley:		715.05
Rutas	Secuencia de las rutas por clientes	Solución Chu Beasley
Ruta vehículo 1	dep 24 2 47 38 36 dep	512.34
Ruta vehículo 2	dep 11 10 17 39 43 27 dep	279.77
Ruta vehículo 3	dep 13 26 42 40 9 dep	391.31
Distancia total deposito 2 Chu Beasley:		1183.42
Rutas	Secuencia de las rutas por clientes	Solución Chu Beasley
Ruta vehículo 1	dep 21 4 1 31 33 5 dep	265.60
Ruta vehículo 2	dep 15 32 7 8 19 dep	376.51
Ruta vehículo 3	dep 49 12 3 6 16 18 30 dep	264.90
Distancia total deposito 3 Chu Beasley:		907.01

El total de la distancia para los 3 depósitos, aplicando del algoritmo genético de Chu - Beasley es de 2.805,48 unidades de longitud.

Con estos resultados se aplica la matheurística propuesta para mejorar el desempeño del algoritmo genético de Chu - Beasley a través del modelo de programación lineal. Las soluciones se pueden evidenciar en la tabla 2.

Tabla 2 Soluciones obtenidas con programación lineal entera mixta a través de GAMS para los tres depósitos:

Rutas	Secuencia de las rutas para clientes	Solución exacta
Ruta vehículo 1	dep 35 34 44 22 23 dep	208.58
Ruta vehículo 2	dep 46 48 45 50 dep	155.89
Ruta vehículo 3	dep 28 25 37 29 20 41 14 dep	300.47
Distancia total recorrida método exacto, deposito 1		664.94

Rutas	Secuencia de las rutas para clientes	Solución exacta
Ruta vehículo 1	dep 5 31 1 4 21 33 dep	252.03
Ruta vehículo 2	dep 7 32 15 8 19 dep	334.76
Ruta vehículo 3	dep 12 49 18 30 3 16 6 dep	243.99
Distancia total recorrida método exacto, deposito 3		830.78

Rutas	Secuencia de las rutas para clientes	Solución exacta
Ruta vehículo 1	dep 38 24 47 2 36 dep	318.69
Ruta vehículo 2	dep 43 39 17 10 11 27 dep	278.34
Ruta vehículo 3	dep 40 42 13 9 26 dep	321.91
Distancia total recorrida método exacto, deposito 2		918.94

El total de los resultados obtenidos con el algoritmo genético de Chu Beasley para los tres depósitos es de 2.805,48 unidades de longitud, que al aplicarles la matheurística se logra un mejoramiento notable (se disminuye la distancia recorrida en 390,82 unidades de longitud), obteniéndose una distancia total recorrida para los 3 depósitos de 2.414,66 unidades de longitud.

La metodología propuesta se puede aplicar para m depósitos k vehículos y n clientes.

6 Conclusiones

La matheurística propuesta y aplicada en este trabajo, que combina el algoritmo genético de Chu – Beasley y la técnica exacta basada en el método branch – and- cut, es una muy buena alternativa para resolver el VRSPD para grandes tamaños de clientes o nodos con un sólo depósito o múltiples depósitos, en donde por la misma naturaleza de los problemas NP- Hard, la programación lineal entera mixta PLEM no los resuelve dentro de un horizonte de tiempo aceptable. Una de las etapas críticas en la implementación del algoritmo genético de Chu Beasley fue la sincronización de los parámetros utilizados.

Con la metodología de dos fases (algoritmo genético de Chu Beasley y técnica exacta basada en programación lineal) y la incorporación de los algoritmos heurísticos constructivos aportados por los autores (algoritmo clustering, algoritmo generador de matrices y algoritmo graficador), se facilita considerablemente la aplicación de la matheurística propuesta en este artículo y se puede evaluar el rendimiento del algoritmo aplicado a través de ciertos análisis de sensibilidad, pudiéndose comprobar que la implementación es eficiente y funciona bien.

Se debe tener en cuenta que las matheurísticas no garantizan la obtención de solución óptima global de los problemas, pero si generan buenas soluciones en tiempos de cómputo muy razonables.

Por otra parte, una primera versión del VRSPD que data del año 1989 fue propuesta [8] y hasta la fecha se ha conocido su creciente evolución con el diseño de una gran cantidad de variantes del problema, que ha permitido ampliar esta importante área de investigación.

Se evidencia que a medida que aumenta la complejidad del problema crece el interés de los investigadores por aplicar métodos híbridos en su solución, incluyendo como en este caso, la matheurística propuesta.

Los resultados logrados con la matheurística aplicada se pueden convertir en un punto de partida para nuevas investigaciones debido a que en la actualidad no se conoce investigaciones que incluyan la matheurística propuesta. Este trabajo nos motiva a considerar una nueva versión del problema *MDVRPSPD* con impacto ambiental (generación de CO₂), que será el tema del próximo artículo.

Referencias

1. J. Dethloff. Vehicle routing problem and reverse logistics: the vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick-up” [Journal], Springer Berlin. *Operation Research Spectrum*, vol. 23, pp. 79 -96. 2001.
2. S. Salhi and G.A. Nagy. A cluster insertion heuristic for single and multiple depot vehicle routing problems *with backhauling*. *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 50, pp. 1034 -1042, 1999.
3. E. Zachariadis, C. Tarantilis and C. Kiranoudis. A hybrid metaheuristic algorithm for the vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick - up , *Expert System with Applications*, vol. 36, pp. 1070 -1081, 2009.
4. M. Dell’Amico, G. Righini, and M. Salani. A branch-and-price approach to the vehicle routing problem with simultaneous distribution and collection. *Transportation Science*, vol. 40(2), pp. 235–247. 2006.
5. A. Subramanian, L. Satoru y E. Uchoa. New Lower Bounds for the Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery. *9th International Symposium, SEA* Ischia Island, Napoles, Italy, may 20/22, pp. 276-287, 2010.
6. P. P. Ballesteros S. y A. Escobar Z. Revisión del estado del arte del problema de ruteo de vehículos con recogidas y entregas” *Revista Ingeniería y Desarrollo*, Universidad del Norte, vol. 34 No. 2, pp. 464 – 482. 2016.
7. A. Fabri and P. Recht. On dynamic pickup and delivery vehicle routing with several time windows and waiting times. *European Journal of Operational Research-ELSEVIER*. Part B 40. pp. 335–350. 2006.
8. H. Min. The multiple vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick up points. *Transportation Research*. vol. 23. No. 5, pp. 377-386, 1989.
9. G. Nagy, and S. Salhi, Said. Heuristic Algorithms for Single and Multiple Depot Vehicle Routing Problems with Pickups and Deliveries. *European Journal of Operational Research*, 162 (1). pp. 126-141. 2005.
10. N. Bianchessi and G. Righini. Heuristic algorithms for the vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery, *Computer and Operation Research*, vol. 34, pp. 578-594. 2007.
11. E. Cao and M. Lai. An improved genetic algorithm for the vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick-up service. *The Sixth Wuhan International Conference on E-Business*, 2007.
12. E. Zachariadis, C. Tarantilis and C. Kiranoudis. The vehicle routing problem with simultaneous pickups and deliveries and two dimensional loading constraints, *European Journal of Operational Research – ELSEVIER*, vol. 251, pp. 369-386, 2016.
13. R. Gallego, E. Toro y A. Escobar. *Técnicas Heurísticas y Metaheurísticas*, Colección de trabajos de Investigación Editorial UTP, pp. 158-162. 2015.
14. J. E. Beasley, E. Chu. A Genetic Algorithm for the Generalized Assignment Problem. *Computer Operations Research*, 24 (1), pp. 17-23, 1997.

OPTIMIZATION IN AGP COLOMBIA PRODUCTION PLANNING

Juan Felipe Mora Martínez
Pontificia Universidad Javeriana, Bogotá, Colombia.
jmoram@javeriana.edu.co

Diana Carolina Vargas Cotrino
Pontificia Universidad Javeriana, Bogotá, Colombia. vargas_d@javeriana.edu.co

Rabie Nait-Abdallah
Pontificia Universidad Javeriana, Bogotá, Colombia. rnait-abdallah@javeriana.edu.co

Alvaro Lozano
American Glass Products
alozano@agpglass.com

Abstract

For the development of this work, optimization algorithms are used to solve a production scheduling problem at AGP Colombia, a world leader company in the design and manufacturing of curved armored glass for transportation purposes. In this context, the problem was focused on optimizing the bending process, the most critical resource when it comes to the manufacture of armored glasses in AGP. The objective is to maximize the efficiency of the furnaces and to minimize the delay of order delivery, through the combination of an own algorithm and adaptive memory programming metaheuristics. The obtained results are encouraging, since the indicators of furnaces usage and delivery delay improved by 51% and 7% respectively when compared to the decisions made in the plant during an actual production week. This work was the winner of operation research challenge between around 100 graduate students. The challenge was organized by Javeriana University and AGP.

Keywords: Optimization; Production Programming; Batches, Armored Glass; Tabu Search.

1 Introduction

On an industrial level, the problem of production programming has always existed. The way in which production is programmed, the resources that are invested in it and the time that is spent in the execution, are determining factors in the timely delivery of the finished product, the costs and therefore, the profits.

To address this problem, we cover the case of the world's leading company in the design and manufacture of curved armored glass for transportation purposes. The AGP group was founded 50 years ago and currently has manufacturing operations in Peru, Colombia and Brazil. It exports specialized armored glass to more than 1000 customers in 50 countries around the world. The AGP's Colombian factory is the second oldest in the group, founded in 1989. It specializes in safety glasses with high levels of ballistic protection for cars.

The manufacturing process of armored glass goes through several phases: cutting of the glass, vitrification, bending, polishing, assembly and lamination. The problem addressed in this document focuses on the bending phase, which is critical for AGP because of its complexity, required time, constrained capacity, the number of furnaces available for processing.

2 Problem Description

The bending phase in AGP consists in passing the glass pieces through furnaces, so the effect of temperature gives them the required curved shape. In this phase, batches (groups of pieces with similar characteristics), are put into the furnaces. It is in this process that the complexity of the existing AGP planning problem lies, since pieces must be assigned to batches, batches to furnaces and the batch sequence must be defined for each furnace. The above, in order to optimize the planning of orders, maximize the efficiency of the furnaces usage and minimize the delayed delivery orders.

Every day AGP receives orders from its customers; an order contains one or several glass pieces.

The planning process consists of

1. Assigning the pieces to batches. (A batch is a group of pieces that are to be processed together in a furnace)
2. Assigning each batch created to a furnace and a processing date.

An example which exposes the problem of programming AGP's daily production.

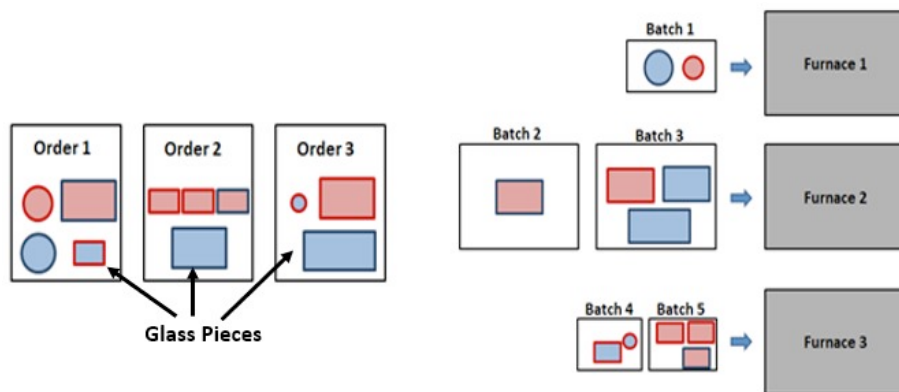


Illustration 1: Graphic representation of the bending process in AGP

Taking this into account, the general constraints that were considered for the development of the problem are:

- Each order has a delivery date to the customer.
- An order is ready when all of its pieces have been processed.
- An order may be finished after the planned delivery date, but it would mean a delay that penalizes the objective function.

For the management of the pieces, specific characteristics of the glass pieces were taken into account (piece width, piece class and piece ballistic level), as well as compatibility restrictions between them for the creation of batches; that means, only pieces with similar processing characteristics could be assigned to the same batch.

On the other hand, the following constraints were taken into account for the arrangement of the batches:

- Pieces of different characteristics in a batch cannot be mixed.
- If a piece of the batch cannot enter into the furnace because of its characteristics, the batch cannot be assigned to the furnace.
- The width of a batch is equal to the sum of the widths of all pieces that compose it.
- A batch can be assigned to a furnace only if its width is less than or equal to, the width of the furnace. This is because the pieces of a batch are simultaneously processed in the furnace.
- There is no minimum or maximum limit on the number of batches that are created. However, no more batches can be created than the total quantity of pieces.

Regarding the furnaces, each one has certain specific characteristics, as well as different processing times and daily work capacity. The batches may be assigned to the furnaces.

Taking into account the previous explanation of the problem, the most relevant criteria identified for AGP were:

1. To minimize usage hours of the furnaces
2. To minimize delayed delivery of orders

Based on this, we implemented a solution technique divided into two parts. The first one is a heuristic to find an initial solution focused on the arrangement of the pieces information. Secondly, the initial solution is complemented and improved with a Tabu Search metaheuristic. The detailed explanation of the development of these methods will be further addressed in this document.

3 Background

A bibliographic review has been made in order to know the previous methods used in the resolution of problems similar to the one exposed. These are the following:

[1, 2, 3] deal with the problem of batch processing and suggest that through genetic algorithms, different objectives can be addressed, and the inherent constraints of the process can be explored. The capacity of

each machine to process the batches, the arrangement of the batches, the delivery times and the total time of batches processing represented by the longest processing time among the batches, are some of those constraints.

[4] Argues that traditional methods reduce problems of multiobjective optimization to a single objective and that the quality of the solution lies then in the vector used for the process of scalarization of the objective function. Therefore, it is important to be able to deal with multiobjective optimization problems, which is possible through genetic algorithms.

[5] Addresses the problem of scheduling production based on the bottleneck station of an automotive safety glass production line. This consists of scheduling parallel jobs on machines, assigning each job to a batch and each batch to a machine. Among others, the problem takes into account restrictions such as delivery dates, capacity of the machines and incompatibility of pieces for the creation of batches. To solve this problem, a combination of exact methods and search heuristics is proposed, where the first phase is based on linear programming for the construction of the batches, and the second is based on a heuristic for the assignment of batches to the machines. The above, obtaining satisfactory results for the proven solution technique through instances of different sizes.

On the other hand, it is important to take into account a comparative analysis of the different existing metaheuristics for the solution of optimization problems. [6,7] emphasize that diversification and intensification are two complementary and/or contradictory concepts but important in the behavior of metaheuristics. Based on these concepts, they expose the advantages and disadvantages of the different metaheuristics and the criteria that must be taken into account when selecting one for the resolution of the specific problem, thus concluding the importance of the hybridization of metaheuristics, as well as the integration of them with other solution techniques and optimization methods.

[8] Proposes that the Tabu search provide advances to solve difficult optimization problems in different areas and exposes the basic concepts and principles of this search, to give greater understanding in the problem composition where this method of solution can be used. He emphasizes those that have led to label this metaheuristic as adaptive memory programming and finally including the elements that have allowed Tabu search to significantly improve its performance.

Our solution was inspired by the previous work realized by [5] in which addressed the problem of the scheduling production on the bottleneck station of an automotive safety glass production line by the hybridization of linear optimization methods and heuristics. In this work they made two phases for addressed the problem. The first phase comprises a four-stage mixed-integer linear program for building the batches; the second phase is based on a greedy randomized adaptive search procedure for sequencing the batches assigned to each machine.

Based on that, we decided to addressed the problem also with an hybridization of methods but instead of use linear programming for building the batches we used production dispatch rules, then we designed a weighting to find the most efficient order to use the furnaces, considering the different constraints related to the furnaces, after that, we assigned the batches to the furnaces taking into account the furnaces order found. To complement the solution, we combined the first method with an adaptive memory programming metaheuristic known as Tabu Search for ameliorate the distribution of the batches in order to improve the solution for the problem of production programming in AGP.

4 Methods

The variables that were taken into account to solve the problem were the following.

1. Under which criterion the pieces must be organized, to later create the batch.
2. When and in which order the created batches will be assigned to the furnaces.
3. Under what criteria the pieces will be assigned to the batches

The situation that was proposed corresponded to program the bending process of 591 pieces in the number of furnace available in AGP, in one week planning horizon.

Based on the above, a solution algorithm divided into two methods was designed. The first one is a dispatch rules, which finds a feasible solution and improves current AGP results. The second method was a metaheuristic which improves the distribution of pieces in the batches and thus finds a better objective function.

Method #1: Dispatch Algorithm

The first method focused on finding the best criteria to organize the pieces and furnaces. In this method, the pieces and furnaces information were arranged and subsequently an allocation criterion was defined.

The pieces information arrangement (PIA): For this arrangement, which was done in a very intuitive way, was taken into account only ONE of the specific characteristic that describes the pieces. The total of pieces was organized in descending order according to **pieces ballistic level**. This first processing was done for the subsequent creation of the different batches that would enter into the furnaces.

The furnaces information arrangement (FIA): A weighting was carried out where the capacity of the furnaces was taken into account (time the furnace could be used during the week), the processing time and the importance that AGP gives to each furnace. This arrangement was realized to know in what order the capacities of the furnaces had to be filled, this means that the furnace that had the highest weighting was the furnace that first filled its capacity throughout the week.

The allocation criterion (AC): It was defined that the piece class and ballistic level of the first piece, determined the characteristics of the newly created batch and in which of the furnaces it can be assigned (the assignment is made according to FIA). This means that according to the arrangement of the made pieces, the first piece was assigned to the first batch, therefore if the second piece didn't have the same characteristics it wasn't assigned to the newly created batch. If the piece has, the batch must have enough space for the piece, due to the space restriction of the furnaces.

The pieces are assigned to batches, according to the established arrangement and assigned a furnace according to FIA. This method allows the total capacity of the furnaces to be better utilized throughout the week, thus reducing the hours of use and the delay days.

Method # 2: TABU Search.

Tabu Search is a meta-heuristic that guides a local heuristic search procedure to explore the solution space beyond local optimality [9]. The arrangement of the pieces was defined as the variable to analyze in each iteration of the Tabu search, with the purpose to modifying the previously solution.

This method sought to create a new order by changing the position (swaps) of the pieces that improve the objective function obtained previously, see illustration 3.

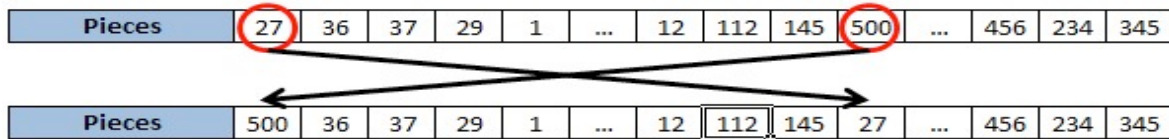


Illustration 2: Change the arrangement of the piece, Method # 2

At the moment a swap was made, we perform a hybridization between the Tabu search and the dispatch algorithm, as shown in illustration 3. This hybridization was done to recreate the new batches, assign the furnaces and calculate the new objective function, like we did in the first method. We define 15 minutes as stop criterion for the Tabu search.

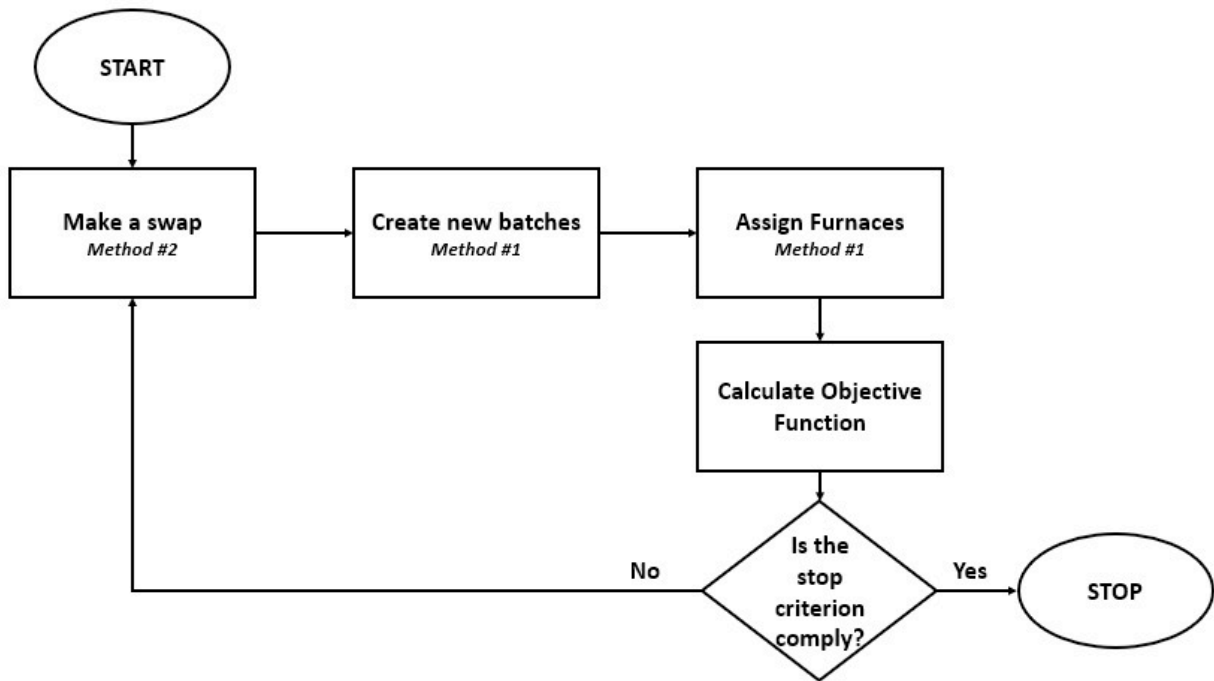


Illustration 3: Hybridization between method #1 and method #2

5 Results

To solve the problem, a Visual Basic application was created, through which it is possible to process the initial data of the problem and find the programming of the production in a planning horizon of 1 week in AGP.

The application has input parameters, for greater flexibility of the same. The interface of the input parameters in the application is exposed below

Table 1: Input parameters for the Excel application

Number of orders	#
Number of furnaces	#
Tabu list	15
Iterations	1
Neighborhood swaps	3
Neighborhood size	90

Once the application is executed according to the input parameters established for this case. We proceeded to analyze the results obtained from the designed methods. We compared our results with the actual results of the plant in the selected week that was used as case study. A significant improvement in the objective function was achieved by 50.61%, represented mostly by the reduction of the furnaces use indicator by 51.54%, and the reduction by 32.03% in hours of furnaces use, leading that to generate a significant reduce in hours of furnaces use, specifically in two furnaces, in one of them it was only used by 3.35 hours in the week and in the other one it was only used by 11.25 hours, this is a good result for the company because they can make the same number of glass pieces according to the orders of the costumers but with less resources. this is due to the fact that in the designed method a weighting was made to find the most efficient way to use the furnaces, taking into account not only the capacity, availability and processing times, but also the impact of use each furnace for AGP, based on that it was generated an assignment and furnaces programming that will maximize their efficiency. we also reduced by 7.42% the late delivery of orders

6 Conclusions

It is evident that thanks to basic computational programming and optimization methodologies, complex processes such as the one analyzed in AGP can be improved and find results as significant as those found in this project. Being able to reduce furnace capacity not only means that more orders can be processed in less time, but it also helps AGP rethink its established procedures.

This project will serve AGP as a first step to define new criteria for the operation in the bending process. A good process optimization allows companies to offer a higher quality service and customer satisfaction, which is a fundamental factor for organizations.

7 References

- [1] K. J. Shaw, A. L. Nortcliffe, M. Thompson, J. Love, P. J. Fleming, y C. M. Fonseca, «Assessing the performance of multiobjective genetic algorithms for optimization of a batch process scheduling problem», en *Proceedings of the 1999 Congress on Evolutionary Computation-CEC99 (Cat. No. 99TH8406)*, 1999, vol. 1, p. 45 Vol. 1.
- [2] «Solving the parallel batch-processing machines with different release times, job sizes, and capacity limits by metaheuristics», *Expert Syst. Appl.*, vol. 37, n.º 2, pp. 1510-1521, mar. 2010.
- [3] «State-of-the-art review of optimization methods for short-term scheduling of batch processes», *Comput. Chem. Eng.*, vol. 30, n.º 6-7, pp. 913-946, may 2006.
- [4] N. Srinivas y K. Deb, «Multiobjective Optimization Using Nondominated Sorting in Genetic Algorithms», *Evol. Comput.*, vol. 2, n.º 3, pp. 221-248, sep. 1994.
- [5] «Scheduling of parallel machines with sequence-dependent batches and product incompatibilities in an automotive glass facility | SpringerLink». [En línea]. Disponible en: <https://link.springer.com/article/10.1007/s10951-012-0308-7>. [Accedido: 22-abr-2018].
- [6] C. Blum y A. Roli, «Metaheuristics in Combinatorial Optimization: Overview and Conceptual Comparison», *ACM Comput Surv*, vol. 35, n.º 3, pp. 268–308, sep. 2003.
- [7] «A survey on optimization metaheuristics», *Inf. Sci.*, vol. 237, pp. 82-117, jul. 2013.
- [8] F. Glover, «Tabu Search and Adaptive Memory Programming — Advances, Applications and Challenges», en *Interfaces in Computer Science and Operations Research*, Springer, Boston, MA, 1997, pp. 1-75.
- [9] F. Glover, R.Martí, «TABU SEARCH», Valencia, Spain, <https://www.uv.es/rmarti/paper/docs/ts2.pdf>.

Optimización del consumo energético utilizado en los equipos de las líneas de producción en la industria secundaria

Paola Sunashi Monroy Rivera
Posgrado de Ingeniería, UNAM
sunamonroy@gmail.com

Esther Segura Pérez
Posgrado de Ingeniería, UNAM
esegurap@ingen.unam.mx

Abstract

Actualmente una de las grandes preocupaciones a nivel mundial es el consumo de recursos energéticos debido al uso de combustibles fósiles y los impactos ambientales que el consumo de los mismos implica. Existen diversas medidas que dejan entrever la preocupación por el uso de energías basadas en combustibles fósiles como la inclusión del uso de energías renovables y por otro lado, alentando medidas como el ahorro en consumo energético.

Actualmente en México existen programas de ahorro de energía, teniendo como base los compromisos adquiridos en materia de sustentabilidad ambiental por el “Programa Nacional para el Aprovechamiento Sustentable de la Energía (PRONASE)”¹. Aunque la mayoría de los compromisos son enfocados al sector residencial, en la industria se enfocan a buscar mejoras en la eficiencia directa de los motores sin optimizar el tiempo de operación de los motores en función de los productos generados por las industrias.

Adicionado a los beneficios ambientales que el uso eficiente de la energía presenta, también se pueden observar beneficios económicos al reducir la facturación por kWh consumidos por periodo. En este proyecto se propone una formulación matemática de la calendarización de operación de los motores minimizando los costos de operación de una planta de tratamiento de aguas, logrando una disminución en costos de operación del 4% con respecto a la calendarización actual. Cabe señalar que la optimización de los motores forman parte de una metodología de diez fases previamente desarrollada.

Keywords: energía, diagnóstico energético, optimización, productividad.

1. Introducción

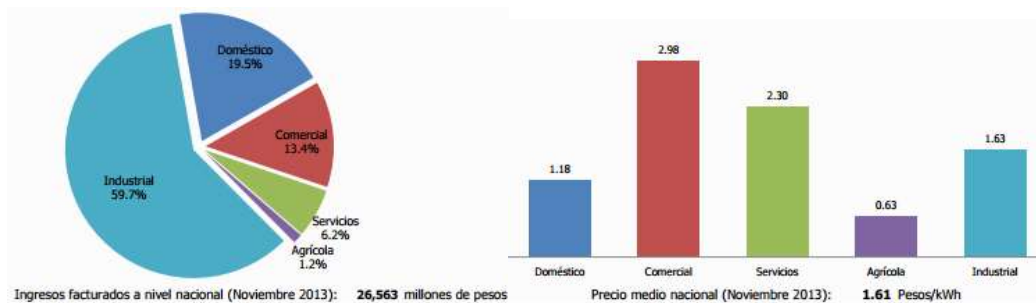
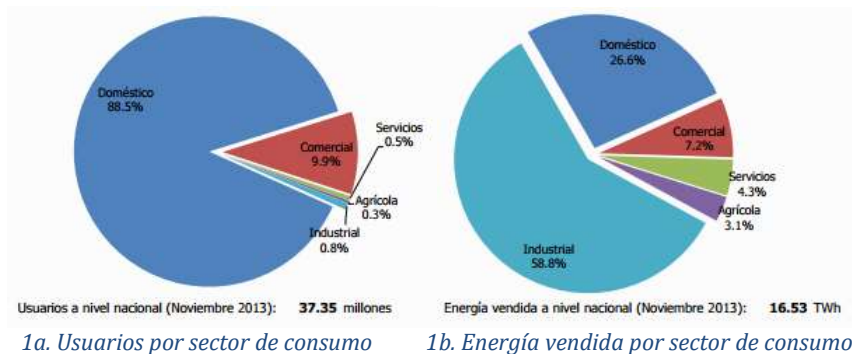
En el año 2015, el consumo de energía eléctrica alrededor del mundo alcanzó los 20,000 TWh, lo que representa un incremento del 1.6 con respecto al año 2014. Siendo el principal consumidor la industria con una participación del 41.3%, seguido del sector residencial con una participación del 27.1%, el sector comercial y de servicios con un 23%, agricultura, pesca y otros con un aporte del 6.7% y finalmente en sector del transporte con un 2.1%.²

En México, a pesar de que el mayor porcentaje de usuarios de consumo de energía eléctrica (88.5%) corresponde a la categoría de uso doméstico, noviembre 2013 (*Gráfico 1a*), el sector industrial representa

¹ www.gob.mx. (2011). Indicadores de eficiencia energética en México. [recurso electrónico] Disponible en: http://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/85305/Bibliograf_a_6.pdf [Accedido 28 Nov. 2016].

² International Energy Agency (2017). Electricity Information: Overview 2017. [recurso electrónico] Disponible en: <https://www.iea.org/publications/freepublications/publication/ElectricityInformation2017Overview.pdf> [Accedido 27 Abril. 2018].

sólo el 0.8%; en cuestiones de energía consumida (TWh), es el sector industrial quien muestra el mayor porcentaje con una participación del 58.8% (*Gráfico 1b*) seguido del sector doméstico quien representa el 26.6%. Así mismo en el *Gráfico 1c* se observa que el sector industrial generó un porcentaje de facturación del 59.7% con un precio medio nacional de \$1.61 /KWh indicado en el *Gráfico 1d*, precio que a la actualidad es mayor.³



1c. Ingresos facturados por sector 1d. Precios medios por sector (pesos/kWh)
 Gráfico **¡Error! No hay texto con el estilo especificado en el documento.** Uso de la energía eléctrica en México
 Fuente: Reporte Mensual de Estadísticas del Sector Eléctrico enero de 2014, CRE

Aunque se han hecho esfuerzos por disminuir el uso de combustibles fósiles para la generación de energía eléctrica por medio de biocombustibles, parques solares y eólicos, centrales hidroeléctricas, entre otros, mientras que por otro lado, desde el enfoque de los usuarios hay mucho por llevar a cabo, desde introducir tecnologías de menor consumo de energía como son el uso de focos ahorradores o led en el sector residencial o la construcción de edificios que aprovechen la luz natural. En el sector industrial se ha generado la inclusión de tecnologías de bajo consumo de energía e incluso la generación de normas de calidad Sistemas de Gestión Energética como lo marca la ISO – 50001 cuyo propósito es facilitar a las organizaciones establecer los sistemas y procesos necesarios para mejorar su desempeño energético, desde la eficiencia energética, y el uso y consumo de la energía.

En México, la Comisión Nacional para el Uso Eficiente de la Energía (CONUEE) elaboró el Programa Nacional para los Sistemas de Gestión de la Energía (PRONASGE) que apoya a los usuarios en la

³ www.cre.gov.mx. (2014). Reporte Mensual de Estadísticas del Sector Eléctrico enero de 2014. [recurso electrónico] Disponible en: <http://www.cre.gov.mx/documento/3045.pdf> [Accedido 28 Nov. 2016].

implementación de Sistemas de Gestión de la Energía con base a los requisitos de la Norma Mexicana MXN-J-SAA-50001-ANCE-IMNC-2011, equivalente a la Norma Internacional ISO 50001: 2011. Teniendo casos de éxito en la industria farmacéutica logrando un aumento en la producción usando la misma cantidad de energía; en la industria de transporte de carga donde establecen una optimización de recursos energéticos tanto en el suministro eléctrico como de combustibles.⁴

Este trabajo se enfoca en el monitoreo de consumo de energía eléctrica, y la generación de un modelo matemático para la operación de motores. La generación de dicho modelo forma parte a su vez de una metodología propuesta basada en los diagnósticos energéticos enfocada al sector industrial (para empresas de todos tamaños) y que pueda ser implementada por el personal de la misma empresa sin la necesidad de incurrir en una inversión de capital. Por medio del monitoreo del uso de energía eléctrica y su optimización se reduce el consumo y se disminuyen los costos generados por su uso.

2. Descripción del problema

La energía eléctrica se ha vuelto un recurso indispensable en una gran variedad de industrias. Sin embargo, el monitoreo y control de gastos que su uso implica no recibe la misma atención que otros recursos tales como la materia prima, mano de obra y costos de calidad.

Dado el actual panorama económico en el país, donde se presentan aumentos constantes en los precios de combustibles y energía eléctrica, con incrementos hasta un 68% en algunas tarifas con respecto al año 2015 razón por la cual resulta necesario analizar el uso que se le da a este recurso y buscar alternativas que ayuden a disminuir el impacto económico en la industria.

El monitoreo y control del uso de energía eléctrica representa un área de oportunidad ya que si se conoce la cantidad de energía eléctrica que se consume dentro de los procesos de producción es posible plantear medidas para optimizar su uso.

Existen pocas metodologías que puedan ser aplicadas de manera autónoma por las industrias y generalmente es necesario contratar un servicio externo que realice el análisis y genere propuestas de ahorro, incurriendo a gastos extras que la micro y pequeña empresa no están dispuestas a invertir ya que no observan un beneficio económico tangible.

Como trabajo previo se generó una metodología con base en los principios del diagnóstico energético para disminuir la facturación de energía eléctrica en motores de máquinas con base en su capacidad, los tiempos de operación requerida, turnos, horarios de trabajo y el personal disponible. En este documento exponemos un caso tangible donde se aplica la metodología generada y se desarrolla un modelo de optimización para calendarizar los motores de una planta de tratamiento de agua.

El caso de aplicación se lleva a cabo en una planta de tratamiento de agua que suministra agua de dos calidades distintas, calidad A y calidad B donde se establece un modelo de optimización con base en las tarifas horarias aplicables al costo de energía eléctrica en la industria, los equipos y a la capacidad disponible del sistema.

⁴ CONUEE, Deutsche Gesellschaft für Internationale Zusammenarbeit (GIZ). Manual para la implementación de un sistema de gestión de la energía, Segunda Edición. Disponible en: https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/119159/Manual_SGEn_Conuee_2da_Edicion.compressed.pdf [Accedido 21 de Marzo. 2018].

3. Objetivo de la investigación

Desarrollar un modelo matemático para disminuir la facturación eléctrica en motores con base en su capacidad, y tiempo de operación requerida para una planta de tratamiento de agua aplicando una metodología basada en los diagnósticos energéticos previamente propuesta.

4. Caso de estudio

El caso de estudio se enfoca en una planta de tratamiento de agua que produce agua de dos calidades distintas (calidad A y calidad B), este sistema se compone de diez procesos. De estos diez procesos algunos deben operar durante las 24 horas al día sin presentar paros ya que una interrupción en su operación podría desestabilizar el proceso. Por otro lado, algunos de los procesos pueden ser interrumpidos sin causar ningún problema.

Dentro de los diez procesos que componen al sistema hay procesos de los cuales sus productos son materia prima para cada tipo de calidad, mientras que otros son independientes.

Los procesos involucrados en todo el sistema son: SKID – 01, SKID – 02, SKID – 03 A, SKID 03 – B, SKID – 04, SKID – 05, Bombeo, MP 01 y MP 02.

Los procesos que pueden ser operados de manera parcial para la producción de agua de calidad A son: SKID – 03 A, SKID – 04, y algunos equipos de sistemas de bombeo.

Los procesos que pueden ser operados de manera parcial para la producción de agua de calidad B son: SKID – 03 B y algunos sistemas de bombeo.

5. Metodología propuesta

La metodología desarrollada y aplicada a este caso se compone de 10 fases, siendo en la *Fase 9* donde se propone el sistema de calendarización de motores por medio de una formulación matemática que disminuye los costos operacionales.

Fase 1. Conocer tu proceso.

En esta primera fase de la metodología se genera un documento que establece una idea general del funcionamiento del proceso que responde a cuáles son los límites de batería (límites de inicio y fin de la infraestructura), qué materia prima está involucrada y qué productos se generan (características y calidades). Requiere de una descripción de proceso, diagramas de flujo de procesos (DFP) y diagramas de motores eléctricos.

Fase 2. Generar los cuadros de carga.

Para generar los cuadros de carga se requiere de un listado de equipos, conocer las horas de operación al día de cada equipo y conocer las tarifas aplicables para finalmente capturar los datos en una hoja de cálculo y obtener los costos por cada equipo o proceso.

Fase 3. Análisis histórico del uso de energía y niveles de producción.

Corresponde a un análisis histórico de uso de energía y niveles de producción, lo cual indica cuánto se ha gastado en energía eléctrica. Estos gastos mensuales deben ser empatados con los lotes de producción que se han generado mes con mes de cada artículo que maneje la empresa. En caso de que los artículos sean muy variados pueden agruparse en familias que requieran de los mismos procesos y por ejemplo sólo se deba cambiar el molde.

Fase 4. Indicadores de consumo energético.

Establece parámetros medidos por la relación de unidades de energía con respecto a unidades de producción, superficie o servicio.

Fase 5. Estudio de condiciones de diseño y operación.

La finalidad de esta fase es cotejar si los procesos están conforme a diseño o como se conceptualizó el proyecto al inicio de sus operaciones y si los equipos son operados de manera adecuada.

Fase 6. Identificar puntos de mayor costo de energía eléctrica.

Una vez establecidos los procesos involucrados, la maquinaria necesaria y las capacidades de los motores se procede a identificar los puntos de proceso de mayor costo de energía bajo dos criterios:

- Capacidad o potencia de los motores
- Tiempo de operación

Fase 7. Potenciales de Ahorro.

El potencial de ahorro se refiere a la determinación de los equipos en los que se pueden proponer cambios para disminuir el costo energético basándonos en las siguientes preguntas:

- ¿Cuáles requieren de un mayor costo energético?
- ¿Tienen que operar todo el turno?

Además de las cuestiones de operación, los potenciales de ahorro pueden ser también con respecto a cuestiones de mantenimiento o malas conexiones.

Fase 8. Identificación de mejoras.

Una vez evaluados los potenciales de ahorro se determinan las mejoras aplicables para cada proceso desde establecer planes de mantenimientos o reducción de tiempo de operación hasta la evaluación de trabajar en distintas tarifas horarias a lo largo del día o incluso de la semana. Todo esto con la finalidad de reducir el consumo energético en cantidad de KW por motor o bien el costo por energía facturado.

Fase 9. Sistema de calendarización.

Una de las mejoras que mayor ahorro pueden generar es la calendarización de motores, esto, para distribuir el consumo en las tres tarifas horarias establecidas por CFE y que el costo por energía sea menor.

Para generar la calendarización se procura que los procesos con mayor consumo de energía sean operados en las tarifas de menor costo, base y media, y evitar operar en tarifas punta.

Fase 10. Nuevos indicadores energéticos.

Se debe actualizar el cuadro de cargas con los nuevos datos de operación de motores y con esto re evaluar los indicadores de consumo energético establecidos en la *Fase 4*.

6. Fase 9. Sistema de calendarización

Para el desarrollo de este paso se utilizaron hojas de cálculo de Excel de la paquetería Office 360. Se utilizó el complemento de Excel *Solver* para la resolución del modelo matemático.

Una vez teniendo conocimiento del proceso, los costos involucrados y la capacidad de producción de la planta de producción se desarrolló un modelo de optimización tomando como base las tarifas horarias que cobra el suministrador de energía por kWh.

Del manual de operación y las bases de diseño se determina que la demanda diaria de producto de calidad A es de 14,880 unidades o bien, operando a razón de 620 unidades/hora (u/h) durante 24 horas, sin embargo, operando a máxima capacidad (900 u/h) los motores deberían estar encendidos únicamente durante 17 h/d y para el producto de calidad B, la demanda es de 12,792 unidades, o bien 533 u/h durante 24 horas y operando a máxima capacidad de producción (900 u/h) los motores deberían estar encendidos durante 15 h/d.

Considerando estos factores de operación se establece un sistema de optimización para cada calidad de agua y para cada horario (verano e invierno) y para cada tarifa horaria por día, de lunes a viernes, sábados y domingo, lo que da un total de 6 corridas, para cada calidad.

Para calidad A el modelo queda de la siguiente manera:

VARIABLES DE DECISIÓN:

La primera variable de decisión x_{ijkl} es una variable binaria que determina si el proceso es operado en la hora i del día j en el horario k y la tarifa l , siendo i igual a cada hora del día, por lo que varía de 0 a 23; j el día de la semana, lunes a viernes considerado como un solo día ya que todas las combinaciones de $ijkl$ son iguales, y por separado sábados y domingos por lo tanto j varía de 1 a 3; k representa el horario de verano e invierno por lo tanto varía de 1 a 2; y finalmente l que representa las 3 tarifas de cobro a lo largo del día por lo tanto varía de 1 a 3.

$$x_{ijkl} = \text{proceso que opera en la hora } i \text{ del día } j \text{ del horario } k \text{ en la tarifa } l$$

$$\forall i = 0, 1, 2, \dots, 23; j = 1, 2, 3; k = 1, 2; l = 1, 2, 3$$

La variable C_{ijkl} representa el costo por kWh consumido en la hora i del día j en el horario k y la tarifa l . La variable C_{ijkl} toma los siguientes valores para las distintas combinaciones de $ijkl$:

$C_{ijkl} = 1.0223 \forall$:											
i	j	k	l	i	j	k	l	i	j	k	l
0	1	1	1	9	3	1	1	6	2	2	1
1	1	1	1	10	3	1	1	7	2	2	1
2	1	1	1	11	3	1	1	0	3	2	1
3	1	1	1	12	3	1	1	1	3	2	1
4	1	1	1	13	3	1	1	2	3	2	1
5	1	1	1	14	3	1	1	3	3	2	1
0	2	1	1	15	3	1	1	4	3	2	1
1	2	1	1	16	3	1	1	5	3	2	1
2	2	1	1	17	3	1	1	6	3	2	1
3	2	1	1	18	3	1	1	7	3	2	1
4	2	1	1	0	1	2	1	8	3	2	1
5	2	1	1	1	1	2	1	9	3	2	1
6	2	1	1	2	1	2	1	10	3	2	1
0	3	1	1	3	1	2	1	11	3	2	1
1	3	1	1	4	1	2	1	12	3	2	1
2	3	1	1	5	1	2	1	13	3	2	1
3	3	1	1	0	2	2	1	14	3	2	1
4	3	1	1	1	2	2	1	15	3	2	1
5	3	1	1	2	2	2	1	16	3	2	1
6	3	1	1	3	2	2	1	17	3	2	1
7	3	1	1	4	2	2	1				
8	3	1	1	5	2	2	1				

$C_{ijkl} = 1.2229 \forall$:											
i	j	k	l	i	j	k	l	i	j	k	l
6	1	1	2	15	2	1	2	16	1	2	2
7	1	1	2	16	2	1	2	17	1	2	2
8	1	1	2	17	2	1	2	22	1	2	2
9	1	1	2	18	2	1	2	23	1	2	2
10	1	1	2	19	2	1	2	8	2	2	2
11	1	1	2	20	2	1	2	9	2	2	2
12	1	1	2	21	2	1	2	10	2	2	2
13	1	1	2	22	2	1	2	11	2	2	2
14	1	1	2	23	2	1	2	12	2	2	2
15	1	1	2	19	3	1	2	13	2	2	2
16	1	1	2	20	3	1	2	14	2	2	2
17	1	1	2	21	3	1	2	15	2	2	2
18	1	1	2	22	3	1	2	16	2	2	2
19	1	1	2	23	3	1	2	17	2	2	2
22	1	1	2	6	1	2	2	18	2	2	2
23	1	1	2	7	1	2	2	21	2	2	2
7	2	1	2	8	1	2	2	22	2	2	2
8	2	1	2	9	1	2	2	23	2	2	2
9	2	1	2	10	1	2	2	18	3	2	2
10	2	1	2	11	1	2	2	19	3	2	2
11	2	1	2	12	1	2	2	20	3	2	2
12	2	1	2	13	1	2	2	21	3	2	2
13	2	1	2	14	1	2	2	22	3	2	2
14	2	1	2	15	1	2	2	23	3	2	2

$C_{ijkl} = 2.3763 \forall:$											
i	j	k	l	i	j	k	l	i	j	k	l
20	1	1	3	19	2	2	3	19	2	2	3
21	1	1	3	20	2	2	3	20	2	2	3
18	2	2	3	21	2	2	3				

Función objetivo:

$$\min \sum_{i=0}^{23} \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^3 x_{ijkl} * C_{ijkl}$$

Restricciones:

- a) x_{ijkl} debe de ser una variable binaria que toma el valor de 1 si el motor se enciende en la hora i del día j de horario k con la tarifa l y 0 en cualquier otro caso.

$$x_{ijkl} = \begin{cases} 1 & \text{si el proceso o motor se enciende en la hora } i \text{ del día } j \text{ del horario } k \text{ con la tarifa } l \\ 0 & \text{c. o. c.} \end{cases} \quad \forall i, j, k, l$$

- b) La suma de horas que el motor o sistema se enciende debe ser igual a 17 en un día.

$$\sum_{i=0}^{23} x_{ijkl} = 17 \quad \forall j = 1, 2, 3; k = 1, 2; l = 1, 2, 3$$

- c) La última restricción se establece para que los sistemas se apaguen sólo una vez al día para facilidad de operación para lo cual se suma la variable x_{ijkl} de siete en siete ya que son las horas que estaría apagado el sistema en un día, una vez que se tienen esas sumas se le debe de sacar el mínimo e igualarlo a cero lo que indica que 7 horas consecutivas el sistema estará apagado.

$$\min \sum_{i=0}^{23} (x_{ijkl} + x_{i+1 jkl} + x_{i+2 jkl} + x_{i+3 jkl} + x_{i+4 jkl} + x_{i+5 jkl} + x_{i+6 jkl}) = 0$$

$$\forall j = 1, 2, 3; k = 1, 2; l = 1, 2, 3$$

Para la calidad B, el modelo es el mismo sin embargo la restricción b) cambia a:

$$\sum_{i=0}^{23} x_{ijkl} = 15 \quad \forall j = 1, 2, 3; k = 1, 2; l = 1, 2, 3$$

Y la c) queda de la siguiente manera:

$$\min \sum_{i=0}^{23} (x_{ijkl} + x_{i+1 jkl} + x_{i+2 jkl} + x_{i+3 jkl} + x_{i+4 jkl} + x_{i+5 jkl} + x_{i+6 jkl} + x_{i+7 jkl} + x_{i+8 jkl}) = 0$$

7. Resultados

Una vez resueltos los sistemas de optimización se obtienen los siguientes resultados:

- a) Para el caso de los procesos involucrados en el producto de calidad A se obtienen los siguientes valores de x_{ijkl} .

Los procesos SKID – 03 A, SKID – 04, y los equipos de bombeo correspondientes deberán ser encendidos de lunes a sábado de las cero horas a las 15 horas, y por la noche a las 23 horas, y los domingos deberán estar encendidos de las cero horas a las 16 horas.

- b) Para el caso de los procesos involucrados en el producto de calidad B se obtienen los siguientes valores de x_{ijkl} .

Los procesos SKID – 03 B, y los equipos de bombeo correspondientes deberán ser encendidos de lunes a domingo de las cero horas a las 14 horas.

8. Conclusiones

Utilizando este sistema de optimización y que se realiza la *Fase 10* de la metodología, se determina que el ahorro generado con estos cambios de operación es del 4% en el costo de energía eléctrica, pasando de un costo total de \$4,112,995.30 MXN al mes a \$3,951,882.15 MXN.

La propuesta de este proyecto se enfoca en aprovechar los recursos y equipos ya existentes, en el caso de estudio de esta tesis pudo aprovecharse el diseño de la planta en cuanto a capacidad de producción y almacenamiento, sin embargo, en otras industrias de puede tener otro tipo de alternativas al momento de generar la calendarización de motores.

La metodología usada pretende ser aplicable a cualquier industria sin la necesidad de hacer inversiones grandes o inclusive sin la necesidad de inversión alguna, pero sabiendo que cada sistema de producción, de diseño y de operación es distinto.

Referencias

1. www.gob.mx. (2011). *Indicadores de eficiencia energética en México*. [recurso electrónico] Disponible en: http://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/85305/Bibliograf_a_6.pdf [Accedido 28 Nov. 2016].
2. International Energy Agency (2017). *Electricity Information: Overview 2017*. [recurso electrónico] Disponible en: <https://www.iea.org/publications/freepublications/publication/ElectricityInformation2017Overview.pdf> [Accedido 27 Abril. 2018].
3. www.cre.gob.mx. (2014). *Reporte Mensual de Estadísticas del Sector Eléctrico enero de 2014*. [recurso electrónico] Disponible en: <http://www.cre.gob.mx/documento/3045.pdf> [Accedido 28 Nov. 2016].
4. CONUEE, Deutsche Gesellschaft für Internationale Zusammenarbeit (GIZ). *Manual para la implementación de un sistema de gestión de la energía, Segunda Edición*. Disponible en: https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/119159/Manual_SGen_Conuee_2da_Edicion.compressed.pdf [Accedido 21 de Marzo. 2018].
5. *Programa integral de "Asistencia Técnica y Capacitación para la Formación de Especialistas en Ahorro y Uso Eficiente de Energía Eléctrica de Guatemala*. CNEE, FIDE. 2010
6. CFE. *Administración y control de su demanda de energía*. [recurso electrónico] Disponible en: <http://www.cfe.gob.mx/Industria/AhorroEnergia/Lists/Ahorro%20de%20energia/Attachments/1/Administraciondelademandadeenergia.pdf> [Accedido 28 Nov. 2016].

7. CFE (2016). [online] Available at:
http://app.cfe.gob.mx/Aplicaciones/CCFE/Tarifas/Tarifas/Tarifas_industria.asp?Tarifa=HM&Anio=2016&mes=11 [Accessed 05 Dic. 2017]. [Accessed 05 Dic. 2017].
8. CFE. [recurso electrónico] Disponible en:
http://app.cfe.gob.mx/aplicaciones/ccfe/tarifas/tarifas/tarifas_negocio.asp?Tarifa=HSRF&Anio=2017&mes=6. [Accesado 05 Nov. 2017].

La Investigación Operativa en el Self-Management para mejorar la productividad en la Administración de una Base de Datos

Jorge L. del Mar Arzola
Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas, Perú
pcsijdel@upc.edu.pe

Resumen

En la actualidad, las organizaciones enfrentan dos problemas con respecto a la Administración de una Base de Datos (ABD). El primero, es el incremento en el volumen de los datos que se almacenan y en la complejidad de los requerimientos de información, el segundo, es que los administradores de base de datos con conocimiento y experiencia, son un recurso escaso y sus costos se han elevado. Debido a estos problemas, los fabricantes de software de base de datos buscan automatizar las funciones de la ABD y aplican el enfoque de Self-Management.

En el presente trabajo se muestra como la Investigación Operativa brinda apoyo al enfoque de Self-Management en la ABD. Además, se presenta un modelo basado en el Self-Management que da énfasis a los requerimientos particulares de una organización buscando que la función de ABD sea más efectiva. El modelo se ha implementado en un software que permite reducir los costos que ocasionan los problemas en aplicaciones financieras con base de datos.

Palabras Claves: Administración de Base de Datos, Data Base Management System, Self-Management.

1 Introducción.

Con el avance tecnológico a nivel de hardware y en el desarrollo de software, la demanda sobre los requerimientos funcionales de los Data Base Management System (DBMS) ha aumentado significativamente. Ante este escenario, los proveedores de DBMS han reaccionado a estos requerimientos agregando características adicionales a sus productos, haciéndonos más sofisticados para administrarlos.

El mercado de DBMS es muy amplio y está en constante crecimiento y evolución, en la Figura 1 se presenta el cuadrante mágico de DBMS operacionales desarrollado por la consultora Gartner [1]. El Cuadrante Mágico de Gartner presenta un análisis de los proveedores de DBMS operacionales, analizándolos desde el punto de vista de las innovaciones del mercado y comparándolos en función de lo que Gartner denomina "amplitud de visión" y "capacidad de ejecución".

Debido al entrono descrito, es que la industria de productos de DBMS y las universidades en el mundo están desarrollando esfuerzo e investigaciones para automatizar las funciones de la Administración de la Base de Datos (ABD).

En la actualidad, solo una parte de las funciones de ABD se han automatizado y los enfoques que se han desarrollado generalmente buscan automatizar las funciones de ABD en forma aislada. Los problemas generados por una carencia de automatización integral hacen que la automatización de las funciones de ABD no se efectuó adecuadamente y a un costo razonable, lo que genera deterioro en la eficiencia de la productividad de las base de datos, lo que afecta el servicio de atención a los clientes y usuarios de las organizaciones.

El objetivo principal del presente trabajo es presentar como aplicar la Investigación Operativa en el Self-Management para mejorar la productividad en la Administración de una Base de Datos.

La estructura del presente trabajo es la siguiente: En la sección 2 se describe el problema que motivan el presente trabajo; en la sección 3 se presenta el enfoque de Self-Management basado en el enfoque de la Computación Automática; en la sección 4 se presenta el modelo propuesto, sus fundamentos y componentes; mientras que en la sección 5 se describe cómo aplicar la Investigación Operativa en el enfoque de Self-Management en Base de Datos; finalmente en la sección 6 se brindan las conclusiones del presente trabajo.



Figura 1. Cuadrante mágico de DBMS operacionales [1]

2 Descripción del Problema.

Actualmente, las organizaciones enfrentan dos problemas críticos, el primero, es el significativo incremento en el volumen de los datos que manipulan y que almacenan, mientras que la complejidad de los requerimientos de información y la demanda sobre los requerimientos funcionales de los DBMS es cada día mayor. El segundo, es que los administradores de base de datos con conocimiento y experiencia, son un recurso cada vez más escaso y sus costos se han elevado.

Ante este escenario, para el primer problema, los proveedores de DBMS han reaccionado a estos requerimientos agregando características adicionales a sus productos, haciéndolos más complejos en su administración. Para el segundo problema, la industria de productos de DBMS y las universidades en el mundo están desarrollando esfuerzos e investigaciones para automatizar las funciones de ABD.

En la actualidad, solo una parte de las funciones de ABD se han automatizado y los enfoques que se han desarrollado generalmente buscan automatizar las funciones de ABD en forma aislada. Los problemas

generados por una carencia de automatización integral hace que la automatización de las funciones de ABD no se efectuó adecuadamente y a un costo razonable, lo que genera deterioro en la eficiencia de la productividad de las BD, lo que afecta el servicio de atención a los clientes y usuarios de las organizaciones.

Debido a estos problemas críticos, se aplica el enfoque de Self-Management en base de datos, lo que nos genera los siguientes interrogantes:

¿Cuál es la relación entre la Investigación Operativa y el Self-Management ?

¿Cómo podemos aplicar la Investigación Operativa en el Self-Management para mejorar la productividad en la Administración de una Base de Datos ?

3 Self-Management.

En la actualidad, las personas y las organizaciones dependen de la Tecnología de la Información y las Comunicaciones (TIC). La TIC es una herramienta fundamental para nuestra vida cotidiana y para el desarrollo de las organizaciones. Tal como nos indica Hoyos y Valencia [9], cada vez son más evidentes las ventajas al adoptar TICs en las organizaciones, ya que desempeñan un rol fundamental en la generación de valor.

Uno de los problemas que enfrentan las organizaciones con las nuevas tendencias de TIC es la carencia de expertos de TIC. Debido a este factor, las organizaciones se ven afectadas con pérdidas económicas, tal como lo podemos ver en el reporte de Rockspace en colaboración con académicos del London School of Economics [10], es crítico para las organizaciones el problema de la escasez de expertos en TIC para su administración y funcionamiento.

El filósofo británico Alfred North Whitehead en su libro “Introducción a las Matemáticas”, indico que la civilización avanza aumentando el número de operaciones importantes que podemos efectuar sin pensar en ellas. La enseñanza que nos dejó es que cuanto más podemos liberar nuestras mentes de tareas rutinarias, transfiriendo las tareas a asistentes tecnológicos, más poder mental podemos almacenar para las tareas más profundas y creativas de razonamiento [2].

Whitehead nos indicó que la solución a este problema está en la automatización de forma que los sistemas de TI puedan funcionar sin la intervención humana.

En el 2001, Paul Horn de IBM planteo un nuevo modelo de computación denominado Computación Automática o Automatic Computing, en su obra [3], indico que la complejidad creciente en los sistemas de TIC conjuntamente con una escasez de profesionales de TIC direcciona a una inevitable necesidad de automatizar muchas de las funciones asociados a los sistemas de TIC.

El modelo de Paul Horn, se basa en que los sistemas de TIC se auto regulen de la misma forma en que el sistema nervioso regula y protege el cuerpo humano en forma automática [4].

Self-Management (o administración autónoma), se ha convertido en un término popular tanto en el estudio del comportamiento como en la Medicina [5], también es un término muy utilizado en la Administración, donde el Self-Management consiste en brindar los elementos fundamentales de la Administración a la propia vida de los trabajadores, basándose en una premisa básica de que para dirigir a otros es preciso aprender a dirigirse a sí mismo, es decir, es el uso de cualquier método, habilidad o estrategia mediante la cual los partícipes de un trabajo o actividad pueden lograr sus objetivos con autonomía [6]. El Self-

Management se puede aplicar en los negocios, el trabajo y en la vida personal tal como se muestra en la Figura 2.

En el procesamiento de TIC, el Self-Management se aplica a la automatización de procesos tal como se plantea en la Computación Automática.



Figura 2. Self-Management en los negocios, el trabajo y la vida personal [11]

4 Modelo de Self-Management en Base de Datos Propuesto.

Los modelos de Self-Management de la literatura y las implementadas (DB2, ORACLE, MS SQL Server, etc.) para la Administración de una Base de Datos se orientan a automatizar tareas comunes y rutinarias que realizan los ABD y las incorporan a los DBMS, como por ejemplo la actualización de estadísticas o la reorganización de tablas fragmentadas. Sin embargo, todas ellas no consideran problemas particulares de las empresas, pero que son críticas debido a que generan pérdidas económicas, de mercado, daña el servicio ofrecido, etc., por ejemplo las cancelaciones eventuales de procesos, es decir existen actividades que no están automatizadas y que no se pueden generalizar.

Las funciones básicas en la Administración General son [8]:

- Planificación
- Organización
- Monitoreo
- Análisis
- Transformación
- Evaluación

Siendo que las funciones de Planificar y Organizar están relacionadas más a la gestión, el modelo propuesto se fundamenta en las otras 4 funciones básicas (ver Figura 3).

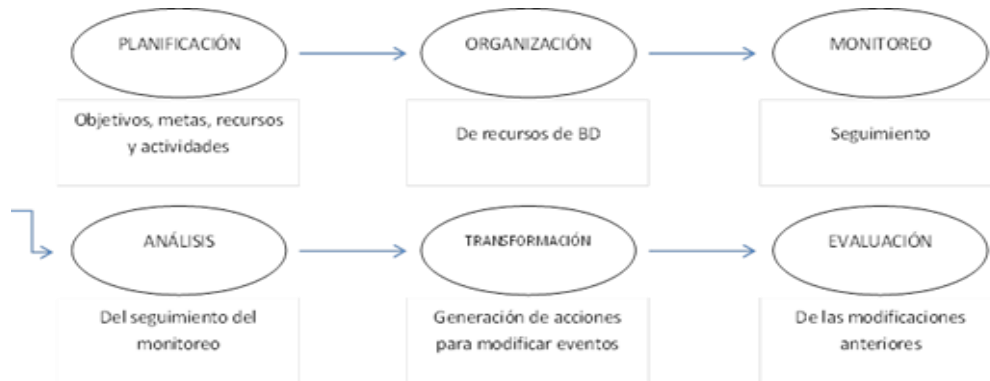


Figura 3. Funciones Básicas de la Administración General

Las funciones consideradas en el modelo propuesto de Self-Management son:

- La función de monitoreo consiste en el seguimiento de los procesos registrando datos con el fin de detectar alguna anomalía o interrupción del proceso.
- La función de análisis es la evaluación de los resultados del monitoreo para generar acciones, evaluando problemas o irregularidades que se encuentren. La función de análisis si encuentra un problema o irregularidad activara la ejecución de la función de transformación.
- La función de transformación permite realizar las acciones de base de datos requeridas para dar solución al incidente encontrado (problema o irregularidad).
- La función de evaluación nos permite controlar la correcta ejecución de las funciones de análisis y transformación.

Por otro lado, viendo el proceso de Self-Management en base de datos considerando el enfoque de la Administración General podríamos representarlo como en la Figura 4.

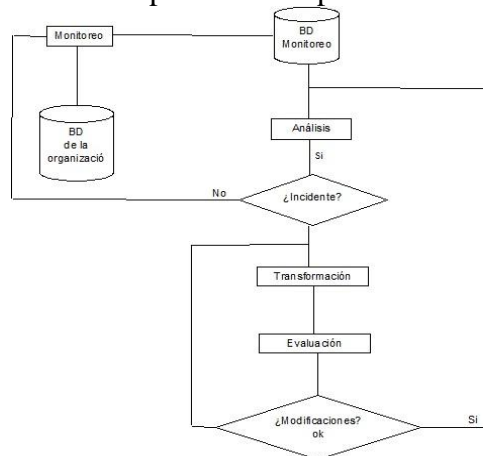


Figura 4. Proceso de Self-Management en Base de Datos

El modelo propuesto también se basa en la automatización de las 4 funciones, esto se realiza a través de un sistema experto. Las funciones de monitoreo y evaluación se automatizan mediante programas con instrucciones básicas. El monitoreo se hace registrando la información que se elige para detectar algún incidente o problema. En tanto que las funciones de análisis y transformación se realizan mediante un sistema experto, debido a que estas 2 funciones se pueden realizar mediante reglas dados por el especialista (experto). En tanto que las funciones de análisis y transformación se realizan mediante un sistema experto, debido a que estas 2 funciones se pueden realizar mediante reglas dados por el especialista (experto), Figura 5.

En el caso de que ocurra una irregularidad no identificada, se requerirá de los especialistas para obtener las reglas que permita identificar dicha anomalía (análisis), y las reglas para corregirla (transformación).

Teniendo como objetivo encontrar el fundamento diferenciador de nuestro modelo, hemos buscado analizar el meta análisis y encontrar un aspecto en el podemos complementar el modelo planteado por Marc Holze [7] y uno de los puntos que consideramos importante es enfocar la función de Administración de Base de Datos desde el punto de la Administración General.

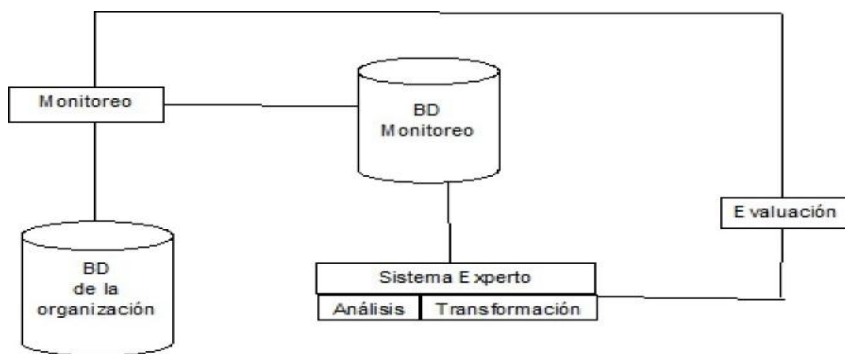


Figura 5. Modelo Propuesto de Self-Management en Base de Datos

5 La Investigación Operativa en el Self-Management de Base de Datos.

Desde hace varios años, la Investigación de Operaciones es una herramienta para optimizar y de apoyo para el proceso de toma de decisiones, es utilizada en diversas áreas. La Investigación Operativa tal como se define en [12], es la aplicación del método científico a problemas reales, relacionados con problemas organizacionales, con el objetivo de producir soluciones que nos ayuden a dos cosas: maximizar las ganancias, utilidades y la satisfacción de nuestros clientes y/o minimizar costos, distancias y tiempos.

El enfoque de Self-Management en base de datos se utiliza una diversidad de conceptos de optimización para tomar mejores decisiones para mejorar los accesos a los datos de una base de datos y para brindar facilidades para administrar las bases de datos.

Uno de los conceptos que se utiliza es el de data mining, el que a su vez aplica sofisticados algoritmos (árboles de decisión, clasificación, regresión lineal, redes neuronales, etc.) para analizar los datos y extraer información de interés.

En el Self-Management en base de datos se pueden utilizar una serie de modelos de Investigación Operativa como:

- Predicción.
- Identificación.
- Clasificación.
- Optimización.
- Clustering.

Con la utilización de dichos modelos se pueden resolver los problemas que busca resolver el enfoque de Self-Management, brindando soluciones para una automatización integral de las funciones de ABD y que se efectuó adecuadamente y a un costo razonable, generando eficiencia de la productividad de la ABD, lo que permitirá que las organizaciones brinden un mejor servicio de atención a los clientes y usuarios.

Adicionalmente, se puede aplicar la metodología de la Investigación Operativa para dar solución a problemas que enfrenta el Self-Management en base de datos, es decir, desarrollando modelos matemáticos y aplicando técnicas de recolección de datos a problemas que se presentan en la ABD como por ejemplo la optimización de los planes de acceso en las consultas a los datos en una base de datos.

6 Conclusiones.

Al final del presente trabajo podemos indicar las siguientes conclusiones:

- Con el trabajo realizado, al modelo de Self-Management para base de datos desarrollado por Marc Holze [7] se le ha agregado un componente en el que se le da énfasis a los requerimientos particulares de una organización con respecto a la ABD, generándose soluciones basadas en procedimientos que pueden aplicarse o adaptarse a las organizaciones independientemente de los DBMS que tengan implementados. En la aplicación de dicho modelo se observó que se pueden utilizar una serie de técnicas de Investigación Operativa para predecir el comportamiento de tareas de ABD.
- En la actualidad, las organizaciones enfrentan una variedad de condiciones de competitividad, debido a la apertura creciente de la economía globalizada, lo que genera la necesidad de ofrecer calidad de gestión. Esta se torna en una oportunidad para la

Investigación Operativa de apoyar a las organizaciones en el proceso de toma de decisiones para resolver problemas como el de Self-Management en base de datos, donde se requiere la toma de decisiones para automatizar una serie de tareas de ABD.

Referencias.

- [1] Feinberg, Donald & Adrian, Mery & Heudecker, Nick, "Gartner Magic Quadrant for Operational Database Management Systems", Noviembre 2017 G00317993, Stamford, Connecticut, USA.
- [2] Whitehead, Alfred North, "Introducción a las Matemáticas", Editorial: Emecé, Biblioteca Emecé de Obras Universales, Sección II, Ciencias, Buenos Aires, 1949, Argentina.
- [3] Horn, P.: "Autonomic computing: IBM perspective on the state of information technology", USA, 2001.
- [4] "Migration to Autonomic Computing" <http://www.onjava.com/2005/11/30/what-is-on-demand-computing.html>.
- [5] Lorig, Kate & Holman Halsted, "Self-Management Education: History, Definition, Outcomes, and Mechanisms", Stanford University School of Medicine, 2003, USA.
- [6] Kälkäjä, Maria, "Self-Management and its pat in knowledge workers' experience of high performance", tesis de maestria Department of Management and International Business, OULU Business School, University of OULU, 2015, Finlandia.
- [7] Holze, Marc, Self-Management Concepts for Relational Database Systems. Tesis de Doctorado en Matemática, Informática y Ciencias Naturales, Universidad de Hamburg, 2012, Alemania.
- [8] Robbins, Stephen & Coulter, Mary, "Administración" 12ava edición, Pearson Educación de México, 2014, México.
- [9] Hoyos Jonathan & Valencia Alejandro, "El papel de las TIC en el entorno organizacional de las PYMES", revista Trilogía número 7, 2012, Colombia.
- [10] Rockspace, & London School Economic, Vanson Bourne, "The Cost of Cloud Expertise Report", 2017, China.
- [11] Valchev, Marin "Self-management Skills: List, Definition, Tips & Techniques", Businessphrases.net, USA.
- [12] Prawda, Juan "Métodos y Modelo de Investigación de Operaciones", Volumen 1, Editorial Limusa., 2002, México.

Identificación y Medición del Riesgo Operativo a partir de redes bayesianas en una entidad pública

Jeimy Higuera
Universidad Tecnológica de Pereira
Facultad de Ingeniería Industrial
jhiguera@utp.edu.co

Cristina Rojas
Universidad Tecnológica de Pereira
Facultad de Ingeniería Industrial
cristinarojas@utp.edu.co

Wilson Arenas
Universidad Tecnológica de Pereira
Facultad de Ingeniería Industrial
warenas@utp.edu.co

Resumen

Este trabajo propone una metodología para la identificación y cuantificación del nivel de exposición al riesgo operativo en el área financiera de una entidad de educación superior colombiana, la metodología está basada en el modelo estándar de control interno, el juicio de expertos y el modelo redes bayesianas, por último se realiza el cálculo del valor en riesgo operacional (OpVar) para determinar la carga de capital expuesta a riesgo operacional.

Keywords: Riesgo operativo, redes bayesianas, gestión del riesgo, fraude.

1 Introducción

El sistema financiero Colombiano en los últimos años ha concentrado sus esfuerzos en la implementación de los sistemas de administración de riesgos, considerándolo uno de los procesos más importantes debido en primer lugar a las exigencias de la normatividad vigente de las entidades reguladoras nacionales e internacionales y en segundo lugar a la necesidad de mejorar, de crear controles y metodologías para que sus modelos de negocios sean eficientes y se logre una mejor toma de decisiones y generación de valor.

El riesgo al cual nos referimos en este documento, es el asociado a la posibilidad de pérdidas causadas por variaciones de los factores que afectan el valor de un activo y a los cuales están expuestas todas las entidades públicas y privadas, y que desde la perspectiva de los acuerdos de Basilea puede clasificarse como riesgo operacional.

Esta investigación estará enfocada en la gestión del riesgo operacional al cual está expuesta la Tesorería de una entidad educativa, que tiene como responsabilidad la planeación y coordinación de los mecanismos para el mejoramiento continuo en lo relacionado con el recaudo de los ingresos, el pago de las obligaciones, la administración financiera de los fondos especiales y de los excedentes de liquidez, así

como el manejo de inversiones en el mercado de capitales, razón por la cual se requiere diseñar un sistema de administración del riesgo operativo que le permita identificar los riesgos provenientes de fuentes Internas y Externas que puedan originar pérdidas a la entidad, así como un aumento de costos y gastos y el incumplimiento de normas y procedimientos para la ejecución de un proceso, falta de documentación de procesos, fallas en los procedimientos por errores humanos, entre otros. Dado lo anterior el presente trabajo plantea una metodología basada en el uso de redes bayesianas (RB) para identificar y cuantificar los factores de riesgo operacional (RO).

2 Descripción del problema

Las instituciones educativas de esta investigación se encuentran presionadas por la normatividad nacional e internacional de mitigar el nivel de exposición al riesgo operativo, con miras a reducir el capital expuesto y por lo tanto a la provisión que por dicho riesgo se debiera realizar. Sin embargo, las entidades públicas Colombianas aún no poseen sistemas de información lo suficientemente adecuados y con las bases de datos suficientemente amplias sobre los efectos económicos y los eventos de exposición a riesgo operativo que a lo largo de la historia de la entidad se hayan presentado.

Dado lo anterior surge la necesidad de desarrollar una metodología que permita realizar un análisis cuantitativo de exposición de capital a eventos de riesgo operacional a través de modelos causales (modelos de redes bayesianas), implementadas ante la ausencia de información histórica, así como la utilización de la información cualitativa para la identificación de este tipo de riesgos

3. Marco Conceptual

3.1 Riesgo Operativo

Según el comité de basilea "el riesgo operacional se define como el riesgo de pérdida resultante de una falta de adecuación o un fallo de los procesos, el personal y los sistemas internos o bien de acontecimientos externos". Esta definición incluye el riesgo legal (jurídico), pero excluye el riesgo estratégico y el riesgo de reputación.[1], a este tipo de riesgos son a los que constantemente se enfrentan las empresas a posibilidades de error en las transacciones o en los procedimientos seguidos por los empleados, programas erróneos y caídas de los sistemas, ausencias de personal, retrasos en la entrega y la recepción de mercancías, fraude interno y externo.

Modelo de Redes Bayesianas

Sugar [6] la define como "Las redes bayesianas son una representación gráfica de dependencias para razonamiento probabilístico, en la cual los nodos representan variables aleatorias y los arcos representan relaciones de dependencia directa entre las variables." Las redes bayesianas ayudan a modelar, medir y gestionar el riesgo operacional utilizando conocimiento de los factores de riesgo causales y razonamiento. La teoría detrás de las RB combina la teoría de probabilidad bayesiana y la noción de independencia condicional para representar dependencias entre las variables

4. Metodología

4.1 Identificación de Riesgo Operativo

Dada la escasez de información histórica por la falta de sistematización y documentación de eventos de pérdida, se debe desarrollar una metodología que tenga en cuenta la información cualitativa que se puede obtener fuentes internas y externas (expertos) de una manera estructurada, por lo tanto se tomó como modelo la metodología sugerida por el departamento Administrativo de la Función Pública (DAFP) en la cartilla denominada “Guía para la administración del riesgo” y teniendo en cuenta las etapas sugeridas en la Circular Básica Contable y Financiera capítulo XXIII, la norma Iso 31.000 y el MECI. La metodología consta de 9 etapas los cuales se presentan a continuación:

Etapas de Identificación del Riesgo	
Etapa 1	Definir la herramienta metodológica de recolección de información que más se adapte al proceso de identificación de RO
Etapa 2	Seleccionar el proceso y los procedimientos objeto de estudio (Documentación de los procedimientos objeto de estudio)
Etapa 3	Identificar las fuentes Generadoras de Riesgo (factores)
Etapa 4	Identificación de posibles eventos de pérdida
Etapa 5	Definir las posibles causas.
Etapa 6	Establecer los niveles o estados de cada causa.
Etapa 7	Identificar las posibles consecuencias de los riesgos.
Etapa 8	Definir los niveles de severidad o impacto de acuerdo con las consecuencias identificadas en cada riesgo
Etapa 9	Construcción de la Red Bayesiana

4.2 Metodología para Medición de Riesgo Operativo.

Las fuentes de información son muy importantes a la hora de definir la metodología para la medición de riesgo operativo, el comité de Basilea propone dos grandes métodos para esta medición, los descendentes y los ascendentes, A. Mendoza [4] explica que la metodología descendente tiende a centrarse en las medidas más amplias del riesgo operativo con el objetivo de estimar la provisión que la entidad debe realizar, mientras que las metodologías ascendentes producen medidas más precisas del nivel de exposición del riesgo, esta metodología del enfoque ascendente se basa principalmente en dos tipos de modelos cuantitativos: los estadísticos y los causales. Los primeros se basan en información histórica sobre la frecuencia y el monto de los eventos de pérdida, mientras que los causales, adicionalmente a la información histórica, tienen en cuenta el juicio de expertos, razón por la cual se tomó como modelo esta última metodología para la cuantificación del Riesgo Operativo [4].

Adicionalmente se toma uno de los métodos ascendentes de Basilea II, específicamente el enfoque de distribución de pérdidas. Este método [5], describe como una estimación basada en la utilización de técnicas estadística sobre los datos internos y externos resumida de la siguiente manera: i) Estimación separada de las distribuciones de frecuencia y de severidad de los eventos de pérdidas, para cada

combinación línea de negocio/tipo de pérdida (LN/TP) del banco;ii) Acoplamiento de las distribuciones de severidad y de frecuencia en cada combinación LN/TP; y iii) Determinación de la distribución de pérdidas por riesgo operacional global de la institución. $RO = f(\text{frecuencia, severidad})$

5. Resultados

5.1 Resultados de la Identificación

La entidad seleccionada para la aplicación de la metodología fue el área de Tesorería de una Universidad pública, para la recolección de la información se utilizaron datos internos provenientes del conocimiento de los expertos, quienes desempeñan las actividades de los procedimientos de la Tesorería; con esta información se desarrolló la metodología expuesta anteriormente para registrar y consignar en forma sistemática las categorías, factores, frecuencia, severidad y otros aspectos relevantes de los eventos de pérdida por riesgo operacional. Se toma como ejemplo uno de los riesgos identificados denominado “fraude en las cuentas bancarias”. La herramienta metodológica utilizada para la recolección de información fue un formulario resuelto por los expertos seleccionados.

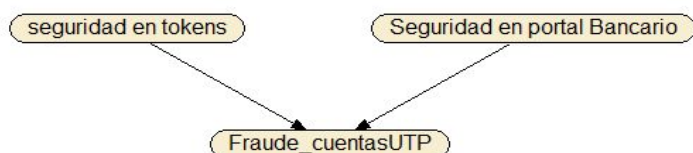
PROCESO		GESTION DE TESORERÍA				
OBJETIVO DEL PROCESO		Administrar los recursos Financieros de la Universidad Garantizando el recaudo de los ingresos y pago de las obligaciones Institucionales aportando a su sostenibilidad				
CONTEXTO EXTRATEGICO		IDENTIFICACION				
FACTOR EXTERNO	FACTOR INTERNO	CLASIFICACION DE LAS CAUSAS	CAUSAS	VALORACION O ESTADO DE LA CAUSA	RIESGO	CONSECUENCIA
	Talento Humano	Fraude Interno	seguridad en tokens y claves en portales bancarios	1 persona 2 personas mas de 2 personas		
Tecnología		Fraude Externo	Seguridad en los sistemas de pago permitiendo el ingreso a información financiera de la Tesorería	Alta Baja	Fraude en las cuentas bancarias de la Institución	Perdida de dinero

NIVELES DE SEVERIDAD	
NIVEL 1	Entre 0 y 50.000.000 millones
NIVEL 2	Entre 50.000.000 y 100.000.000 millones
NIVEL 3	Entre 100.000.000 y 150.000.000 millones
NIVEL 4	Mayor a 150.000.000 millones

La definición de los niveles de severidad se construyeron con la ayuda del Jefe de la sección de Tesorería

Red Bayesiana para el riesgo Fraude Interno

Para construir la Red Bayesiana (RB) se consideran los riesgos seleccionados como nodos, los cuales fueron conectados mediante arcos dirigidos para formar una estructura causal que muestra la dependencia entre estos. Para el caso de estudio se definieron como variables o nodos los eventos de pérdida (fraude en cuentas Bancarias) con sus respectivos indicadores de riesgo o estados identificados como seguridad en tokens y seguridad en el portal bancario.



5.2 Resultados de la Medición del Riesgo Operativo

Expresada la RB, la probabilidad de ocurrencia puede ser incluida en cada nodo. La información de los nodos actualizados es propagada por todos los nodos del árbol. Por lo tanto, no hay necesidad de utilizar las probabilidades conjuntas de toda la RB; se hace localmente en cada nodo. Una vez que se tiene el árbol de derivación es posible hacer inferencia a partir de él de la siguiente manera: Definir distribuciones a priori. Esta es la distribución no condicional a priori de los nodos, sin «padres», y la distribución condicional a priori para los nodos «hijos». Para cada distribución a priori se necesitarán los datos para cada estado, lo cual fue determinado a través del análisis de expertos, quienes se basaron en los datos disponibles pero combinados con su experiencia y conocimiento respecto a la proyección de futuros eventos. Para llevar a cabo esta parte del proceso se realizaron varias sesiones con el grupo de expertos. A continuación se muestran las probabilidades a priori de cada nodo, incluida la condicional.

seguridad en tokens y claves en portales bancarios	
Estado	Probabilidad
Alta: más de 2 persona con acceso a Token	0,80
Media: 1 Personas con acceso a Tokens	0,15
Baja: No tiene	0,05

Seguridad en los sistemas de pago	
Estado	Probabilidad
Alta	0,95
Baja	0,05

Fuente: elaboración propia con información de expertos

FRAUDE EN LAS CUENTAS BANCARIAS						
Seguridad tokens	ALTA		MEDIA		BAJA	
Seguridad portal Bancario	ALT A	BAJA	ALTA	BAJA	ALTA	BAJA
fraude	0,01	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3
No fraude	0,99	0,9	0,85	0,8	0,75	0,7

Fuente: elaboración propia con información de expertos

Análisis Estadístico

Dado que ya tenemos las probabilidades a priori de los eventos independientes y las condicionales, y basándonos en la regla de bayes, se calcula la probabilidad total de cada uno de los eventos de pérdida.

$$P(B) = P(A_1) \cdot P(B/A_1) + P(A_2) \cdot P(B/A_2) + \dots P(A_n) \cdot P(B/A_n)$$

Para el evento de pérdida denominado “Fraude en las cuentas bancarias” se calculó la probabilidad total partiendo de la fórmula anterior, teniendo en cuenta que está condicionada por los eventos independientes Seguridad de tokens (T) y la seguridad en el portal bancario (P).

$$P(\text{Fraude}) = \sum P(T, P) \cdot P(\text{fraude}/T,P)$$

Token s(T)	P(T)	Portal (P)	P(P)	P(T,P)	P(Fraud e/T,P)	P(Fraude)	P(No fraude/TP)	P(No fraude)
alta	0,80	alta	0,95	0,76	0,01	0,0076	0,99	0,7524
media	0,15	alta	0,95	0,1425	0,15	0,021375	0,85	0,121125
Baja	0,05	alta	0,95	0,0475	0,25	0,011875	0,75	0,035625
alta	0,80	baja	0,05	0,04	0,1	0,004	0,9	0,036
media	0,15	baja	0,05	0,0075	0,2	0,0015	0,8	0,006
Baja	0,05	baja	0,05	0,0025	0,3	0,00075	0,7	0,00175
						0,0471		0,9529

FRAUDE EN LAS CUENTAS DE LA UTP

Estado	Probabilidad
Existe Fraude	4,7%
No existe Fraude	95,3%

Lo anterior nos permite a partir de teorema de bayes calcular las probabilidades a posteriori imputables a cada causa, para este caso por ejemplo, si ya existe un fraude, en qué medida es imputable a la baja seguridad de los Tokens?

$$P(A_i/B) = \frac{P(A_i) \cdot P(B/A_i)}{P(B)}$$

Donde:

$P(A_i)$ = Probabilidad a priori

$P(B/A_i)$ = Probabilidad condicional

$P(B)$ = Probabilidad Total

$P(A_i/B)$ = Probabilidad a posteriori

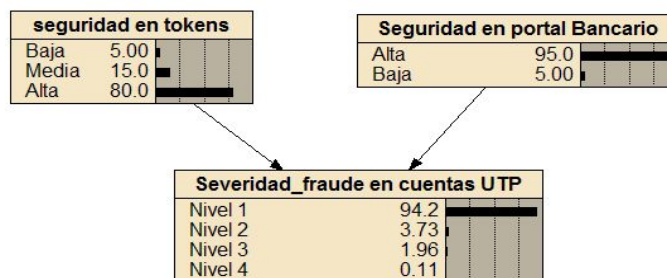
$$P(T/FRAUDE)=P(T,P). P(FRAUDE/TOKENS) / P(FRAUDE)$$

$$=(0,011875)+(0,00075)/0,0471 =26,8\%$$

Lo anterior significa que en el caso de existir un fraude, para este caso el 26,8% sería imputable a la baja seguridad de los Tokens.

Para el caso de estudio, se estructuró una red bayesiana para el análisis de la severidad, por lo tanto se tomaron los mismos nodos utilizados en la red de frecuencia, con el diferencial de que se establecieron 4 nivel de severidad de cada Riesgo para poder hacer un cálculo más preciso de la pérdida esperada por Riesgo operativo de la Tesorería.

Seguridad en tokens	alta		media		Baja	
	alta	baja	alta	baja	alta	baja
Nivel 1	0,95	0,9	0,93	0,88	0,9	0,85
Nivel 2	0,03	0,08	0,05	0,08	0,07	0,11
Nivel 3	0,02	0,01	0,02	0,02	0,02	0,02
Nivel 4	0	0,01	0	0,02	0,01	0,02



Para el cálculo de pérdidas por cada Riesgo Operativo identificado se tomó como referente el enfoque LDA, que tiene como objetivo la obtención de una función de distribución de pérdidas agregadas. Para el cálculo del capital se aplica el concepto de Valor en Riesgo adoptado en el contexto de riesgo operacional como OpVaR, esta es una medida de tipo estadístico que representa un percentil de la distribución de pérdidas.

La distribución de pérdidas esperada para cada evento se obtiene por medio de simulación de Montecarlo, teniendo tanto la distribución de probabilidad de ocurrencia como el nivel de pérdidas para cada una de los riesgos, se realiza este proceso de simulación y así obtener la distribución de las pérdidas totales. Luego de realizar una simulación con 1.000 iteraciones se encuentra la distribución de

probabilidad de las pérdidas agregadas para cada riesgo y la distribución de pérdidas Esperadas. Como se observa en el gráfico siguiente, la probabilidad de que ocurra un fraude en las cuentas bancarias es baja, y su impacto se estima de igual manera en el nivel 1 aplicando la metodología de distribución de pérdidas agregadas se estima una pérdida promedio de \$5.637659.

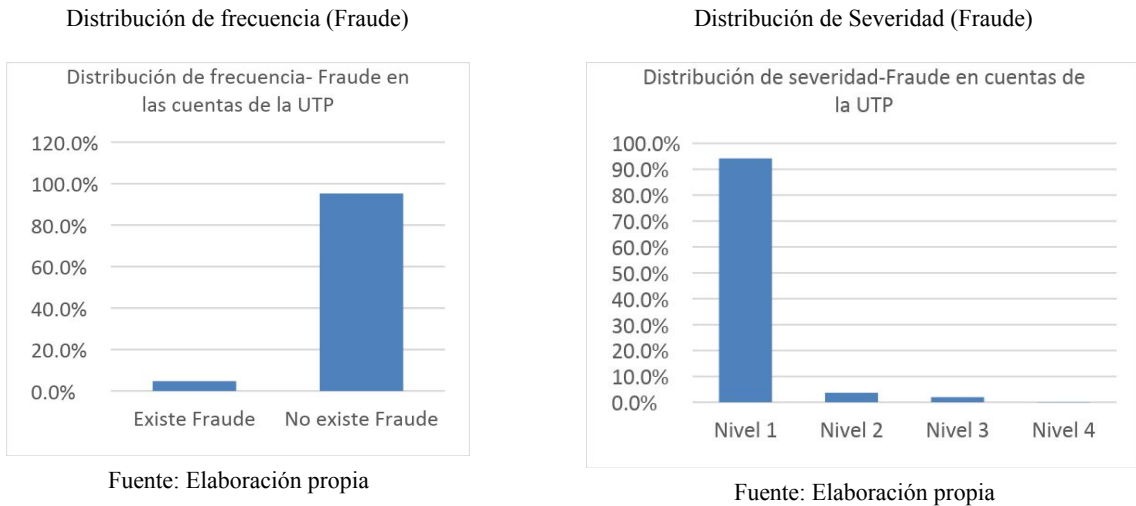
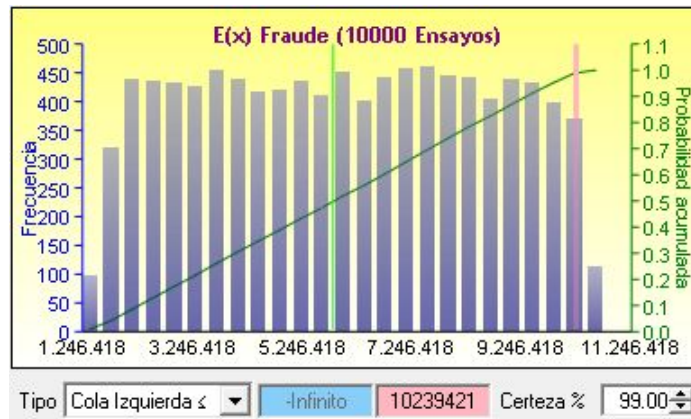


Figura 33 Distribución de pérdidas (Fraude)



Fuente: Elaboración propia

E(x) FRAUDE	\$5.637.650
OpVar	\$ 10.239.421

5 Conclusiones

La metodología para la identificación y medición del riesgo operativo propuesta en este trabajo permiten tener una medición cuantitativa de la pérdida esperada en términos monetarios y así calcular la provisión que debe tener la entidad.

Las redes bayesianas son una herramienta que facilita modelar, medir y brindar información para gestionar el riesgo operacional utilizando el juicio de expertos

Este trabajo permite la actualización de datos en el modelo de redes bayesianas a la luz de la información disponible, lo que permite que se vayan mejorando los factores que percibe la institución y que influyen los riesgos operacionales, las variables definidas y sus relaciones de causalidad para una estimación más precisa del capital de Riesgo Operativo.

La integración del Modelo Estándar de Control Interno (MECI), con un modelo causal como las redes bayesianas permitió robustecer el modelo adoptado por la entidad en la identificación y medición de los eventos de pérdida.

El proceso de gestión del Riesgo Operativo ha sido implementado en su mayoría por entidades financieras, esto debido a la regulación de la Superintendencia Financiera de Colombia. En este trabajo de investigación se muestra como la gestión de este tipo de riesgo beneficia también a otro tipo de entidades, que requiere un enfoque conservador en el manejo de los recursos públicos.

References

- [1] Jiménez Rodríguez, E. J., & Martín Marín, J. L. (2005). El nuevo acuerdo de Basilea y la gestión del riesgo operacional. *Universia Business Review*, (7).
- [2] COMITÉ, DE SUPERVISIÓN BANCARIA DE BASILEA; BANCO, DE PAGOS INTERNACIONALES. Aplicación de Basilea II: aspectos prácticos. Banco de Pagos Internacionales, Julio, Basilea, 2004.
- [3] AVENDAÑO, Arley Sativa. Acuerdo Basilea II: El Riesgo Operativo y su Adecuación Normativa en el Sistema Financiero Colombiano, *El. Con-texto*, 2007, vol. 22, p. 123.
- [4] CASTILLO, Mario; MENDOZA, Alvaro. Diseño de una metodología para la identificación y la medición del riesgo operativo en instituciones financieras. *Revista de Ingeniería*, 2004, no 19, p. 45-52.
- [5] López, D. P. (2009). Riesgo Operacional: Conceptos y Mediciones. *Dirección de Estudios y Análisis Financiero, Superintendencia de Bancos y Entidades Financieras, Chile*.
- [6] Sucar, L. E., & Tonantzintla, M. (2006). Redes Bayesianas. *BS Araujo, Aprendizaje Automático: conceptos básicos y avanzados*, 77-100.

Uso de cadenas de Markov para la predicción de la tasa de desempleo en los próximos 10 años en Lima Metropolitana

Luis Ramos Ñ.

Universidad Antonio Ruiz de Montoya

luis.ramos@uarm.pe

Yessenia Guillen H.

Universidad Antonio Ruiz de Montoya

yessenia.guillen@uarm.pe

Oscar Diones M.

Universidad Antonio Ruiz de Montoya

oscar.diones@uarm.pe

Marisol Jara M.

Universidad Antonio Ruiz de Montoya

marisol.jara@uarm.pe

Juan Nolasco

Universidad Antonio Ruiz de Montoya

juan.nolasco@uarm.pe

Resumen

Este artículo tiene como objetivo pronosticar el comportamiento de la actividad económica a través de un modelo estocástico basado en cadena de Markov. Se establece una matriz de transición basado en los datos de desempleo histórico, obtenidos del INEI, considerando crecimiento de la población económicamente activa (PEA) empleada y desempleada, migraciones y crecimiento poblacional. Los resultados del modelo de Markov nos muestran a partir de un año base (2017), los cambios que podrían ocurrir la próxima década y si las condiciones no cambian cuál sería el impacto en el futuro lejano. El modelo establece valores de desempleo por debajo del 10%, pero esto puede cambiar por la influencia de otros factores tales como políticos, sociales y económicos no contemplados en el modelo.

Palabras Clave: desempleo, migración, política, economía, PEA, cadena de Markov

Abstract

The purpose of this article is to predict forecasting the behavior of economic activity through a stochastic model based on the Markov chain. A transition matrix is established based on the historical unemployment data obtained from the INEI, considering growth of the economically active population (EAP) employed and unemployed, migrations and population growth. The results of the Markov model show us from a base year (2017), the changes that could happen in the next decade and if the conditions do not change what the impact would be in the distant future. The model establishes unemployment values below 10%, but this may change due to the influence of other factors such as political, social and economic factors not contemplated in the model.

Keywords: unemployment, migration, politics, economy, PEA, Markov chain.

1. Introducción:

El problema del desempleo en el Perú va en aumento a lo largo del tiempo, en eventos cíclicos de crisis y recesión en el mercado laboral. Es por ello, que el objetivo de esta investigación es conocer la tendencia de empleabilidad que en los próximos 10 años calculando la tasa de desempleo en la delimitación territorial de Lima Metropolitana. Hemos elegido esta localidad porque es donde el mercado laboral es más dinámico, además es de interés común averiguar si la empleabilidad es buena o mala. Para poder desarrollar este trabajo utilizaremos la herramienta de la investigación operaciones: Cadenas de Markov.

Para empezar, plantearemos una metodología que abarca desde la toma de una muestra, identificación de los estados, creación del modelo y la matriz de transición hasta estimar la tendencia de estados estables. Ello nos permitirá establecer conclusiones y resultados que servirán para alcanzar los objetivos de esta investigación.

Debemos dejar en claro que la confiabilidad de la investigación está a un 95% con un nivel de significancia del 5%, por lo que trabajaremos con intervalos de confianza, ya que el tamaño de la muestra proporcionados por el Instituto Nacional de Estadística e Informática (INEI) no es constante año a año, pero es muy buena para poder alcanzar los objetivos de la investigación.

La localidad que se ha escogido solo comprende los 43 distritos de Lima Metropolitana, por lo que la región constitucional del Callao no es tomada en cuenta en esta investigación, así como también las otras provincias de la región de Lima.

2. Descripción del problema

2.1 Cadenas de Markov:

La Cadena de Markov es un tipo especial de los procesos estocásticos discretos en el tiempo, cuya particularidad se debe a situaciones que muestran variabilidad. Dicho aspecto, se debe a la naturaleza misma de la fuente o a inconsistencias de los fenómenos naturales y son totalmente independientes de los eventos ocurridos en el pasado (Hillier y Lieberman 2006: 732)

La ley de distribución de las probabilidades de transición (o de un paso) en una Cadena de Markov de estados, se representa de forma matricial conocida como Matriz de Probabilidad de Transición P de orden $s \times s$:

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1s} \\ P_{21} & P_{22} & \dots & P_{2s} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ P_{s1} & P_{s2} & \dots & P_{ss} \end{bmatrix}$$

Dentro de la Matriz de Probabilidad de Transición P se cumplen las siguientes propiedades:

- El elemento P_{ij} de la Matriz de Probabilidad de Transición P, representa la probabilidad de transición del estado i (fila i) al estado j (columna j).
- La suma de elementos de cada fila de la Matriz de Transición debe ser igual a 1.

$$\sum_{j=1}^s P(X_{t+1} = j : X_t = i) = \sum_{j=1}^s P_{ij} = 1$$

2.2 Estado Estable de las Cadenas de Markov:

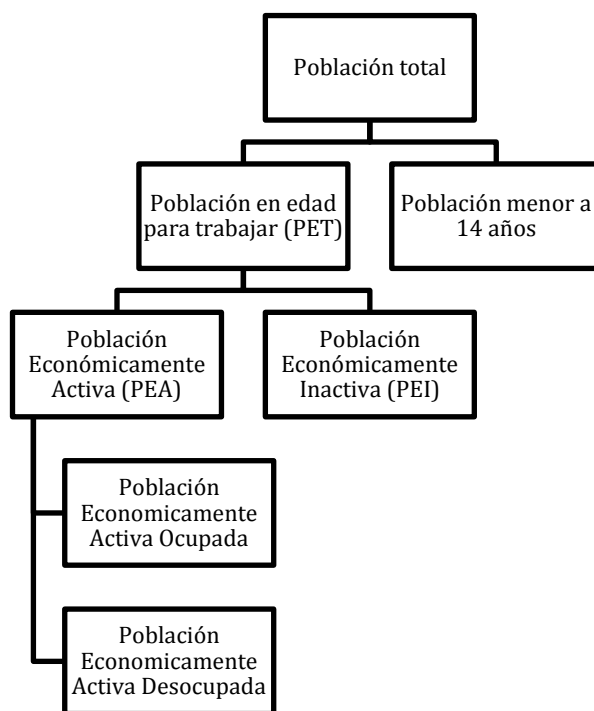
Definición 1: “Si los estados en una cadena son recurrentes, aperiódicos y se comunican entre sí, se dice que la cadena es ergódica”. Una Cadena de Markov es ergódica si todos sus estados son ergódicos. En este documento se estudiará el comportamiento a largo plazo de las Cadenas de Markov ergódicas, y cómo es que sus probabilidades se llegan a estabilizar en el tiempo.

$$\pi = \pi P$$

$$\pi_1 + \pi_2 + \dots + \pi_n = 1$$

2.3 Empleo

En la Encuesta Nacional de Hogares, que viene a ser la fuente para generar las estadísticas de empleo presentados en este documento, capta información de todos y cada uno de los miembros del hogar, sin considerar la edad. La encuesta estima en primera instancia un universo de “población total”, la que se divide a su vez en dos bloques: los que están y los que no están en edad de trabajar. Este referente de partición está en función de un criterio de estandarización con el Ministerio de Trabajo y Promoción del Empleo.



2.3.1 Tasa de desempleo

Es el porcentaje que resulta del cociente entre el número de desocupados (PEAD) y la población económicamente activa (PEA).

$$TD = \frac{PEAD}{PEA} * 100$$

3. Metodología de la Investigación

Para continuar con el objetivo de la investigación planteamos a continuación la metodología y que utilizaremos para alcanzar los resultados. Esta metodología que fue desarrollada, en forma general, para la presente investigación está organizada como sigue:

- **Establecer Población muestra:** Para realizar la investigación es fundamental tener los datos exactos de la población de los años anteriores a los que se realizará la investigación, dentro de esta población se tiene que tener datos de crecimiento de la población económicamente activa (PEA) empleada y desempleada, migraciones y crecimiento poblacional, etc.
- **Definir la Variables:** Descripción de los estados.
- **Diseñar el estudio:** Desarrollaremos la matriz de los estados de transición
- **Realizar los cálculos con años anteriores:** Primero realizaremos una prueba con los años anteriores para ver si realmente los pronósticos son exactos; para posteriormente con toda seguridad realizar el pronóstico en los próximos 10 años.
- **Realizar cálculos con años a futuro.**
- **Resultados.**

4. Modelo de estados

4.1 Establecer Muestra Poblacional

Para establecer el número de muestra significativa tenemos que tomar en cuenta los datos proporcionados por el Instituto Nacional de Estadística e Informática (INEI) para el año 2007, 2008, 2009, 2010, 2011, 2012, 2013 y 2014

4.1.1 Estadísticas de Población económicamente activa e inactiva

El INEI nos brinda la siguiente información sobre el total de personas económicamente activas e inactivas:

Tabla 1: Población en Edad de Trabajar, 2007-2014
(Miles de personas)

Niveles de Empleo	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
TOTAL PET	6279.4	6257.5	6450.5	6635.1	6767.9	6781.5	7064.1	7273.9
Total PEA	4 385.0	4 410.4	4 514.0	4 703.7	4 781.2	4 812.2	4 885.1	4 916.5
PEA ocupada	4 016.7	4 040.9	4 135.4	4 332.1	4 414.8	4 484.9	4 594.2	4 642.6
PEA desocupada	368.3	369.5	378.5	371.6	366.5	327.3	290.9	273.9
PEI	1894.4	1847.1	1936.6	1931.4	1986.6	1969.3	2179.0	2357.5

Fuente: Instituto Nacional de Estadística e Informática (INEI)

Tabla 2: Tasas de Actividad e Inactividad, 2007-2014
(Miles de personas)

	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Tasas de Actividad	0.6983	0.7048	0.6997	0.7089	0.7064	0.7096	0.6915	0.6759
Tasa de Ocupados	0.6396	0.6457	0.6410	0.6529	0.65231	0.66134	0.6503	0.6382
Tasa de Desocupados	0.0586	0.0590	0.05868	0.0560	0.05414	0.04826	0.0411	0.0376
Tasas de Inactividad	0.3016	0.2951	0.3002	0.2910	0.29353	0.29038	0.3084	0.3240

Fuente: Instituto Nacional de Estadística e Informática (INEI)

4.1.2 Parámetros para Muestra

La obtención de los datos necesarios para la presente investigación se logró mediante encuestas, realizadas por el INEI, a diferentes personas en Lima metropolitana. Estos datos servirán para encontrar un tamaño de muestra apropiado para la población. Para obtener el tamaño de muestra, considerar los siguientes valores:

Población (N)	Variable dependiendo de los años
Proporción(P)	= 0.5
1-P	= 0.5
Nivel de confianza(1-α)	= 0.95
z($\alpha/2$)	= 1,96
Error (e)	= 0.05
σX	= 0.009

La ecuación para el tamaño de la muestra es la siguiente:

$$n = \frac{(z\frac{\alpha}{2})^2 * P * (1 - P) * (N)}{(z\frac{\alpha}{2})^2 * P * (1 - P) + e^2 * (N - 1)}$$

Tamaño de la muestra (Promedio): 363.29 (miles de personas)

El tamaño de la muestra que hemos calculado nos servirá para poder trabajar con una cantidad constante todos los años y de esa forma las transiciones entre estado se hagan más visibles año a año.

4.2 Identificación de Estados

Los estados que utilizaremos en el modelo Markoviano son los mostrados en la siguiente tabla:

Tabla 3: Estados de Transición

Estados	Ocupados (0)	Desocupados (1)	Inactivos (2)
----------------	---------------------	------------------------	----------------------

Cada estado significa la posición de empleabilidad en la que se encuentran las personas en un momento determinado

4.3 Matriz de Transición:

Para hallar una tendencia que se asemeje más a la realidad peruana, analizaremos las matrices de transición de los años 2007 al 2014 y utilizaremos tasas descritas en la **Tabla 2** y el tamaño de la muestra para calcular la PEA y PEI muestra.

Tamaño de muestra (Promedio)= 363.29 (Miles de personas)

Tabla 4: Población Económicamente Activa e Inactiva, 2007-2014

	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
PEA	253.697	256.059	254.229	257.547	256.65	257.8015	251.234	245.555
Ocupado	232.389	234.604	232.909	237.202	236.98	240.2676	236.271	231.875
Desocupado	21.3076	21.4552	21.3196	20.3455	19.671	17.53390	14.9626	13.6796
PEI	109.601	107.239	109.069	105.751	106.64	105.4974	112.064	117.743

A partir de aquí se calculará las matrices de transición de cada año para encontrar una tendencia que nos servirá como matriz general para los cálculos respectivos

Tabla5: Matriz General, 2007-2014

	Ocupada	Desocupada	Inactiva
OCUPADA	1640.326403	0	10.30422016
DESOCUPADA	3.11214516	128.8209073	4.66346369
INACTIVA	6.678048348	0.147600371	749.0404503

Tabla 6: Matriz General, 2007- 2014 (Proporción)

	Ocupada	Desocupada	Inactiva
OCUPADA	0.993757404	0	0.006242596
DESOCUPADA	0.022783489	0.943076082	0.034140429
INACTIVA	0.008834962	0.000195273	0.990969765

Con esta última tabla, la matriz de transición P está establecida. Lo siguiente es poner a prueba esta matriz de transición para efectos del cálculo de la tasa de desempleo. Para ello, tomamos como año base el 2015

Tabla 7: Población en Edad de trabajar, 2015-2016

Niveles de Empleo	2015	2016
TOTAL PET	7394.36221	7408.580551
Total PEA	5 015.4	5 128.4
PEA ocupada	4 689.9	4 782.2
PEA desocupada	325.5	346.2
PEI	2378.961	2280.194

Tabla 8: Tasas de Actividad e Inactividad, 2015-2016

Niveles de Empleo	2015	2016
Tasa de Actividad	0.678273613	0.692222496
Tasa de Ocupados	0.634259324	0.645494351
Tasa de Desocupados	0.044014289	0.046728145
Tasa de Inactivos	0.321726387	0.307777504

Calculamos la tasa de desempleo con las formulas propuestas anteriormente.

$$Q^n = Q_0 * P^n$$

$$Q_0 = \begin{matrix} \text{Ocupado} & \text{Desocupado} & \text{Inactivo} \\ (0.634259324 & 0.044014289 & 0.321726387) \end{matrix}$$

$$P = \begin{pmatrix} 0.993757404 & 0 & 0.006242596 \\ 0.022783489 & 0.943076082 & 0.034140429 \\ 0.008834962 & 0.000195273 & 0.990969 \end{pmatrix}$$

Calculamos las tasas de ocupado e desocupado e inactivo del periodo siguiente (2016) al 95% de confianza.

Ocupado Desocupado Inactivo

$$Q_1 = (0.63414514 \quad 0.04157165 \quad 0.32428321)$$

La tasa de desempleo se calculará de la siguiente manera:

$$TD = \frac{PEAD}{PEA} * 100$$

$$TD = \frac{0.04157165}{0.04157165+0.63414514} * 100 = 6.15222951 \%$$

Calculamos los Intervalos de Confianza al 95%

$$I = [X \pm 1,96 * \sigma X]$$

$$I = [0.061522 \pm 1,96 * 0.009]$$

$$I = [0.04346, 0.07957]$$

Según el INEI la tasa de desempleo anual en el año 2016 ascendió a 0.06750452. Esto corrobora que la matriz de transición es útil para estimar y predecir la tasa de desempleo en años futuros.

4.4 Estado Estable de la Matriz de Transición

$$\lim P^n = \begin{bmatrix} \pi 1 & \pi 2 & \dots & \pi S \\ \pi 2 & \pi 2 & & \pi S \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \pi 1 & \pi 2 & \dots & \pi S \end{bmatrix}$$

Según los cálculos obtenidos, en un periodo mayor a 10 años en Lima Metropolitana el porcentaje de ocupados, desocupados e inactivos serán los siguientes:

Ocupado	Desocupado	Inactivo
0.58727303	0.00141099	0.41131598

Calculamos la tasa de desempleo a largo plazo:

$$TD = \frac{0.00141099}{0.00141099+0.58727303} * 100 = 0.239685151 \%$$

$$I = [0.00239685151 \pm 1,96 * 0.009]$$

$$I = [0, 0.020454416]$$

5. Conclusiones:

De los anteriores resultados obtenemos las siguientes conclusiones:

La proporción de ocupados, desocupados e inactivos con respecto a la población en edad para trabajar a largo plazo son 0.58727303; 0.00141099; 0.41131598 respectivamente.

La tasa de desempleo calculada con estos resultados nos arroja un intervalo de confianza al 95% cuyos valores están entre 0 y 0.020454416 esto nos concluye a que en un futuro el mercado laboral este accesible a mayores personas.

Otra conclusión muy interesante es el hecho del aumento significativo de la población económicamente inactiva que preocupa mucho y es a donde el gobierno debería apuntar más con sus políticas públicas.

Cabe resaltar que las cadenas de Markov son una herramienta muy útil para estos estudios y para cualquier otro estudio en el ámbito de la investigación de operaciones. Sin embargo, es preciso tener en cuenta que los resultados mostrados dependerán de muchos más factores como la economía y la empleabilidad global, de los cuales no podemos controlar.

Finalmente, es necesario mencionar que el Perú está pasando por una recesión económica y un estancamiento político que impiden que se dé un mejor clima de empleabilidad, pero así como en otros países el Perú también tendrá mejores épocas en el futuro y lo único que falta es aprovechar las oportunidades. Aquí concluye nuestra Investigación y damos por cumplido los objetivos planteados en el inicio.

6. Bibliografía:

1. Atoche, A y Farro, D (2011). Aplicación de las Cadenas de Markov en la determinación de Circuitos Turísticos del Perú. Recuperado de http://www.laccei.org/LACCEI2011-Medellin/published/TS244_Atoche.pdf
2. Ballou, R (2004). Logística: Administración de la Cadena de Suministros. 5ª Edición. Pearson Educación, México.
3. Cardenas, N (2011). Tasa de Desempleo de Largo Plazo en el Ecuador entre 2007 y 2010. Recuperado de <http://bibdigital.epn.edu.ec/bitstream/15000/4284/1/CD-3489.pdf>
4. Guadarrama, D. (2016). Análisis del Comportamiento de las acciones de empresas mineras mexicanas mediante el uso de cadenas de markov. Recuperado de <http://www.ptolomeo.unam.mx:8080/xmlui/bitstream/handle/132.248.52.100/9532/Tesina.pdf?sequence=2>
5. Hernández, A (2009). Método de la Cadena de Markov - remuestreo - punto de rompimiento estructural del crecimiento económico. Recuperado de <http://www.eltrimestreeconomico.com.mx/index.php/te/article/view/491/635>
6. Hillier, F y Lieberman, G (2006). Investigación de Operaciones. 8ª edición. McGraw – Hill, México
7. Instituto Nacional de Estadística e Informática (2001). Estimaciones y proyecciones de población según el INE, para el periodo (1950-2050). Recuperado de https://www.inei.gob.pe/media/MenuRecursivo/publicaciones_digitales/Est/Lib0466/Libro.pdf
8. Winston, W (2005). Investigación de Operaciones: Aplicaciones y Algoritmos. 4ª edición. Thomson, México.

Reference Ideal Method: aplicación a decisiones vinculadas con el cuidado de la salud y consumo de agua mineral

Miguel Angel Curchod
Facultad de Ciencias Económicas-Universidad Nacional de Córdoba
curchod@eco.unc.edu.ar

Catalina Lucia Alberto
Facultad de Ciencias Económicas - Universidad Nacional de Córdoba
catalina.alberto@gmail.com

Resumen

El objetivo del presente trabajo es proveer una orientación nutricional para el consumo de agua mineral de mesa. Se propone elaborar un *ranking* de las marcas más comunes de este producto que habitualmente se encuentran en el mercado local teniendo en cuenta la contribución nutricional que ellas aportan en la dieta de una persona sana en estado basal.

Para formalizar el ordenamiento y evaluar los productos se consideró la información que ellos brindan en sus etiquetas.

Para el desarrollo de la aplicación se utilizó el método multicriterio de apoyo a las decisiones *Reference Ideal Method (RIM)*.

Palabras clave: RIM (*Reference Ideal Method*); Agua Mineral de Mesa; Contribución Nutricional; *Ranking*.

Abstract

The purpose of this presentation is to provide a nutritional guidance to the consumption of mineral water. It is sought to establish an order of some of the different brands that we can find in the market pursuant the different criteria which support their nutritional characteristics. To define the evaluation criteria we used the information that these products offer in their labels. To carry out the application, we used the multicriteria decision analysis and, specifically, the Reference Ideal Method.

Keywords: RIM (Reference Ideal Method) –Mineral Water – Nutritional Contribution – Ranking.

1. Introducción

Este trabajo se realiza en la ciudad de Córdoba (República Argentina) y pretende analizar la información que generalmente está a disposición del consumidor de agua mineral de mesa para ayudar a tomar decisiones pertinentes y convenientes a la hora de elegir una marca determinada de este producto.

El agua mineral es un nutriente, no energético, fundamental para el buen funcionamiento del cuerpo humano. Los datos que publican las empresas sobre sus productos, generalmente, no son de fácil interpretación por parte de un consumidor no experto en nutrición, por esta razón, se intentará guiar a los compradores de agua mineral de mesa para realizar la mejor elección desde el punto de vista nutricional.

Diversos autores aplicaron métodos de decisión multicriterio a problemas nutricionales (Rehman & Romero; Tordera Benlloch). En este trabajo el método seleccionado para alcanzar los objetivos ha sido "*Reference Ideal Method, (RIM)*".

RIM tiene particularidades específicas que permiten, en comparación con otros métodos de decisión multicriterio, formalizar un modelo de evaluación más apropiado para el problema a resolver.

El estudio ha sido estructurado de la siguiente forma: en primer lugar se plantea el problema, en segundo lugar se explicita el marco teórico explicando detalladamente el método elegido para resolverlo y en una etapa de final de síntesis se analizan los resultados y se infieren las conclusiones.

2. Descripción del problema

En primera instancia, pareciera que, salvo raras excepciones, la elección de un agua mineral de mesa por parte de los consumidores, no responde a criterios claramente definidos.

Asimismo, la variación entre los precios de las distintas marcas no es significativa, (valor medio = \$ 24.85 por botella de litro y medio y desviación estándar = \$ 2.91)¹ por lo tanto, esta variable no es un criterio lo suficientemente fuerte para la selección del producto.

En general, suele ocurrir que el consumidor vaya al supermercado y elija una marca determinada de acuerdo a un preconcepción o que, entre las posibilidades existentes en el momento de la compra, seleccione aquella que tiene mayor publicidad.

La información que el Código Alimentario Argentino (CAA) obliga a consignar poco dice del valor intrínseco del producto y la información nutricional que las empresas explicitan voluntariamente no siempre es de fácil interpretación para el consumidor no experto en alimentación.

Por esta razón, el presente trabajo propone una instancia de reflexión y análisis sobre los componentes nutricionales del producto. La idea central es ayudar a tomar decisiones pertinentes y beneficiosas a todos aquellos consumidores que han optado por mejorar su dieta cambiando el agua potable por agua mineral de mesa.

3. El método propuesto

En el contexto del análisis multicriterio discreto (*MCDA Multi-criteria Decision Analysis*) el método elegido para resolver el problema ha sido *Reference Ideal Method (RIM)*. Este método fue presentado por Cables et. al en 2016.

Numerosos métodos multicriterio de apoyo a las decisiones trabajan con valores ideales de referencia, valores máximos o mínimos.

La diferencia fundamental, es que *RIM* no trabaja con un valor puntual (máximo o mínimo) sino que trabaja con un conjunto de valores ideales, específicamente con un intervalo al cual lo considera el intervalo de referencia ideal.

Los pasos que señalan los autores son: a) PASO 1: determinación del contexto de trabajo especificando: un rango de valores posibles para cada una de las variables y su correspondiente intervalo de referencia ideal, b) PASO 2: especificación de la matriz de respuestas de cada alternativa para cada criterio, c) PASO 3: normalización de la matriz del paso (2) de acuerdo a una función definida *ad-hoc*, d) PASO 4: asignación de los pesos de importancia relativa para cada criterio, e) PASO 5: cálculo de la matriz normalizada y ponderada, f) PASO 6: determinación, para cada alternativa, de los indicadores de distancia: I_i^+ e I_i^- , g) PASO 7: estimación, para cada alternativa del cociente: $(I_i^- / (I_i^- + I_i^+))$, h) PASO 8: formalización del *ranking* de preferencias de las alternativas.

Es importante destacar que *RIM* puede trabajar tanto con variables cardinales como así también con variables lingüísticas. En este último caso, se definen las etiquetas lingüísticas para cada variable cualitativa y se las transforma en una escala numérica.

Formalmente, *RIM* parte de una matriz de respuestas de la forma:

¹Estos Parámetros estadísticos han sido calculados según los precios exhibidos en los supermercados en el mes de abril de 2018 en moneda de curso legal.

$$F(x) = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & \dots & X_{1n} \\ X_{21} & X_{22} & \dots & X_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{m1} & X_{m2} & \dots & X_{mn} \end{bmatrix} \quad [1]$$

x_{ij} representa el valor que toma la alternativa i en el criterio j ; para: ($i = 1, 2, 3, \dots, m$) y ($j = 1, 2, 3, \dots, n$).

Se construye una matriz normalizada de la forma:

$$\bar{X} = \begin{bmatrix} \bar{x}_{ij} \end{bmatrix} \quad [2]$$

Los elementos de la matriz se calculan de acuerdo a la siguiente función

$$\bar{x}_{ij} f(x_{ij}, [A, B], [C, D]) = 1 \text{ si } x_{ij} \in [C, D] \quad [3]$$

$$\bar{x}_{ij} f(x_{ij}, [A, B], [C, D]) = 1 - \frac{d_{\min}(x_{ij}, [C, D])}{[A, C]} \text{ si } x_{ij} \in [A, C] \wedge A \neq C \quad [4]$$

$$\bar{x}_{ij} f(x_{ij}, [A, B], [C, D]) = 1 - \frac{d_{\min}(x_{ij}, [C, D])}{[D, B]} \text{ si } x_{ij} \in [D, B] \wedge D \neq B \quad [5]$$

$[A, B]$ = es el intervalo de valores que puede asumir la variable

$[C, D]$ = representa el intervalo de referencia ideal

$$x_{ij} \in [A, B]$$

$$[C, D] \in [A, B]$$

d_{\min} = representa la distancia mínima desde el valor de la variable x_{ij}

al intervalo de referencia ideal $[C, D]$

Como señalan los autores, esta función nos permite asignar valores a la variable en el intervalo $[0, 1]$. Si el valor de la variable se encuentra entre los límites del intervalo ideal de referencia, asumirá el valor de 1. Caso contrario, a medida que se aleja de este intervalo, el valor de la variable tenderá a cero.

A continuación se determina el vector de pesos, asignando a cada criterio su peso relativo:

$$W = [w_1 \quad w_2 \quad \dots \quad w_n] \quad [6]$$

El paso siguiente consiste en obtener la matriz normalizada y ponderada

$$[\bar{X}^*]_{ij} = \begin{bmatrix} \bar{x}_{ij} \end{bmatrix}_{ij} [w]_{j1} \quad [7]$$

Para calcular los indicadores de distancia I_i^+ e I_i^- para cada alternativa se procede del modo siguiente:

$$I_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^n (\bar{x}_{ij} - w_j)^2} ; i = 1 \dots m \quad [8]$$

$$I_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^n (\bar{x}_{ij})^2} ; i = 1 \dots m \quad [9]$$

Finalmente se calcula el cociente:

$$R_i = \frac{I_i^-}{I_i^- + I_i^+} ; i = 1 \dots m \quad [10]$$

De acuerdo a los resultados de los cocientes calculados en [10] se determina el ordenamiento, en orden descendente, siendo la mejor alternativa aquella que se encuentra en el primer lugar.

4. Aplicación

El presente estudio elabora un *ranking* de preferencia de algunas de las aguas minerales de mesa que habitualmente se encuentran en el mercado local de la ciudad de Córdoba.

La idea central del trabajo es ofrecer una orientación para tomar decisiones racionales sustentadas en la información nutricional que cada uno de los productos brinda.

Para determinar el orden de preferencia se tuvieron en cuenta los componentes químicos de cada producto desde el punto de vista nutricional.

El estudio se realizó sobre un conjunto de elección compuesto por 12 aguas minerales de mesa.

PASO 1: Determinación del contexto de trabajo (estructuración del problema)

Supuestos:

- El análisis se realiza para un consumidor sano en estado basal.
- Las dosis diarias recomendadas (DDR) generalmente varían según la edad y el sexo. En esta aplicación se han tomado aquellas correspondientes a hombres adultos.
- Se consideran las aguas minerales de mesa que generalmente se encuentran sin dificultad en los hipermercados de la ciudad de Córdoba.
- No se tiene ninguna preferencia por ninguna de las marcas.
- No se ha incluido ni excluido ninguna marca *ex profeso*.
- No existe ningún prejuicio subjetivo que lleve a favorecer o perjudicar la valuación de alguna marca en particular.

Definición de Criterios:

Las variables que se tuvieron en cuenta para realizar la evaluación son las siguientes: a) Sodio, b) Potasio, c) Calcio, d) Magnesio, e) Cloruros, f) Sulfatos, g) Bicarbonatos.

Estas variables fueron seleccionadas considerando la información que se encuentra a disposición del consumidor al momento de realizar sus compras.

Sodio (Na): cantidad de este mineral medida en mg/litro.

Fundamentalmente, el sodio ayuda a obtener el balance de los sistemas de fluidos dentro y fuera de las células. También favorece al buen funcionamiento de nervios y músculos.

La ingesta en exceso puede ser perjudicial para los riñones, provocar retención de líquidos y aumentar los riesgos de hipertensión.

La dosis mínima diaria recomendada es de 500 mg, asimismo; se recomienda no superar los 2.500 mg. Teniendo en cuenta que el sodio es un mineral que se encuentra en la mayoría de los

alimentos que forman parte de la dieta habitual de la población argentina, se consideró prudente fijar límites mínimos para el aporte que realiza el agua mineral.

A los efectos de esta aplicación se determinaron los siguientes límites inferiores y superiores medidos en mg por litro:

[A,B] = [2,225]; [C,D] = [2,8]; DDR = 2.500 mg (dosis diaria recomendada)

Potasio (K): cantidad de este mineral medida en mg/litro.

El potasio es una variable estrechamente relacionada con el sodio. La necesidad de ingerir potasio aumenta a medida que aumenta la ingesta de sodio ya que el potasio es necesario para eliminar la sal.

La función principal del potasio es mantener el balance hídrico del cuerpo y el equilibrio ácido-base. Contribuye al buen funcionamiento muscular y a la transmisión de impulsos nerviosos.

El consumo en defecto de potasio puede ocasionar: insomnio, irritabilidad, disritmias o debilidad muscular.

La dosis diaria recomendada es de 3.000mg.

A los efectos de esta aplicación se determinaron los siguientes límites inferiores y superiores medidos en mg por litro:

[A,B] = [1,10]; [C,D] = [3,5]; DDR = 3.000 mg.

Calcio (Ca): cantidad de este mineral medida en mg/litro.

El calcio es el mineral de mayor presencia en el organismo humano y el cuarto componente del cuerpo. Su posición se sitúa después del agua, las proteínas y las grasas.

El calcio ayuda a mantener los huesos y dientes sanos. También interviene en la coagulación y es un importante regulador nervioso y neuromuscular. Modula las contracciones musculares incluyendo la frecuencia cardíaca. Interviene en la secreción intestinal y en la liberación de hormonas.

De la misma forma que las funciones del sodio y del potasio se encuentran complementadas y afectadas una por la otra, la presencia de calcio se encuentra vinculada a la presencia de fósforo. La falta o exceso de uno cualquiera de estos minerales puede afectar la absorción del otro.

El calcio se encuentra fundamentalmente en los alimentos lácteos, frutos secos y en algunos pescados como sardinas o anchoas. Estos alimentos no son habituales en la dieta cotidiana argentina.

Por otra parte, la absorción del calcio se encuentra dificultada ante el consumo de alcohol, café y deficiencias de vitamina D.

Por lo expuesto se pensó como relevante que el agua sea un alimento que contribuya a lograr la dosis diaria recomendada.

No obstante; se debe tener en cuenta que el CAA fija un límite superior de 150 mg a partir del cual el agua comienza a considerarse agua mineral cálcica.

A los efectos de esta aplicación se determinaron los siguientes límites inferiores y superiores medidos en mg por litro.

[A,B] = [10,150]; [C,D] = [80,120]; DDR = 800 mg.

Magnesio (Mg): cantidad de este mineral medida en mg/litro.

Este mineral, calificado por muchos como milagroso, ayuda a la síntesis de proteínas. Es un activador de coenzimas. También es un transmisor de impulsos nerviosos. Ayuda a la relajación muscular. Interviene en el equilibrio ácido-base.

Su ingesta en defecto puede ocasionar fallos en el crecimiento, alteraciones en la conducta, puede ocasionar debilidad, contracturas musculares y espasmos.

La dosis diaria recomendada en hombres adultos es de 300 mg.

De la misma forma que en la variable Ca se debe tener en cuenta que el CAA fija un límite superior de 50 mg por litro a partir del cual el agua comienza a considerarse agua mineral magnésica.

A los efectos de esta aplicación se determinaron los siguientes límites inferiores y superiores medidos en mg por litro:

[A,B] = [1,50]; [C,D] = [30,40]; DDR = 300 mg.

Cloruros (Cl): cantidad de estos elementos medida en mg/litro.

Los cloruros son compuestos químicos que llevan un átomo de cloro en estado de oxidación-1.

El cloruro es uno de los elementos que se encuentra en la sal que se utiliza para cocinar y en algunos alimentos. Principalmente en el centeno, la lechuga, el tomate, el apio y las aceitunas.

El cloruro es fundamental para mantener el equilibrio de los líquidos corporales y es un componente esencial de los jugos digestivos.

Demasiado cloruro en los alimentos puede provocar el aumento de la presión arterial o alterar la función renal. Por otra parte, los niveles bajos de cloruros pueden provocar tanto sudoraciones excesivas, como así también diarreas o vómitos. Para determinar el valor del intervalo ideal también debe considerarse la ingesta de algunos medicamentos, como por ejemplo, los diuréticos.

La dosis diaria recomendada varía según la edad y el sexo, pero en término medio para un hombre adulto es de 2.300 mg/día.

Debe tenerse en cuenta que el CAA fija un límite máximo permitido de 350 mg; no obstante; las características organolépticas² del agua pueden alterarse con un contenido mucho menor de esta cota superior pasando a tener un sabor salado.

A los efectos de esta aplicación se determinaron los siguientes límites inferiores y superiores medidos en mg por litro:

[A,B] = [1,350]; [C,D] = [10,50]; DDR = 2.300 mg

Sulfatos (SO₄): cantidad de mg de sulfatos por litro de agua mineral.

El límite superior permitido por el CAA es de 600 mg/litro. Si este valor es superado puede tener resultados adversos para la salud causando efectos laxantes e inconvenientes gastro-intestinales. Por este motivo, las aguas sulfatadas son recomendadas en caso de estreñimiento. Pero recordemos, que el estudio se realiza para el caso de personas sanas en estado basal.

Asimismo, el CAA fija el límite superior de 200 mg. por litro para considerarse agua sulfatada; desde esta cota pueden modificarse las características organolépticas del agua pasando a tener un sabor amargo.

A los efectos de esta aplicación se determinaron los siguientes límites inferiores y superiores medidos en mg por litro:

[A,B] = [5,200]; [C,D] = [10,50]; DDR = 300 mg

Bicarbonatos (HC0₃): cantidad de mg de bicarbonatos por litro de agua mineral.

Se consideran aguas bicarbonatadas a aquellas que superan los 600 mg del ion de bicarbonato por litro.

Las aguas bicarbonatadas (sódicas y cálcicas) aumentan la producción de enzimas pancreáticas favoreciendo la digestión de las grasas. Son aguas útiles para cuando se presentan infecciones urinarias. Estimulan también, el peristaltismo acelerando el vaciado del tubo digestivo.

Las aguas bicarbonatadas alcalinizan la orina disminuyendo la formación de ácido úrico y mejorando la eliminación por parte de los riñones.

A los efectos de esta aplicación se determinaron los siguientes límites inferiores y superiores medidos en mg por litro:

[A,B] = [50,600]; [C,D] = [60,80]; DDR = 3.900 mg

PASO 2: especificación de la matriz de respuestas de cada alternativa en cada criterio. (En el Cuadro N° 1 se puede identificar la matriz de respuestas).

PASO 3: normalización de la matriz de respuestas según la función que define el método.

PASO 4: asignación de los pesos de importancia relativa para cada criterio.

La definición del vector de pesos, asignando la importancia relativa de cada variable se determinó a través del método de ordenación simple. Para ello se realizaron entrevistas personales con nutricionistas y tecnólogos en alimentos.

² Particularidades de los alimentos que se miden a través las sensaciones que producen a los sentidos: vista, olfato, gusto o tacto. ... (color, aroma u olor característico, textura, sabor).

Se solicitó a los profesionales de salud consultados que realizaran un *ranking* de importancia de cada variable según la incidencia que cada una ellas tiene en la dieta de una persona sana en estado basal. Este ordenamiento se realiza en forma decreciente (de mayor a menor importancia) y procediendo luego a normalizar cada una de las posiciones.

Se considera relevante destacar que en el ordenamiento de las cuatro primeras variables (Ca, K, Na y Mg) no hubo diferencias entre los cinco profesionales consultados. En las variables restantes se presentaron algunas diferencias, pero todos los expertos coincidieron que la variación en la determinación de la posición de la variable en el ordenamiento no era significativa.

Cuadro N°1: Datos³

Pesos (w_i)	0.2500	0.2143	0.1786	0.1429	0.1071	0.0714	0.0357
	Na	K	Ca	Mg	Cl	SO ₄	HC ₃
	SODIO	POTASIO	CALCIO	MAGNESIO	CLORUROS	SULFATOS	BICARBONATOS
DDR (mg)	2.500	3.000	800	300	2.300	300	3.900
A	2	1	10	1	1	5	50
B	225	10	150	50	350	200	600
C	3	3	80	30	10	10	60
D	8	5	120	40	50	50	80
ALTERNATIVAS							
1	20	1	20	31	S/D	10	S/D
2	35	S/D	39	4.90	36	47	109
3	10	4	30	3	3	44	79
4	5	1	80	24	4.50	10	357
5	10	3.20	40	4	70	14	79
6	219	6.20	13.50	4.50	74	8	S/D
7	79.60	2.40	51.50	5.20	86.90	18.10	227.90
8	10	S/D	39.50	3.60	76.50	S/D	S/D
9	199	7	37	16	77	10	522
10	164	10	19	12	S/D	S/D	450
11	43.50	3.30	110	4	29.80	48	110
12	128	5.20	39.20	4.80	27.60	148	384

5. Resultados

Formalizada la etapa de: análisis, evaluación y cálculo, (PASO 5 y 6 se procedió a confeccionar el *ranking* .Las posiciones resultantes fueron: 1°) Villa San Remo con un coeficiente de 0.6945 - 2°) Glaciar, 0.6872 - 3°) Eco de los Andes, 0.6283 - 4°) Nestlé Pureza Vital, 0.6119 - 5°) Evian, 0.5985 - 6°) Villavicencio, 0.5555 - 7°) Agua de las Misiones, 0.5083 - 8°) Ser, 0.5053 - 9°) Bon Acqua, 0.4970 - 10°) Jumbo, 0.3770 - 11°) Sierra de los Padres, 0.3274 - 12°) Villa del Sur, 0.2972.

6. Conclusiones

Respecto del método de MCDA elegido para solucionar el problema:

Se considera que el método es apropiado y que permite llegar a conclusiones válidas.

RIM propone un proceso relativamente simple de cálculo por lo que es factible trabajar con una planilla de cálculo sin tener que contar con un *software* específico *ad hoc*.

Asimismo, esta metodología permite trabajar con un número significativo de alternativas y criterios.

Respecto de la aplicación podemos concluir que:

³NOTA N°1 -ALTERNATIVAS: 1) Agua de las Misiones, 2) Bon Acqua, 3) Eco de los Andes, 4) Evian, 5) Glaciar, 6) Jumbo, 7) Nestlé, Pureza Vital, 8) Ser, 9) Sierra de los Padres, 10) Villa del Sur, 11) Villa San Remo, 12) Villavicencio.

NOTA N°2: "S/D" Sin dato en la etiqueta del producto - Para realizar la evaluación se tomó como dato la peor evaluación de la columna.

NOTA N°3: Con este mismo conjunto de datos se trabajó para cumplimentar los diferentes pasos del método *RIM*.

La información que el CAA obliga a publicitar en las etiquetas del producto no es de fácil interpretación para el consumidor no experto en nutrición.

Los controles sanitarios de la autoridad de aplicación giran más sobre los componentes que pueden ser iniciosos para la salud humana que en aquellas características que la favorecen.

El coeficiente promedio toma un valor de: 0.5241; y la desviación estándar es igual a: 0.1328 lo cual podría hacer pensar que las características nutricionales entre la primera y la última son significativas.

Referencias

1. ANMAT: Código Alimentario Argentino – Capítulo XII -Artículos: 982 al 1079 - Bebidas Hídricas, Agua y Agua Gasificadas. - Actualizado al 10/2012.http://www.anmat.gov.ar/alimentos/normativas_alimentos_caa.asp
2. E. Cables, M.T. Lamata, J.L. Verdegay, RIM - reference ideal method in multi-criteria decision making. *Information Sciences*, 337 (2016) 1-10.
3. T. Rehman & C. Romero. Multiple-criteria decision-making techniques and their role in livestock ration formulation. *Agricultural Systems*, 15(1984), 23-49.
4. F. Tordera Benlloch. La elección de la dieta como problema multicriterio: aspectos nutricionales, económicos y medioambientales. Universidad de Valencia, 2014. <http://hdl.handle.net/10251/53472>.

Classification of projects in classes of management methodologies based on ELECTRE TRI

Victor Fernando Câmara Viana
Department of Management Engineering,
Universidade Federal de Pernambuco
Recife, Brazil
victor.viana@ufpe.br

Luciana Hazin Alencar
Department of Management Engineering,
Universidade Federal de Pernambuco
Recife, Brazil
alencarlh@gmail.com

Abstract

The importance of project management in organizations over the world is already consolidated by the project managers. However, in the last decades, the classic methodology of project management has become outdated, allowing the development of flexible methodologies that can better shape the needs of each project. The main objective of this paper is to propose a sorting model for a multinational company with operations in Brazil to assign different project management methodologies according to the needs identified in each company project. For this, the model was based on the ELECTRE TRI method that allowed to classify the alternatives according to the complexity or level of effort demanded.

Keywords: Project Management Methodologies, Multicriteria Decision Aid, ELECTRE TRI.

1 Introduction

According to [1] and [2], projects are unique initiatives that result in new products or in the improvement of existing products and processes, projects are the elements that make changes and allows organizations to survive and grow even more. However, despite the importance of the projects in the organizations, we have seen projects that do not meet their goals, be it of the scope, cost, quality or any other parameter. In a study by [3], it was found that 85% of the projects did not meet the original deadline and budget, with an average delay of 70% and an average increase of 60% on the budget.

The main causes of project failures are pointed out by [1] and [4] such as the absence of an adequate planning, a top management support, some control metrics and some clear definition of the project requirements and acquisitions. As shown in the literature, the struggle of these and other causes has focused on the development, improvement and control of tools and techniques [2], [5], [6], [7], [8], [16], [17], [18].

A study in multinational company with operations in Brazil that works with recycling waste was carried out. Shortly after the creation of the project department in this company and the rapid growth of its portfolio projects, there was great concern about the performance of new and ongoing projects. There was no evaluation process that adapted the techniques and methodologies to the need of each project, avoiding the inherent uncertainties of these projects would have negative consequences. Thus, the projects always followed the same management model. There were no major concerns about the details or the quality of the

projects, the managers usually focused on cost management and deadlines, and overlooked other areas of project management cycle such ones described by PMI [9].

According to [1], [16], [17] and [18], when an adaptive approach is used to manage projects, the management model becomes more flexible and adaptive, always directed towards success. To confirm this trend, [10] and [16] report the project managers often use different management practices to manage their projects because it is not possible to share the same attention for all activities.

Therefore, it was found that the absence of a better structured management approach in this company generated results below expectations, which reflected in poor project performance analyzes, as well as the department's maturity analysis. Thus, a project management model was structured and suggested to improve the project management in the organization, through the classification of ongoing projects in classes of management methodologies. It was based on the MCDA (Multicriteria Decision Aid) methods, specifically the ordinal sorting method ELECTRE TRI [19].

2 The ELECTRE TRI Method

The ELECTRE TRI is a MCDA sorting method used to solve problems based on outranking relations, i.e., situations characterized by not presenting compensation between the evaluation criteria. Developed by Yu [11], the method uses a pseudo-criteria preference structure to assign potential alternatives in preordered categories represented by fictitious alternatives or commonly known as reference alternatives.

Let $j = 1, 2, \dots, m$ be the possible indices of the criteria used to specify the performance of each project and let $h = 1, 2, \dots, p$ be the indices of the profiles that define the $p + 1$ categories of a sorting problem, the structuring of the model is established as follows:

Each alternative of the set of alternatives $A = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ should be assigned to one of the categories of $C = \{C_1, C_2, \dots, C_{p+1}\}$ according to the comparisons made between each alternative $a_i \in A$ and each reference alternative $b_h \in B = \{b_0, b_1, \dots, b_h, \dots, b_p\}$. Therefore, each category should have an upper limit b_{h+1} , and a lower limit, b_h , and each alternative should be assigned to one of these categories based on the performance comparison made to each element of the set of criteria $G = \{g_1, g_2, \dots, g_j, \dots, g_m\}$.

Thus, after the preliminary elicitation phase when the alternatives are identified, the weights or degrees of importance are established, the criteria are defined, the alternatives are evaluated and other parameters are established (the preference thresholds $p_j(b_h)$, the indifference thresholds $q_j(b_h)$, the veto thresholds $v_j(b_h)$, and the cut-off level λ , the ELECTRE TRI algorithm is executed, as mentioned by [12], [13], [14].

The method verifies the outranking relation between each potential alternative and each reference alternative, aSb_h . The result of this comparison is visualized by the credibility index $\sigma(a, b_h)$ which is established by calculating the other three index below:

- a) The partial concordance index as per Eq. (1):

$$c_j(a, b_h) = \begin{cases} 0, & \text{if } g_j(b_h) - g_j(a) \geq p_j(b_h) \\ 1, & \text{if } g_j(b_h) - g_j(a) \leq q_j(b_h) \\ \text{otherwise,} & \frac{p_j(b_h) + g_j(a) - g_j(b_h)}{p_j(b_h) - q_j(b_h)} \end{cases} \quad (1)$$

- b) The global concordance index as per Eq. (2):

$$c(a, b_h) = \frac{\sum_{j \in G} w_j c_j(a, b_h)}{\sum_{j \in G} w_j} \quad (2)$$

c) The discordance index as per Eq. (3):

$$d_j(a, b_h) = \begin{cases} 0, & \text{if } g_j(a) \leq g_j(b_h) + p_j(b_h) \\ 1, & \text{if } g_j(a) > g_j(b_h) + v_j(b_h) \\ \text{otherwise, } & d_j(a, b_h) \in [0,1] \end{cases} \quad (3)$$

d) The credibility index as per Eq. (4):

$$\sigma(a, b_h) = c(a, b_h) \prod_{j \in \bar{G}} \frac{1-d_j(a, b_h)}{1-c(a, b_h)} \quad (4)$$

where

$$\bar{G} = \{j \in G: d_j(a, b_h) > c(a, b_h)\}$$

Once the credibility index has been calculated, the algorithm goes to the validation process of the relation aRb_h . For this purpose, it is necessary that the level of credibility λ , has been defined. This level of credibility or cut-off level that with $\sigma(a, b_h)$ will determine the preference between a and b_h , as mentioned by [14]:

$\sigma(a, b_h) \geq \lambda$ and $\sigma(b_h, a) \geq \lambda \Rightarrow aSb_h$ and $b_hSa \Rightarrow aIb_h$, i.e. a is indifferent to b_h ,

$\sigma(a, b_h) \geq \lambda$ and $\sigma(b_h, a) < \lambda \Rightarrow aSb_h$ and not $b_hSa \Rightarrow a > b_h$, i.e. a is preferred to b_h ,

$\sigma(a, b_h) < \lambda$ and $\sigma(b_h, a) \geq \lambda \Rightarrow \text{not } aSb_h$ and $b_hSa \Rightarrow b_h > a$, i.e. b_h is preferred to a ,

$\sigma(a, b_h) < \lambda$ and $\sigma(b_h, a) < \lambda \Rightarrow \text{not } aSb_h$ and not $b_hSa \Rightarrow aIb_h$, i.e. a is incomparable to b_h .

Two procedures are then available:

1) *Pessimistic assignment:*

- a) Compare a successively to each reference alternatives b_i , for $i=p, p-1, \dots, 0$,
- b) Make the reference alternative b_h being the first profile such that aSb_h ,
- c) Assign the alternative a to category C_{h+1} .

2) *Optimistic assignment:*

- a) Compare a successively to each reference alternatives b_i , for $i=1, 2, \dots, p$,
- b) Make the reference alternative b_h being the first profile such that $b_h > a$,
- c) Assign the alternative a to category C_h .

In the pessimistic assignment, the alternative a is assigned first to the highest category C_h for which a is preferred to b_h . In the optimistic assignment, the alternative a is assigned to the lowest category C_h which the upper profile b_h is preferred to a .

3 Model For Projects Classification According to Management Methodologies

The model aims to classify a set of ongoing projects in a Brazilian multinational organization that works with recycling waste based on the classes of management methodologies which each project should be assigned. The model is composed of six phases (Figure I):

Phase 1: Initially, the company should determine a decision-maker (DM). The DM should give all the information that the model needs and he (or she) will decide if the results should be validated and applied for company's purposes.

Phase 2: The DM will identify the ongoing projects, i.e. the projects was approved for the directors of the company and has the authorization to be executed.

Phase 3: To assign the projects to each category, the DM should determine the categories which the projects should be assigned. So, each project need to be allocated to a specific management methodology according to the project details and requirements.

Phase 4: After the classes have been determined, the DM needs set up the model, establish the criteria and other necessary parameters (indifference thresholds, preference thresholds, the reference alternatives, the veto thresholds, the cut-off level and the alternatives' judgment) for its application.

Phase 5: The proposed method will be applied, and each project will be assigned to one of the three categories defined: Essential Management Methodology, Default Management Methodology or Excellence Management Methodology:

Essential Management Methodology (Category 1): it was proposed to manage simple projects with a minimum number of suppliers. The products of the project have clear and predefined specifications. All the management lifecycle phases are usually so short that they may overlap.

Default Management Methodology (Category 2): it was proposed for slightly complex projects. All the processes and documents required in this model, such as WBS (Work Breakdown Structure) and WBS' dictionary, activity schedule, PERT/CPM (Program Evaluation and Review Technique/Critical Path Method) analysis, Earned Value Analysis methodology, were proposed as solutions for the most of management failures.

Excellence Management Methodology (Category 3): it was based on a continuous improvement of Project Management that requires a very high effort level to manage projects. With the use of risk, communication, stakeholders and quality management plans, if properly applied, the model can minimize negative consequences caused by single or recurring failures, as well as provide the project sector with a sufficient level of maturity to issue quality.

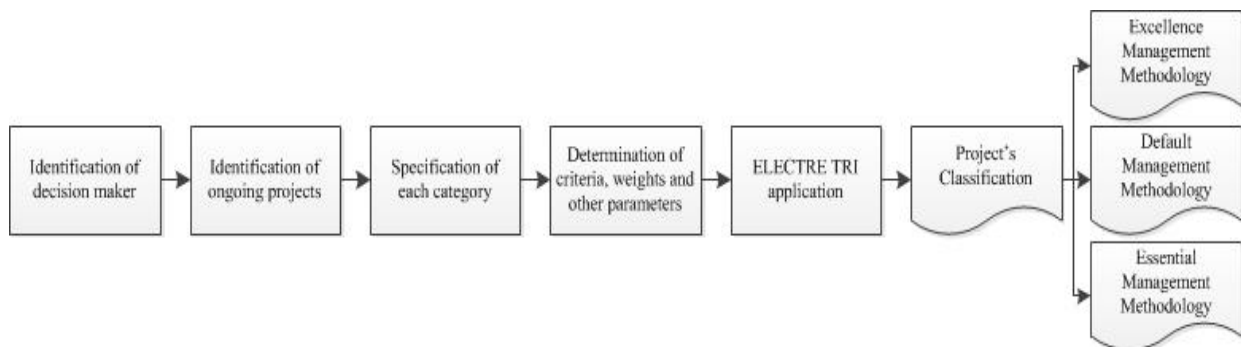


FIGURE I: PROPOSED MODEL

An application of the proposed model in the recycling waste company for sorting projects with different complexity level into categories is presented.

The LAMSADE's MCDA software [15] was used in the application. It is necessary to mention that the application of the model depends directly on the values of the parameters obtained in the period of data collection. Thus, for future applications it is necessary to feed the model with new data, according to the preferences of the DM and with the number of projects in progress in the application period.

Initially, the national operations manager was designated as the decision maker responsible for providing the information needed to feed the model. The projects that should be included were identified by the DM. In the application period, the portfolio of the company had nineteen ongoing projects with different levels of management. Each project of the alternative set $A = \{a_1, a_2, \dots, a_i, \dots, a_{19}\}$ were evaluated.

On next phase, each category was defined and precisely described, according to the complexity of the projects environment. The criteria and the weights were defined by the DM, supported by the analyst. The criteria were ranked by the DM according to their importance. Then, the he determined the relative importance among them. The normalized weights are shown in Table I.

TABLE I: PROJECT EVALUATION CRITERIA

Id	Criterion	Weight
g_1	Total of suppliers	0.125
g_2	Amount invested	0.25
g_3	Deliveries specifications	0.25
g_4	Plants involved	0.125
g_5	Project strategy	0.25

The criteria were described as follows:

a) Total of suppliers: considers the total number of suppliers involved in the process of acquiring the products or services of the project. The more suppliers the project has, the more complex its management becomes. Thus, the decision makers defined that projects with up to 3 suppliers do not generate great difficulties in the acquisition of investments; projects with 4 to 6 suppliers, require more attention regarding the management of deadlines, quality of the product acquired, invoicing of notes, etc; Projects with more than 6 suppliers require special attention so that all the acquisitions occur in accordance with the scope and schedule of the project.

b) Amount invested: considers the total amount approved and available for the project. The total amount invested in the project changes according to the competency of each manager in the organizational hierarchy. Thus, projects up to US\$15,000.00 should be approved by the national directors; Investments between US\$15,000.01 and US\$100,000.00 must be approved by the Latin American Board of Directors; and investments above US\$100,000.00 must be approved by the directors and the company's global president.

c) Deliveries specifications: considers the level of complexity in product acquisitions, based on the customization level of the manufacturing of the item or service to be purchased. Acquisitions can be made in the following ways: finished and well-defined products, i.e., they are products with immediate delivery; Finished but not defined products - Each product has immediate delivery, but do not has their detailed specifications; Unfinished but already defined products, i.e., the products have already detailed specifications, but each of them has a manufacturing lead time; And finally, custom products without specifications.

d) Plants involved: considers the geographical fields of the project in terms of the number of subsidiary involved. In the case under study this number varies between 1 and 33 branches;

e) Project strategy: considers the importance given to internal and external factors that motivated the design of the project. Then, the following scales were defined following an increasing order of complexity: cost reduction, revenue increase, new contracts, contract adequacy and regulatory compliance. Therefore, it can be said that managing a compliance project is much more complex than managing a common cost reduction project.

For the intercriteria comparison, the criteria *c* and *e* had their verbal scales converted into numerical scales, as shown in Table II. The reference alternatives used in the analysis process were defined by the DM as shown in Table III. The indifference, preference and veto thresholds were defined by the DM with the support of the analyst to help them with the process and the concepts.

The thresholds were defined based on examples made by the analyst with the ongoing projects of the set of alternatives A in each criterion. The veto threshold was not adopted in the application of the model since the analyst was asked by the DM to preserve the relation of incomparability in the results of the model, so that both the result obtained by the optimistic and pessimistic processes could be evaluated together. Table IV presents these parameters.

TABLE II: VERBAL SCALES CONVERSION

Verbal Scales for Deliveries Specification		Verbal Scales for Project Strategy	
Finished and well-defined products	1	Cost reduction	1
Finished but not defined products	3	Revenue increase	3
Unfinished but already defined products	5	New contracts	5
Unfinished products without specifications	7	Contract adequacy	7
		Regulatory compliance	9

TABLE III: REFERENCE ALTERNATIVES

	g₁	g₂	g₃	g₄	g₅
b ₁	3 uni	\$15.000	3	1 uni	1
b ₂	6 uni	\$100.000	5	3 uni	5

TABLE IV: THRESHOLD VALUES

	g₁	g₂	g₃	g₄	g₅
q _j	0	\$15.000	0	2 uni	0
p _j	1 uni	\$20.000	1	3 uni	1

The pessimistic and optimistic results are presented in Table V. For the cut-off level was assigned the value of 0.76, default value of the software.

TABLE V: PESSIMISTIC AND OPTIMISTIC RESULT

Alternative	Pessimistic Assignment	Optimistic Assignment	Alternative	Pessimistic Assignment	Optimistic Assignment
Project 01	<i>Default</i>	<i>Default</i>	Project 11	<i>Default</i>	<i>Default</i>
Project 02	<i>Essential</i>	<i>Essential</i>	Project 12	<i>Essential</i>	<i>Essential</i>
Project 03	<i>Default</i>	<i>Excellence</i>	Project 13	<i>Essential</i>	<i>Default</i>
Project 04	<i>Default</i>	<i>Default</i>	Project 14	<i>Default</i>	<i>Default</i>
Project 05	<i>Default</i>	<i>Default</i>	Project 15	<i>Default</i>	<i>Excellence</i>
Project 06	<i>Default</i>	<i>Default</i>	Project 16	<i>Default</i>	<i>Excellence</i>
Project 07	<i>Excellence</i>	<i>Excellence</i>	Project 17	<i>Default</i>	<i>Excellence</i>
Project 08	<i>Default</i>	<i>Default</i>	Project 18	<i>Default</i>	<i>Excellence</i>
Project 09	<i>Default</i>	<i>Default</i>	Project 19	<i>Default</i>	<i>Excellence</i>
Project 10	<i>Default</i>	<i>Excellence</i>			

We can see that some projects were classified in different categories by each approach, as the case of project 03, for example. It was classified by pessimistic assignment as default and by optimistic assignment as excellence. In this case, the credibility indexes for pessimistic and optimistic procedure are: $\sigma_{\text{pessimistic}}(a_3, b_2) = 0,706$, $\sigma_{\text{pessimistic}}(a_3, b_1) = 1$, $\sigma_{\text{optimistic}}(b_1, a_3) = 0,294$, $\sigma_{\text{optimistic}}(b_2, a_3) = 0,588$. For pessimistic procedure, a_3 is preferred to b_2 and to b_1 , so a_3 must be assigned to the second category, C_{1+1} : C_2 (Default). For optimistic procedure, neither b_1 nor b_2 is preferred to a_3 , so a_3 must be assigned to the third category: C_3 (Excellence). In these cases, the pessimistic assignment was considered. The final result is presented in Table VI.

TABLE VI: FINAL RESULT

Alternative	Final Assignment	Alternative	Final Assignment
Project 01	<i>Default</i>	Project 11	<i>Default</i>
Project 02	<i>Essential</i>	Project 12	<i>Essential</i>
Project 03	<i>Default</i>	Project 13	<i>Essential</i>
Project 04	<i>Default</i>	Project 14	<i>Default</i>
Project 05	<i>Default</i>	Project 15	<i>Default</i>
Project 06	<i>Default</i>	Project 16	<i>Default</i>
Project 07	<i>Excellence</i>	Project 17	<i>Default</i>
Project 08	<i>Default</i>	Project 18	<i>Default</i>
Project 09	<i>Default</i>	Project 19	<i>Default</i>
Project 10	<i>Default</i>		

As mentioned before, the initial credibility level used in the problem resolution was 0.76 (software default). To verify the sensitivity of the model to some variations in this level, it was simulated the results with credibility levels from 0.6 to 0.9. It was observed that the result was the same for the credibility levels of 0.73 to 0.85. It also can be seen that for other variations the results were not modified in a significant way.

With the implementation of the model, the methodologies generated significant returns to the company, reducing several recurring failures in the project management process. The project department realized a significant reduction in the time spent in project planning, in the risks associated with the contingency reserve to mitigate unexpected costs, in the risks associated with delivery quality and stakeholder satisfaction, etc. Therefore, adjusting the needs of the projects to each type of management methodology resulted, in fact, an improvement of portfolio performance.

5 Conclusion

It was found that failures in organizing the Projects sector in organizations are one of the main factors that contributed to negative consequences in projects such as deadline or budget problems, incomplete schedules or over-allocation of resources. Considering that this premise was consistent with the company's reality at the time of the study, the development of this work was supported by some operational managers and company directors.

Thus, based on the literature and the context of the current problem, it was possible to structure a management model that designates the appropriate management approach to the projects according to its specific complexity level. It is observed that the objective of this paper was fully met once the presentation of the model's results to the superior managers of the company was validated and because the company has decided to implement the proposed model for new management practices. Despite of this, it is worth mentioning that there were limitations in structuring and applying the proposed model.

The manager difficulty in understanding the definition of some model parameters may lead to inconsistencies in future results if the applications are not properly monitored by an analyst. Therefore, it is necessary that the model be periodically reviewed and reapplied as new projects are approved. It was suggested that the main management processes of the company be reviewed at the time as they have greater maturity in its project management processes.

It's important to point out that the application results are restricted exclusively to the context of project management of the company under study.

Finally, other sorting methods can be used to solve this problem, it would be interesting to compare the results generated by ELECTRE TRI with the results generated by the other methods.

Acknowledgment

The authors are grateful to CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) and CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico) for the financial support.

References

1. P. Patanakul, A. J. Shenhar, and D. Z. Milosevic. How project strategy is used in project management: Cases of new product development and software development projects, *J. Eng. Technol. Manag. - JET-M*, vol. 29, no. 3, pp. 391–414, 2012.
2. M. Thurm, R. Riedel, and E. Müller. Success by Efficient Resource Planning in a Project Based Environment, *2016 IEEE Intern. Conference on Industrial Eng. and Eng. Manag. (IEEM)*, pp. 15–19, 2016.
3. S. E. Fricke and A. J. Shenhar. Managing multiple engineering projects in a manufacturing support environment, *IEEE Trans. Eng. Manag.*, vol. 47, no. 2, pp. 258–268, 2000.
4. R. Michaelides, D. Bryde, C. Unterhitzenberger, and M. Argyropoulou. A Systematic Meta-analysis on Managing Innovation Projects in Uncertain and Complex Environments, in *IEEE ICMIT*, 2016, pp. 286–291.
5. M. Morad and S. M. El-Sayegh. Use of earned value management in the UAE construction industry, in *ICIMSA 2016 - 3rd International Conference on Industrial Eng., Manag. Science and Applications*, pp. 1–4, 2016.
6. X. Shen, L. L. Minku, R. Bahsoon, and X. Yao, Dynamic Software Project Scheduling through a Proactive-Rescheduling Method, *IEEE Trans. Softw. Eng.*, vol. 42, no. 7, pp. 658–686, 2016.
7. C. Fang, F. Marle, and M. Xie, Applying Importance Measures to Risk Analysis in Engineering Project Using a Risk Network Model, *IEEE Syst. J.*, pp. 1–9, 2016.
8. S. A. Leybourne, The Changing Bias of Project Management Research: A Consideration of the Literatures and an Application of Extant Theory, *Proj. Manag. J.*, vol. 38, no. 1, pp. 61–73, 2007.
9. PMI. *A Guide to the Project Management Body of Knowledge: PMBOK guide*, fifth ed. Project Management Institute, Inc., Pennsylvania, 2013.
10. C. M. de M. Mota, A. T. de Almeida, and L. H. Alencar. A multiple criteria decision model for assigning priorities to activities in project management, *Int. J. Proj. Manag.*, vol. 27, no. 2, pp. 175–181, 2009.
11. J. J. Jiang, G. Klein, H.-G. Hwang, J. Huang, and S.-Y. Hung. An exploration of the relationship between software development process maturity and project performance, *Inf. Manag.*, vol. 41, no. 3, pp. 279–288, 2004.
12. F. Macary, J. A. Dias, J. R. Figueira, and B. Roy. A Multiple Criteria Decision Analysis Model Based on ELECTRE TRI-C for Erosion Risk Assessment in Agricultural Areas, *Environ. Model. Assess.*, vol. 19, no. 3, pp. 221–242, 2014.
13. P. Guarnieri and A. T. De Almeida, A Multicriteria Decision Model for Collaborative Partnerships in Supplier Strategic Management, *J. Adv. Manuf. Syst.*, vol. 15, no. 3, pp. 101–131, 2016.
14. L. G. D. O. Silva and A. T. De Almeida-Filho, A multicriteria approach for analysis of conflicts in evidence theory, *Inf. Sci. (Ny)*, vol. 346–347, pp. 275–285, 2016.
15. Université Paris Dauphine. LAMSAD SOFTWARE. Available at <http://www.lamsade.dauphine.fr/spip.php?rubrique67>.
16. H. Altunel. Agile Project Management in Product Life Cycle. *International Journal of Information Technology Project Management*, vol. 8 (2), 2017.
17. P. Steinfort. Community and post-disaster Program Management Methodology. *International Journal of Project Management*, vol. 35, (5), 788–801, 2017.
18. A. Abdi, S. Taghipour and H. Khamooshi. A model to control environmental performance of project execution process based on greenhouse gas emissions using earned value management. *International Journal of Project Management* 36, 397–413, 2018.
19. W. Yu. ELECTRE TRI – Aspects Méthodologiques et Guide d'Utilisation. Document du LAMSADE, 74, Université de Paris – Dauphine, Avril, 1992.

Diseño del proceso de logística inversa de residuos de aparatos eléctricos y electrónicos (RAEE) a través de dinámica de sistemas y optimización

Camilo Llerena Riascos
Departamento de Ingeniería Industrial – Universidad de Antioquia
camilo.llerena@udea.edu.co

Juan G. Villegas
Departamento de Ingeniería Industrial – Universidad de Antioquia
juan.villegas@udea.edu.co

Sebastián Jaén
Departamento de Ingeniería Industrial – Universidad de Antioquia
jsaen@udea.edu.co

Jairo R. Montoya-Torres
Facultad de Ingeniería – Universidad de La Sabana
jairo.montoya@unisabana.edu.co

Resumen

Debido al rápido crecimiento de los volúmenes de residuos de aparatos eléctricos y electrónicos (RAEE), a la peligrosidad por su inadecuada disposición y a la pérdida de su potencial valor, se reconoce como un problema prioritario en el contexto global. En consecuencia, en este trabajo se presenta un modelo que integra todo el proceso de logística inversa de los RAEE para mejorar la gestión de su aprovechamiento mediante la combinación de técnicas de simulación y optimización. Con la simulación, a través de dinámica de sistemas se modelan escenarios de generación de RAEE que explican el comportamiento de variables e interacciones. Mientras que con optimización se representa la gestión de las etapas del proceso para mejorar su desempeño, aquí se consideran dos objetivos, maximizar la utilidad económica y maximizar los beneficios ambientales. Entre los modelos mencionados existe retroalimentación, en donde los resultados de un modelo son los datos de entrada del otro.

Palabras clave: Logística inversa; residuos de aparatos eléctricos y electrónicos; RAEE; optimización; dinámica de sistemas.

1 Introducción

Dada la problemática asociada a la mala disposición de RAEE a nivel mundial, ha aumentado el interés investigativo sobre posibles enfoques que permitan rescatar valor de los productos en desuso. En los últimos años es notable la creciente atención que la

sociedad presta a los problemas medioambientales y a los impactos ocasionados en el entorno. En este sentido, la gestión medioambiental permite desarrollar técnicas de recuperación y gestión de residuos que se convierten en estrategias para mitigar daños y crear alternativas de solución. Hasta ahora no se había potenciado el cierre del ciclo de vida de los productos, pero hoy empieza a ser una necesidad para crear un entorno sostenible para el futuro (Mckinnon, Browne, Whiteing, & Pjczyk, 2015).

Los estudios ambientales enfocados a la gestión logística se enmarcan en la literatura de logística verde, que puede considerarse como un subconjunto de la logística con responsabilidad social (LRS). Las tendencias de la LRS más relevantes en los últimos años son: logística inversa, compras con responsabilidad social, transportes sostenibles, envase sostenible y almacenamiento sostenible (Diaz, Alvarez, & Gonzalez, 2004). En particular, la logística inversa es el proceso de planificación, implementación y control del flujo eficiente y rentable de productos terminados, inventarios en proceso o materiales usados, no deseados o defectuosos que fueron suprimidos en algún punto de la cadena de suministro directa, con el propósito de recuperar su valor o realizar una disposición final correcta. La logística inversa también considera la recuperación de información sobre propiedades de los productos (De Brito & Dekker, 2002; Diaz et al., 2004). Para llevar a cabo la implementación del sistema de logística inversa, se deben tener en cuenta cinco etapas (Agrawal, Singh, & Murtaza, 2015): (i) el flujo de entrada o *adquisición*, en esta etapa se obtienen los productos, componentes o materiales descartados por los usuarios, su obtención es incierta en términos de tiempo, cantidad y calidad; (ii) la *recolección* se refiere a la actividad en donde se gana la posesión de los elementos, es decir, es la gestión de recogida o retorno; (iii) la *clasificación*, dado que el cliente puede devolver elementos por razones y condiciones inciertas, se requiere una inspección para evaluar su calidad y estado; (iv) el *tratamiento* es la etapa donde se realizan los diferentes procedimientos de recuperación económica (reciclaje, desensamble, remanufactura, reusó, reparación) o eliminación adecuada de los elementos; finalmente, (v) la *colocación* se refiere al envío de los elementos tratados por el canal o mercado pertinente.

En este trabajo se busca modelar cada etapa del proceso de logística inversa para determinar comportamientos e interacciones de la estructura en su totalidad. Analizar la cadena inversa de manera agregada permitirá evaluar el desempeño de la gestión de recuperación de RAEE de manera global.

La estructura del trabajo es la siguiente: la Sección 2 describe la situación problema de la gestión de RAEE. Luego la Sección 3 presenta una breve revisión de la literatura relacionada con el proceso de logística inversa de RAEE y a las técnicas de análisis más utilizadas. Posteriormente la Sección 4 describe el modelo matemático desarrollado para abordar la problemática descrita. Finalmente, la sección 5 presenta algunas conclusiones.

2 Descripción del problema

Un estudio de la asociación de empresas de la industria móvil GSMA y la Universidad de las Naciones Unidas (Magalini, Kuehr, & Baldé, 2015) advirtió que la cantidad de residuos

de aparatos eléctricos y electrónicos RAEE está creciendo en el mundo, en 2014 superó las 41.000 kilotoneladas (kt) y se estima un incremento anual del 5%. En específico, América Latina genera al año alrededor de 4.000 kt de RAEE que representan el 9% del total mundial. Colombia después de Brasil, México y Argentina es uno de los generadores de RAEE más significativos en América Latina y se espera que para 2018 produzca 341 kt.

La acumulación de RAEE representar un peligro para el medio ambiente ya que este tipo de elementos son funcionales gracias a una mezcla de componentes químicos peligrosos y tóxicos como plomo, cobre, mercurio y níquel. Desde una perspectiva económica, si los RAEE se dispusieran de manera adecuada, se podría utilizar la variedad de materiales valiosos como una fuente de recursos renovable (Fleischmann et al., 1997). Así mismo, el impacto económico de recuperación de RAEE se puede apreciar en la extracción de oro, mientras que en una tonelada de mineral proveniente de una mina de oro se generan en promedio sólo cinco gramos, en una tonelada de teléfonos móviles descartados se pueden generar hasta 150 gramos de oro (Preston, 2012). Desde el punto de vista legal y regulatorio que promueven los gobiernos para una mejor disposición de RAEE, en julio de 2013 fue aprobada en Colombia la ley 1672 que establece los lineamientos para la política pública de gestión integral de RAEE generados en el territorio nacional. Dicha ley obliga a los productores de AEE a hacerse cargo de los elementos que pongan en el mercado hasta el fin de su vida útil.

El retorno de RAEE puede tratarse mediante el análisis y diseño del proceso de logística inversa, en la cual se configura buscando un sistema equilibrado entre resultados económicos y medioambientales a través de la gestión efectiva de los flujos inversos (Yu & Solvang, 2013). Considerando la problemática en el ámbito colombiano no existe un sistema consolidado de recolección y manejo de RAEE, ya que no se tienen alternativas de manejo de los mismos y la población desconoce las consecuencias de su inadecuado manejo. En consecuencia, los RAEE entran a las corrientes de los residuos sólidos urbanos para ser dispuestos en el relleno sanitario o para su aprovechamiento por parte de los recicladores informales. De esta manera la gestión de RAEE en Colombia se considera insipiente (Centro Nacional de Producción Más Limpia y Tecnologías Ambientales, 2013).

3 Revisión de literatura

La revisión de literatura se realizó para determinar los principales estudios sobre la gestión de logística inversa de RAEE a nivel global. Para que la revisión sea eficiente en la búsqueda y concluyente respecto a la problemática de la investigación, se tuvieron en cuenta algunos aspectos como la elección de bases de datos y definición del algoritmo de búsqueda, además se clasificó la información respecto al enfoque de la referencia encontrada según el proceso de logística inversa (adquisición, recolección, clasificación, tratamiento y colocación), y según la técnica de análisis, optimización o simulación. La búsqueda realizada permitió identificar 45 artículos relacionados con la problemática.

El proceso de logística inversa que más interés ha despertado en los investigadores ha sido la recolección en donde se tratan problemáticas de ruteo, localización de centros de acopio,

almacenamiento, y costos. Además cuando se aborda este proceso se utiliza por lo general la optimización como herramienta de análisis con el fin de determinar beneficios económicos (Achillas et al., 2012; Gamberini, Gebennini, Manzini, & Ziveri, 2010). Por otro lado, son pocos los trabajos que abarcan todo el proceso de logística inversa de RAEE. Por ejemplo, en Alumur, Nickel, Saldanha-da-Gama, & Verter (2012) se presenta un análisis de la interacción entre las etapas de recolección, clasificación y tratamiento, con el fin de definir la cantidad de RAEE óptima que debe fluir entre las etapas mencionada en una red de logística inversa de lavadoras y secadoras en Alemania.

Desde el punto de vista de la simulación el proceso de logística inversa que se trata con mayor frecuencia es la adquisición. En particular, se aborda a través de simulación por agentes, simulación de eventos discretos y dinámica de sistemas. En Rodríguez-Fernández, Blanco, Blanco, & Perez-Labajos (2011) se destaca que dinámica de sistemas es la mejor alternativa para abordar la generación de RAEE y adquisición, debido a que los supuestos que aquí se manejan requieren un análisis dinámico a través de la construcción de modelos que permitan representar la situación real y las conexiones causa y efecto entre las variables relevantes.

A partir de la revisión de literatura se determina que la etapa de mayor interés investigativo es la recolección, abordada desde un enfoque operativo. También se evidenció la ausencia de investigaciones que combinen técnicas de dinámica de sistemas y optimización para abordar problemática de gestión de residuos, en este sentido se concluye que no existen investigaciones que traten los efectos de la retroalimentación entre la generación de RAEE y su gestión desde un enfoque estratégico. Por esta razón, este trabajo busca explorar esta posibilidad como herramienta de análisis del proceso de logística inversa de RAEE.

4 Modelo de dinámica de sistemas y optimización para el proceso de gestión de RAEE

Para modelar de manera integral el proceso de gestión de RAEE se propone un modelo que combina dinámica de sistemas y optimización. El modelo de dinámica de sistemas se concentra en el proceso de generación de RAEE. Por su parte, el modelo de optimización se enfoca en la optimización de las distintas etapas del proceso de logística inversa. La Figura 1 ilustra el modelo propuesto.

El escenario de RAEE presenta retardos en la transmisión de información, estructuras de retroalimentación y comportamientos oscilatorios, que justifican su representación a través de un modelo de dinámica de sistemas (Sterman, 2000). Primero se describen las variables y parámetros de la comercialización de AEE, en donde se exploran aspectos de la oferta de productos y se hace énfasis en el ciclo de vida, es decir, la evolución de las ventas que los artículos presentan durante el tiempo que permanecen en el mercado, aquí se destaca las fases de introducción, crecimiento, madurez y declive. En este sentido se determinan los factores que intervienen en el ciclo de vida de los AEE, por ejemplo la periodicidad en que se lanzan al mercado nuevos productos, el tiempo que permanecen los elementos en la fase

de crecimiento y madurez, y las diferentes estrategias que se abordan para afrontar la fase de declive. A partir de este análisis se establece el arquetipo de dinámica de sistemas que se ajusta a la etapa de comercialización. Ligado al comportamiento de comercialización se encuentra la etapa de uso de AEE y generación de RAEE, en donde intervienen variables como la frecuencia de renovación, que se refiere al tiempo durante el cual el propietario usa cada elemento, y las motivaciones de disposición de los artículos que se convierten en residuos.

Por otro lado se describe la gestión de RAEE, en donde toma protagonismo la modelación a través de optimización debido al propósito de encontrar el diseño del proceso de logística inversa que tenga el mejor desempeño posible. Los resultados aquí obtenidos afectan la etapa de generación anteriormente descrita, por lo que existe una retroalimentación de información que modifica el funcionamiento de la comercialización, uso y generación de RAEE. Particularmente, la introducción de nuevos AEE dependerá, en cierta medida, del compartimiento de los mercados de remanufacturados, en donde se encuentran aparatos “de segunda mano” listos para ser comercializados, y los mercados de componentes en donde los usuarios pueden acceder a diferentes elementos para reparar daños. Otra particularidad se da en la interacción entre gestión y generación de RAEE en donde la efectividad del proceso de logística inversa puede incrementar la disposición de elementos por parte de los propietarios (Figura 1).

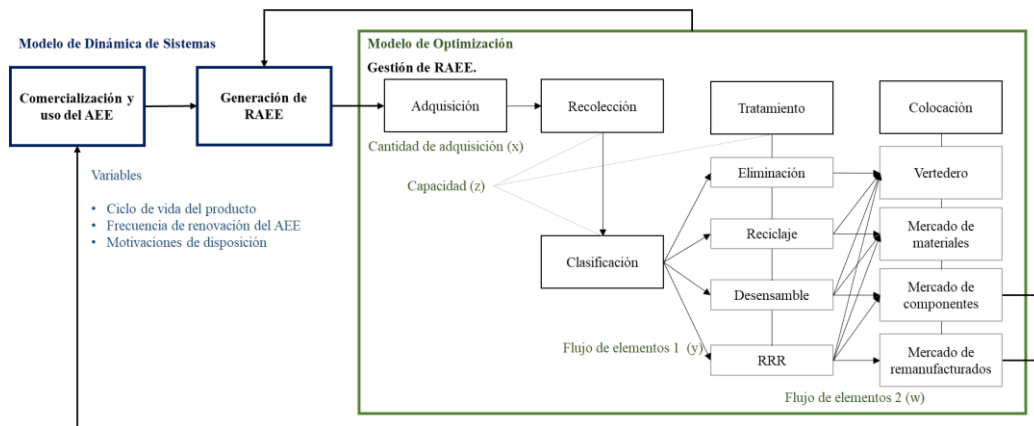


Figura 1: Escenario de RAEE

El modelo de optimización propuesto decide sobre la cantidad de RAEE que entra al proceso de logística inversa, es decir, determina el número de elementos adquiridos teniendo en cuenta la generación de residuos en un contexto específico; la distribución de dichos RAEE en cada uno de los procesos de tratamiento disponibles (eliminación, reciclaje, desensamble y RRR (remanufactura, reusó o reparación)). Los cuales a su vez determinan las opciones de colocación posibles (vertedero, mercado de materiales, mercado de componentes y mercado de productos remanufacturados); y por último decide sobre la tecnología utilizada en cada una de las etapas del proceso de logística inversa (recolección, clasificación y tratamiento) la cual determina la capacidad disponible en cada etapa. Para ello el modelo utiliza tres tipos de variables de decisión, la variable continua x

representa la cantidad de unidades adquiridas por la cadena inversa. Por su parte, la variable y_t describe el flujo de unidades entre clasificación y tratamiento, mientras que la variable w_m representa el flujo entre tratamiento y colocación. Las variables zr_i, zf_i, zt_i^t son decisiones binarias que representan la elección de la tecnología empleada en cada proceso (recolección, clasificación y tratamiento).

El modelo de optimización considera dos objetivos, el primero es la maximización de las utilidades económicas representado por la ecuación (1), en donde los ingresos obtenidos por las ventas de los elementos en cada mercado (I_m) se ven afectado por el precio de adquisición (P), el costo de operación en las etapas de recolección, clasificación y tratamiento representado por Cr, Cf, Ct_t , respectivamente, y el costo de capacidad de las mismas etapas (Gr_i, Gf_i, Gt_i^t). Por su parte el objetivo ambiental (ecuación (2)) representa los beneficios ambientales (B_m) afectado por el impacto ambiental negativo de recolección (Kr), clasificación (Kf) y tratamiento (Kt_t) según las cantidades procesadas, y por el impacto ambiental según la opción de tecnología elegida en cada etapa (Ar_i, Af_i, At_i^t). Se propone una formulación de programación lineal entera mixta (MILP) bi-objetivo que se resolverán apoyados en el método de la suma ponderada, en el que se optimiza el valor obtenido mediante la suma de los valores correspondientes a los objetivos (f_1, f_2), multiplicados cada uno por un coeficiente de ponderación (w_1, w_2). Estos coeficientes de ponderación establecerán la importancia relativa de cada objetivo (ecuación (3)).

El modelo optimización considera distintas restricciones necesarias para que el diseño del proceso sea factible: (i) máximo de unidades descartadas en el mercado, se representa la cantidad de adquisición que debe ser, como máximo, la cantidad de RAEE que se genera en el contexto de estudio, i.e., no se puede adquirir más de lo que la comunidad disponga como residuo (4); (ii) balance de los flujos en todo el proceso, dichas restricciones garantizan que el flujo de elementos sea continuo a través de todo el proceso de logística inversa (la ecuación (5) para el flujo entre clasificación y tratamiento y la ecuación (6) para el flujo entre tratamiento y colocación); (iii) estado o calidad de RAEE, indican las opciones disponibles para tratamiento y colocación dependiendo del estado inicial (conocido en la clasificación) de los RAEE recolectados (ecuaciones (7) (9)); (iv) las capacidades determinadas por la tecnología seleccionada en cada etapa (ecuaciones (10) (16)); y (v) restricciones de dominio de las variables de decisión (ecuaciones (17) (18)).

$$\begin{aligned}
 Max: f_1 = & \left(\sum_{m \in C} I_m * w_m \right) - (P * x) - (Cr * x) - (Cf * x) - \left(\sum_{t \in T} Ct_t * y_t \right) \\
 & - \left(\sum_{i \in TE_r} Gr_i * zr_i \right) - \left(\sum_{i \in TE_f} Gf_i * zf_i \right) - \left(\sum_{i \in TE_t} \sum_{t \in T} Gt_i^t * zt_i^t \right) \quad (1)
 \end{aligned}$$

$$Max: f_2 = \left(\sum_{m \in C} B_m * w_m \right) - (Kr * x) - (Kf * x) - \left(\sum_{t \in T} Kt_t * y_t \right) - \left(\sum_{i \in TE_r} Ar_i * zr_i \right) - \left(\sum_{i \in TE_f} Af_i * zf_i \right) - \left(\sum_{i \in TE_t} \sum_{t \in T} At_i^t * zt_i^t \right) \quad (2)$$

$$Max: w_1 f_1 + w_2 f_2 \quad (3)$$

Sujeto a:

$$x \leq Q \quad (4)$$

$$x = \sum_{t \in T} y_t \quad \forall t \in T \quad (5)$$

$$\sum_{t \in T} y_t = \sum_{m \in C} w_m \quad \forall m \in C \quad (6)$$

$$y_t \leq x \sum_{t' \in T: t' \geq t} St_t \quad \forall t \in T \quad (7)$$

$$y_t \geq x * St_t \quad T = el \quad (8)$$

$$w_m = \sum_{t \in T} y_t * Sc_{tm} \quad \forall m \in C \quad (9)$$

$$\sum_{i \in TE} zr_i = 1 \quad (10)$$

$$x \leq \sum_{i \in TE} Hr_i * zr_i \quad (11)$$

$$\sum_{i \in TE} zf_i = 1 \quad (12)$$

$$x \leq \sum_{i \in TE} Hf_i * zf_i \quad (13)$$

$$y_t \leq \sum_{i \in TE} Ht_i^t * zt_i^t \quad \forall t \in T \quad (14)$$

$$\sum_{i \in TE} zt_i^t = 1 \quad \forall t \in T \quad (15)$$

$$w_m \leq D_m \quad \forall m \in C \quad (16)$$

$$x, y_t, w_m \geq 0 \quad (17)$$

$$zr_i, zf_i, zt_i^t \in \{0,1\} \quad (18)$$

5 Conclusión

En este trabajo se identifica una clara problemática relacionada con la inadecuada disposición de RAEE dadas las consecuencias negativas para el medio ambiente y el impacto económico y legal que este tipo de residuos implican. La gestión logística de medio ambiente y sus tendencias más relevantes en los últimos años, como lo es la logística inversa, se constituye en una herramienta fundamental para abordar problemáticas

asociadas a la mala disposición de residuos. A través de la revisión de literatura se determinó la importancia de estudiar la dinámica de todo el proceso de logística inversa para proponer un modelo que permita gestionar y aprovechar los RAEE con implicaciones globales en el proceso y actores involucrados. Teniendo en cuenta lo anterior se propone un modelo que combina técnicas de dinámica de sistemas y optimización para el diseño del proceso de logística inversa, resaltando los efectos de retroalimentación entre la comercialización y uso de AEE así como de generación de RAEE, con los resultados optimizados de la gestión de residuos. De esta manera se propone una metodología que contempla la problemática desde una perspectiva agregada y a un nivel estratégico. Para validar la utilidad de dicha metodología, el modelo propuesto se probará con datos del contexto colombiano y se presentarán los resultados en la conferencia.

Referencias

1. Achillas, C., Aidonis, D., Vlachokostas, C., Moussiopoulos, N., Banias, G., & Triantafillou, D. (2012). A multi-objective decision-making model to select waste electrical and electronic equipment transportation media. *Resources, Conservation and Recycling*, 66, 76–84.
2. Agrawal, S., Singh, R. K., & Murtaza, Q. (2015). A literature review and perspectives in reverse logistics. *Resources, Conservation and Recycling*, 97, 76–92.
3. Alumur, S. A., Nickel, S., Saldanha-da-Gama, F., & Verter, V. (2012). Multi-period reverse logistics network design. *European Journal of Operational Research*. *European Journal of Operational Research*, 220(1), 67–78.
4. Centro Nacional de Producción Más Limpia y Tecnologías Ambientales. (2013). *Modelo de gestión para la recolección y acopio de residuos eléctricos y electrónicos en el municipio de Medellín*.
5. De Brito, M. P., & Dekker, R. (2002). Reverse logistics: a framework (No. EI 2002-38). *Erasmus School of Economics (ESE)*.
6. Diaz, A., Alvarez, M. J., & Gonzalez, P. (2004). *Logística inversa y medio ambiente*. Madrid: McGRAW - HILL.
7. Fleischmann, M., Bloemhof-Ruwaard, J. M., Dekker, R., Van Der Laan, E., Van Nunen, J. A. E. E., & Van Wassenhove, L. N. (1997). Quantitative models for reverse logistics: A review. *European Journal of Operational Research*, 103(1), 1–17.
8. Gamberini, R., Gebennini, E., Manzini, R., & Ziveri, A. (2010). On the integration of planning and environmental impact assessment for a WEEE transportation network-A case study. *Resources, Conservation and Recycling*, 54, 937–951.
9. Magalini, F., Kuehr, R., & Baldé, C. P. (2015). eWaste en América Latina, Análisis estadístico y recomendaciones de política pública, 1–38.
10. Mckinnon, A., Browne, M., Whiteing, A., & Pjczyk, M. (2015). *Green Logistics: improving the environmental sustainability of logistics*. Kogan Page Publishers.
11. Preston, F. (2012). A Global Redesign? Shaping the Circular Economy. *Chatham House*, 20.
12. Rodríguez-Fernández, R., Blanco, B., Blanco, A., & Perez-Labajos, C. A. (2011). Reverse Supply Chain Management–Modeling Through System Dynamics. In *Supply Chain Management-New Perspectives* (p. 28).
13. Sterman, J. D. (2000). *Business dynamics: systems thinking and modeling for a complex world* (McGraw-Hil).
14. Yu, H., & Solvang, W. D. (2013). A reverse logistics network design model for sustainable treatment of multi-sourced Waste of Electrical and Electronic Equipment (WEEE). In *Cognitive Infocommunications, 2013 IEEE 4th International Conference on* (pp. 595–600).

Usable leftovers in the multiperiod cutting stock problem: a new approach

Douglas Nogueira do Nascimento
Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção, FEB, UNESP, Bauru SP, Brasil.
douglasnn@fc.unesp.br

Silvio Alexandre de Araujo
Departamento de Matemática Aplicada, IBILCE, UNESP, São José do Rio Preto, SP, Brasil.
saraujo@ibilce.unesp.br

Adriana Cristina Cherri
Departamento de Matemática, FC, UNESP, Bauru SP, Brasil.
adriana@fc.unesp.br

Abstract

This paper addresses the multiperiod cutting stock problem with usable leftovers (MCSPUL), which differentiates from the classic cutting stock problem (CSP) by considering two variations of the one-dimensional cutting stock problem: the multiperiod cutting stock problem and the cutting stock problem with usable leftovers. The objective of this problem is to minimize the cost of cutting items from objects available in stock, allowing the production of items that have known demands in a future period of time and allowing the generation of retils that will be used to cut future items. These retils are not considered waste in the current period. A new mathematical model for the MCSPUL is proposed to integrate these two variations, making the decision of generate retils or anticipate the demand. Some preliminary computational tests were performed, and results for integer solutions obtained from a heuristic procedure are presented.

Keywords: Multiperiod cutting stock problem; usable leftovers; mathematical model; heuristic procedure; linear and integer optimization.

1 Introduction

Cutting Stock Problems (CSP) consists of cutting large objects available in stock into a set of smaller items with specified quantities and sizes by optimizing an objective function, such as minimizing the total waste or minimizing the cost of the objects cut. Many papers in the literature have studied the CSP and have proposed solution methods for this problem.

A variation of CSP that often appears in practice consists of considering the generation of usable leftovers of cut objects. These leftovers are not considered as waste, and they are kept in stock to meet future demands. This variation is called Cutting Stock Problem with Usable Leftovers (CSPUL). It was first mentioned by Brown (1971), and a considerable number of articles has been published on CSPUL since then. Cherri et al. (2014) presented in a survey the existing papers that investigate the one-dimensional CSPUL.

The first mathematical model for CSPUL was proposed by Scheithauer (1991), which modified the column generation technique proposed by Gilmore and Gomory (1963) to consider leftovers. This

model considers fictitious items that can be cut in the future, being the same as leftovers with special utility values. Gradisar et al. (1997) proposed a model for the CSPUL with two objective functions: minimizing the number of items whose demand are not satisfied and minimizing the total trim loss. This study was applied in a clothing industry, with the possibility of unused pieces of clothes being returned to stock. Cherri et al. (2009) adapted classic heuristic procedures, as greedy and residual procedures, to solve the one-dimensional CSPUL. Abuabara and Morabito (2009) studied the one-dimensional CSPUL in a Brazilian aeronautical company. The authors proposed a mathematical model that is a mixed integer problem (MIP) adaptation of Gradisar et al. (1997) model. Cui and Yang (2010) extended the Scheithauer (1991) model to include upper bounds on the number of leftovers, and the number of objects in stock is limited. Cherri et al. (2013) proposed a heuristic procedure based on Cherri et al. (2009), considering that retails had priority in the cutting process compared to standard objects. Arenales et al. (2015) proposed a mathematical model to solve the CSPUL with the objective of minimizing the waste of material. By this model, retails have length and limited quantities previously defined and can be generated for stock to reduce the waste. The problem was solved using the column generation technique and optimal continuous solutions were presented. Tomat and Gradisar (2017) analyzed the possibility of generating leftovers considering consecutive demands. The method proposed aims to find the best quantities of leftovers for the stock and the ideal length for the new leftovers generated.

Another variation of CSP is the Multiperiod Cutting Stock Problem (MCSP), that considers required demand of items in different periods of a finite planning horizon. The production of these items can be anticipated or not, depending on the storage costs of the items. Also, the objects not used in a period are stored for the next period.

Poldi and Arenales (2010) proposed a linear integer optimization model that considers the storage costs of objects and items in the objective function. The simplex method with column generation was used to solve the linear relaxation, and two approaches were developed to round the solution. Poldi and de Araujo (2016) extended the research presented in Poldi and Arenales (2010) generalizing the mathematical model proposed by Gilmore and Gomory (1963) and the arc flow model (Valério de Carvalho, 1999, 2002) to solve the MCSP.

The integrations of the MCSP and CSPUL were not found in the literature and will be studied in this paper. Thus, decisions about generating retails or anticipating the production of items must be taken. A mathematical model to represent this problem was proposed. A simplex method with column generation was used to solve the linear relaxation of the model and a heuristic procedure was used to find the integer solution. Preliminary tests were performed and provided good solutions for the problem. By convenience, we used MCSPUL to refer to multiperiod cutting stock problem with usable leftovers.

Recently, Melega et al. (2018) proposed a classification of the literature related to the integration between the lotsizing and cutting stock problem. A deterministic mathematical model, that considers multiple dimensions of integration and comprises several aspects found in practice was proposed. This model is used as a framework to classify the current literature in this field. The main classification of the literature is organized around two types of integration. In a planning horizon which consists of multiple periods, the inventory provides a link between the periods. This integration across time periods constitutes the first type of integration. The proposed model also considers the production of different types of items at three different levels: objects are fabricated or purchased (Level 1) and next cut into pieces (Level 2) which are then assembled into final products (Level 3).

The present paper is organized as follows: in Section 2 the MCSPUL is defined together with the proposed mathematical model and the rounding heuristic. In Section 3 computational tests varying the maximum number allowed for retails are presented. With these tests, we aim to show that usable leftovers approach can improve the solutions in multiperiod cutting stock problems. Conclusions are presented in Section 4.

2 Problem definition and solution method

To understand the MCSPUL approach, consider a finite planning horizon, divided into T periods. These periods can be, for example, work shifts, days or weeks. Also, consider that there are S types of standard objects in stock in a quantity e_{st} for each period t of the planning horizon, $s = 1, \dots, S, t = 1, \dots, T$. Besides, R types of retails can be generated in period t , being available in stock for the period $t+1$.

In the MCSPUL there are three categories of objects that can be cut: 1) standard objects, with length L_s ; 2) retails, with length L_r ; and 3) standard objects generating retails, with length $L_s - L_r$. Since each type of retail can be generated from all types of standard objects, the maximum number of different types of objects available for cutting is $S+R+S*R$.

For each period t , M items type i must be cut to attend the demand d_{it} , $i = 1, \dots, M, t = 1, \dots, T$. The production of these items can be anticipated for certain period t , at the cost of storing the item until the period that the item was demanded. This cost represents the space occupied by that item in the stock. On the other hand, the anticipation can allow better combinations of items, which decreases the waste of material.

The MCSPUL consists of producing the demanded items by cutting the objects and retails available in stock in each period of the planning horizon, minimizing the waste of material and the cost of storing objects, retails and items. By the definition of the MCSPUL, there is a decision to be made: to generate retails or anticipate the demand.

The mathematical model proposed to solve the MCSPUL was based on the model presented in Arenales *et al.* (2015). The following data were used in the model:

- S : number of types of standard objects. We denote object type $s, s = 1, \dots, S$;
- R : number of types of retails in stock. We denote leftover type $k, k = 1, \dots, R$;
- T : number of periods of time,
- m : number of types of demanded items;
- e_{st} : number of objects type s available in stock in period $t, s = 1, \dots, S; t = 1, \dots, T$;
- er_{kt} : number of retails type k available in stock in period $t, k = 1, \dots, R; t = 1, \dots, T$;
- d_{it} : demand for item type i in period $t, i = 1, \dots, m, t = 1, \dots, T$;
- J_{st} : set of cutting patterns for object type s in period $t, s = 1, \dots, S; t = 1, \dots, T$;
- $J_{st}(k)$: set of cutting patterns for object type s generating a retail type k in period $t, k = 1, \dots, R, s = 1, \dots, S, t = 1, \dots, T$;
- Jr_{kt} : set of cutting patterns for retail type k in period $t, k = 1, \dots, R, t = 1, \dots, T$;
- a_{ijst} : number of items type i in cutting pattern j for object type s in period $t, i = 1, \dots, m, j \in J_{st}, s = 1, \dots, S, t = 1, \dots, T$;
- a_{ijskt} : number of items type i in cutting pattern j for object type s generating a retail type k in period $t, i = 1, \dots, m, j \in J_{st}(k), s = 1, \dots, S, k = 1, \dots, R, t = 1, \dots, T$;
- ar_{ijkt} : number of items type i in cutting pattern j for retail type k in period $t, i = 1, \dots, m, j \in Jr_{kt}, s = 1, \dots, S, t = 1, \dots, T$;
- U_{kt} : maximum number allowed for retails type k in period $t, k = 1, \dots, R, t = 1, \dots, T$;

Parameters:

- c_{jst} : waste of cutting object type s according to pattern j in period $t, j \in J_{st}, s = 1, \dots, S, t = 1, \dots, T$;
- c_{jskt} : waste of cutting object type s according to pattern j when generating a retail type k in period $t, j \in J_{st}(k), s = 1, \dots, S, k = 1, \dots, R, t = 1, \dots, T$;
- cr_{jkt} : waste of cutting retail type k according to pattern j in period $t, j \in Jr_{kt}, k = 1, \dots, R; t = 1, \dots, T$;
- py_{it} : cost to stock the item type i at the end of the period $t, i = 1, \dots, m, t = 1, \dots, T$;

- pw_{st} : cost to stock the object type s at the end of the period t , $s = 1, \dots, S$; $t = 1, \dots, T$;
- pz_{kt} : cost to stock the retail type k at the end of the period t , $k = 1, \dots, R$, $t = 1, \dots, T$;

Variables:

- x_{jst} : number of objects type s cut according to pattern j in period t , $s = 1, \dots, S$, $j \in J_{st}$, $t = 1, \dots, T$;
- x_{jskt} : number of objects type s cut according to pattern j and generating a retail type k in period t , $s = 1, \dots, S$, $j \in J_{st}(k)$, $k = 1, \dots, R$, $t = 1, \dots, T$;
- xr_{jkt} : number of retail type k cut according to pattern j in period t , $s = 1, \dots, S$, $j \in Jr_{kt}$, $t = 1, \dots, T$;
- y_{it} : number of items type i anticipated for the period t , $i = 1, \dots, m$, $t = 1, \dots, T$;
- w_{st} : number of objects type s not used in period t , and available in period $t + 1$, $s = 1, \dots, S$; $t = 1, \dots, T$;
- z_{kt} : number of retails type k not used in period t , and available in period $t + 1$, $k = 1, \dots, R$, $t = 1, \dots, T$;

Mathematical Model:

Minimizing

$$\sum_{t=1}^T \left(\sum_{s=1}^S \sum_{j \in J_{st}} c_{jst} x_{jst} + \sum_{s=1}^S \sum_{k=1}^R \sum_{j \in J_{st}(k)} c_{jskt} x_{jskt} + \sum_{k=1}^R \sum_{j \in Jr_{kt}} cr_{jkt} xr_{jkt} + \sum_{i=1}^m py_{it} y_{it} + \sum_{s=1}^S pw_{st} w_{st} + \sum_{k=1}^R pz_{kt} z_{kt} \right) \quad (1)$$

Subject to

$$\sum_{s=1}^S \sum_{j \in J_{st}} a_{ijst} x_{jst} + \sum_{s=1}^S \sum_{k=1}^R \sum_{j \in J_{st}(k)} a_{ijskt} x_{jskt} + \sum_{k=1}^R \sum_{j \in Jr_{kt}} ar_{ijkt} xr_{jkt} + y_{i,t-1} - y_{it} = d_{it}, \quad i=1, \dots, m, t=1, \dots, T \quad (2)$$

$$\sum_{j \in J_{st}} x_{jst} + \sum_{k=1}^R \sum_{j \in J_{st}(k)} x_{jskt} - w_{s,t-1} + w_{st} \leq e_{st}, \quad s = 1, \dots, S, t = 1, \dots, T \quad (3)$$

$$\sum_{j \in Jr_{kt}} xr_{jkt} - z_{k,t-1} + z_{kt} \leq er_{kt}, \quad k = 1, \dots, R, t = 1, \dots, T \quad (4)$$

$$\sum_{s=1}^S \sum_{j \in J_{st}(k)} x_{jskt} - \sum_{j \in Jr_{kt}} xr_{jkt} \leq U_{kt} - er_{kt}, \quad k=1, \dots, R, t=1, \dots, T \quad (5)$$

$$x_{jst} \geq 0, \quad w_{st} \geq 0, \quad s = 1, \dots, S, t = 1, \dots, T, \quad j \in J_{st} \text{ and integer}; \quad (6)$$

$$x_{jskt} \geq 0, \quad s = 1, \dots, S, k = 1, \dots, R, t = 1, \dots, T, \quad j \in J_{st}(k) \text{ and integer};$$

$$xr_{jkt} \geq 0, \quad z_{kt} \geq 0, \quad k = 1, \dots, R, t = 1, \dots, T, \quad j \in Jr_{kt} \text{ and integer};$$

$$y_{it} \geq 0, \quad i = 1, \dots, m, t = 1, \dots, T \text{ and integer}.$$

In the model (1)-(6), the objective function (1) minimizes the total waste of cutting all objects (standard and retails) in all periods and the cost of storing items and objects. Constraint (2) ensures that the demand is met. Constraints (3) and (4) ensures that the quantity of standard objects and retails used during the cutting process in each period does not exceed availability. Constraint (5) limits the quantity of each type of retail that can be generated during the cutting process in each period. And (6) is the integrality and non-negativity constraint of the variables.

This model was solved using the simplex method with column generation (Gilmore and Gomory (1963)), which is an efficient strategy to solve linear problems. Because of the integrality conditions (constraint (6)) and the exponential number of variables, it is difficult to find the optimal solution in the model (1) – (6). Therefore, these conditions are relaxed and continuous solutions for the MCSPUL can be found.

In real-world applications, it is impossible consider continuous solutions for cutting stock problems. Thus, heuristic procedures were used to find an integer solution. This heuristic was detailed in Wäscher and Gau (1996) and consists in:

- Finding an optimal solution for the model (1)-(6) with the integrality conditions relaxed using the simplex method with column generation;
- Use all the cutting patterns generated during the previous step to solve the model (1)-(6) considering the integrality conditions. These cutting patterns include that ones used to obtain the optimal solution together with those in the optimal solution.

3 Computational tests

To evaluate the performance of the proposed approach, the model (1)-(6) was coded in C++ programming language using CPLEX software, version 12.7. The computational tests were run on a computer Intel Core i5, 1.6 GHz, 6 GB RAM.

The tests considered a planning horizon with $T=3$ periods and $m=10$ types of demanded items. The length of items (l_i) was randomly generated in the interval [100, 350]. The upper bound for this interval is the half of the length of the larger retail that can be generated ($L_k=700$). The demand (d_{it}) was randomly generated in the interval [50, 400]. The storage cost of item i (py_{it}) was pyl_i , with $py = 0.01$ and 0.05 .

There was one type of standard object ($S=1$) with length $L=1500$ in stock and availability (e_{st}) was large enough to meet the demands. For these tests, the cost to stock standard objects (pw) was considered 0. Three types of retails were considered with lengths (L_k) 500, 600 and 700. The availabilities of all types of retails were $e_{kt}=0$, for the initial period. The maximum quantity of each type of retails in each period varied as $U_{kt}=0, 1$ and 3 . The storage cost of retail k (pz_{kt}) was pzL_k , with $pz = 0.01$ and 0.05 . The average computation time for each instance was approximately 90 seconds.

Table 1 shows the average cost of 3 instances randomly generated, for different combinations of items storage cost, retails storage cost and maximum number allowed for retails (U) using the proposed method. In all tests, the stock in the first period is composed only of standard objects. From the second period, the retails generated in the first period are stored and can be cut.

Table 1: Average cost for the integer solution.

	$pz=0$			$pz=0.01$			$pz=0.05$		
	$U = 0$	$U = 1$	$U = 3$	$U = 0$	$U = 1$	$U = 3$	$U = 0$	$U = 1$	$U = 3$
$py=0$	1704.00	637.33	604.00	1704.00	648.00	620.00	1704.00	690.67	684.00
$py=0.01$	1729.36	934.59	896.42	1729.36	943.20	911.12	1729.36	1007.47	953.49
$py=0.05$	1757.97	1072.50	1022.23	1757.97	1098.03	1058.25	1757.97	1359.03	1180.10

In Table 1, for each value of py , pz and U , we have the average cost for the integer solution obtained from the heuristic procedure described in section 2. It is possible to observe that the total costs decrease for larger values of U and considering the variations of the storage costs. This situation is expected because the diversity of objects in stock increases with the generation of retails. Together with

the possibility of anticipating the demand of items, generation of retails allows that good cutting patterns be generated. This justifies the higher costs for $U = 0$.

Higher values for the storage costs of items and retails (py and pz) reflects in a substantial increase of the total cost and loss of material in the integer solutions. This occurs because these high storage costs inhibit anticipation of items, decreasing the possibility of combining items in the objects.

4 Conclusions

In this paper, we propose a mathematical model to represent the multiperiod cutting stock problem with usable leftovers. This model considers a planning horizon in which the demand of items is known, and it is possible to anticipate or not their production. Also, new retails can be generated in quantities and length previously defined, being available in stock to be cut in the next periods. Although the retails sizes were fixed for the computational tests in this paper, a different approach could be used, by establishing a lower and an upper bound for the size of the new retail generated. In this approach, the waste of the cutting patterns would be added to the retail length.

To verify the performance of the mathematical model to MCSPUL, we present integer solutions with some generated instances. The results obtained showed that generate retails improves the results for the integer solutions, even for high storage costs. This occurs because the savings provided by the generation of retails in terms of cutting costs compensates the cost of storing these retails.

The next step of this research is the implementation of other heuristics procedures, as residual heuristics. Also, capacity constraints will be included in the mathematical model for the MCSPUL.

References

1. A. Abuabara and R. Morabito. Cutting optimization of structural tubes to build agricultural light aircrafts, *Annals of Operations Research*, 149(1):149-165, 2009.
2. M. N. Arenales, A. C. Cherri, D. N. do Nascimento and A. C. G. Vianna. A new mathematical model for the cutting stock/leftover problem, *Pesquisa Operacional*, 35(3):1-14, 2015.
3. A. R. Brown. *Optimum packing and depletion: the computer in space and resource usage problem*. Macdonald – London and American Elsevier Inc, New York, 1971.
4. A. C. Cherri, M. N. Arenales and H. H. Yanasse. The one-dimensional cutting stock problem with usable leftover – A heuristic approach. *European Journal of Operational Research*, 196(3):897-908, 2009.
5. A. C. Cherri, M. N. Arenales and H. H. Yanasse. The usable leftover one-dimensional cutting stock problem – a priority-in-use heuristic. *International Transactions in Operational Research*, 20(2):189-199, 2013.
6. A. C. Cherri, M. N. Arenales and H. H. Yanasse. The one-dimensional cutting stock problem with usable leftovers – A survey. *European Journal of Operational Research*, 236(2):395-402, 2014.
7. Y. Cui and Y. Yang. A heuristic for the one-dimensional cutting stock problem with usable leftover. *European Journal of Operational Research*, 204(2):245-250, 2010.
8. P. C. Gilmore and R. E. Gomory. A linear programming approach to the cutting stock problem – Part II. *Operations Research*, 11(6):863-888, 1963.
9. M. Gradisar, J. Jesenko, C. Resinovic. Optimization of roll cutting in clothing industry. *Computers & Operational Research*, 24(10):945-953, 1997.
10. G. M. Melega, S. A. de Araujo, R. Jans. Classification and literature review of integrated lot sizing and cutting stock problems. *European Journal of Operational Research (online fist)*, 2018.
11. K. C. Poldi and M. N. Arenales. The problem of one-dimensional cutting stock multiperiod. *Pesquisa Operacional*, 30(1):153-174, 2010.
12. K. C. Poldi and S. A. de Araujo. Mathematical models and a heuristic method for the multiperiod one-dimensional cutting stock problem. *Annals of Operations Research*, 238(1):497-520, 2016.
13. G. Scheithauer. A note on handling residual length. *Optimization*, 22(3):461-466, 1991.

14. L. Tomat and M. Gradisar. One-dimensional stock cutting: optimization of usable leftovers in consecutive orders. *Central European Journal of Operations Research*, 25(2):473-489, 2017.
15. J. M. Valério de Carvalho. Exact solution of bin-packing problems using column generation and branch-and-bound. *Annals of Operations Research*, 86:629-659, 1999.
16. J. M. Valério de Carvalho. LP models for bin packing and cutting stock problems. *European Journal of Operational Research*, 144:253-273, 2002.
17. G. Wäscher and T. Gau. Heuristics for the integer one-dimensional cutting stock problem: A computational study. *Operations Research Spektrum*, 18 (3): 131-144, 1996.

Problema de roteirização de veículos com transporte de funcionários: uma aplicação em uma empresa de mineração

Vinícius Teófilo Pereira Soeiro
Universidade Federal de Ouro Preto
viniciussoeiro@yahoo.com.br

André Luís Silva
Universidade Federal de Ouro Preto
andre@em.ufop.br

Puca Huachi Vaz Penna
Universidade Federal de Ouro Preto
puca@iceb.ufop.br

Resumo

Este trabalho apresenta um problema de determinação de rotas de uma frota de veículos capacitados para o transporte de passageiros/funcionários de uma empresa de mineração. Para tanto criou-se quinze instâncias de problema que simularam a realidade porque passa a empresa. Este problema se encaixa no Problema de Roteamento de Ônibus Escolar (*School Bus Routing Problem – SBRP*). Como solução para as instâncias criadas do problema, foi utilizado a heurística Busca de Vizinhança Variável (*Variable Neighborhood Search – VNS*). Foram utilizados três tipos de vizinhança diferentes, distribuídas em quinze configurações diferentes para calcular a configuração que retornava as melhores soluções para o problema. Este cálculo foi feito com comparação estatística, sendo uma das configurações apresentando o melhor desempenho.

Keywords: Variable Neighborhood Search; School Bus Routing Problem; Meta-heurística.

1 Introdução

O transporte de funcionários de suas casas para as empresas é importante por diferentes razões, sendo as questões financeiras deste transporte um dos elementos que motivam vários (e diferentes) debates. Exemplos destes debates são apresentados em [1] e [2].

Um dos viés deste debate é sobre a otimização do referido transporte, que na literatura é conhecido como Problema de Roteirização de Transporte Escolar (*School Bus Routing Problem – SBRP*), tal como debatido em [3] e [4].

A definição conceitual do SBRP é descrita em [5], e pode ser sumarizada da seguinte forma: dadas as quantidades de funcionários, os locais onde os trabalhadores moram, e também a localização da

sede da empresa, há de se calcular/otimizar rotas para que estes funcionários sejam transportados ao local de trabalho.

O contexto sobre o problema e a definição conceitual são partes da realidade existente em uma mineradora no Brasil que se viu na tarefa de otimizar o referido transporte. Ou seja, os números expressivos de trabalhadores que operam a mina estudada motivaram esta a repensar suas práticas com o transporte de trabalhadores.

Visto desta forma, o objetivo proposto para este trabalho pode ser dividido em dois principais pontos: o primeiro, descrever uma aplicação do Problema de Roteirização de Veículos para transporte de funcionários de uma mineradora no Brasil; e o segundo apresentar os resultados da resolução deste problema com um método baseado na meta-heurística Busca de Vizinhança Variável (*Variable Neighborhood Search* – VNS).

Para fazer frente ao objetivo proposto, o restante do texto é distribuído da seguinte forma. A Seção 2 parte com a descrição da aplicação. Nesta parte apresentou-se a descrição conceitual do problema, contexto da empresa e as instâncias de problema tratadas. Na Seção 3 apresenta-se a heurística VNS e as adaptações implementadas. A Seção 4 descreve o planejamento estatístico feito e os resultados obtidos. Por fim, a Seção 5 é reservada para as considerações finais.

2 Aplicação

O SBRP é um problema de otimização derivado do problema clássico de roteirização onde o transporte a ser realizado é de pessoas.

Neste problema os dados fornecidos são: os pontos onde estão as pessoas a serem transportadas, a quantidade de pessoas em cada um dos pontos, os destinos, as distâncias entre os pontos e também as distâncias até os destinos. O objetivo é reduzir o total das distâncias a serem percorridas. Além desta síntese, é possível encontrar na literatura modelos matemáticos [5], métodos de solução do problema [3], sub-categorias do problema [4, 8], aplicações em situações reais [8], dentre outros. No projeto aqui descrito será feita uma simulação onde as instâncias abordadas são baseadas em um contexto real de uma mineradora.

2.1 Instâncias de problema

As instâncias foram geradas a partir de dados simulados. Estes dados são próximos a realidade das três minas de minério e/ou usinagem no estado de Minas Gerais (Brasil). As minas estão em torno das cidades de Mariana (MRN), Ouro Preto (OPR), Santa Bárbara (STB), Catas Altas (CTA) e Santa Rita Durão (SRD). As Figuras 1a–1d apresentam onde se situam as respectivas cidades.

O número de funcionários para as três minas foi simulado a partir de dados de uma empresa terceirizada que atua nelas. A partir desses dados inferiu-se uma taxa de estimativa variável de participação de cada cidade na oferta de funcionários para as minas. Vale dizer que em cada cidade existem pontos de coleta, que são locais onde os veículos pegam os funcionários para levá-los ao trabalho. Além disso, nas instâncias aqui narradas, desconsiderou-se a existência de turnos de trabalho. Logo, todos tem mesmo horário de início e fim das atividades.

Ao todo, nas 5 cidades há 31 pontos de coleta. A distribuição destes pontos nas cidades é feita da seguinte forma: 11 em Mariana, 13 em Ouro Preto, 5 em Santa Bárbara, 1 em Santa Rita Durão e 1 em Catas Altas. Há de se observar que as garagens das cidades Catas Altas e Santa Rita Durão



Figura 1: Posicionamento e localização da origem dos dados. Fonte: Google Maps.

funcionam como pontos de coleta. As Figuras 2a – 2e, apresentam as minas e os pontos de coleta em cada cidade.

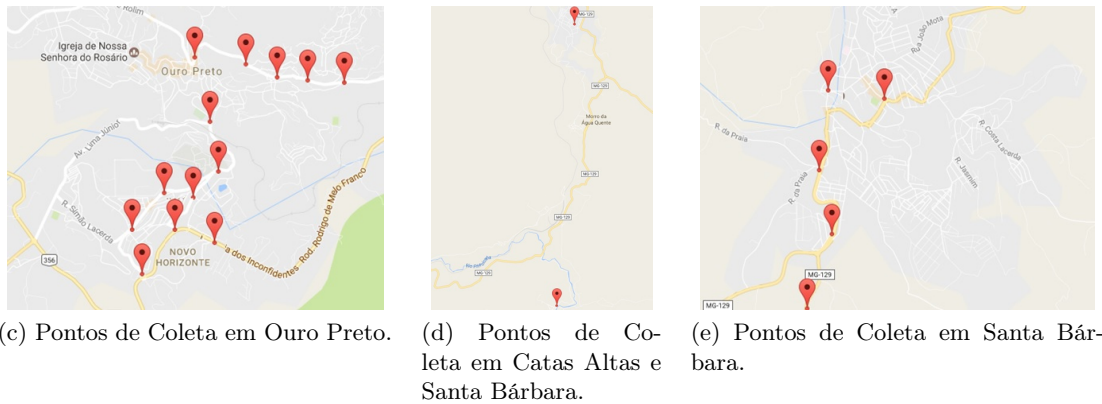


Figura 2: Pontos de coleta de pessoal nas cidades. Fonte: Google Maps.

Cada instância gerada é composta por:

- Uma demanda de funcionários em cada ponto de coleta de cada cidade;
- Tipos de veículos, suas capacidades, quantidades e seus custos por km rodado. Esse último varia de duas formas possíveis, tal como na Tabela 1
- Taxa de ocupação: total de pessoas a serem transportadas/total possível de pessoas a serem transportadas;
- Matriz de distância real entre todos os pontos possíveis do problema, incluindo as garagens de cada cidade;

VEÍCULOS	CAPAC.	CUSTO A	CUSTO B
CARRO	4	0,63	0,47
VAN	15	0,84	0,76
MICRO ÔNIBUS	26	1,41	1,18
ÔNIBUS	49	1,76	1,82

Tabela 1: Tipos de veículos, capacidade e custo por km rodado

Foram geradas 15 instâncias no formato citado. A primeira instância, chamada de “Inst01”, foi considerada como instância padrão, e modelo para outras 14 geradas.

Nome	Cidades	Quant. de pontos*	Taxa de Ocupação	Pop.	Custo**
Inst01	MRN, OPR, STB, SRD e CTA	28	80%	3158	A
Inst02	MRN, OPR, STB, SRD e CTA	28	94%	3158	A
Inst03	MRN, OPR, STB, SRD e CTA	9	93%	3158	A
Inst04	MRN, OPR, STB	26	80%	3158	A
Inst05	MRN, OPR, STB	26	90%	3158	B
Inst06	MRN, OPR, STB, SRD	27	74%	3158	A
Inst07	OPR, STB, SRD e CTA	18	80%	3158	A
Inst08	OPR, STB, SRD e CTA	18	92%	3158	A
Inst09	MRN, OPR, STB, SRD e CTA	27	80%	2351	A
Inst10	MRN, OPR, STB, SRD e CTA	27	92%	2351	A
Inst11	MRN, OPR, STB, SRD e CTA	28	94%	5708	A
Inst12	MRN, OPR, STB, SRD e CTA	28	94%	5708	B
Inst13	MRN, OPR, STB, SRD e CTA	28	80%	5708	A
Inst14***	MRN, OPR, STB, SRD e CTA	28	92%	3158	A
Inst15***	MRN, OPR, STB	26	92%	3158	A

Tabela 2: Características das Instâncias

A “Inst01” é composta por um total de 3158 funcionários, sendo 1041 para Mina 1, 1108 para Mina 2 e 1009 para Mina 3. Em média 64,7% vindos de Mariana, 5,2% de Ouro Preto, 8,8% de Santa Bárbara, 12,4% de Santa Rita, 8,9% de Catas Altas. Nos pontos de coleta dentro dessas cidades o número de funcionários é distribuído de forma aleatória. A “Inst01” utiliza todos os 31 pontos possíveis em sua constituição, com uma taxa de ocupação de 80% e custo de veículo por km

rodado feito com dado da Tabela 1

Em seguida, variou-se a demanda de funcionários, a quantidade de pontos de coleta, o custo por quilômetro rodado dos veículos e a taxa de ocupação. Essas variações foram feitas modificando-se um ou mais de um item. Essas variações são demonstradas conforme a Tabela 2.

* Essa quantidade de pontos não leva em consideração os pontos que são exclusivamente garagem.

** Sendo “A” e “B” referentes aos custos/km das colunas **CUSTO A** e **CUSTO B** da Tabela 1, respectivamente.

*** Essas instâncias utilizam alternância de pontos, ou seja, para cada mina tem pontos específicos a serem trabalhados.

3 Busca em Vizinhança Variável

Para a resolução do problema apresentado foi utilizado a heurística Busca em Vizinhança Variável (*Variable Neighborhood Search* – VNS) . A heurística foi proposta inicialmente por [9].

O pseudocódigo do algoritmo é apresentado no Algoritmo. Detalhes adicionais desse algoritmo podem ser encontrados em [9].

Algoritmo 1 VNS

Seja s_0 uma solução inicial e r o número de estruturas diferentes de vizinhança;

$s \leftarrow s_0$; {Solução Corrente}

enquanto (*Critério de parada não satisfeito*) **faça**

$k \leftarrow 1$; {Tipo de estrutura de vizinhança}

enquanto ($k \leq r$) **faça**

 Gere um vizinho qualquer $s' \in N^{(k)}(s)$; $s'' \leftarrow \text{BuscaLocal}(s')$;

se $f(s'') < f(s)$ **então**

$s \leftarrow s''$;

$k \leftarrow 1$;

senão

$k \leftarrow k + 1$;

Retorne s ;

O trabalho de [6, 7] dizem que nesse algoritmo, parte-se de uma solução inicial qualquer e a cada iteração seleciona-se aleatoriamente um vizinho s' dentro da vizinhança k da solução s corrente, assim, $N^{(k)}(s)$. Esse vizinho é então submetido a um procedimento de busca local. Se a solução ótima local, s'' , for melhor que a solução s corrente, a busca continua de s'' recomeçando da primeira estrutura de vizinhança $N^{(1)}(s)$. Caso contrário, continua-se a busca a partir da próxima estrutura de vizinhança $N^{(k+1)}(s)$. Este procedimento é encerrado quando uma condição de parada for atingida, tal como o tempo máximo permitido de CPU, o número máximo de iterações ou número máximo de iterações consecutivas entre dois melhoramentos.

Três vizinhanças no método de busca local da meta-heurística VNS foram implementadas como método de solução para o problema. Estas vizinhanças são:

- 2-OPT: que realiza a troca de dois arcos presentes em uma rota;
- Reinserção intra-rotas: caracterizado como um movimento que retira um ponto de uma rota e o reinsere em outra posição na mesma rota;

- Reinservação inter-rotas: caracterizado como um movimento que retira um ponto de uma rota e o reinsere em uma posição em uma nova rota.

4 Experimentos Computacionais

Nesta seção, inicialmente, são descritos o planejamento experimental, com intuito de observar a melhor configuração da ordem de execução das vizinhanças adotadas. Em seguida, são detalhados os resultados obtidos pelo VNS aplicado ao SBRP.

4.1 Planejamento Experimental

O passo inicial dos experimentos parte da questão relacionada a contribuição efetiva de cada vizinhança na performance geral do algoritmo. Assim, a ideia inicial é responder qual seria a melhor configuração das vizinhanças frente as variáveis de respostas estudadas. É importante destacar que as variáveis de respostas serão: desempenho geral do algoritmo e tempo de execução.

Foram utilizadas 30 repetições como base nos experimentos das configurações de vizinhanças, que segundo [10], através do Teorema do Limite Central, é um valor que, em muitos casos de interesse prático, resulta em uma aproximação normal satisfatória, independente da forma da população.

A partir disso foram comparadas todas as possibilidades de configurações de vizinhanças, verificando o funcionamento destas de forma individual, simultânea 2 a 2 (e com ordens de execução distintas), a performance de uma versão completa, com o número de repetições de cada vizinhança fixado e também as suas diferentes ordens de execução.

As configurações de vizinhança para o experimento foram:

1. 2-OPT (individual);
2. Reinservação intra-rotas (individual);
3. Reinservação inter-rotas (individual);
4. 2-OPT + Reinservação intra-rotas;
5. Reinservação intra-rotas + 2-OPT (ordem invertida da configuração “4”);
6. 2-OPT + Reinservação inter-rotas;
7. Reinservação inter-rotas + 2-OPT (ordem invertida da configuração “6”);
8. Reinservação intra-rotas + Reinservação inter-rotas;
9. Reinservação inter-rotas + Reinservação intra-rotas (ordem invertida da configuração “8”);
10. 2-OPT + Reinservação intra-rotas + Reinservação inter-rotas;
11. 2-OPT + Reinservação inter-rotas + Reinservação intra-rotas;
12. Reinservação intra-rotas + 2-OPT + Reinservação inter-rotas;
13. Reinservação intra-rotas + Reinservação inter-rotas + 2-OPT;
14. Reinservação inter-rotas + 2-OPT + Reinservação intra-rotas;
15. Reinservação inter-rotas + Reinservação intra-rotas + 2-OPT.

O número de execução em cada uma das vizinhanças foi 500. Esse número foi inferido em testes anteriormente realizados com valores tanto maiores quanto menores que 500. Todas as 15 configurações foram testadas nas instâncias de problemas narradas na Seção 2.1. O teste estatístico realizado nas 15 possíveis configurações foi o Teste-F. O nível de confiança nos testes foi $(1-\alpha) = 0.95$ e as múltiplas comparações foram realizadas usando o teste Dunnett com o objetivo de se contrastar as 15 versões de configuração de vizinhanças proposto para o VNS.

4.2 Resultados

A ANOVA empregada na média dos resultados das quinze configurações do VNS apresentou uma diferença estatística com $F(5,196) = 57.29$, e $p < 2 \cdot 10^{-16}$.

O valor p resultado do teste foi $2 \cdot 10^{-16}$, sendo menor que 0.05. Assim, pode-se concluir que, para o intervalo de confiança, existe uma variância estatisticamente significativa entre as quinze configurações apresentadas.

A partir o resultado da ANOVA, foi feita a comparação pareada entre a configuração 14 e as demais configurações, visto que a mesma apresentou uma média menor ao ser comparada com as demais, conforme mostra a Figura 3.

		Instância																
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Média	
Configuração	1	6961,79	6355,31	5315,24	7415,22	6478,781	7372,72	7455,45	7072,67	5392,22	5227,7	10304,7	9617,7	11200,7	5577,6	6157,2	7193,7	7151
	2	6899,77	6355,07	5286,91	7375,42	6394,107	7455,12	7237,75	7175,43	5334,44	5110,1	10253,5	9539,1	11166,8	5569,5	6111,56	7151	7151
	3	5389,49	5912,12	4777,14	5937,84	5847,049	5429,17	5558,58	6337,93	4255,78	4684,2	9471,48	9016,9	9115,18	5101,9	5576,21	6160,7	6160,7
	4	6955,38	6329,23	5215,47	7371,45	6406,737	7409,14	7286,77	7059,36	5383,97	5113,3	10217,1	9621,5	11073,5	5536,2	6215,85	7146,3	7146,3
	5	6880,03	6356,15	5255,56	7381,78	6378,561	7469,39	7379,87	7109,72	5437,32	5081,7	10356,9	9623,7	11116	5623,3	6124,49	7171,6	7171,6
	6	5323,87	5833,53	4727,48	5905,22	5844,288	5374,29	5524,93	6238,55	4280,35	4553,8	9408,3	8993,7	9037,33	5070,9	5561,09	6111,8	6111,8
	7	5244,3	5808,47	4717,68	5800,4	5682,668	5274,23	5464,66	6175,5	4193,5	4527,4	9436,13	8848	8913,5	4991,4	5481,89	6037,3	6037,3
	8	5378,76	5778,88	4735,42	5861,14	5791,734	5327,31	5511,57	6244,39	4265,4	4558,7	9440,59	9023,4	8988,07	5032,9	5547,31	6099	6099
	9	5242,41	5680,23	4693,61	5777,63	5670,773	5224,87	5363,38	6169,27	4186,48	4530,1	9305,65	8916,8	8830,17	4973,9	5511,44	6005,1	6005,1
	10	5363,04	5819,99	4732,59	5914,33	5834,662	5409,64	5526,24	6204,99	4267,05	4569,6	9365,42	8942,1	9041,74	5076,5	5545,82	6107,6	6107,6
	11	5256,59	5762,43	4713,8	5763,17	5674,02	5227,24	5413,15	6107,88	4175,98	4470,1	9330,74	8826,3	8833,06	4985,5	5484,96	6001,7	6001,7
	12	5407,28	5797,33	4782,99	5885,22	5799,913	5358,59	5504,18	6258,99	4323,87	4592,2	9498,99	8915,5	9015,62	5070,9	5534,56	6116,4	6116,4
	13	5253,9	5790,21	4696,34	5770,61	5743,831	5246,76	5402,64	6218,1	4235,22	4584,5	9415,26	8872,4	8901,89	5020,6	5479,88	6040,2	6040,2
	14	5225,69	4638,3	4705,05	4749,88	5719,519	5172,78	3361,4	6134,66	4142,7	4461,6	9237,9	8885,7	8841,18	4978,9	5494,08	5866,8	5866,8
	15	5215,24	5680,01	4697,99	5764,15	5695,7	5279,18	5397,19	6199,22	4178,21	4449,6	9378,39	8935,6	8862,95	5023,1	5476,43	6015,3	6015,3

Figura 3: Médias das soluções encontradas. Fonte: Autor

Os resultados são ilustrados na Figura 4. A Figura 4 mostra que as configurações 9, 11 e 15, apresentam resultados próximos aos da configuração 14, entretanto, pode-se dizer que de fato a configuração 14 é a que apresenta os melhores resultados, sendo dita a melhor configuração. Outro fator observado é que há a necessidade da presença da vizinhança "inter-rotas" nas configurações, pois todas as configurações que não apresentaram tal vizinhança - Configurações 1, 2, 4 e 5 - tiveram resultados muito ruins, mas também que o uso individual da vizinhança não é o suficiente, sendo necessária a presença de uma outra vizinhança para auxiliar, como se pode observar na configuração 3, onde há apenas a vizinhança inter-rotas.

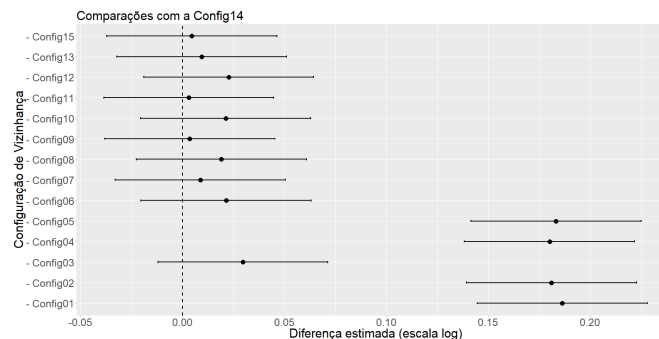


Figura 4: Resultados conforme teste estatístico. Fonte: Autor

Em relação a variável tempo, observou-se que a duração entre as execuções das diferentes configurações para as diferentes instâncias não foi significativa, portanto pode-se dizer que para o modelo atual de solução proposto tal variável não é necessária de consideração.

5 Conclusões

O Problema de Transporte de Funcionários, aqui tratado como o Problema de Roteirização de Transporte Escolar (*School Bus Routing Problem* – SBRP) é relevante e está presente no cotidiano de muitas empresas que se prestam a transportar seus funcionários. No caso apresentado neste texto há esta realidade, configurando-se assim o cenário onde executou-se este projeto.

O objetivo proposto foi atingido. Sendo ele: apresentar uma aplicação do SBRP e heurística utilizada (*Variable Neighborhood Search* – VNS).

De todas as vizinhanças implementadas, e suas respectivas configurações, foi possível observar aquela configuração que viabilizou melhores resultados, quando comparados com as demais. Esta parte foi possível via experimentação estatística.

Sugere-se, como trabalho futuro a implementação de outras vizinhanças e o seu teste com estas aqui apresentadas. Também sugere-se implementação de outras heurísticas ao problema, em especial às instâncias apresentadas neste trabalho.

Referências

- [1] P. Toth e D. Vigo. *The Vehicle Routing Problem*. Society for Industrial and Applied Mathematics, 1987.
- [2] A.M. Valente, A.G. Novaes, E. Passaglia, H. Vieira. *Gerenciamento de Transporte e Frotas*. 3ª ed 2016.
- [3] N-A. Mokhtari e V. Ghezavati. Integration of efficient multi-objective ant-colony and a heuristic method to solve a novel multi-objective mixed load school bus routing model. *Applied Soft Computing*, Volume 68, 92–109, 2018.
- [4] D. M. Miranda, R. S. de Camargo, S. V. Conceição, M. F. Porto, N. T. R.Nunes. A multi-loading school bus routing problem. *Expert Systems with Applications*, v. 101, 228-242, 2018.
- [5] S. E. Eguizábal, J. L. M. Berodia, Á. I. Portilla, J. B. Ponce. Optimization model for school transportation design based on economic and social efficiency. *Transport Policy*, In Press, 2018.
- [6] M. X. Oliveira, M. J. F. Souza, S. R. Souza, D. G. Coelho, P. H. V. Penna. Metaheurística GRASP e VNS Aplicada ao Problema de Roteamento de Veículos com Backhauls e Frota Heterogênea Fixa. *Anais XLV Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, 2013.
- [7] L. Wei, Z. Zhang, D. Zhang, A. Lim. A variable neighborhood search for the capacitated vehicle routing problem with two-dimensional loading constraints *European Journal of Operational Research*, v. 243, n.3, p. 798–814, 2015.
- [8] H. Caceres, R. Batta, Q. He. Special need students school bus routing: Consideration for mixed load and heterogeneous fleet. *Socio-Economic Planning Sciences*, In Press, Corrected Proof, 2018.
- [9] P. Hansen e N. Mladenovic. Variable neighborhood search *Computers & Operations Research*, v. 24, Issue 11, pages 1097-1100, 1997.
- [10] D. C. Montgomery e G. C. Runger. *Estatística Aplicada e Probabilidade para Engenheiros*. 4ª edição, Rio de Janeiro: LTC, 2009.

Construcción de un indicador de la calidad crediticia de los países en desarrollo por medio de estadística robusta y UTADIS

José M. Vargas
Facultad de Ciencias Económicas –Universidad Nacional de Córdoba
donjmvargas@gmail.com

Mariana Funes
Facultad de Ciencias Económicas –Universidad Nacional de Córdoba
mcfunes@eco.uncor.edu

Resumen

La evaluación de la calidad crediticia de los países implica la consideración de los factores que determinan o afectan la capacidad y la voluntad de los gobiernos para hacer frente a sus compromisos de deuda externa según los términos convenidos. Con el propósito de construir un indicador compuesto de los países en desarrollo se consideraron 17 subindicadores que reflejan el desempeño económico, la carga de la deuda externa y la fortaleza institucional de 98 países y se desarrollaron las siguientes etapas: 1) Determinación de grupos de países similares; 2) Identificación de la dirección de mayor dispersión de los datos y ordenamiento de los países por proyección ortogonal sobre ésta; 3) Determinación de clases de equivalencias sobre el ordenamiento dado estableciendo una estructura de preorden de los países; 4) Obtención de una función de utilidad aditiva lineal que permita reproducir el preorden completo y ser posteriormente empleada para clasificar los países en cualquier momento; 5) Validación de la función de utilidad.

Palabras clave: países en desarrollo; indicador compuesto; calidad crediticia; estadística robusta; UTADIS.

1 Introducción

Con la internacionalización de los mercados en las últimas décadas, mayor número de gobiernos de países con creciente riesgo de incumplimiento, y más compañías domiciliadas en estos, comenzaron a solicitar préstamos en los mercados de bonos internacionales (Cantor y Packer, 1996), aumentando la preocupación por contar con estimaciones confiables de los riesgos de invertir en estos países.

Como respuesta a la creciente demanda de evaluaciones de la calidad crediticia de los países, varias agencias comerciales tales como Moody's, Standard & Poor's, Institutional Investor, Euromoney, entre otras, se han especializado en la publicación regular de calificaciones de crédito soberano que son generalmente vistas como indicadores de posibles futuros incumplimientos de las obligaciones contraídas por los gobiernos. Sin embargo, la precisión de las calificaciones publicadas por cualquier agencia calificadora de riesgo está cuestionada (Hoiti y McAleer, 2004).

Reconociendo la importancia que las calificaciones tienen, resolviendo el problema de información asimétrica entre prestamistas y prestatarios, y las críticas que éstas reciben, en oportunidad de la revisión de los estándares sobre los requisitos de capital de los bancos bajo Basilea II, se han establecido criterios a reunir por las calificadoras para ser admitidas como Instituciones Externas de Calificación de Crédito, entre los que se destacan la objetividad (la metodología utilizada debe ser rigurosa, sistemática y estar sujeta a algún tipo de validación basada en la experiencia histórica), la independencia (no estar sujeta a presiones políticas ni económicas que pudieran influir en las calificaciones que concede), la transparencia

(la metodología deberá estar a disposición del público), la divulgación de los métodos de evaluación y la credibilidad.

Teniendo en cuenta las premisas mencionadas, en este trabajo proponemos un indicador compuesto basado en Modelos Estadísticos Multivariados y en Metodología de la Teoría de Apoyo a la Decisión Multiatributo, que permite evaluar de manera objetiva la calidad crediticia de los países en desarrollo, clasificándolos en 9 clases. Esta evaluación implica la consideración de los factores que determinan o afectan la capacidad y la voluntad de los gobiernos para hacer frente a sus compromisos de deuda externa según los términos convenidos, y que pueden resumirse en tres dimensiones de análisis: i) el desempeño económico (referido a su capacidad de generar ingresos, sus perspectivas de crecimiento, su competitividad, el estado de sus finanzas gubernamentales y su liquidez externa), ii) la carga de la deuda externa (reflejada en los montos relativos de la misma y su estructura en términos de madurez, tipo de moneda en la que se contrata) y iii) la fortaleza institucional (la capacidad del gobierno de instrumentar políticas económicas sólidas que fomenten el crecimiento económico y el desarrollo, y dependerá de su grado de legitimidad, de la generación de conflictos internos y externos, del grado de observancia de las disposiciones legales, entre otros aspectos).

Para la construcción del indicador se emplearon 17 subindicadores (utilizados reiteradas veces en estudios de riesgo país) para 98 países en desarrollo de distintas partes del mundo, aplicando las cinco etapas. En virtud de la presencia de valores atípicos en el conjunto de datos, situación esperable según Taffler y Abassi (1984) y Sumerville y Taffler (2001), que refleja la existencia de países en desarrollo con muy buen desempeño, como de países de muy bajo desempeño respecto de la calidad crediticia soberana, y que la aplicación de estadísticas clásicas puede generar conclusiones equivocadas (Croux y Ruiz-Gazen, 2005), en la primera etapa aplicamos estadística multivariada robusta.

2 Metodología de cálculo del indicador compuesto

La metodología propuesta combina métodos estadísticos robustos y métodos del apoyo a la decisión multicriterio para construir un indicador compuesto de la calidad crediticia de los países. Consta de las siguientes etapas.

- 1) Clasificación de los países en tres grupos por medio de una versión robusta de K-medias.
- 2) Identificación de la dirección de mayor dispersión de los datos y ordenamiento de los países por proyección ortogonal sobre ésta.
- 3) Determinación de clases de equivalencias sobre el ordenamiento dado estableciendo una estructura de preorden completo de los países.
- 4) Obtención de una función de utilidad aditiva lineal que reproduzca el preorden completo y pueda ser posteriormente empleada para clasificar los países en cualquier momento.
- 5) Validación de la función de utilidad.

3.1 Clasificación de los países utilizando el algoritmo de K-medias recortado (*Trimmed K-means*)

La clasificación previa de los países pretende explorar el conjunto de datos para establecer grupos homogéneos de países en relación a su calidad crediticia, distinguiendo entre “acceptables” (candidatos a recibir préstamos e inversiones), “inacceptables” (no recomendables) e “inciertos” (su clasificación entre los dos grupos anteriores no puede establecerse con demasiada certeza). Con este objetivo se aplica el algoritmo K-medias recortado (Kondo, 2011), que agrupa los datos descartando en el cálculo de los centros de los grupos un número determinado de valores atípicos, de manera que los valores extremos no afecten el agrupamiento establecido, robustificando la asignación a cada clase.

3.2 Dirección de dispersión y *ranking*

Se asume que la selección de los subindicadores es tal que la mayor dispersión multidimensional de

los casos en términos de éstos indica esencialmente la dirección del preorden buscado. Esta dirección se materializa en el vector de diferencia de los centros de masa de los grupos de países “aceptables” e “inaceptables”, permitiendo ordenar los países de mayor a menor calidad crediticia por proyección ortogonal (*ranking*).

Si $\mathbf{dcc}=(dcc_1, \dots, dcc_n)$ denota la dirección de mayor dispersión unitaria ($\|\mathbf{dcc}\|=1$) y $\mathbf{g}_i=(g_{i1}, \dots, g_{in})$ denota a un país evaluado en término de n subindicadores, su calidad crediticia IC_i podría obtenerse como el producto interno de ambos vectores:

$$IC_i = \mathbf{dcc} \bullet \mathbf{g}_i = \sum_{j=1}^n dcc_j g_{ij}$$

IC constituye un índice lineal de calidad crediticia.

3.3 Preorden completo

Podría suceder que dos países próximos en el *ranking*, no sean estadísticamente distinguibles. Es decir, el hecho de que un país ocupe un mejor lugar que otro que lo sucede inmediatamente, no necesariamente implicaría que fuera mejor. Es por ello que resulta oportuno buscar respuestas a las preguntas: ¿qué países pueden considerarse indiferentes entre sí y al mismo tiempo preferibles a otros?, y ¿cuántos grupos de países pueden formarse sobre la base del *ranking*?

Para distinguir las clases de indiferencia es apropiado aplicar el algoritmo K-medias (Hartigan y Wong, 1979) sobre el *ranking*. El número óptimo de clases a formar puede determinarse usando la regla de Hartigan (1975). De esta manera es factible obtener una estructura de preorden completo.

Hartigan propone utilizar el coeficiente F, que calcula la reducción relativa de variabilidad dentro de los grupos al aumentar un grupo adicional, cuyo cálculo es el siguiente:

$$F = \frac{SCDG(k) - SCDG(k+1)}{SCDG(k+1) / m - k - 1}$$

donde $SCDG(k)$ es la Suma de Cuadrados Dentro para k Grupos y m es el número total de países evaluados. La regla empírica propuesta es introducir un grupo más si este cociente es mayor que diez, lo que implica que el número óptimo de grupos queda determinado cuando $F \leq 10$.

Para determinar el número K óptimo de clases, con una rutina en R, replicamos 1000 veces el algoritmo de K-medias sobre el Índice de la Proyección calculando la regla de Hartigan para cada réplica. El valor promedio de estas réplicas fue 9. Para clasificar los países en esas 9 clases, realizamos en R 100 corridas del algoritmo K-medias y asignamos el país a la clase en la que resultó clasificado más veces.

3.4 Construcción de la función de utilidad por UTADIS

Con el propósito de construir un índice que reproduzca la estructura del preorden completo definido, se emplea el Método de Utilidad Aditiva Discriminante UTADIS (Jacquet-Lagrèze y Siskos; 1982; Zopounidis y Dimitras, 2010). Este método busca inferir funciones de utilidad aditivas (lineales por partes) basadas en múltiples criterios, dada la clasificación propuesta por el evaluador sobre un conjunto de alternativas de referencia, de manera que la estructura de preferencias resultante de estas funciones sea tan consistente como sea posible con la dada por el evaluador. Dado C_q el q -ésimo grupo al que se asignan las alternativas, para $q = 1, 2, \dots, Q$, empleando Programación Lienal en dos etapas, el modelo establece un índice que representa el desempeño general de cada alternativa respecto a todos los criterios, tal que las alternativas del grupo C_1 reciban las calificaciones más altas, mientras que las puntuaciones de las alternativas que pertenecen a otros grupos disminuyan gradualmente a medida que se avanza hacia el peor grupo, C_Q .

3.5 Validación

Para estimar la precisión de la función de utilidad obtenida por UTADIS se aplica el procedimiento

de validación cruzada dejando uno afuera (*leave-one-out cross-validation*) que implica separar los datos de forma que para cada iteración se tenga una sola muestra para los datos de prueba y el resto conforma los datos de entrenamiento.

4 Caso de estudio

Se evaluaron 98 países en desarrollo elegidos en función de la disponibilidad de información para los 17 subindicadores que se listan a continuación y que han sido empleados sucesivamente en la bibliografía que estudia la calidad crediticia soberana (Ver Cosset y Roy, 1991; Cantor y Packer, 1996; Zopounidis y Doumpos, 1997):

Subindicadores que evalúan el desempeño económico:

Producto Bruto Interno (PBI) per cápita en U\$S de Paridad de Poder Adquisitivo [PBIpc]

Tasa de crecimiento anual del PBI Real (%) [cPBIr]

Variación anual del Tipo de Cambio Real (%) [VTCR]

Deflactor de precios implícitos del PBI anual (%) [DPBI]

Relación Saldo en Cuenta Corriente/PBI [CCPBI]

Reservas a Importaciones en número de meses [RaImp]

Relación Resultado Fiscal Primario del Gobierno General/PBI (%) [RPGPBI]

Subindicadores que evalúan la carga de la deuda externa:

Relación Deuda Externa Total/Exportaciones (%) [DETEEx]

Relación Deuda Externa Total/PBI (%) [DETPBI]

Relación Servicio de Deuda Externa Total/Exportaciones (%) [SDETEEx]

Relación Deuda Externa Pública y Públicamente Garantizada/Exportaciones (%) [DEPPGEx]

Relación Deuda Externa Pública y Públicamente Garantizada/PBI (%) [DEPPGPBI]

Relación Servicio de Deuda Externa Pública y Públicamente Garantizada /Exportaciones (%) [SDEPPGEx]

Relación Deuda de Corto Plazo/Deuda Externa Total (%) [DCPDT]

Fuente: Indicadores de Desempeño Mundial (Banco Mundial). Valores de tendencia central para el período 2000-2007 a fin de evitar los efectos de las fluctuaciones de corto plazo y para un período que, comenzando en el año 2000, no incluye las repercusiones de la crisis hipotecaria iniciada en Estados Unidos y que afectó al sistema financiero internacional.

Subindicadores que evalúan la fortaleza institucional:

Indicador de Calidad Regulatoria [CR07]

Indicador de Efectividad Gubernamental [EG07]

Indicador de Estabilidad Política [EP07]

Fuente: La Gobernabilidad Importa VIII (Banco Mundial). Valores de 2007.

En la **primera etapa**, como el resultado del algoritmo K-medias recortado puede depender de la asignación inicial, se realizaron 100 corridas, recortando el 10% de los casos (10 países), procesando los datos con el software R (librería RSKC). Para evitar distorsiones en el cálculo de las métricas debido a las diferentes escalas de medición de los subindicadores, se estandarizaron los datos de manera robusta, calculando:

$$r_{ij} = \frac{g_{ij} - med(g)}{1,4826Meda(g)} \quad \forall j = 1, 2, \dots, n$$

donde r_{ij} es el valor estandarizado del desempeño del país a_i respecto al subindicador j ; $med(g)$ es la mediana del indicador j ; $Meda(g)$ es la mediana de las desviaciones absolutas respecto del valor mediano. Resumiendo los resultados, se determinó el porcentaje de clasificación de cada país en cada grupo y el porcentaje de veces que el país fue recortado, y se asignó cada país al grupo en el que fue clasificado más veces, identificando con los números 1, 2 y 3 a los grupos de países “aceptables”, “incierto” e

“inaceptables” en términos de la calidad crediticia, respectivamente. De los 98 países, 26 forman parte del Grupo 1, 43 del Grupo 2 y 29 del Grupo 3.

Para caracterizar los grupos se calcularon medidas descriptivas de los subindicadores (Mediana, Meda y Coeficiente de Variación Mediano). El Grupo 1 está conformado por países con fortaleza institucional (con buenos niveles de Calidad Regulatoria y Efectividad Gubernamental), altos niveles de PBI per cápita y bajos niveles de Deuda Externa en relación a las Exportaciones y al PBI, especialmente, en las relaciones de Deuda Pública. En contraposición, el Grupo 3 está formado, principalmente, por países altamente endeudados, con bajo PBI per cápita y bajos puntajes en los indicadores de fortaleza institucional (Calidad Regulatoria y Efectividad Gubernamental). Finalmente, el Grupo 2 está constituido por países con valuaciones intermedias a las de los grupos 1 y 3 para los subindicadores mencionados.

Esta caracterización permitió, en una **segunda etapa**, computar el vector de dirección de la calidad crediticia (**dcc**). Comparando este vector con la primera componente principal robusta (dirección principal de la nube de puntos), obtenida por aplicación de Búsqueda de Proyecciones (Projection-Pursuit) con la librería `pcaPP` de R, se observó que las puntuaciones de ambos vectores eran prácticamente similares, difiriendo a nivel de las centésimas. La **dcc** distingue a los países por el tamaño de su economía, el volumen de su deuda en relación a sus Exportaciones y al PBI y su desempeño en los indicadores de fortaleza institucional, correspondiendo a los subindicadores con mayor peso en la primera componente robusta. Estos resultados concuerdan con las conclusiones expuestas por Taffler y Abassi (1984) y Cosset y Roy (1991) quienes sostienen que, como puede esperarse, el tamaño de la economía es un factor importante en las evaluaciones de la calidad crediticia soberana, sugiriendo que los países con altos ingresos están en condiciones de endeudarse más, y que países con baja relación Deuda Externa/Exportaciones tienen menos probabilidad de incumplir con sus compromisos de deuda.

Definida la **dcc**, obtuvimos un *ranking* de los países de mayor a menor calidad, proyectándolos ortogonalmente sobre la misma. Los cinco países con mayor calidad crediticia están caracterizados por un buen desempeño en Efectividad Gubernamental, bajos niveles de Deuda y alto PBIpc. En el extremo opuesto se ubican clasificados por el Banco Mundial como Países Pobres Altamente Endeudados.

La **tercera etapa** tuvo el objetivo de distinguir estadísticamente clases de indiferencia entre los países ordenados según IC. Para determinar el número óptimo de clases a formar utilizamos una rutina programada en R que calculó la regla de Hartigan en 1000 réplicas del algoritmo de K-medias sobre IC, determinando 9 clases de equivalencia entre países. A los fines de asignar cada país a una de las 9 clases, realizamos en R 100 corridas del algoritmo K-medias y asignamos el país a la clase en la que resultó clasificado más veces. De esta manera quedó conformado el preorden completo de los países. Cabe mencionar que, si bien la asignación de los países a las clases resulta clara para muchos de ellos, para otros (los incluidos en las clases 3 a 6), es más difusa, resultado de ser asignados a diferentes clases un número relativamente similar de veces. Doumpos y Zopounidis (2002) mencionan que la buena clasificación en las clases extremas no debería sorprender, dado que economías de altos y bajos ingresos son fáciles de identificar en comparación con las de ingresos intermedios. En nuestro caso, las clases extremas contienen no sólo los países con altos y bajos niveles de ingreso, sino también con alto y bajo endeudamiento y alta y baja fortaleza institucional.

En la **cuarta etapa**, la clasificación de los países en 9 grupos fue empleada como insumo del Método UTADIS con el propósito de desarrollar un modelo de clasificación de los países en términos de la calidad crediticia, que represente la estructura de clasificación objetiva resultante de la aplicación de la metodología estadística sugerida. Para ello se programó una función `utadis` en R que automatiza la solución de los programas lineales.

De los 17 subindicadores empleados en el análisis originalmente, solo 7 (seleccionados realizando un análisis de reducción de dimensión a partir de los resultados del Análisis de Componentes Principales Robustas), fueron utilizados para construir la función de utilidad aditiva (Ver Tabla 2).

El modelo de utilidad aditiva desarrollado a partir del método UTADIS fue capaz de clasificar correctamente el 91% de los países en su clase original. En la Tabla 1 presentamos un análisis detallado de los errores de clasificación. En la primera parte, indicamos el número de países en cada clase (en filas, la clasificación original y en columnas, la clasificación realizada por el modelo de utilidad aditiva). La diagonal representa los países correctamente clasificados y el resto de las celdas contiene los errores de clasificación. La segunda parte de la tabla presenta la misma información expresada en porcentaje del número de países pertenecientes a la clase original.

Tabla 1. Resumen de errores de clasificación obtenidos por aplicación del Método UTADIS

		Clases estimadas																		
		C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	
Clases originales	C1	7	-	-	-	-	-	-	-	-	100%	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	C2	-	6	-	-	-	-	-	-	-	-	100%	-	-	-	-	-	-	-	-
	C3	-	-	9	3	-	-	-	-	-	-	-	75%	25%	-	-	-	-	-	-
	C4	-	-	-	9	1	-	-	-	-	-	-	-	90%	10%	-	-	-	-	-
	C5	-	-	-	2	12	1	-	-	-	-	-	-	13%	80%	7%	-	-	-	-
	C6	-	-	-	-	-	11	1	-	-	-	-	-	-	-	92%	8%	-	-	-
	C7	-	-	-	-	-	1	11	-	-	-	-	-	-	-	8%	92%	-	-	-
	C8	-	-	-	-	-	-	-	13	-	-	-	-	-	-	-	-	-	100%	-
	C9	-	-	-	-	-	-	-	-	11	-	-	-	-	-	-	-	-	-	100%

El modelo funciona perfectamente al clasificar los mejores y los peores países, ya que el porcentaje de clasificación en relación a la clase original es del 100% para las clases extremas 1, 2, 8 y 9; su desempeño es satisfactorio para los países de las clases 4, 6 y 7, con un porcentaje de clasificación superior o igual al 90 % respecto de la clase original, y es moderado para las clases 3 y 5, con un porcentaje de clasificación del 75% y 80%, respectivamente. Respecto a los errores de clasificación, tres de ellos corresponden a países asignados por el modelo de utilidad aditiva a una clase con mayor mérito al crédito que la original y los cinco restantes, a países asignados a clases con un menor mérito al crédito que la original. En la evaluación del riesgo crediticio, el primer tipo de error (error tipo I) es más grave que el segundo (error tipo II), por lo que nuestro modelo resulta conservador, con una tasa de error del 3% y 5% para los errores tipo I y II, respectivamente.

En la Tabla 2 detallamos la ponderación de los siete criterios en el modelo de utilidad que clasifica a los países y, con el propósito de obtener una idea de la estabilidad de esta función, informamos los valores mínimos y máximos entre los que puede oscilar cada ponderador. Como puede observarse, el modelo de utilidad resulta estable dado que el rango de variación de los ponderadores de cada criterio es reducido.

Tabla 2. Ponderaciones de los criterios en el modelo del Método UTADIS

Criterio	Ponderación Promedio (%)	Ponderación Mínima	Ponderación Máxima
PBI _{pc}	14,13	14,11	14,15
DPBI	7,37	7,34	7,39
DPPGEx	31,83	31,8	31,85
DPPGPBI	15,01	15,00	15,04
DCPDT	7,90	7,89	7,91
CR2007	6,62	6,58	6,66
EG2007	17,14	17,12	17,17

En la Tabla 3 presentamos la función de utilidad global y las clases asignadas a cada país, así como la clasificación original, ordenados de mayor a menor valor de utilidad global. Los países que representan

errores de clasificación se identifican usando color celeste si estos fueron asignados a una clase inferior a la del preorden, y el color naranja, en caso contrario.

La prueba de validación cruzada dejando uno afuera realizada en la **quinta etapa** reveló un error de estimación promedio del 8% para los modelos basados en los conjuntos de entrenamiento y un 26,5% de error promedio sobre los conjuntos de prueba. Este porcentaje se desagrega en un 7% de error tipo I y 19,5% de error tipo II. Estos errores incluyen los países incorrectamente clasificados por el modelo de utilidad basado en la totalidad de los casos, por lo que el error esperado de mal clasificación sería del 16,5%.

Tabla 3. Utilidad global de la calidad crediticia de los países aplicando el método UTADIS, Clases Estimadas en comparación con las Clases del Preorden.

País	Clase Estimada	Utilidad	Clase Original	País	Clase Estimada	Utilidad	Clase Original	País	Clase Estimada	Utilidad	Clase Original
Letonia	1	0,92648	1	Rusia	4	0,63922	5	Mongolia	7	0,45788	6
Lituania	1	0,91629	1	Albania	4	0,63579	5	Pakistán	7	0,45656	7
Sud Africa	1	0,89169	1	Bielorrusia	4	0,63504	4	Tonga	7	0,44028	7
Chile	1	0,88962	1	u4		0,63503		Islas Salomón	7	0,43975	7
Santa Lucía	1	0,88719	1	Guatemala	5	0,63502	5	Nigeria	7	0,43477	7
Malasia	1	0,87561	1	Azerbaiyán	5	0,63502	5	Ghana	7	0,42475	7
Botsuana	1	0,86274	1	Granada	5	0,63502	5	Tanzania	7	0,42035	7
u1		0,84943		India	5	0,63502	5	Bangladés	7	0,42035	7
Costa Rica	2	0,83612	2	Armenia	5	0,63221	5	u7		0,42034	
Mauricio	2	0,83272	2	Vanuatu	5	0,62875	4	Mozambique	8	0,42033	8
Polonia	2	0,81694	2	Georgia	5	0,62616	5	Líbano	8	0,42033	8
China	2	0,78653	2	Suazilandia	5	0,62467	5	Guyana	8	0,42033	8
Méjico	2	0,78528	2	Jordania	5	0,61996	5	Kirguistán	8	0,40658	8
Seychelles	2	0,77605	2	Filipinas	5	0,61981	5	Madagascar	8	0,39656	8
u2		0,77604		Marruecos	5	0,61078	5	Malí	8	0,39412	8
Tailandia	3	0,77603	3	Vietnam	5	0,59740	5	Costa de Marfil	8	0,38875	8
Bulgaria	3	0,76599	3	Perú	5	0,58474	5	Benín	8	0,38508	8
San Vte. y Gran.	3	0,74791	3	u5		0,58473		Camerún	8	0,38417	8
Panamá	3	0,71708	3	Bosnia y Herzeg.	6	0,58473	6	Nepal	8	0,38169	8
San Crist. y Nieves	3	0,71140	3	Indonesia	6	0,58472	6	Tayikistán	8	0,37600	8
Dominica	3	0,70033	3	Argentina	6	0,58472	6	Uganda	8	0,36367	8
Turquía	3	0,69056	3	Paraguay	6	0,58003	5	Haití	8	0,36176	8
Rumania	3	0,68504	3	Egipto	6	0,57462	6	u8		0,36131	
Uruguay	3	0,68504	3	Honduras	6	0,56635	6	Congo	9	0,36078	9
u3		0,68503		Venezuela	6	0,56232	6	Togo	9	0,33186	9
Tunisia	4	0,68502	4	Moldavia	6	0,55486	6	Sudán	9	0,32258	9
Macedonia	4	0,68502	4	Samoa	6	0,55055	6	Etiopía	9	0,29582	9
Colombia	4	0,68500	3	Papua Nva. Guinea	6	0,55023	6	Guinea	9	0,27287	9
Brasil	4	0,68395	3	Ecuador	6	0,52666	6	Ruanda	9	0,25881	9
Maldivas	4	0,67531	4	Belice	6	0,52475	6	Gambia	9	0,25414	9
Dominican Rep.	4	0,66627	3	Kenia	6	0,503548	7	Laos	9	0,25386	9
El Salvador	4	0,66227	4	u6		0,49285		Níger	9	0,25218	9
Jamaica	4	0,65312	4	Senegal	7	0,48219	7	Nicaragua	9	0,22786	9
Fiyi	4	0,64973	4	Camboya	7	0,47771	7	Sierra Leona	9	0,07939	9
Kazajistán	4	0,64935	4	Bolivia	7	0,47381	7				
Ucrania	4	0,64646	4	Lesoto	7	0,46674	7				

5 Conclusiones

En este trabajo hemos podido demostrar que es posible construir un indicador compuesto objetivo y transparente de la calidad crediticia de los países, basado en información públicamente disponible, que se encuadra en las recomendaciones de Basilea II. Es al mismo tiempo robusto estadísticamente en los casos más extremos, con una tasa de error moderada. Los errores de clasificación se presentan en las clases centrales, siendo razonable y, en cierta manera, inevitable.

Referencias

1. R. Cantor y F. Packer. Determinants and Impact of Sovereign Credit Ratings. *Federal Reserve Bank of New York Economic Policy Review*, October, pp. 37-53, 1996.
2. J.C. Cosset y J. Roy. The determinants of country risk ratings, *Journal of International Business Studies*, First Quarter, pp. 135–142, 1991.
3. C. Croux, y A. Ruiz-Gazen. High breakdown estimators for principal components: the projection-pursuit approach revisited. *Journal of Multivariate Analysis* 95, pp. 206 – 226, 2005.
4. M. Doumpos y C. Zopounidis. On the use of a MHDIS approach for county risk assessment. *Journal of Multicriteria Decision Analysis*, 11 (4-5), pp. 279-289, 2002.
5. G. Feder, R. Just, K. Ross, K. Projecting Debt Servicing Capacity of Developing Countries. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 16, N° 5, Dec., pp. 651-669, 1981.
6. J.A. Hartigan. *Clustering Algorithms*, New York, Wiley, 1975.
7. J. A. Hartigan y M. A. Wong. A K-Means Clustering Algorithm. *Journal of the Royal Statistical Society. Series C (Applied Statistics)*, Vol. 28, No. 1(1979), pp. 100-108, 1979.
8. S. Hoiti y M. McAleer. An Empirical Assessment of Country Risk Ratings and Associated Models. *Journal of Economic Surveys*, Vol. 18 (4), pp. 539 – 588, 2004.
9. E. Jacques-Lagrèze y Y. Siskos. Assessing a Set of Additive Utility Functions for Multicriteria Decision-making, The UTA Method. *European Journal of Operational Research*, 10 (2), pp. 151-164, 1982.
10. Y. Kondo. Robustification of the sparse K-means clustering algorithm, MSc. Thesis, University of British Columbia. Canada, 2011.
11. R.A. Somerville y R.J. Taffler. LDC Credit Forecasting and Banker Judgement. *Journal of Business, Finance & Accounting*, 28 (3) & (4), pp. 447 – 464, 2001.
12. R.J. Taffler y B. Abassi. Country Risk: A Model for Predicting Debt Servicing Problems in Developing Countries. *Journal of Royal Statistical Society*, Vol. 147 (4), pp. 541 – 568, 1984.
13. C. Zopounidis, y M. Doumpos. A multicriteria decision aid methodology for the assessment of country risk, *European Research on Management and Business Economics*, 3(3), pp. 13–33, 1997.
14. C. Zopounidis y A. Dimitras. *Multicriteria Decision Aid Methods for the Prediction of Business Failure*. Kluwer Academic Publishers, Netherlands, 2010.

Heurísticas para Minimizar o Tempo Total de Fluxo em Máquinas Paralelas

Luciana Vieira de Melo, Thiago Alves de Queiroz
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção,
Universidade Federal de Goiás - Regional Catalão,
75704-020, Catalão-GO, Brasil.
luciana_vieira.92@hotmail.com, taq@ufg.br

Leandro Resende Mundim
Optimized Decision Making,
13560-460, São Carlos-SP, Brasil.
mundim@icmc.usp.br

Resumo

O escalonamento de tarefas em um ambiente industrial é fundamental para reduzir os custos e melhorar a utilização das máquinas. Desenvolvem-se duas heurísticas, um recozimento simulado e uma busca local iterada, para o problema de escalonamento de tarefas, com tempo de preparo dependente da sequência, em máquinas paralelas uniformes, com o objetivo de minimizar o tempo total de fluxo. As heurísticas obtêm novas soluções a partir de operadores de vizinhança baseados em trocas e inserções de tarefas na mesma máquina e em máquinas diferentes. Os resultados computacionais indicam a superioridade total das heurísticas sobre duas regras de prioridade, enquanto que o recozimento simulado permitiu reduzir em 0,02%, na média, a solução da busca local iterada.

Palavras-chaves: Tempo de Fluxo; Máquinas Paralelas Uniformes; Tempo de Setup; Recozimento Simulado; Busca Local Iterada.

Abstract

Scheduling of tasks in an industrial environment is very important to reduce the costs and improve the utilization of the machines. It is developed two heuristics, one simulated annealing, and one iterated local search, for scheduling of tasks, which have a sequence-dependent setup time, on uniform parallel machines, aiming at minimizing the total flow time. The heuristics obtain new solutions by applying neighborhood operators that are based on swap and insertion of tasks on the same and on different machines. The computational results indicate that the proposed heuristics are totally superior to two priority rules, while the simulated annealing reduced about 0,02%, on average, the solution of the iterated local search.

Keywords: Flow Time; Uniform Parallel Machines; Setup Time; Simulated Annealing; Iterated Local Search.

1 Introdução

O problema tratado neste trabalho envolve o escalonamento de tarefas visando a minimização do tempo total de fluxo em um ambiente de máquinas paralelas uniformes, em que há um tempo de preparo entre as tarefas. A minimização do tempo total de fluxo, que consiste na soma dos tempos de conclusão das tarefas, é justificada por manter o equilíbrio da linha de produção e, assim, fornecer um tempo de resposta balanceado quando da execução das tarefas. Aplicações práticas de problemas de escalonamento ocorrem em empresas de manufatura, gerenciamento de projetos, controle de tráfego aéreo, entre outros [12].

Há distintas restrições em problemas de escalonamento de tarefas, por exemplo: ambientes de única máquina e com máquinas paralelas, uniformes ou não relacionadas [3]; tempo de processamento das tarefas não determinístico [14]; tarefas que podem ser subdivididas [5]; tarefas conflitantes [9]; tempo de preparação das tarefas conforme a sequência [6], entre outros.

Uma vez que grande parte dos problemas de escalonamento reais são NP-Difíceis [12], torna-se comum a aplicação de regras de prioridade. No caso de minimização do tempo total de fluxo, a regra SPT (*Shortest Processing Time*) obtém uma solução ótima em um ambiente de máquinas paralelas idênticas. Na regra SPT, as tarefas são ordenadas de forma não-decrescente pelo tempo de processamento, sendo alocadas conforme as máquinas menos utilizadas. Uma outra regra, que traz bons resultados na minimização do *makespan* sobre máquinas paralelas idênticas, é a LTP (*Longest Processing Time*), em que as tarefas são ordenadas de forma não-crescente pelo tempo de processamento.

Por outro lado, o desenvolvimento de heurísticas específicas para ambientes de máquinas paralelas foi realizado, entre outros, por: [2], que desenvolveram uma heurística híbrida combinando um algoritmo de colônia de formigas, uma busca em vizinhança variável e um recozimento simulado, em que a aceitação das soluções ocorria mediante o critério de aceitação do recozimento simulado; [5], que propuseram um algoritmo genético com busca local para o caso de máquinas não relacionadas e tempo de preparo dependente da sequência; [3], que propuseram um algoritmo genético cujos indivíduos eram selecionados para o cruzamento a partir de um método elitista e os descendentes surgiam a partir do cruzamento de um ponto; [6], que propuseram um recozimento simulado, sendo empregado um decodificador para transformar permutações de tarefas em soluções do problema, de forma que o recozimento simulado foi comparado com um algoritmo genético cujos cromossomos representavam uma sequência de tarefas. Para ambientes de única máquina, uma busca local iterada foi proposta em [13], com o objetivo de minimizar a soma ponderada dos atrasos e levar em consideração o tempo de preparo diferente entre as tarefas.

Com respeito ao desenvolvimento de métodos exatos para ambientes de máquinas paralelas, pode-se citar: [10], que apresentaram três modelos de programação linear inteira para o caso com máquinas idênticas, uniformes e não relacionadas; [4], que apresentaram um modelo de programação linear inteira mista para o caso em que tarefas podem ser divididas em uma ou mais subtarefas e as máquinas são não relacionadas; [1], que propuseram um algoritmo *branch-and-bound*, em que cada nó da árvore contém uma sequência parcial de tarefas escalonadas; [9], que desenvolveram um algoritmo *branch-and-price* com métodos do problema de empacotamento em recipientes para o caso em que há conflitos entre tarefas.

O problema tratado neste trabalho é descrito em detalhes na Seção 2. Em seguida, explicam-se as heurísticas desenvolvidas na Seção 3, sendo uma baseada no recozimento simulado e a outra na busca local iterada. A Seção 4 apresenta as instâncias, os resultados computacionais e a discussão

dos resultados. Por fim, a Seção 5 contém as conclusões e direções para trabalhos futuros.

2 Descrição do Problema

O problema em estudo considera um conjunto J de tarefas, com n tarefas. As tarefas devem ser escalonadas em um conjunto Q de máquinas, com m máquinas em paralelo, em que cada máquina só pode processar uma tarefa por vez e qualquer tarefa pode ser escalonada em qualquer máquina. Cada tarefa $j \in J$ tem um tempo de processamento p_j , que é o mesmo em cada máquina, e as tarefas estão disponíveis desde o instante de tempo zero. As tarefas são independentes, não podem ser fracionadas e não é permitido preempção de tarefas, ou seja, depois que a tarefa inicia, ela deve ser completamente processada. O tempo de preparo (*setup time*) das máquinas é dependente da sequência de tarefas, ou seja, existe um tempo s_{ij} indicando que após a tarefa i terminar e a j imediatamente começar, existe um tempo s_{ij} para preparar a máquina.

Embora o tempo de processamento p_j da tarefa $j \in J$ seja o mesmo em cada máquina, o ambiente considera máquinas paralelas uniformes. Com isso, há um fator f_k indicando a velocidade com que a máquina $k \in Q$ processa as tarefas nela escalonadas. Assim, para a tarefa $j \in J$, o seu tempo de processamento na máquina $k \in Q$ fica determinado por $\bar{p}_{jk} = p_j f_k$. O tempo de conclusão de uma tarefa $j \in J$ é indicado por C_j , enquanto que o tempo total de fluxo é dado por $\sum_{j \in J} C_j$. Conforme a notação de três campos, o problema em estudo é representado por $Qm|S_{ij}|\sum C_i$, sendo NP-Difícil [12].

3 Heurísticas

Para resolver o $Qm|S_{ij}|\sum C_i$ foram consideradas duas heurísticas, as quais foram comparadas entre si e com duas regras de prioridade. A primeira heurística é um recozimento simulado, o qual faz uma analogia com o resfriamento térmico de sólidos até atingir um estado cristalino de mínima energia interna [8]. O Algoritmo 1 apresenta o recozimento simulado desenvolvido cujos parâmetros de entrada são:

- I_{iter} é o número de iterações locais;
- T_0 é a temperatura inicial;
- T_f é a temperatura final;
- α é o coeficiente de arrefecimento, que é utilizado para reduzir a temperatura;

O Algoritmo 1 inicia calculando uma solução inicial de forma aleatória, ou seja, uma tarefa é selecionada aleatoriamente e atribuída para uma máquina também selecionada aleatoriamente, até que todas as tarefas estejam escalonadas. O laço das linhas 4-18 é executado até atingir a temperatura final, de forma que a temperatura corrente T é reduzida gradativamente, a uma taxa de $\alpha\%$ a cada iteração. Para cada temperatura T , o algoritmo executa um laço interno, nas linhas 6-16, I_{iter} iterações, com o intuito de explorar soluções X_1 na vizinhança N_V da solução corrente X . Caso a solução X_1 seja melhor do que X , então X passa a ser X_1 , podendo também a melhor solução em X_{best} ser atualizada conforme X_1 seja melhor. O valor de uma solução X é calculado pela função $F(X)$, a qual retorna o tempo total de fluxo de X . Uma característica interessante do

recozimento simulado está na possibilidade de aceitar soluções piores (linhas 11-12), o que permite escapar de ótimos locais, sendo que essa probabilidade diminui a medida que a temperatura T vai reduzindo.

Algoritmo 1: Recozimento Simulado para o $Qm|S_{ij}|\sum C_i$

```

1 Entrada:  $I_{iter}, T_0, T_f, K, \alpha$ ;
2  $X \leftarrow$  Gerar uma solução inicial aleatoriamente;
3  $T \leftarrow T_0$ ;  $X_{best} \leftarrow X$ ;
4 repita
5    $I \leftarrow 0$ ;
6   repita
7      $X_1 \leftarrow$  Gerar uma solução aleatória na vizinhança  $N_V(X)$ . A vizinhança é escolhida
       aleatoriamente com mesma probabilidade;
8      $\Delta F \leftarrow F(X_1) - F(X)$ ;
9     se  $\Delta F \leq 0$  então
10       $X \leftarrow X_1$ ;
11     senão se  $rand[0,1] < \exp(-\Delta F/T)$  então
12       $X \leftarrow X_1$ ;
13     se  $F(X) < F(X_{best})$  então
14       $X_{best} \leftarrow X$ ;
15      $I \leftarrow I + 1$ ;
16   até  $I > I_{iter}$ ;
17    $T \leftarrow \alpha \cdot T$ ;
18 até  $T > T_f$ ;
19 retorna  $X_{best}$ 

```

Na linha 7 do Algoritmo 1, obtém-se uma solução conforme a vizinhança N_V . A escolha de qual operador de vizinhança aplicar é feita aleatoriamente e com a mesma probabilidade dentre os seguintes operadores:

- N_{V_1} : realizar a inserção de tarefas na mesma máquina, isto é, inserir a tarefa i antes da j , ambas da máquina q . Em seguida, realizar a inserção de tarefas em máquinas diferentes, isto é, inserir a tarefa k da máquina m antes da tarefa l da máquina n . As tarefas e máquinas são escolhidas aleatoriamente;
- N_{V_2} : realizar a troca de tarefas na mesma máquina, isto é, trocar i com j , ambas da máquina q . Em seguida, realizar a troca de tarefas em máquinas diferentes, isto é, trocar a tarefa k da máquina m com a tarefa l da máquina n . As tarefas e máquinas são escolhidas aleatoriamente;
- N_{V_3} : aplicar a heurística de Lin-Kernighan [7] em cada máquina $q \in Q$, considerando que o custo entre duas tarefas i e j da máquina q corresponde ao tempo de preparo s_{ij} . A heurística de Lin-Kernighan generaliza o movimento de troca 2-opt a partir de movimentos λ -opt, com $\lambda \geq 2$. A heurística incrementa dinamicamente o valor de λ a medida que seja possível reduzir o custo da solução observando o tempo de preparo.

O recozimento simulado é comparado com uma busca local iterada nos experimentos computacionais. A busca local iterada desenvolvida está descrita no Algoritmo 2, tendo como único

parâmetro I_{max} , que é o número total de iterações. A ideia da busca local iterada é gerar soluções perturbadas, podendo levar em consideração um histórico de soluções anteriores, tal que uma busca local é aplicada sobre as soluções perturbadas a fim de obter distintos ótimos locais [11].

No Algoritmo 2, a busca local iterada inicia criando uma solução X aleatória, assim como no recozimento simulado. Em seguida, aplica-se um procedimento de busca local, isto é, Busca-Local(X), que neste caso consiste em aplicar regra SPT individualmente sobre cada máquina $q \in Q$. Considera-se um histórico de soluções em $HISTORY$ como forma de guiar a busca para regiões não dominadas do espaço de soluções. Em $HISTORY$ há as soluções correntes que não foram melhoradas pelo procedimento de busca local.

O laço das linhas 7-16 do Algoritmo 2 é executado I_{max} iterações e, inicialmente, considera uma solução X_1 obtida aleatoriamente na vizinhança N_V , que são as mesmas vizinhanças do recozimento simulado, também selecionada aleatoriamente e com a mesma probabilidade entre as vizinhanças. A solução X_1 deve ser diferente de qualquer solução em $HISTORY$, o que busca pela diversificação de soluções a serem exploradas no procedimento de busca local. O critério de aceitação das soluções é baseado na melhora do solução corrente pela solução retornada no procedimento de busca local. Assim, quando a solução corrente não é melhorada, ela é inserida em $HISTORY$.

Algoritmo 2: Busca Local Iterada para o $Qm|S_{ij}|\sum C_i$

```

1 Entrada:  $I_{iter}$ ;
2  $X \leftarrow$  Gerar uma solução inicial aleatoriamente;
3  $X \leftarrow$  Aplicar a Busca-Local( $X$ );
4  $X_{best} \leftarrow X$ ;
5  $HISTORY \leftarrow X$ ;
6  $I \leftarrow 0$ ;
7 repita
8    $X_1 \leftarrow$  Gerar uma solução aleatória na vizinhança  $N_V(X, HISTORY)$ , desde que  $X_1$  seja
   diferente de qualquer solução em  $HISTORY$ . A vizinhança é escolhida aleatoriamente com
   mesma probabilidade;
9    $X_2 \leftarrow$  Aplicar a Busca-Local( $X_1$ );
10  se  $F(X_2) < F(X)$  então
11     $X \leftarrow X_2$ ;
12    se  $F(X) < F(X_{best})$  então
13       $X_{best} \leftarrow X$ ;
14  senão
15     $HISTORY \leftarrow HISTORY \cup X$ ;
16 até  $I > I_{max}$ ;
17 retorna  $X_{best}$ 

```

4 Experimentos e Resultados

A implementação dos algoritmos foi feita em linguagem C++ e a execução dos experimentos ocorreu em um computador com processador Intel® Core™ i5-5200U de 2,20GHz, 8 GB de memória RAM e sistema operacional Ubuntu 16.04. Os parâmetros das heurísticas foram obtidos a partir de testes de calibração por tentativa e erro, resultando nos seguintes valores para o recozimento simulado,

isto é, $I_{iter} = 1000$, $T_0 = 800$, $T_f = 0,00008$ e $\alpha = 0,9$, enquanto que na busca local iterada, adotou-se $I_{max} = 150000$. Em ambas as heurísticas, limitou-se cada execução a 10 segundos, com cada heurística executada 10 vezes (sementes diferentes).

As instâncias foram geradas utilizando o procedimento descrito em [6], possuindo número de tarefas entre 6 e 100, e número de máquinas entre 2 e 10. O tempo de processamento foi obtido no intervalo [10, 100], enquanto o tempo de preparo foi obtido no intervalo de [5, 50]. As máquinas em cada instância são numeradas sequencialmente, sendo que as máquinas ímpares têm fator igual a 1 e máquinas pares têm fator igual a 2. Os resultados para as 30 instâncias estão na Tabela 1, sendo apresentadas a melhor solução S^* e a solução média \bar{S} sobre as 10 execuções de cada heurística.

Table 1: Resultados para as 30 instâncias.

Instância	m	n	Busca Local Iterada			Recozimento Simulado			SPT	LPT
			S^*	\bar{S}	$\overline{T(s)}$	S^*	\bar{S}	$\overline{T(s)}$	S^*	S^*
1	2	6	1042	1042,0	0,5	1042	1042,0	0,5	1253	1390
2	2	8	1800	1800,0	0,5	1800	1800,0	0,5	2152	2545
3	2	10	2106	2106,0	0,6	2106	2106,0	0,6	2817	2730
4	2	14	4746	4752,0	0,8	4746	4751,4	0,8	6026	6031
5	2	20	8396	8483,0	1,0	8315	8458,9	1,1	11447	11424
6	3	9	1252	1252,0	0,8	1252	1252,0	0,9	1697	1483
7	3	12	2031	2081,9	0,9	2035	2091,2	1,0	2663	3017
8	3	15	2835	2897,7	1,1	2844	2905,2	1,2	3584	3836
9	3	21	5852	6046,0	1,4	5878	6041,8	1,6	7973	8320
10	3	30	10273	10548,9	2,0	10262	10455,4	2,2	16384	14239
11	4	12	1877	1878,2	1,3	1877	1877,0	1,4	2615	2924
12	4	16	2923	2942,3	1,5	2923	2939,9	1,7	3941	3407
13	4	20	4339	4402,2	1,9	4305	4428,8	2,0	5648	5551
14	4	28	8552	8703,3	2,5	8470	8648,7	2,7	12586	12787
15	4	40	17308	17536,0	3,7	17140	17599,1	3,9	23739	22001
16	5	15	1999	2000,0	1,9	1999	2000,1	2,0	2671	2672
17	5	20	3464	3509,8	2,4	3471	3510,5	2,6	4474	4310
18	5	25	5671	5743,8	3,0	5705	5773,1	3,1	8387	8003
19	5	35	10473	10652,7	4,3	10565	10749,7	4,5	15677	13549
20	5	50	17112	17512,3	5,8	16983	17496,8	6,0	25048	26796
21	7	21	3173	3199,2	4,0	3183	3208,1	4,0	4350	4207
22	7	28	5159	5202,6	5,2	5079	5180,3	5,3	7201	7233
23	7	35	8079	8245,0	6,8	8097	8218,8	6,9	11709	10638
24	7	49	13093	13274,6	9,1	13156	13246,9	9,2	18793	18082
25	7	70	24403	25084,1	10,0	24971	25294,3	10,0	35694	36334
26	10	30	4354	4395,5	9,2	4385	4410,4	9,7	6387	5781
27	10	40	7941	8043,8	10,0	7933	8002,0	10,0	10800	10335
28	10	50	10174	10308,9	10,0	10103	10299,7	10,0	14572	15244
29	10	70	18938	19409,9	10,0	18856	19136,0	10,0	26832	28084
30	10	100	42645	43402,8	10,0	42737	43399,2	10,0	58014	57257

Dos resultados apresentados na Tabela 1, a regra LTP foi melhor do que a SPT em 16 instâncias, com redução percentual média de 1,3% no tempo total de fluxo, considerando as 30 instâncias. A maior redução que a regra LTP conseguiu sobre a SPT foi de 15,7% para a instância 19, enquanto a maior redução da SPT sobre a LTP ocorreu para a instância 2 e foi de 15,4%. Embora a regra

SPT seja ótima em um ambiente de máquinas paralelas idênticas e sem tempo de preparo, quando há a inclusão do tempo de preparo e as máquinas paralelas são uniformes, não se pode garantir bons resultados com a SPT.

Ao comparar as regras SPT e LPT com as heurísticas na Tabela 1, o recozimento simulado e a busca local iterada conseguiram soluções médias (coluna “ \bar{S} ”) e a melhor solução (coluna “ S^* ”) com valores menores do que as soluções reportadas pela SPT e LPT (colunas “ S^* ”) para todas as 30 instâncias. Ao considerar as soluções médias, a diferença percentual média da busca local iterada (também do recozimento simulado) com as regras SPT e LPT foi de 26,2% e 25,5%, respectivamente. Ao considerar as melhores soluções obtidas, a diferença percentual média entre a busca local iterada (também do recozimento simulado) com as regras foi de 27,2% e 26,4%, respectivamente.

Ao comparar os resultados das heurísticas desenvolvidas na Tabela 1, tem-se que a busca local iterada obteve, com relação às soluções médias, 15 soluções melhores, 4 empates e 11 soluções piores do que o recozimento simulado. Comparando as soluções melhores (coluna “ S^* ”), o recozimento simulado obteve 12 soluções melhores, empatou em 8 e perdeu em 10 instâncias. Com relação às soluções médias e as melhores, a diferença percentual entre o recozimento simulado e a busca local iterada foi de 0,02% em ambos os casos, indicando leve superioridade do recozimento simulado. Ao observar o tempo de computacional médio (coluna “ $\overline{T(s)}$ ”), o tempo da busca local iterada foi de 4,1 segundos, enquanto o tempo do recozimento simulado foi de 4,2 segundos na média.

5 Conclusões

O presente trabalho aborda o problema de escalonamento de tarefas, com tempo de preparo distinto entre tarefas, em máquinas paralelas uniformes, com o objetivo de minimizar o tempo total de fluxo. A proposta de um recozimento simulado e uma busca local iterada, contemplando vizinhanças baseadas em inserção e troca de tarefas na mesma e em diferentes máquinas, permitiu melhorar todos os resultados das regras de prioridade SPT e LPT.

Entre as duas heurísticas desenvolvidas, embora ambas adotem os mesmos operadores de vizinhança, a busca local iterada foi levemente pior do que o recozimento simulado, em especial com relação às melhores soluções dentre as 10 execuções. Com isso, embora a busca local iterada desenvolvida proíba soluções repetidas (estrutura de memória) e tenha uma busca local sendo aplicada sobre cada nova solução vizinha gerada, a leve superioridade do recozimento simulado é possivelmente ocasionada pela aceitação e exploração de soluções piores. Trabalhos futuros devem avaliar o impacto da busca local dentro da busca local iterada e também da sua estrutura de memória. Outros operadores de vizinhança devem ser propostos, como considerar seqüências de tarefas.

Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio financeiro recebido do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq - processo 308312/2016-3) e da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Goiás (FAPEG).

Referências

- [1] S. Alimoradi, M. Hematian, and G. Moslehi. Robust scheduling of parallel machines considering total flow time. *Computers & Industrial Engineering*, 93:152 – 161, 2016.

- [2] J. Behnamian, M. Zandieh, and S.M.T. Fatemi Ghomi. Parallel-machine scheduling problems with sequence-dependent setup times using an aco, sa and vns hybrid algorithm. *Expert Systems with Applications*, 36(6):9637 – 9644, 2009.
- [3] C.Y. Cheng and L.W. Huang. Minimizing total earliness and tardiness through unrelated parallel machine scheduling using distributed release time control. *Journal of Manufacturing Systems*, 42:1 – 10, 2017.
- [4] D.Y. Eroglu and H.C. Ozmutlu. Mip models and hybrid algorithms for simultaneous job splitting and scheduling on unrelated parallel machines. *The Scientific World Journal*, 2014(Article ID 519520), 2014.
- [5] D.Y. Eroglu, H.C. Ozmutlu, and S. Ozmutlu. Genetic algorithm with local search for the unrelated parallel machine scheduling problem with sequence-dependent setup times. *International Journal of Production Research*, 52(19):5841–5856, 2014.
- [6] A. Hamzadayi and G. Yildiz. Modeling and solving static m identical parallel machines scheduling problem with a common server and sequence dependent setup times. *Computers & Industrial Engineering*, 106:287 – 298, 2017.
- [7] Keld Helsgaun. An effective implementation of the lin–kernighan traveling salesman heuristic. *European Journal of Operational Research*, 126(1):106–130, 2000.
- [8] S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt, and M. P. Vecchi. Optimization by simulated annealing. *Science*, 220(4598):671–680, 1983.
- [9] D. Kowalczyk and R. Leus. An exact algorithm for parallel machine scheduling with conflicts. *Journal of Scheduling*, 20(4):355–372, 2017.
- [10] K. Li and S.L. Yang. Non-identical parallel-machine scheduling research with minimizing total weighted completion times: Models, relaxations and algorithms. *Applied Mathematical Modelling*, 33(4):2145 – 2158, 2009.
- [11] H. R. Lourenço, O. Martin, and T Stuetzle. Iterated local search. In F. W. Glover and G. A. Kochenberger, editors, *Handbook of Metaheuristics*, chapter 12, pages 321–353. Kluwer Academic Publishers, 2003.
- [12] M. L. Pinedo. *Scheduling: Theory, Algorithms, and Systems*. Springer Publishing Company, Incorporated, 3rd edition, 2008.
- [13] A. Subramanian, M. Battarra, and C. N. Potts. An iterated local search heuristic for the single machine total weighted tardiness scheduling problem with sequence-dependent setup times. *International Journal of Production Research*, 52(9):2729–2742, 2014.
- [14] W.C. Yeh, P.J. Lai, W.C. Lee, and M.C. Chuang. Parallel-machine scheduling to minimize makespan with fuzzy processing times and learning effects. *Information Sciences*, 269:142 – 158, 2014.

Problema da Mochila Bidimensional com Corte Guilhotinado em 2 e 3 estágios

Oliviana Xavier do Nascimento, Thiago Alves de Queiroz
Instituto de Matemática e Tecnologia,
Universidade Federal de Goiás - Regional Catalão,
75704-020, Catalão-GO, Brasil.
oliviana.xn@gmail.com, taq@ufg.br

Leonardo Junqueira
Departamento de Engenharia de Produção, Escola Politécnica,
Universidade de São Paulo, 05508-070, São Paulo-SP, Brasil.
leonardo.junqueira@usp.br

Resumo

Este trabalho apresenta uma estratégia exata em dois níveis para resolver o problema da mochila bidimensional com restrições de corte guilhotinado. Desenvolvem-se restrições para os casos de corte em 2 e 3 estágios. As restrições baseiam-se em posicionar os itens dentro de faixas respeitando o número de estágios de corte permitido. Resolvem-se instâncias da literatura para testar quão efetiva é a estratégia exata e o impacto da restrição de corte guilhotinado no problema. Os resultados mostram que ocorre aumento no tempo de resolução e diminuição no valor da solução quando o corte guilhotinado é considerado.

Palavras-chave: Problema da mochila bidimensional; Corte guilhotinado; Estágio de corte; Programação por restrições.

Abstract

This paper presents an exact two-level strategy to solve the two-dimensional knapsack problem with guillotine cut constraints. It is developed constraints for dealing with 2- and 3-cutting stages. The constraints are based on positioning items inside strips in which the number of allowed cutting stages is respected. Instances from the literature are solved in order to test how effective is the exact strategy and the impact of the guillotine cut constraints in the problem. The results show that the runtime increases and the solution value decreases when guillotine cuts are taken into consideration.

Keywords: Two-dimensional knapsack problem; Guillotine cut; Stage of cut; Constraint programming.

1 Introdução

Cortar itens de placas ou blocos é uma atividade comum em indústrias voltadas à produção de móveis, papel, aço, colchões, entre outros bens. Planejar como cortar a placa é importante para minimizar o desperdício de material e também para maximizar o valor total associado aos itens obtidos. O planejamento consiste em obter uma forma de como a placa deve ser cortada a fim de obter os itens desejados, podendo ser realizada a partir da resolução de problemas de empacotamento do tipo mochila bidimensional (2PM) [7].

O objetivo do 2PM é arranjar, dentro da placa e sem sobreposição, um subconjunto de itens cujo valor total associado seja máximo, não sendo geralmente possível arranjar todos os itens disponíveis do conjunto. Em alguns casos reais, deseja-se que os itens sejam posicionados de tal forma a gerar um empacotamento do tipo guilhotinado. Em outras palavras, os itens empacotados podem ser obtidos da placa por meio de uma sequência de cortes de guilhotina, que são cortes que vão em linha reta de uma extremidade à outra da placa sem que nenhum dos itens seja fragmentado durante o corte.

Um corte guilhotinado em uma placa retangular faz com que ela se divida em dois retângulos menores. Aos novos retângulos, aplicam-se cortes guilhotinados em direção perpendicular à anterior visando obter itens ou novos retângulos menores (sub-placas). Caso não seja possível efetuar um corte guilhotinado sem fragmentar itens, diz-se que o empacotamento é não-guilhotinado. Para ilustrar esta ideia, a Figura 2 mostra um empacotamento guilhotinado e um outro não-guilhotinado. Percebe-se que é possível separar os itens do empacotamento (a) por meio de cortes guilhotinados (iniciando na direção vertical), porém não é possível fazer o mesmo com o empacotamento (b).

Quando se fala em obter empacotamentos guilhotinados, um conceito que surge é o de estágios de corte. Entende-se por estágio de corte como a direção (horizontal ou vertical) em que a guilhotina se encontra em uma dada sequência de cortes. Assim, toda vez em que é necessário trocar a direção da guilhotina, um novo estágio de corte é considerado para obter retângulos menores [12]. Em um cenário com 2 estágios de corte, considera-se cortes horizontais (isto é, perpendiculares à largura e paralelos ao comprimento) no primeiro estágio, resultando em faixas horizontais com a mesma largura da placa e comprimentos variados, enquanto que, no estágio de corte seguinte, cada faixa horizontal é cortada por uma guilhotina na direção vertical a fim de se obter os itens finais. Em alguns casos, os itens podem estar juntos de sobras, sendo utilizado de um estágio de corte adicional, na direção horizontal, a fim de separar os itens das sobras, embora ele não seja geralmente contabilizado como um estágio. O empacotamento (a) da Figura 2 é um exemplo com 2 estágios de corte. Em um cenário com 3 estágios de corte, as faixas verticais resultantes do segundo estágio devem ser novamente cortadas horizontalmente, e, assim como no cenário com 2 estágios de

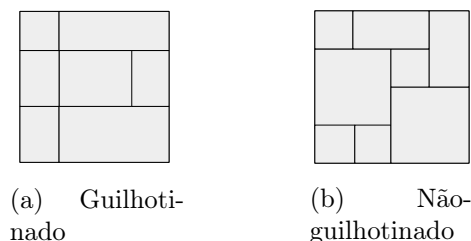


Figure 1: Exemplo de empacotamentos.

corde, pode ser utilizado mais um outro estágio adicional, na direção vertical, a fim de separar os itens finais das sobras. A ideia estende-se naturalmente para quando há k estágios de corte. Além disso, os cortes também poderiam iniciar na direção vertical.

Na literatura há relativamente poucos autores que abordaram restrições de corte guilhotinado em estratégias de resolução exatas. Em [8] há fórmulas de recorrência para o caso quando há ilimitadas cópias de cada item, permitindo a definição da estratégia de programação dinâmica. Outra estratégia baseada no cálculo de fórmulas recursivas foi proposta por [5]. Em [7] e [11] há a proposta de modelos de programação linear inteira cujos padrões de empacotamento guilhotinados foram obtidos por meio de estratégias de programação dinâmica. A estratégia de programação por restrições para tratar a restrição de corte guilhotinado em problemas de empacotamento foi considerada em [1] e [10]. Em [9] há uma estratégia baseada em enumeração parcial que conseguiu resolver instâncias contendo vários itens e com placas de tamanho grande.

A partir disso, desenvolve-se uma estratégia exata em dois níveis, que utiliza modelos de programação inteira e de programação por restrições, para resolver o 2PM com cortes guilhotinados em 2 e 3 estágios. O trabalho encontra-se dividido em seções. Na Seção 2, apresenta-se a descrição do 2PM e a estratégia exata para resolvê-lo. Na Seção 3, apresentam-se as restrições de corte guilhotinado para o caso de 2 e 3 estágios de corte. Os experimentos realizados e o resultados alcançados são apresentados na Seção 4. Por fim, na Seção 5, tem-se as considerações finais.

2 Estratégia de Dois-Níveis para o 2PM

O 2PM com restrições de corte guilhotinado considera uma placa retangular P de largura L e comprimento C e um conjunto K de m tipos de itens retangulares. Cada tipo de item k possui largura l_k , comprimento c_k , valor v_k e b_k cópias (ou réplicas). O conjunto total de itens disponíveis considerando as cópias de cada tipo é denotado por I e é definido como sendo $I = \{1, \dots, \sum_{k=1}^m b_k\}$. Assim, o objetivo é determinar, dentre os itens do conjunto I , o subconjunto S de valor máximo que pode ser empacotado/cortado sem sobreposição na placa satisfazendo as restrições de corte guilhotinado. Considera-se que cada item é empacotado com seu canto inferior esquerdo, que os itens não podem ser rotacionados e que todas as dimensões são valores inteiros. A largura e o comprimento estão definidos nos eixos x e y , respectivamente, sendo o primeiro estágio de corte na direção horizontal (eixo x), o segundo estágio na direção vertical (eixo y) e assim sucessivamente.

A estratégia exata do 2PM considera inicialmente que as coordenadas possíveis para posicionar os itens são obtidas da malha de *reduced raster points* [13]. Seja P_r o conjunto de coordenadas geradas para posicionar os itens no eixo x e Q_r o conjunto de coordenadas para posicionar os itens no eixo y , então a malha é obtida fazendo $P_r \times Q_r$. Assim, o primeiro nível da estratégia exata consiste em encontrar um limitante superior para a solução ótima do 2PM. Faz-se isso por meio da resolução de um modelo de programação linear inteira do problema da mochila unidimensional (1PM), que é uma relaxação para o 2PM. A solução do 1PM é o subconjunto S de itens de valor máximo que respeita a área da placa, ou seja, busca-se maximizar $\sum_{i \in I} v_i r_i$, sujeito a $\sum_{i \in I} (l_i c_i) r_i \leq LC$, onde r_i é uma variável binária definida para todo item $i \in I = \{1, \dots, \sum_{k=1}^m b_k\}$.

Uma vez que S é determinado, parte-se para o segundo nível da estratégia, que tem por objetivo resolver o Problema de Empacotamento Ortogonal Bidimensional (2OPP), que surge após a resolução do 1PM. Nessa etapa, associa-se a cada item $i \in S$ as variáveis X_i e Y_i com domínios P_r e Q_r , respectivamente. As variáveis X_i e Y_i indicam as coordenadas do ponto da placa em que o item i deve ser posicionado com seu canto inferior esquerdo. Para tanto, definem-se restrições de não

sobreposição (1), envolvendo todos os pares de itens de S . Essas restrições precisam ser satisfeitas para que S seja de fato uma solução para o 2PM. Essas restrições são adicionadas a um modelo de programação por restrições, que busca verificar se existe uma atribuição de valores viável para as variáveis X_i e Y_i , para todo $i \in S$. Se a resposta do modelo de programação por restrições for falsa, os itens de S não podem ser empacotados e, então, retorna-se ao primeiro nível, que é a resolução do 1PM, todavia, com a adição de uma desigualdade para impedir que o mesmo S seja obtido novamente. A estratégia finaliza quando se encontra um subconjunto de valor máximo no 1PM e que é factível para o modelo de programação por restrições. Para garantir que o empacotamento poderá ser separado de forma guilhotinada considera-se, junto com as restrições de não sobreposição (1), restrições adicionais, que são apresentadas e discutidas na próxima seção.

$$X_i + l_i \leq X_j \vee X_j + l_j \leq X_i \vee Y_i + c_i \leq Y_j \vee Y_j + c_j \leq Y_i, \quad \forall i, j \in S \quad (1)$$

3 Corte Guilhotinado

Um empacotamento guilhotinado pode ocorrer em 2 estágios caso a direção da guilhotina mude no máximo duas vezes [12], no entanto, sem levar em consideração um possível estágio adicional para separar itens de sobras. Ao efetuar um corte guilhotinado na direção horizontal, a placa (L, C) é dividida em faixas horizontais f_k , de largura L e comprimento \bar{c}_k , conforme o exemplo da Figura 2a. Para garantir a existência de faixas que permitam a execução de cortes guilhotinados horizontais, impõe-se que, dado um par de itens i e j de S , se o item i está posicionado na coordenada $Y_i \in Q_r$, o item j pode ser posicionado na mesma coordenada Y_i , isto é, $Y_j = Y_i$, ou em coordenadas acima do item i , isto é, $Y_j \geq Y_i + c_i$, ou abaixo do item i , isto é, $Y_j + c_j \leq Y_i$. As restrições em (2), uma vez associadas com as restrições de não sobreposição em (1), no modelo de programação por restrições, garantem o corte guilhotinado em 2 estágios. Nesse caso, as restrições (1) podem ser modificadas para apenas $X_i + l_i \leq X_j \vee X_j + l_j \leq X_i$, para todo $i, j \in S$.

$$Y_j = Y_i \vee Y_i + c_i \leq Y_j \vee Y_j + c_j \leq Y_i, \quad \forall i, j \in S \quad (2)$$

Segue-se a mesma linha de raciocínio anterior para o caso com 3 estágios de corte. Um exemplo de empacotamento em que os itens são cortados em 3 estágios, iniciando os cortes na direção horizontal, é mostrado na Figura 2b. Para garantir os 3 estágios de corte, define-se uma variável F_i para todo item $i \in S$, que indica a faixa em que o item está empacotado. Define-se ainda as variáveis S_k e E_k para indicar as coordenadas de início e fim de cada faixa k , em que $k = 1, \dots, \left\lfloor \frac{C}{\hat{c}_i} \right\rfloor$, sendo $\hat{c}_i = \min_{\{i \in S\}} \{c_i\}$. Com base nestas variáveis, definem-se as restrições (3), (4), (5) e (6). Essas restrições, combinadas com as restrições de não sobreposição (1), no modelo de programação por restrições, garantem que o empacotamento é guilhotinado em 3 estágios.

As restrições (3), (4) e (5) são para garantir o primeiro estágio de corte. Assim, para dois itens i e j empacotados na mesma faixa, as restrições em (3) determinam a coordenada de início e fim da faixa a partir das coordenadas Y_i e Y_j . Nota-se que as restrições em (3) não conseguem determinar o início e o fim de uma faixa caso ela contenha apenas um item empacotado. Por esse motivo, definem-se as restrições em (4), que garantem que as coordenadas Y_i e $Y_i + c_i$ de qualquer item i na faixa k estejam no intervalo $[S_k, E_k]$, além de impor que o comprimento da faixa k é pelo menos o comprimento de i . As restrições em (5) garantem a não sobreposição de faixas e as restrições em

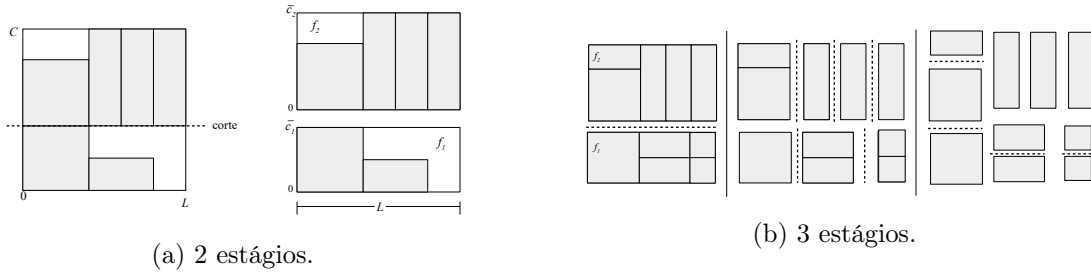


Figure 2: Empacotamentos guilhotinados em 2 e 3 estágios de corte.

(6) garantem o segundo e o terceiro estágios de corte, sendo definidas para itens i e j que estão na mesma faixa, estabelecendo que se o item i é posicionado na coordenada $X_i \in P_r$, o item j pode ser posicionado na mesma coordenada X_i , isto é, $X_j = X_i$, ou em coordenadas à direita do item i , isto é, $X_j \geq X_i + l_i$, ou à esquerda do item i , isto é, $X_j + l_j \leq X_i$.

$$F_i = F_j \longrightarrow S_{F_i} \leq \min(Y_i, Y_j) \wedge E_{F_i} \geq \max(Y_i + c_i, Y_j + c_j), \quad \forall i, j \in S \quad (3)$$

$$F_i = k \longrightarrow Y_i \geq S_k \wedge Y_i + c_i \leq E_k \wedge E_k - S_k \geq c_i, \quad \forall i \in S, k = 1, \dots, \left\lfloor \frac{C}{\widehat{c}_i} \right\rfloor \quad (4)$$

$$E_k \leq S_t \vee E_t \leq S_k, \quad k, t = 1, \dots, \left\lfloor \frac{C}{\widehat{c}_i} \right\rfloor \quad (5)$$

$$F_i = F_j \longrightarrow X_j = X_i \vee X_j \geq X_i + l_i \vee X_j + l_j \leq X_i, \quad i, j \in S \quad (6)$$

4 Experimentos e Resultados

A estratégia para o 2PM com e sem as restrições de corte guilhotinado em 2 e 3 estágios foi codificada na linguagem C++. Realizaram-se experimentos com 28 instâncias do 2PM disponíveis na OR-Library [3] para testar e comparar a abordagem mediante a inserção das restrições de corte guilhotinado. Utilizou-se, na resolução, o IBM ILOG CPLEX Optimization Studio na versão 12.8. O computador usado para realizar os experimentos possui processador Intel Core i5-3570k de 3,40 GHz, 8 GB de memória RAM e sistema Linux Ubuntu 16.04 LTS. Estabeleceu-se o tempo limite de 3600 segundos para a resolução de cada instância.

Os resultados obtidos para as instâncias são apresentados na Tabela 1. Na coluna “BKS-2PM-NG”, apresenta-se, para cada instância, o melhor dentre os valores de solução retornados por [2], [4] e [6]. Nas demais colunas, apresenta-se o valor de solução e o tempo (em segundos) sem considerar as restrições de corte guilhotinado (2PM-NG), considerando o corte guilhotinado em 2 estágios (2PM-G-2) e considerando o corte guilhotinado em 3 estágios (2PM-G-3). A coluna tempo foi subdividida em outras três colunas, sendo que a coluna “1PM-PI” informa o tempo total gasto para resolver todos os modelos 1PM requeridos ao longo do processo de resolução, a “2OPP-PR” informa o tempo

Table 1: Resultados considerando a estratégia para o 2PM sem/com 2 e 3 estágios de corte.

Instância	BKS-2PM-NG	2PM- NG				2PM-G-2				2PM-G-3			
		V.F.O.	Tempo (s)			V.F.O.	Tempo (s)			V.F.O.	Tempo (s)		
			1PM-PI	PR	Total		1PM-PI	PR	Total		1PM-PI	PR	Total
cgcut1	244	251*	69.96	3530.04	3600.00	240	448.86	1039.67	1488.53	254*	4.30	3595.70	3600.00
cgcut2	2892	2918*	0.02	3599.98	3600.00	2914*	396.65	3203.35	3600.00	2919*	0.01	3599.99	3600.00
cgcut3	1860	2020*	0.01	3599.99	3600.00	1980*	1.98	3598.02	3600.00	2020*	0.01	3599.99	3600.00
gcut1	48368	48368	1.12	1.01	2.13	43024	1.33	1.08	2.41	48368	1.09	1.79	2.88
gcut2	59768	59798*	842.84	171.90	1014.74	57996*	1779.42	303.11	2082.53	59307	1095.92	959.18	2055.10
gcut3	61275	62398*	3486.04	113.96	3600.00	62397*	3521.47	78.53	3600.00	62403*	3216.73	383.27	3600.00
gcut4	161380	162042*	3306.47	293.53	3600.00	162030*	3373.90	226.10	3600.00	162084*	2887.97	712.03	3600.00
gcut5	195582	195582	2.20	3.61	5.81	193379	2.26	3.82	6.08	193379	2.18	9.39	11.57
gcut6	236305	236305	158.32	53.85	212.17	224399	336.53	120.09	456.61	236305	158.67	196.61	355.28
gcut7	240143	246905*	3336.76	263.24	3600.00	246845*	3377.07	222.93	3600.00	247193*	2908.22	691.78	3600.00
gcut8	245758	249984*	6.32	3593.68	3600.00	249975*	3148.87	451.13	3600.00	249984*	6.31	3593.69	3600.00
gcut9	939600	939600	0.66	4.80	5.46	919476	1.04	5.19	6.23	814352	2.34	21.64	23.98
gcut10	937349	937349	98.35	81.92	180.27	856445	252.85	153.28	406.13	903435	166.61	345.13	511.74
gcut11	969709	998481*	3403.23	196.77	3600.00	998442*	3492.16	107.84	3600.00	998592*	3057.01	542.99	3600.00
gcut12	979521	999856*	3462.63	137.37	3600.00	999856*	3513.90	86.10	3600.00	999858*	3326.81	273.19	3600.00
ngcut13	8622498	8999940*	0.01	3599.99	3600.00	8999940*	0.01	3599.99	3600.00	8999940*	0.01	3599.99	3600.00
ngcut1	164	164	1.18	0.78	1.96	156	1.94	0.94	2.88	153	2.08	8.14	10.22
ngcut2	230	230	41.57	16.66	58.23	229	46.55	24.15	70.70	230	41.45	257.23	298.69
ngcut3	247	247	2.36	2.33	4.69	225	2878.03	721.97	3600.00	238	42.63	269.05	311.68
ngcut4	268	268	< 0.00	0.13	0.13	268	0.13	0.01	0.14	268	< 0.00	0.18	0.18
ngcut5	358	358	0.04	0.21	0.25	322	0.91	0.79	1.70	358	0.03	0.37	0.40
ngcut6	289	289	2.97	2.40	5.37	233	2611.15	988.85	3600.00	267	70.95	459.18	530.13
ngcut7	430	430	< 0.00	0.11	0.11	430	< 0.00	0.11	0.11	430	< 0.00	0.14	0.14
ngcut8	834	834	17.60	177.08	194.68	828	24.13	56.50	80.64	834	17.35	3582.65	3600.00
ngcut9	924	924	0.10	0.31	0.41	806	2377.96	1222.04	3600.00	924	0.10	1.75	1.85
ngcut10	1452	1452	0.02	0.11	0.13	1292	9.80	5.94	15.74	1452	0.02	0.13	0.15
ngcut11	1688	1688	202.82	128.67	331.49	1550	2366.20	1233.80	3600.00	1715*	200.32	3056.36	3256.68
ngcut12	1865	1877*	2570.58	1029.42	3600.00	1879*	2293.38	1306.62	3600.00	1921*	78.87	3521.13	3600.00

para resolver todos os modelos de programação por restrições e a “Total” contém o tempo total de resolução. Marcou-se com “*” os valores na coluna “V.F.O” para indicar que o resultado/limitante superior encontrado para o 2PM está melhor do que a BKS. Todavia, no caso de limitante, este valor não representa uma solução ainda provada factível.

Analisando a Tabela 1, observa-se que os resultados obtidos estão de acordo com os valores de referência obtidos da literatura. Todos os valores de solução cujo o tempo de resolução foi menor do que 3600 segundos nos experimentos “2PM-NG”, “2PM-G-2” e “2PM-G-3” são ótimos. Os valores cujo tempo de solução é igual ao tempo limite de 3600 segundos são considerados limitantes superiores para o valor da solução ótima das instâncias. Ao todo foi possível obter a solução ótima para 61% das instâncias no caso sem restrições de corte guilhotinado, para 50% quando se tem o corte guilhotinado em 2 estágios e para 54% no corte guilhotinado em 3 estágios.

A Figura 3 mostra a perda mínima, média e máxima no valor da solução do caso sem corte guilhotinado em comparação com os casos quando há o corte guilhotinado em 2 e 3 estágios, considerando somente as instâncias resolvidas na otimalidade. A análise da Figura 3 revela que, na média, a inserção das restrições de corte guilhotinado em 2 estágios provocou as maiores perdas de volume.

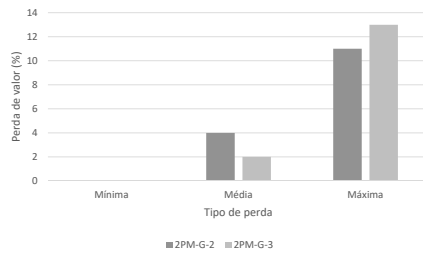


Figure 3: Perda, em porcentagem, no valor da solução ao considerar cortes guilhotinados.

A Figura 4 mostra o tempo médio gasto para resolver as instâncias em cada caso. Na figura é

possível observar que: (i) a inserção das restrições de corte guilhotinado provocou aumento no tempo de resolução das instâncias; (ii) a diferença de tempo entre o caso com 2 estágios e 3 estágios foi muito pouca sobre o tempo total; (iii) a programação por restrições conseguiu provar a infactibilidade de mais subconjuntos no caso com 2 estágios, gastando praticamente o mesmo tempo que no caso não guilhotinado (nota-se se isso devido ao aumento do tempo do 1PM no 2PM-G-2); e, (iv) mais tempo foi requerido para resolver os modelos de programação por restrições com a presença das restrições que garantem o corte em 3 estágios (nota-se se isso devido ao aumento do tempo da PR no 2PM-G-3).

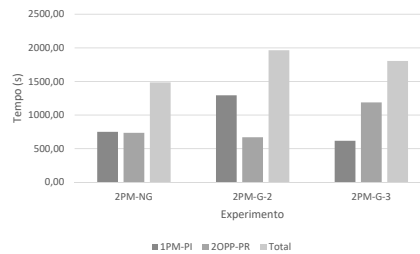


Figure 4: Tempo médio (s) para resolver cada caso.

5 Considerações Finais

Este trabalho apresentou uma estratégia exata em dois níveis para resolver o problema da mochila bidimensional com corte guilhotinado. Desenvolveram-se restrições para os casos de corte em 2 e 3 estágios. As restrições propostas visam impedir o posicionamento de itens em locais que geram um padrão não guilhotinado conforme a quantidade de estágios de corte considerada. Nas restrições para 2 estágios de corte, os itens de uma mesma faixa devem começar na mesma coordenada no eixo y . Nas restrições de 3 estágios de corte, os itens de uma mesma faixa podem ser empacotados em coordenadas no eixo y diferentes, porém, em coordenadas no eixo x de tal forma que se consiga cortes guilhotinados verticais sobre essas coordenadas.

Resolveram-se instâncias do 2PM visando testar o impacto das restrições desenvolvidas no que tange ao valor da solução para o caso geral, isto é, não-guilhotinado, e tempo de resolução das instâncias. Com relação ao valor, houve perda quando as restrições de corte guilhotinado foram consideradas, sendo que perdas médias para o caso com 2 estágios foram superiores às do caso com 3 estágios. Com relação ao tempo médio de resolução, houve aumento quando as restrições de corte guilhotinado foram consideradas no problema.

Por fim, este trabalho abre perspectivas para estender as restrições de corte guilhotinado para casos com mais estágios de corte. Outra perspectiva consiste em estender a estratégia para tratar a versão tridimensional do problema em estudo, a qual encontra aplicações nas indústrias de fabricação de colchões e sofás.

Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio financeiro recebido da Coordenadoria de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico

(CNPq - processo 308312/2016-3) e da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Goiás (FAPEG).

References

- [1] R. R. Amossen and D. Pisinger. Multi-dimensional bin packing problems with guillotine constraints. *Computers & Operations Research*, 37(11):1999–2006, 2010.
- [2] R. Baldacci and M. A. Boschetti. A cutting-plane approach for the two-dimensional orthogonal non-guillotine cutting problem. *European Journal of Operational Research*, 183(3):1136–1149, 2007.
- [3] J. E. Beasley. Or-library: distributing test problems by electronic mail. *Journal of the operational research society*, 41(11):1069–1072, 1990.
- [4] A. Caprara and M. Monaci. On the two-dimensional knapsack problem. *Operations Research Letters*, 32(1):5–14, 2004.
- [5] M. Dolatabadi, A. Lodi, and M. Monaci. Exact algorithms for the two-dimensional guillotine knapsack. *Computers & Operations Research*, 39(1):48–53, 2012.
- [6] S. P. Fekete, J. Schepers, and J. C. Van der Veen. An exact algorithm for higher-dimensional orthogonal packing. *Operations Research*, 55(3):569–587, 2007.
- [7] F. Furini, E. Malaguti, and D. Thomopulos. Modeling two-dimensional guillotine cutting problems via integer programming. *INFORMS Journal on Computing*, 28(4):736–751, 2016.
- [8] PC Gilmore and Ralph E Gomory. Multistage cutting stock problems of two and more dimensions. *Operations research*, 13(1):94–120, 1965.
- [9] Andrea Lodi, Michele Monaci, and Enrico Pietrobuoni. Partial enumeration algorithms for two-dimensional bin packing problem with guillotine constraints. *Discrete Applied Mathematics*, 217:40–47, 2017.
- [10] D. Pisinger and M. Sigurd. Using decomposition techniques and constraint programming for solving the two-dimensional bin-packing problem. *INFORMS Journal on Computing*, 19(1):36–51, 2007.
- [11] J. Puchinger and G. R. Raidl. Models and algorithms for three-stage two-dimensional bin packing. *European Journal of Operational Research*, 183(3):1304–1327, 2007.
- [12] G. Scheithauer. *Introduction to Cutting and Packing Optimization: Problems, Modeling Approaches, Solution Methods*, volume 263. Springer, 2017.
- [13] G. Scheithauer and J. Terno. The g4-heuristic for the pallet loading problem. *Journal of the Operational Research Society*, 47(4):511–522, 1996.

Los grupos de interés en la programación de sistemas de manufactura “Job Shop” utilizando un algoritmo genético multiobjetivo

Germán Coca
Universidad Escuela de Ingeniería de Antioquia
german.coca@eia.edu.co

Omar D. Castrillón
Universidad Nacional de Colombia, Sede Manizales, Facultad de Ingeniería y Arquitectura,
Departamento de Ingeniería Industrial, Campus la Nubia,
CP 170001, Manizales - Colombia. (e-mail: odcastrillong@unal.edu.co)

Santiago Ruiz
Universidad Nacional de Colombia, Sede Manizales, Facultad de Ingeniería y Arquitectura,
Departamento de Ingeniería Industrial, Campus la Nubia,
CP 170001, Manizales - Colombia. (e-mail: sruizhe@unal.edu.co)

Resumen

En este artículo, se integran en el proceso de programación de un sistema “Job Shop”, algunas expectativas de los grupos de interés: proveedores, sociedad, colaboradores de la compañía, clientes y accionistas. De esta forma, se diseña un proceso de evaluación, por medio del cual se pretende minimizar simultáneamente los indicadores: tiempo proceso, emisiones dióxido de carbono, nivel de fatiga, factor global desperdicio y costos de producción. Asimismo, se expresa que el método propuesto, se encuentra fundamentado en la selección de aquellos individuos, cuyo grado de cercanía a determinados puntos de referencia, sea el menor posible. Es así como, el desempeño del método anterior (método puntos referencia), se coteja con el desempeño de cierto método basado en análisis de subgrupos (método subgrupos). Al respecto, se observa que el primer método supera el desempeño del segundo método, en cuanto al comportamiento de los parámetros “NS”, “RN” y “TS”.

Palabras clave: emisiones dióxido carbono; fatiga humana; grupos de interés; Job Shop.

1 Introducción

Las organizaciones logran crecer de manera sostenible, a partir de la apropiada gestión de sus relaciones con diversos grupos de interés (Niemi y Pekkola, 2017). Asimismo, se expresa que la investigación de los sistemas de producción “Job Shop”, se ha orientado tradicionalmente, hacia el análisis de un conjunto de aspectos asociados con la eficiencia de las operaciones (Shen et al., 2014). En consecuencia, se afirma que la programación del tipo de sistema de manufactura en cuestión, presenta especial énfasis en la evaluación de indicadores que permiten satisfacer las expectativas de los accionistas y clientes, desconociendo la importancia de cumplir las expectativas de otros grupos de interés: sociedad, colaboradores de la organización, proveedores, entre otros. De este modo, se propone en el presente artículo minimizar, el comportamiento de los siguientes indicadores, durante la programación de producción de un sistema tipo “Job Shop” de una compañía perteneciente al sector metalmeccánico: emisiones equivalentes de dióxido de carbono (CO₂) en el sistema productivo y en sus sistemas soporte, nivel de fatiga, factor global de desperdicio, costos de producción y tiempo de proceso.

De acuerdo con lo anterior, el trabajo se desarrolla en el siguiente orden: en la sección 2, se describe el problema; en la sección 3, se ilustra la metodología; en la sección 4, se aprecian las características del algoritmo genético estructurado; en la sección 5, se describe la información para la experimentación; en la sección 6, se presenta la discusión de resultados y en la sección 7, se registran las conclusiones.

2 Descripción del problema

En el contexto de la compañía objeto de análisis, la evaluación de las variables identificadas es relevante, debido a los hechos ilustrados a continuación:

- La dirección de la organización, se ha comprometido a reducir las emisiones equivalentes de dióxido de carbono generadas en su sistema productivo y en sus actividades de apoyo, con el propósito de mitigar para el conjunto de la sociedad actual y futura, los efectos negativos del cambio climático. En este sentido, las emisiones mundiales de CO₂ durante 2015 fueron de 33.9 billones de toneladas métricas. Se espera que este valor aumente 7.3% a 2030 y 15.9% a 2040 (EIA, 2017). Asimismo, en 2018, el 90% de los países que firmaron el acuerdo de París (ONU, 2015) lo ratificaron.
- El nivel de accidentalidad laboral o el nivel de incidencia de las enfermedades laborales, son asignables a la exposición de las personas al conjunto de riesgos en el sistema de producción; de este modo, situaciones como: la manipulación continua de objetos pesados, las vibraciones recibidas por el cuerpo al procesar partes metálicas con máquinas pulidoras, el trabajo físico intenso a temperaturas mayores a 20 grados centígrados, entre otros hechos, incrementan el nivel de fatiga del trabajador. Es así que, el incremento del mencionado nivel de fatiga, aumenta por un lado la probabilidad de accidentarse mientras que, por otro lado, incide en la posibilidad de adquirir enfermedades laborales. Igualmente, se expone que en el ámbito mundial mueren 2,78 millones de personas anualmente como consecuencia de accidentes de trabajo o de la ocurrencia de enfermedades laborales (OIT, 2017).
- La obtención de no conformes de calidad y los tiempos de fallo de los equipos (elementos cuantificados en el factor global de desperdicio), ocasionan ya sea reprocesamiento del material o pérdida de velocidad en el sistema productivo. En consecuencia, con lo expuesto

se genera incumplimiento en las fechas de entrega a los clientes, lo cual incide en la ocurrencia de hechos negativos, tales como: deterioro de la imagen corporativa, pérdida de participación en el mercado, reducción en el flujo de ingresos por ventas y diversos tipos de problemas en el servicio de entrega de los clientes.

- Los costos de producción deben controlarse o reducirse, con el propósito de alcanzar las metas de rentabilidad de la compañía. Al respecto, el apropiado desempeño de la variable analizada, incidirá en la adecuada percepción de los propietarios, respecto al desempeño financiero de la misma. De igual modo, la reducción de los costos de manufactura, genera niveles de ahorro, por medio de los cuales, se apalanca el desarrollo de nuevos proyectos en el área de operaciones de la empresa.
- La reducción del tiempo de proceso mejora los estándares de servicio, ya que permite cumplir la promesa de entrega al cliente. Es así como, los propietarios de la compañía valorarán positivamente el desempeño del departamento de producción. Además, los menores tiempos de proceso, incrementan la frecuencia de compra de materias primas, generando en este sentido beneficios para los proveedores.

Adicionalmente, se denota que la determinación del tiempo de proceso sub-óptimo de los sistemas “Job Shop”, corresponde a la categoría de problemas del tipo “NP duro” (Karimi et al., 2017). Es así como, después de identificar el comportamiento de la variable tiempo de proceso, se podrá evaluar el problema multiobjetivo de interés. En este sentido, la revisión de la literatura de corriente principal, permite discriminar las siguientes categorías, en el campo de la programación multiobjetivo de los sistemas “Job Shop”: evaluación de eficiencia en cuánto a asignación de carga de trabajo (Azadeh et al., 2016; Kaplanoglu, 2016); evaluación de eficiencia en entrega (Hao et al., 2017; Singh et al., 2016); evaluación de los costos asignables al proceso de transformación (Haider y Mirza, 2015; Robaninejat et al., 2016); evaluación de consumo de energía (Liu et al., 2014; Moon y Park, 2014; Wu y Sun, 2018); evaluación de la salud ocupacional (Ruiz et al., 2012).

En consecuencia con lo descrito, se plantea que desde la perspectiva de la evaluación del componente energético, los desarrollos revisados, sólo ilustran la determinación del consumo de energía eléctrica en el sistema de producción, pero no se aprecia el análisis integral del consumo energético (energía eléctrica, combustibles de origen fósil), y su desprendimiento equivalente de CO₂, en el sistema de producción y en sus sistemas de apoyo (mantenimiento, generación y transformación de energía, entre otros). Por último, se señala que, desde el enfoque de la gestión de la salud ocupacional, el artículo revisado, examina la accidentalidad laboral, por medio de una curva de probabilidad horaria; sin embargo, no se observa en tal artículo, el análisis pertinente de las causas de su ocurrencia.

3 Metodología

Paso 1. Identificar la configuración del individuo. El individuo se encuentra conformado por “g” genes (ver tabla 1). Al respecto: los genes número “1” a “g-2”, contienen el número de prioridad de las órdenes a ser procesadas; mientras que el gen número “g-1”, indica las horas de trabajo al día (8, 16 o 24 horas) y a su vez, el gen número “g”, señala el número de días a laborar por semana (6 o 7 días). En la tabla 1, se observa la configuración del individuo.

Tabla 1. Configuración del individuo.

Gen 1	Gen 2	Gen 3	Gen 4	Gen 5	Gen 6	Gen 7	Gen 8	Gen g-2	Gen g-1	Gen g
Número primera orden a obtener	Número segunda orden a obtener	Número tercera orden a obtener	Número cuarta orden a obtener	Número quinta orden a obtener	Número sexta orden a obtener	Número séptima orden a obtener	Número octava orden a obtener	Número última orden a obtener	Horas por Día	Días por Semana

Paso 2. Generar población aleatoria de tamaño “P” individuos.

Paso 3. Determinar el valor de las funciones objetivo para los “P” individuos.

Definición de tiempo de procesamiento. Con este propósito, se aplica la ecuación 1, a aquella información relacionada con las rutas y tiempos de fabricación.

$$FUNCION_{TIEMPO PROCESO} = \min \left\{ \sum_{r=1}^K \sum_{s=1}^L O_{rs} \right\} \quad (1)$$

En la ecuación 1, “K” se refiere al número de órdenes de trabajo; “L” se refiere al número de equipos y “O_{rs}” se refiere al tiempo de operación de la orden de trabajo “r” en el equipo “s”.

Determinación de desprendimiento de CO₂ por equipo o por sistema soporte al sistema productivo. Después de identificar el tiempo de proceso por equipo, se procede a establecer aquel tiempo utilizado en la transformación del material, como también se procede a discriminar su tiempo de espera. Luego, se suman los tiempos de transformación y los tiempos de espera. Más adelante, se calcula la cantidad de energía requerida, analizando dos opciones: multiplicar la potencia del equipo en procesamiento o espera, por los valores detectados de cada categoría de tiempo (transformación o espera); restar al valor anterior, la energía requerida en tiempos de espera y sumarle la energía utilizada, dado que se apaguen y se prendan las máquinas, en lugar de que permanezcan en espera. Después se elige entre las dos opciones, aquella que demande el menor consumo energético. Por último, se obtiene el desprendimiento de CO₂, al multiplicar la cantidad de energía definida, por el factor de conversión aplicable (energía eléctrica, diésel, gas). Con relación a lo expuesto, se utilizan las siguientes expresiones:

$$E_{SR} = \sum_{mqs=1}^{MQS} (P_{id} \times T_{id}) + \sum_{mqs=1}^{MQS} (P_{sw} \times T_{sw}) + \sum_{mqs=1}^{MQS} (P_{pc} \times T_{pc}) \quad (2)$$

En la ecuación 2, “E_{SR}” se refiere a la energía por tipo de fuente; “P_{id}” se refiere a la potencia durante el tiempo de espera; “P_{sw}” se refiere a la potencia durante los procesos de encendido o apagado; “P_{pc}” se refiere a la potencia durante el tiempo de procesamiento; “T_{id}” se refiere al tiempo de espera; “T_{sw}” se refiere a los tiempos de encendido o apagado; “T_{pc}” se refiere al tiempo de proceso; “MQS” se refiere al número total de máquinas o equipos de apoyo a analizar y “mqs” es un índice que varía de 1 hasta “MQS”.

En segunda instancia, se procede a cuantificar el valor asignable a las emisiones de CO₂ equivalente, así:

$$ECO_2 = \sum_{SR=1}^{SR} CF_{SR} \times E_{SR} \quad (3)$$

En la ecuación 3, “ECO₂” se refiere a las emisiones equivalentes de dióxido de carbono; “SR” se refiere al tipo de fuente (eléctrica, gas, diésel, gasolina); “CF_{sr}” se refiere al factor de conversión según el tipo de

fuelle; “E_{sr}” se refiere a la energía requerida por tipo de fuente y “sr” es un índice que varía desde 1 hasta el total de fuentes “SR”.

Determinación del nivel de fatiga. De acuerdo con los resultados arrojados en la evaluación del panorama de riesgos de la organización objeto de estudio, la fatiga se genera como consecuencia de los siguientes hechos: manipulación de elementos pesados, difícil postura al realizar la labor, comportamiento de la temperatura en la zona geográfica de localización de la planta y comportamiento de la humedad relativa en la región. Con base en lo expuesto, se procede a establecer el valor correspondiente al nivel de fatiga, aplicando la técnica utilizada con este propósito, en los estudios relacionados con el examen de métodos de trabajo (Niebel y Freivalds, 2012). De esta manera, bajo el protocolo definido por la técnica en consideración, se efectúa el análisis pertinente de las matrices para asignación de puntos de fatiga, durante el proceso de revisión de las actividades ejecutadas en los puestos de trabajo.

De modo general, se señala que el mecanismo de observación de las matrices en cuestión, implica llevar a cabo las siguientes tareas: discriminar en primera instancia, las condiciones de ejecución física de la labor; con posterioridad, se comparan dichas condiciones con las situaciones descritas en tales matrices; enseguida, se procede a seleccionar aquella situación que presente mayor similitud con las condiciones de trabajo examinadas; luego, se asigna como nivel de fatiga, aquel puntaje registrado en las matrices para cada situación elegida; después se realiza la sumatoria de puntos de fatiga y por último, se divide la sumatoria de puntos anteriores entre el tiempo de procesamiento. La expresión general para el cálculo de la penalización por fatiga es la siguiente:

$$FP = \frac{\sum_{h=1}^H PF_h}{FUNCION_{TIEMPO PROCESO}} \quad (4)$$

En la ecuación 4, “FP” se refiere a la penalización por fatiga promedio hora; “PF_h” se refiere a los puntos por fatiga asignados según el tipo de riesgo; “H” se refiere al total de riesgos analizados y “h” es un índice que varía de 1 hasta “H”.

Determinación de las penalizaciones por costos de producción (energía y mano de obra) y factor global de desperdicio (desperdicio de material y tiempos perdidos en fabricación). Se establecen las penalizaciones para los 2 factores en mención, así: se definen los tiempos de proceso y espera; luego, se implementan las técnicas de cuantificación aplicables a cada factor. Finalmente, se procede a asociar los resultados cuantificados con el tiempo de procesamiento de los individuos en la población de tamaño “P”.

Paso 4. Obtener y almacenar puntos extremos de referencia. Se genera y evalúa en primera instancia, una población de tamaño “P”. Enseguida, se identifican en el conjunto integrado por la población anterior y a su vez, integrado también por la población obtenida en el paso 2, aquellos puntos extremos de cada una de las cinco funciones objetivo. Más adelante, los puntos extremos detectados y sus promedios, se almacenan en una matriz de referencia, la cual será utilizada en el paso 9 de la presente metodología. Por último, se aclara que el paso 4, solo se ejecuta en el primer ciclo del programa.

Paso 5. Normalizar la población identificada en el Paso 2. Con el propósito de normalizar los “P” individuos que integran la población, se aplican las siguientes expresiones:

$$N(Y_r)_s = \left[\frac{CN(fun_s)}{\sum_{l=1}^U CN(fun_l)} \right] \left[\frac{fun_s^{máximo} - fun_s(y_r)}{fun_s^{máximo} - fun_s^{mínimo}} \right] \quad (5)$$

$$N(Y_r) = \sum_{l=1}^U N(Y_r)_s \quad (6)$$

En la ecuación 5: $\text{fun}_s^{\text{máximo}}$: máximo valor de cada función en los “P” individuos; $\text{fun}_s^{\text{mínimo}}$: mínimo valor de cada función en los “P” individuos; $\text{fun}_s(y_r)$: valor de la función fun_s para el individuo Y_r ; $\text{CN}(\text{fun}_s)$: coeficiente de normalización de la función fun_s (este valor por función, lo establece el equipo directivo de la compañía); $\text{CN}(\text{fun}_l)$: coeficiente de normalización de las “U” funciones objetivo (la sumatoria del coeficiente de normalización para las funciones objetivo es igual a 1); U: total funciones objetivo; $N(Y_r)_s$: normalización individuo en cada función; Y_r : individuo en la población de tamaño “P”. Después de calcular $N(Y_r)_s$, se obtiene el valor representado en la ecuación 6. En la ecuación 6: $N(Y_r)$ = normalización del individuo “r” (este valor fluctúa de 0 a 100 puntos).

Con posterioridad, los individuos que integran la población “P”, se ordenan a nivel descendente de acuerdo con el valor tomado por la variable $N(Y_r)$. Luego, se eliminan el 20 % de los individuos con menor valor en tal variable $N(Y_r)$.

Paso 6. Completar población de tamaño 2P. Sobre los 0,8P individuos que integran la población, se realizan las siguientes operaciones:

- ✓ Operación de cruzamiento. Se ejecuta con una probabilidad de 90 %. Es así como, se identifican 1,1P individuos.
- ✓ Operación de mutación. Se efectúa con una probabilidad de 10 %. Al respecto, se determinan 0,05P Individuos.
- ✓ Generación aleatoria de individuos. Para el caso, se procede a generar aleatoriamente, la cantidad necesaria de individuos hasta completar 2P individuos.

Paso 7. Identificar frentes de Pareto. La identificación de frentes en la población de tamaño “2P”, se realiza aplicando el concepto de análisis de no dominados (Deb y Jain, 2014).

Paso 8. Conformar nueva población tamaño P. La población de tamaño “P”, se define por medio del acopio en etapas sucesivas de los diversos frentes de Pareto. Con relación a lo descrito, se denota que si al momento de integrar cada nuevo frente, logra obtenerse de forma exacta la población tamaño P, finaliza este paso de la metodología. En consecuencia, el protocolo metodológico se retoma en el paso 11. Por otro lado, sí al momento de integrar determinado frente, se supera el tamaño poblacional P, es necesario seleccionar ciertos individuos del frente en cuestión, hasta completar P individuos. Al respecto, el protocolo metodológico continúa en el paso 9.

Paso 9. Actualizar puntos extremos para selección de individuos. En primer término, se identifican los puntos extremos de las funciones objetivo, correspondientes a aquellos individuos que integran la población establecida en el paso 6. Enseguida, se comparan dichos puntos, con aquellos valores que se encuentran registrados en la matriz obtenida en el paso 4 o modificada en ciclos posteriores. Después, se verifica que los valores registrados en tal matriz, cumplen la condición de continuar siendo puntos extremos. Por último, se procede a reemplazar los valores de la matriz en cuestión, en caso de no cumplirse la condición previamente definida.

Paso 10. Seleccionar individuos del último frente hasta completar la población de tamaño P. En este caso, se determinan las distancias geométricas desde los diferentes individuos que conforman aquel frente por medio del cual, se puede completar la población tamaño P, hasta cada uno de los puntos registrados en la matriz obtenida en el paso 9. De esta forma, se ordenan a nivel ascendente dichas distancias. Después, se procede a elegir del listado anterior, la cantidad necesaria de individuos que permitan completar la población tamaño P y que presenten a la vez, la menor distancia hasta cualquiera de los puntos de referencia.

Paso 11. Completar “K” ciclos de la metodología. Al definir la población de interés, se repite la metodología desde el paso 3, durante K ciclos. La población final de respuesta se sistematiza en frentes de Pareto.

Paso 12. Descripción de método de comparación (método subgrupos). Este método utiliza las siguientes etapas: generar población aleatoria de tamaño “P” individuos; dividir la población en “N” subgrupos (uno por función objetivo); cuantificar cada subgrupo en una función específica; ordenar de forma ascendente cada subgrupo, de acuerdo con la función analizada; dividir cada subgrupo en tres intervalos; extraer aleatoriamente de cada intervalo: “ $0,5P / (3 \text{ segmentos} \times \text{“N” funciones objetivo})$ ” individuos; obtener a partir del cruzamiento de los 0,5P individuos detectados, 0,4P individuos; obtener por mutación de los 0,9P individuos definidos, 0,1P individuos; repetir durante K veces, desde el paso relacionado con la división de la población en N subgrupos. Por último, clasificar la población resultante en frentes de Pareto (Coca et al., 2013).

Paso 13. Comparar los resultados de aplicar el “método puntos referencia” y el “método subgrupos”.

4 Características del algoritmo genético diseñado y del ambiente computacional utilizado

Las características del algoritmo genético diseñado, se presentan a continuación:

Operación de cruzamiento. La operación analizada, utiliza el operador “JOX” (Mencía et al., 2015). De esta manera, su ejecución requiere que sean tomados por cada pareja de Padres, un grupo complementario de genes a nivel posicional (genes 1 hasta “g-2”). Posteriormente, los grupos complementarios de campos se unen, generando dos hijos y conservando a la vez, la misma posición de cada individuo Padre. Los genes número “g-1” y “g” no participan en la operación de cruzamiento.

Operación de mutación. La operación en cuestión utiliza la técnica swap. En este sentido, se seleccionan entre el gen 1 y hasta el gen “g-2”, dos campos diferentes. Luego, se intercambian de posición, aquellos pedidos registrados en los genes que fueron previamente elegidos. A su vez, para los genes “g-1” y “g”, se selecciona al azar uno de ellos. Enseguida, para el gen escogido se procede a reemplazar aleatoriamente su contenido por una de las opciones complementarias (16 horas o 24 horas, si el gen “g-1” es ocupado por 8 horas de trabajo al día o 7 días, si el gen “g” registra en su contenido 6 días de labor por semana).

Parámetros del algoritmo. Para el caso se utilizaron los siguientes parámetros: probabilidad de cruzamiento de 0.9 ($p_c=0.9$), probabilidad de mutación de 0.1 ($p_m=0.1$), tamaño de población de 100 individuos y un número de iteraciones compuesto por 200 ciclos.

Las características del ambiente computacional utilizado son: procesador Intel Core i5-7200U de 2.5 GHZ y 2 GB de memoria RAM. La aplicación se desarrolló en lenguaje Matlab R2015a.

5 Descripción general de la información del estudio de caso para la experimentación

Enseguida se describe la información requerida, con el propósito de aplicar los métodos de interés (puntos de referencia y subgrupos): rutas y tiempos de fabricación (9 órdenes de trabajo, las cuales pasan por 6 operaciones diferentes, siguiendo una ruta de proceso distinta en cada caso); potencia (kw) y fuente de energía por equipo de producción o de apoyo a producción; coeficientes de conversión de diferentes tipos de energía en su equivalente de CO₂; peso manipulado y tipo de esfuerzo realizado en cada puesto de trabajo; postura por puesto de trabajo; temperatura y humedad relativa horaria; extractos de tablas de puntos de fatiga a asignar debido a la exposición a riesgos laborales (peso, postura, temperatura y humedad relativa); tabla de puntos por salarios (puntuación horaria, de acuerdo con el valor de los recargos sobre el valor del salario en tiempo normal), tabla de puntos por costos de energía (puntuación horaria, de acuerdo con el valor de los recargos sobre la tarifa básica de energía); tabla de puntuación por fracción defectuosa y por probabilidad de no utilización de equipos; coeficientes de ponderación por función objetivo (coeficientes asignados por la compañía a las diversas funciones objetivo evaluadas –ver ecuación N° 2-).

6 Resultados y discusión

Sistematización resultados “método puntos referencia”. Al respecto, se aprecian en la tabla 1: los grupos de interés y las variables relacionadas con sus expectativas, la caracterización de 2 individuos provenientes de una población total de 100 individuos y, asimismo el promedio de la población para las cinco funciones objetivo. De este modo, se observa que, durante los tiempos de procesamiento cortos, se incrementa el valor correspondiente a las demás variables (emisiones de CO₂, nivel de fatiga, factor global de desperdicio y costos de producción) e, igualmente durante los tiempos de procesamientos largos, se reduce el valor de las variables en consideración. La anterior situación ocurre debido a que los tiempos de procesamiento cortos, especialmente cuando se programan labores en turnos nocturnos, incrementan el nivel de: emisiones de CO₂ (por ejemplo, sistemas de iluminación y de apoyo funcionando en horarios nocturnos), nivel de fatiga (existe mayor esfuerzo corporal al trabajar en turnos rotativos y en especial en horarios nocturnos o aumenta la relación entre las variables puntos por fatiga respecto al tiempo de procesamiento –ver Ecuación 4-), factor global de desperdicio (los desperdicios de materiales incrementan su valor en turnos nocturnos) y costos de producción (se encuentran afectados por el recargo salarial nocturno).

Tabla 1. Resultados generales aplicación método puntos referencia.

Número individuo	Tiempo proceso (horas)	Número horas día - Número días semana	Grupos de interés y sus variables				
			Proveedores Clientes Accionistas	Sociedad	Colaboradores organización	Clientes Accionistas	Accionistas
			Tiempo proceso (semanas)	Desprendimiento CO ₂ (Kg)	Nivel de fatiga (puntos)	Factor global desperdicio (puntos)	Costos producción (puntos)
3	196	8 – 6	4,08	14109,26	448,73	2862	6772
92	262	24 – 7	1,56	14968,03	536,86	5436	17807
Promedio	209,82		2,45	14285,55	438,27	4447,25	11931,69

Complementariamente, se expresa que se procedió a sistematizar por intervalos aquella información específica del primer frente (32 individuos). Para este efecto, el equipo de dirección de operaciones de la compañía, utilizó como medio de clasificación, la variable tiempo de proceso. En este sentido, se anota que la variable en consideración, es relevante en la gestión de los sistemas de producción, debido a que permite establecer el ritmo de entrega del sistema de manufactura, con el propósito de atender satisfactoriamente la demanda de mercado. De este modo, los intervalos de tiempo establecidos, se obtienen a partir de la experiencia del equipo humano responsable por dirigir el área de operaciones. Al respecto, se ha observado históricamente que los tiempos de proceso inferiores a 2 semanas, se implementan cuando la frecuencia de

colocación de pedidos se realiza de forma continua, lo cual indica que la demanda de mercado es alta. Igualmente, se ha determinado que los tiempos de proceso son mayores a 3.5 semanas (tiempos de espera representativos), cuando la frecuencia de los pedidos colocados por los clientes disminuye, evidenciando en consecuencia, la respectiva contracción de la demanda de mercado.

Después de segmentar el primer frente de acuerdo con el comportamiento de la variable tiempo de proceso, se efectúa la selección de los individuos a implementar. Para este caso, la dirección de operaciones de la empresa evalúa por intervalo, los efectos positivos y negativos correspondientes a la aplicación de cada individuo en sus diversas variables. Luego, a los efectos positivos se les asigna una calificación en cierta escala que varía de 1 a 5, mientras que a los efectos negativos se les asigna una calificación que varía de -1 a -5. En términos generales, la anterior escala de valoración se explica así: más o menos uno, representa un bajo nivel de impacto; más o menos dos, expresa un nivel de impacto medio bajo; más o menos tres, equivale a un nivel de impacto medio; más o menos cuatro, implica un nivel medio alto de impacto; más o menos cinco, señala un alto nivel de impacto. Con posterioridad, la dirección de operaciones, según las tendencias de mercado (demanda alta, promedio o baja), procede a seleccionar aquella solución que muestre el mayor nivel de impacto promedio por intervalo. Finalmente, para los individuos a implementar, la dirección de operaciones, especifica sus efectos no deseables, con el propósito de tomar medidas que disminuyan a futuro, sus posibles consecuencias negativas.

Tabla 2. Clasificación individuos del primer frente (método puntos referencia).

Intervalo tiempo proceso (semanas)	Circunstancias de segmentos de mercado	Posibles impactos negativos	Posibles medidas a tomar
0,92 – 2	Los segmentos de mercado crecen de forma sostenida. La compañía opera a capacidad máxima.	La fatiga alcanza su mayor valor. La utilización de la caldera, incrementa las emisiones de CO ₂ . Los costos de producción podrían reducir la utilidad.	Realizar estudios de: fatiga, uso de caldera, evaluación de costos.
2 – 3,5	Los segmentos de mercado presentan estabilidad. Se utiliza del 50 % al 70 % de la capacidad.	Se detectan programas que generan el mejor equilibrio, entre las expectativas de los grupos de interés. Sin embargo, es difícil elegir los individuos apropiados.	Precisar los efectos negativos del individuo a implementar en las diversas variables, con el objetivo de tomar medidas que permitan atenuar aquellas posibles consecuencias no deseables.
3,5 – 5,46	Los segmentos de mercado, presentan baja demanda. Se utiliza del 20 % al 50 % de la capacidad.	Para el caso, se identifican las siguientes percepciones: los colaboradores temen ser despedidos; los accionistas argumentan, la necesidad de incrementar el uso de la capacidad; los proveedores expresan la necesidad de que la compañía aumente, la frecuencia de compra.	Es necesario incentivar el aumento de la demanda en el mercado.

Sistematización resultados “método subgrupos”. En este sentido, se procede a registrar en la tabla 3, los resultados asignables a la ejecución del segundo método.

Tabla 3. Resultados generales aplicación método subgrupos (parte 1).

Número individuo	Tiempo proceso (horas)	Número horas día - Número días semana	Grupos de interés y sus variables				
			Proveedores Clientes Accionistas	Sociedad	Colaboradores organización	Clientes Accionistas	Accionistas
			Tiempo proceso (semanas)	Desprendimiento CO ₂ (Kg)	Nivel de fatiga (puntos)	Factor global desperdicio (puntos)	Costos producción (puntos)
8	176	8 - 6	3,67	13832,61	499,61	2874	6608

Tabla 3. Resultados generales aplicación método subgrupos (parte 2).

Número individuo	Tiempo proceso (horas)	Número horas día - Número días semana	Grupos de interés y sus variables				
			Proveedores Clientes Accionistas	Sociedad	Colaboradores organización	Cientes Accionistas	Accionistas
			Tiempo proceso (semanas)	Desprendimiento CO ₂ (Kg)	Nivel de fatiga (puntos)	Factor global desperdicio (puntos)	Costos producción (puntos)
83	239	24 – 7	1,42	14674,54	569,16	5415	17578
Promedio	194,68		2,29	14097,17	460,63	4403,19	12284,62

Comparación de los métodos. Con este objetivo, se procede a evaluar los siguientes indicadores de desempeño (Zhang y Chiong, 2016): número de soluciones no dominadas (NS), porcentaje de soluciones no dominadas de un método que no son dominadas por ninguna solución del otro método (RN) y uniformidad de las soluciones obtenidas por cada método (TS). En la tabla 4, se observan los parámetros nombrados.

Tabla 4. Comparación de métodos (puntos referencia y subgrupos).

Parámetro	Método puntos de referencia	Método subgrupos	Comparación
NS	32	25	superior en 28 %.
RN	92	53,13	superior en 73,10 %.
TS	0,5228	0,6937	superior en 53,82 %.

Es así como, al realizar la respectiva comparación entre el desempeño del “método puntos de referencia” respecto al desempeño del “método subgrupos”, se determinan las siguientes conclusiones: el primer método genera mayor cantidad de soluciones no dominadas y logra mayor uniformidad en la distribución de los datos, a lo largo del frente óptimo de Pareto. A su vez, se menciona también que solo el 8 % de sus soluciones son dominadas por las soluciones no dominadas provenientes de la aplicación del segundo método. En consecuencia, con lo definido se establece que, en la situación bajo análisis, el “método puntos de referencia” presenta desempeño superior al cotejarlo con el desempeño mostrado por el “método subgrupos”.

Igualmente, se denota que los procesos de investigación en sistemas “Job Shop”, presentan el siguiente grado de profundidad, en cuanto a la evaluación de las expectativas de los grupos de interés: alta en el caso de los accionistas, media en el caso de los clientes y baja, en el caso de la sociedad, los colaboradores de la organización y los proveedores.

La organización objeto de estudio, debe elegir para su implementación, algún punto localizado en cada intervalo del primer frente de Pareto. De acuerdo con lo anterior, es conveniente que la dirección de la compañía, revise los lineamientos documentados enseguida, con el propósito de guiar el proceso de selección de cierto individuo en específico: para aquellos individuos que ocasionan un alto nivel de fatiga, es necesario reducir su efecto, por medio de la contratación de un mayor número de personas; el incremento en costos de producción debe evaluarse, con base en el riesgo financiero de la empresa; debe descartarse en lo posible, la utilización de individuos que impliquen la programación permanente de calderas o de equipos que funcionen a potencias altas y constantes.

7 Conclusiones

A través del análisis de los resultados y su discusión, se establece: 1) Las expectativas particulares de los colaboradores de la organización, se han abordado desde el análisis básico de la accidentalidad laboral; sin embargo, los conceptos relacionados con el bienestar laboral, no se han analizado con el suficiente rigor. 2) Las expectativas de la sociedad, se han considerado desde el consumo de energía eléctrica en el sistema de producción, pero otros aspectos relacionados con la gestión ambiental, no se han examinado con precisión. 3) En cuanto a los proveedores, se expresa que no se han integrado, sus requerimientos de desarrollo en los programas de producción. 4) A partir del primer frente de Pareto, deben seleccionarse aquellos individuos que generen el mejor equilibrio, entre las expectativas de los diferentes grupos, procediendo a tomar acciones preventivas, cuando alguno de tales grupos, sea negativamente afectado. 5) Tomar puntos de referencia extremos, en el proceso de mejoramiento de la población, permite lograr mayor diversidad en el comportamiento de los individuos detectados.

Referencias

1. A. Azadeh; S. Goldansaz y A. Zahedi-Anaraki. Solving and optimizing a bi-objective open shop scheduling problem by a modified genetic algorithm. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 85: 1603-1613, 2016.
2. EIA, 2017. International Energy Outlook 2017. Accessed April, 2018. [https://www.eia.gov/outlooks/ieo/pdf/0484\(2013\).pdf](https://www.eia.gov/outlooks/ieo/pdf/0484(2013).pdf).
3. G.A. Coca; O.D. Castrillón y S. Ruiz. Programación Multiobjetivo en un Sistema de Fabricación Tipo “Contra Existencia” (Job Shop). *Información Tecnológica*, 24(6): 21-22, 2013.
4. K. Deb y H. Jain. An Evolutionary Many-Objective Optimization Algorithm Using Reference-Point-Based Nondominated Sorting Approach, Part I: Solving Problems with Box Constraints. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 18(4): 577-601, 2014.
5. A. Haider y J. Mirza. An implementation of lean scheduling in a job shop environment. *Advances in Production Engineering & Management*, 10(1): 5-17, 2015.
6. X. Hao; M. Gen; L. Lin y G. Suer. Effective multiobjective EDA for bi-criteria stochastic Job-Shop scheduling problem. *Journal of intelligent Manufacturing*, 28(3): 833-845, 2017.
7. ILO, 2017. Safety and health at work. Accessed April, 2018. <http://www.ilo.org/global/topics/safety-and-health-at-work/lang--en/index.htm>.
8. V. Kaplanoğlu. An object-oriented approach for multi-objective flexible job-shop scheduling problem. *Expert Systems with Applications*, 45: 71-84, 2016.
9. S. Karimi; Z. Ardalan; B. Naderi y M. Mohammadi. Scheduling flexible job-shops with transportation times: Mathematical models and a hybrid imperialist competitive algorithm. *Applied mathematical modelling*, 41: 667-682, 2017.
10. Y. Liu; H. Dong; N. Lohse; S. Petrovic y N. Gindy. An investigation into minimising total energy consumption and total weighted tardiness in job shops. *Journal of Cleaner Production*, 65: 87-96, 2014.
11. R. Mencía; M. Sierra; C. Mencía y R. Varela. Memetic algorithms for the job shop scheduling problem with operators. *Applied Soft Computing*, 34: 94-105, 2015.
12. J. Moon y J. Park. Smart production scheduling with time-dependent and machine-dependent electricity cost

- by considering distributed energy resources and energy storage. *International Journal of Production Research*, 52(13): 3922-3939, 2014.
13. W. Niebel y A. Freivalds. Ingeniería industrial: métodos, estándares y diseño del trabajo. 12 ed. México: Alfaomega, 2012.
 14. E. Niemi y S. Pekkola. Using enterprise architecture artefacts in an organisation. *Enterprise information systems*, 11(3): 313-338, 2017.
 15. R. Zhang y R. Chiong. Solving the energy-efficient job shop scheduling problem: a multi-objective genetic algorithm with enhanced local search for minimizing the total weighted tardiness and total energy consumption. *Journal of Cleaner Production*, 112 (4): 3361-3375, 2016.
 16. S. Ruiz; O. Castrillón y W. Sarache. Una metodología multiobjetivo para optimizar un ambiente Job Shop. *Información Tecnológica*, 23(1): 35-46, 2012.
 17. X. Shen; M. Zhang y J. Fu. Multiobjective Dynamic Job Shop Scheduling a Survey and Prospects. *International Journal of Innovative*, 10(6): 2113-2126, 2014.
 18. M. Singh; M. Singh; S. Mahapatra y N. Jagadev. Particle swarm optimization algorithm embedded with maximum deviation theory for solving multi-objective flexible job shop scheduling problem. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 85: 2353-2366, 2016.
 19. X. Wu y Y. Sun. A green scheduling algorithm for flexible job shop with energy-saving measures. *Journal of Cleaner Production*, 172: 3249-3264, 2018.
 20. UN, 2015. Report of the Open Working Group of the General Assembly on Sustainable Development Goals: A/68/970. Accessed April, 2018. <http://undocs.org/A/68/970>

A Branch-cut-and-price Algorithm for the Traveling Salesperson Problem with Hotel Selection

Luiz Henrique Barbosa
Universidade Federal Fluminense
luizhsb@gmail.com

Eduardo Uchoa
Universidade Federal Fluminense
uchoa@producao.uff.br

Abstract

The Traveling Salesperson Problem with Hotel Selection (TSPHS) is an extension of the classic Traveling Salesperson Problem recently introduced to the literature. In TSPHS there is a time limit that restricts the visits that can be performed in a single day. Therefore, several days may be necessary to visit all clients. The salesperson has to spend the night in one of the available hotels. Previous works focus mainly in metaheuristics and MIP formulations. This work presents a sophisticated exact algorithm for the TSPHS, a branch-cut-and-price algorithm that includes and adapts a number of features found in state-of-the-art routing algorithm. Columns are associated to possible salesperson day trips; subtour elimination, 2-path and limited-memory rank-1 cuts are separated. Computational results show that many medium-sized instances, having up to 50 clients and 20 hotels, can be solved to optimality. Some larger instances from the literature, with up to 225 clients are solved as well.

Keywords: Column Generation; Cut Separation; Routing.

1 Introduction

The Traveling Salesperson Problem with Hotel Selection (TSPHS), introduced in 2012 by Vansteenwegen et al. [9], is a generalization of the classic TSP where, as expected in many actual situations, the salesperson has a limited time in each day for visiting the clients and must stay at a hotel overnight. A TSPHS solution, a tour, is composed by a connected sequence of trips, each one corresponding to a salesperson work day. Each trip should start at a hotel, then visit a subset of the clients and end at a hotel. The maximum duration of a trip, including traveling time and client service time, should respect a given limit. The tour must visit all clients exactly once, but hotels can be visited any number of times. Finally, the sequence of trips must start and finish at the origin hotel, that may represent the salesperson residence.

The TSPHS can be directly applied to solve real world problems other than the application suggested by its name. For example, it can be applied for planning long routes for truck drivers. Many countries have strict regulations on how many hours per day a truck driver can work. Therefore,

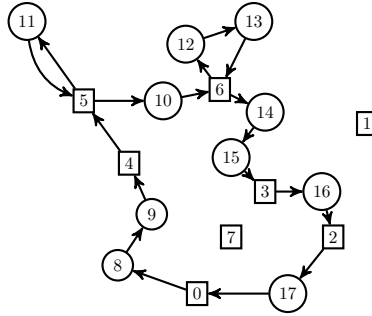


Figure 1: Example of a TSPHS tour.

when planning these routes one must take those limits into account. Another natural application could be to plan routes for electric vehicles that have limited autonomy in areas where few charging stations are available to choose from. When the problem was originally introduced in [9], one of the main motivations was to address a problem faced by a geographical mapping company that needed to plan mapping tasks that could span multiple days.

More formally, the TSPHS is defined as follows. Let $G = (V, A)$ be a complete directed graph with vertex-set $V = H \cup C$, where $H = \{0, \dots, m - 1\}$ represents a set of m hotels and $C = \{m, \dots, m + n - 1\}$ represents a set of n clients. Vertex 0 represents the *origin hotel*. Each arc $a \in A$ has a *travel time* c_a . Each client $i \in C$ has a *service time* s_i . A *trip* is an elementary path in G in which the first and last nodes are hotels, and all other nodes in between (if any) are clients. Given a trip t , let $V(t)$ and $A(t)$ be the sets of vertices and arcs in t , respectively. The duration of a trip t , given by $\sum_{a \in A(t)} c_a + \sum_{i \in (V(t) \cap C)} s_i$, should not exceed a given *time limit* L . The *cost* of a trip t is given by $c(t) = \sum_{a \in A(t)} c_a$, just the sum of the traveling times. A *tour* $S = (t_1, \dots, t_K)$ is a sequence of $K \geq 1$ trips such that: (i) t_1 starts at 0; (ii) t_j ends at the same hotel where t_{j+1} starts, for $j = 1, \dots, K - 1$; (iii) t_K ends at 0; and (iv) each client $i \in C$ belongs to exactly one of the trips in S . The TSPHS consists in finding a tour S with the minimum possible number of trips that minimizes the total trip cost. In other other words, first minimize the number of trips, and second, their costs. Remark that it is possible for a TSPHS instance to be infeasible, if L is too small with respect to the traveling and service times.

The classic TSP can be modeled as a TSPHS with a single hotel and $L = \infty$, therefore the TSPHS is also an NP-hard problem. Actually, TSPHS tours can be much more topologically complex than TSP tours. This happens because some hotels may be visited more than once, creating sub-cycles. Figure 1 shows an example of a TSPHS tour, for an instance with $m = 8$ and $n = 10$. Hotels are represented in squares; clients are represented as circled nodes. The tour is $S = (0-8-9-4, 4-5, 5-11-5, 5-10-6, 6-12-13-6, 6-14-15-3, 3-16-2, 2-17-0)$.

2 Literature Review

Vansteenwegen, Souffriau, and Sorensen [9] presented TSPHS for the first time and proposed an Iterated Local Search (ILS) algorithm for its solution. A MIP formulation for the problem is also given. They also proposed four sets of benchmark instances, based on existing Vehicle Routing Problem (VRP) and TSP. The ILS results were compared against the results of the MIP formulation solved by CPLEX. Only instances with up to 4 trips, 2 hotels and 40 clients could be solved to

optimality.

Castro et al. [3] presented a memetic algorithm with an embedded tabu search, adapting well-known neighborhood operators for the TSP and the VRP. The new algorithm consistently obtained the optimal solutions for the instances where the optimal was known and improved the best known solutions for several other instances. Another MIP formulation is also presented along with a cutting-plane algorithm over the new formulation was able to compute some additional optimal solutions for instances with up to 40 clients.

Castro et al. [4] obtained better results for the benchmark instances with a heuristic algorithm based on ILS and Variable Neighborhood Descent meta-heuristics. The initial solution is constructed based on an order-first split-second strategy and is then improved upon by using several different neighborhoods, some of which had been used in previous papers. This new algorithm was also significantly faster than the previous ones. Moreover, a new mathematical formulation based on set-partitioning was introduced, well suited for a column generation algorithm. However, no exact algorithm based on that formulation was implemented.

Finally, a Variable Neighborhood Search algorithm was presented in Sousa et al. [8]. The same order-first, split-second strategy was used to generate initial solutions and well known neighborhoods were used to refine solution, as well as a perturbation operator on the clients. This approach was successful in obtaining improvements over the results in [3] and [4].

3 Mathematical Formulation

3.1 A Set-Partitioning Based Formulation

Although a set-partitioning formulation was already provided in [4], in this work a different set-partitioning based formulation is proposed. The formulation presented in this work is specific to symmetric cases, where $c_{ij} = c_{ji}$, although a similar formulation could be derived for asymmetric instances, allowing us to increase the efficiency of the pricing algorithm. The problem is defined over a non-directed complete graph $G = (V, E)$. For each $t \in T$, where T is the set of all valid trips, define a non-negative variable λ_t and coefficients a_{ij}^t indicating how many times edge $(i, j) \in E$ appears in trip t . Decision variables $b_h : h \in H$ are also introduced to assist in ensuring that every hotel has an even number of incident edges. Finally, we also define $\delta(S) : S \subset V$ as the subsets of edges in $G = (V, E)$ with one endpoint in S . The formulation for the TSPHS given below has an exponentially large number of variables and constraints and leads to a branch-cut-and-price algorithm.

$$\min \sum_{t \in T} \left(\sum_{e \in E} c_e a_e^t \right) \lambda_t \tag{1}$$

subject to

$$\sum_{t \in T} \left(\sum_{e \in \delta(\{j\})} a_e^t \right) \lambda_t = 2 \quad \forall j \in C \quad (2)$$

$$\sum_{t \in T} \left(\sum_{e \in \delta(\{0\})} a_e^t \right) \lambda_t \geq 2 \quad (3)$$

$$\sum_{t \in T} \left(\sum_{e \in \delta(\{h\})} a_e^t \right) \lambda_t = 2b_h \quad \forall h \in H \quad (4)$$

$$\sum_{t \in T} \left(\sum_{e \in \delta(S)} a_e^t \right) \lambda_t \geq 2 \quad \forall S \subset V : 0 \notin S, S \cap C \neq \emptyset \quad (5)$$

$$\sum_{t \in T} \left(\sum_{e \in \delta(H)} a_e^t \right) \lambda_t = 2q \quad (6)$$

$$\lambda_t \in \{0, 1\} \quad \forall t \in T \quad (7)$$

$$b_h \in \mathbb{Z}^+ \quad \forall h \in H \quad (8)$$

In this formulation, the number of trips q is fixed and obtained by a procedure that will be described later. The objective function then aims to minimize the total tour duration. Constraints (2) define that every client should be visited exactly once by determining that they have two adjacent edges. Constraint (3) requires that hotel 0 be visited at least once. Constraints (4) guarantee that each hotel has an even number of adjacent edges. Constraints (5) enforce overall trip connectivity by requiring the existence of two paths from hotel 0 to every client. Finally, Constraint (6) determines the total number of trips and Constraints (7) and (8) define decision variables λ_t as binary and b_h as non-negative integers, respectively.

A solution to the formulation (1)-(8) can also be expressed in terms of edge-based decision variables $x_e : e \in E$ by applying the following expression:

$$x_e = \sum_{t \in T} a_e^t \lambda_t \quad \forall e \in E \quad (9)$$

In fact, any constraint expressed in terms of x variables can be transformed to the λ variables using (9). It can be observed that all the constraints in the set-partitioning formulation can be seen as arising from such a transformation. For example, Constraints (2) are equivalent to $\sum_{e \in \delta(\{j\})} x_e = 2, \forall j \in C$.

3.2 The Pricing Subproblem

The pricing subproblem is responsible for generating valid trips to be added to the master problem defined by the linear relaxation of the formulations in Section 3.1. Every trip must be a valid path that starts and ends at one of the available hotels and possibly visit one or more clients in between, respecting the budget constraint that prevents the trip length from exceeding the daily budget L .

This problem can be modeled as a Shortest-Path Problem with Resource Constraints (SPPRC), where the constraint is set on the total duration of the trip, also an NP-hard problem in itself (see [5]). Since the trip can start and end at any available hotel, the pricing subproblem is solved on an auxiliary graph derived from the original problem graph. Given graph $G' = (N', A')$, the pricing consists in finding the shortest path between nodes s and t , placeholders for the source and sink nodes of the shortest path problem. Sets $H' = \{0', \dots, (m-1)'\}$ and $H'' = \{0'', \dots, (m-1)''\}$ will be copies of the original set of hotels H and represent the set of available hotels for the salesman to start and end a trip, respectively. Consequently, set N' will be defined as $\{s, t\} \cup H' \cup H'' \cup C$, and the set of arcs $A' = \bigcup_{k=1}^6 A'_k$, where $A'_k, k = 1, \dots, 6$ is defined below.

$$\begin{aligned}
A'_1 &= \{(i, j) : i = s, j \in H'\} \\
A'_2 &= \{(i', j'') : i' \in H', j'' \in H'', i' \neq j''\} \\
A'_3 &= \{(i, j) : i \in H', j \in C\} \\
A'_4 &= \{(i, j) : \{i, j\} \subset C, i \neq j\} \\
A'_5 &= \{(i, j) : i \in C, j \in H''\} \\
A'_6 &= \{(i, j) : i \in H'', j = t\}
\end{aligned}$$

Let $c(P)$ be the total cost of path P , given by the sum of the arcs traversed in such path and $s(P)$ the sum of the service times of the clients visited in P . The pricing subproblem now consists in finding an s - t path over G' that minimizes $\bar{c}(P)$, the total reduced cost of path P , respecting the budget given by L and is described by (10).

$$\min\{\bar{c}(P) : P \in \mathcal{P}_{s-t}(G'), c(P) + s(P) \leq L\} \quad (10)$$

4 The Branch-cut-and-price algorithm for the TSPHS

The algorithm optionally takes as input upper bound parameters q_{UB} and l_{UB} , respectively the total number of trips and the total cost of a known solution, possibly obtained through a heuristic algorithm. It starts by obtaining a lower bound on the TSPHS tour length, l_{LB} . That is accomplished by first solving a classic TSP over the set of points defined by the clients and the origin hotel, using travel times as distances. If $l_{LB} + \sum_{i \in V} s_i$ is less than the daily budget L , then the TSPHS can be completed in one day and the TSP solution is valid and optimal for the TSPHS. Otherwise, we calculate a lower bound q_{LB} on the number of trips by dividing $l_{LB} + \sum_{i \in V} s_i$ by L and rounding up to the next integer.

The algorithm initializes $q = q_{LB}$, and runs the BCP algorithm iteratively, incrementing q until it finds a solution. The total cost of the heuristic solution, l_{UB} , can only be used by the BB framework to prune the branching tree when $q = q_{UB}$, as it is possible to have a solution with fewer trips, but greater length. If $q \neq q_{UB}$, a loose upper bound is taken by multiplying the total number of trips being searched by the daily budget L .

Algorithm 1: Solve-TSPHS(q_{UB}, l_{UB})

```
 $S_{TSP} = \text{Solve-TSP}(C \cup \{0\})$   
 $l_{LB} = c(S_{TSP})$   
if  $l_{LB} + \sum_{i \in V} s_i \leq L$  then return  $S_{TSP}$   
 $S \leftarrow \emptyset$   
 $q = q_{LB} = \lceil (l_{LB} + \sum_{i \in V} s_i) / L \rceil$   
while  $S = \emptyset$  do  
     $ub \leftarrow q \times L$   
    if  $q = q_{UB}$  then  $ub \leftarrow l_{UB}$   
     $S \leftarrow \text{BranchCutAndPrice}(q, ub)$   
     $q \leftarrow q + 1$   
return  $S$ 
```

4.1 Pricing

The pricing subproblem is solved through a label correcting algorithm. Given that solving the SPPRC for only elementary paths is a strongly NP-hard problem, an efficient relaxation to the elementarity constraint known as *ng*-routes (see [2]) is used, allowing subcycles to be formed in the resulting paths.

4.2 Cuts

Aside from Constraints (5), the following two families of cuts are also separated.

4.2.1 2-Path Cuts

2-Path cuts originally introduced by Kohl et al. [6] were designed specifically for the Vehicle Routing Problem with Time Windows. In that context, let S be a set of clients that can not be serviced in a single route due to time window incompatibility and/or lack of capacity. The 2-path cut over S requires that at least two routes are used to service S .

In the TSPHS, to assert that a set S of clients can never be serviced by a single trip, it is necessary to ensure that no valid trip can start at a hotel, visit all clients in S and return to a hotel, regardless of the order in which clients are visited. The separation of this cut is done by first enumerating a number of candidate sets S such that $\sum_{e \in \delta(S)} x_e < 4$.

This is done using the labeling algorithm in similar structure as the one used for pricing. However, there are key aspects that need to be modified. Only arcs corresponding to edges used in the fractional solution are considered. Arc distances, defined by $d_{ij} = c_{ij} + \frac{s_i}{2} + \frac{s_j}{2}$, $(i, j) \in A'$, are considered instead of reduced costs. The daily budget constraint is now defined over an interval of $(L, 2L]$, since only paths that exceed the daily budget are interesting. Only elementary paths are considered and, for any set S , the shortest feasible path that goes through S is returned as to maximize the chance that the candidate set S is an actual violation of the 2-Path cut.

For each candidate S , an instance of the TSP having S plus a root node r as points is solved. The distance between r and a client $i \in S$ is defined as the smallest travel time between a hotel and i , the distances between pairs of clients in S are defined by their travel times. If the TSP tour distance plus $\sum_{i \in S} s_i$ exceeds L , the following cut is added: $\sum_{e \in \delta(S)} x_e \geq 4$.

Set	Avg Clients	Hotels	# Inst	# Prev Opt	# Opt	# Feas	Avg Time	Avg Trips
1	146	6	16	0	1	4	1615.0	4.8
2.1	10	2	13	13	13	0	0.001	1.1
2.2	15	2	13	13	13	0	0.2	1.2
2.3	30	2	13	11	13	0	45.8	1.9
2.4	40	2	13	10	13	0	275.3	2.5
3.1	189	4	16	0	12	0	365.1	4.0
3.2	189	6	16	0	13	0	628.7	6.0
3.3	189	11	16	0	11	1	2166.4	10.5
4	195	10	15	0	5	1	2445.2	6.2

Table 1: Summary of results for instances from literature

4.2.2 Rank-1

Rank-1 cuts used in this algorithms are obtained through a Chvátal-Gomory rounding of the Constraints (2). They are considered non-robust, and as such, for each cut added, a new dimension is required in the labeling algorithm used for pricing. Therefore, as more cuts are added, the subproblem complexity increases, and so they need to be carefully managed as to prevent the pricing from becoming intractable. In this algorithm, the limited memory technique [7] is used to minimize the impact on the pricing algorithm.

5 Computational Experiments

Computational experiments were run against some of the benchmark instances that exist in the literature, as well as instances that were randomly generated and proposed in this paper. The algorithm was implemented in C++ using the Microsoft Visual Studio 2015 compiler and the experiments were run on a Windows environment with IBM CPLEX 12.7 and a Intel Core i7 processor with 2.4 GHz and 16GB of RAM. The Concorde TSP Solver [1] was used to solve the TSP at the beginning of the algorithm to obtain the trip and tour lower bounds.

A time limit of 5 hours was used on every instance. For the instances present in the literature, the best known solution was used as an upper bound.

The overall performance of the proposed BCP algorithm over the sets of instances proposed in [9] is shown in Table 1. Column *Set* identifies the instance set, *Avg Clients* is its average number of clients and *hotels* is the number of hotels in each set. Column *# Inst* is the number of instances and *# Prev Opt* shows the number of instances that had been solved to optimality previous to this work. Columns *# Opt* and *# Feas* are the number of instances where optimal solutions and feasible solutions not proven to be optimal are found, respectively. In the remaining instances no solution could be found within the time limit. Column *Avg Time* is the average BCP time for the instances that could be solved to optimality. Finally, Column *Avg Trips* is the average number of trips on the optimal solutions found.

Additionally, new sets of instances were also proposed in this work. 10 instances were created by randomly positioning 50 clients on a 100 by 100 plane. After that, 8 sets of instances were created varying the number of hotels between 5, 10 and 20 and the daily limit between 100, 150 and 200. Results are shown in Table 2. Note that some instances are initially infeasible, but as new

Set	Clients	Hotels	# Inst	# Inf	# Opt	# Feas	Avg Time	Avg Trips
h05_c50_l150	50	5	10	4	6	0	280.7	10.5
h05_c50_l200	50	5	10	0	8	2	1684.3	7.1
h10_c50_l100	50	10	10	5	5	0	1337.0	15.0
h10_c50_l150	50	10	10	0	8	1	1843.8	8.7
h10_c50_l200	50	10	10	0	10	0	1808.6	6.2
h20_c50_l100	50	20	10	0	8	1	3265.4	13.4
h20_c50_l150	50	20	10	0	9	1	1712.9	8.2
h20_c50_l200	50	20	10	0	7	3	1158.6	6.0

Table 2: Summary of results for proposed instances

hotels are added or as the limit is increased they become feasible. A new column *# Inf* is exhibited with the number of infeasible instances in each set.

References

- [1] David L. Applegate, Robert E. Bixby, Vasek Chvatal, and William J. Cook. *The Traveling Salesman Problem: A Computational Study (Princeton Series in Applied Mathematics)*. Princeton University Press, Princeton, NJ, USA, 2007.
- [2] R Baldacci, A Mingozzi, and R. Roberti. New route relaxation and pricing strategies for the vehicle routing problem. *Operations Research*, 59(5):1269–1283, 2011.
- [3] M. Castro, K Sorensen, P Vansteenwegen, and P Goos. A memetic algorithm for the travelling salesperson problem with hotel selection. *Computers & Operations Research*, 40:1716–1728, 2013.
- [4] M. Castro, K Sorensen, P Vansteenwegen, and P Goos. A fast metaheuristic for the travelling salesperson problem with hotel selection. *4OR-Q J Oper Res*, 13:15–34, 2015.
- [5] G. Desautniers, J. Desrosier, and M. Solomon. *Column Generation*. Springer, 2005.
- [6] N. Kohl, J. Desrosiers, O. Madsen, M. Solomon, and F. Soumis. 2-path cuts for the vehicle routing problem with time windows. *Transportation Science*, 33(1):101–116, 1999.
- [7] Diego Galindo Pecin. *Exact Algorithms for the Capacitated Vehicle Routing Problem*. PhD thesis, Pontificia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2014.
- [8] Marques M Sousa, Luiz Satoru Ochi, Igor Machado Coelho, and Luciana Brugiolo Gonçalves. A variable neighborhood search heuristic for the traveling salesman problem with hotel selection. In *Computing Conference (CLEI), 2015 Latin American*, pages 1–12. IEEE, 2015.
- [9] P. Vansteenwegen, W. Souffriau, and K. Sorensen. The travelling salesperson problem with hotel selection. *Journal of the Operational Research Society*, 63:207–217, 2012.

Metaheuristic algorithms for real cases of Vehicle Routing Problems with Heterogeneous Fleet and Time Windows (VRPTW)

Jose Bernal
Computer Vision and Robotics Institute,
Universitat de Girona, Girona 17003, Spain
jose.bernal@udg.edu

John Willmer Escobar
Department of Accounting and Finance
Faculty of Business Management
Universidad del Valle
john.wilmer.escobar@correounivalle.edu.co

Rodrigo Linfati
Departamento de Ingeniería Industrial
Universidad del Bío-Bío, Chile.
Concepción 3349001, Chile
rlinfati@ubibio.cl

Abstract

The Vehicle Routing Problem with Heterogeneous Fleet and Time Windows (HVRPTW) aims to determine the routes to be performed to fulfill the demand of the customers by using a heterogeneous fleet and considering hard and soft time windows. The objective is to minimize the distance traveled (variable cost) by the performed routes. We proposed metaheuristic algorithms to solve two real cases. The first case was applied to a franchise company bottling Coca-Cola products in Colombia. In this work, we proposed a Granular Tabu Search algorithm. The second case was applied to the distribution of products from a regional distribution center of a multinational company within the urban perimeter of Cali, Colombia. In this case, we applied a Simulated Annealing Scheme. The computational experiments showed their applicability and performance for solving HVRPTW. The proposed algorithms were able to improve some of the current solutions applied by the companies by reducing the route length and the number of vehicles.

Keywords: Vehicle Routing Problem, Heterogeneous Fleet, Time Windows, Metaheuristics, Granular Tabu Search, Simulated Annealing

1 Introduction

Logistics Management belongs to the most important research areas of supply chain. Companies need to establish operational and strategic decisions to optimize and efficiently manage the processes involved in their supply chains by ensuring that products are delivered with lower costs while maintaining high-quality service. These aspects guarantee not only excellent customer service but also storage and distribution savings [1].

The problem addressed of this paper is the well-known Vehicle Routing Problem with a Heterogeneous Fleet and Time Windows (HFVRPTW). The aim of HFVRPTW is to determine the routes to be performed by minimizing the distance traveled. In addition, the following constraints must be satisfied: i) each route must start and finishes at the depot; ii) the demand of the customers belonging to a route must not exceed the capacity of the assigned vehicle; iii) each customer must be attended within its corresponding time windows; and v) the length of the route must not exceed parameter D (maximum length of route).

In this work, we propose two metaheuristic algorithms for solving real cases of HFVRPTW problems. The first algorithm is proposed for solving the HFVRPTW for a franchise company bottling Coca-Cola products in Colombia. In this approach, a hybrid heuristic approach is performed to generate an initial feasible solution, while an approach based on a Granular Tabu Search (MGTS) is performed during the second phase in order to improve the initial solution. The second approach considers a metaheuristic algorithm based on a Simulated Annealing for addressing the HFVRPTW of one of the most important companies of food product manufacture and distribution in Cali, Colombia. Both approaches are of importance as costs generated during distribution affect the profitability of the cases of Study Company considerably.

2 Problem description

The vehicle routing problem with heterogeneous fleet and time windows can be modeled through a weighted graph $G = (V, E, T)$. The set V represents the nodes of the network (customers and depots) and the set E contains the arcs of the graph. Node 0 denotes the depot and nodes $1, \dots, n$ the different customers. The set of arcs $(i, j) \in E$ denotes the best path to travel from node i to node j , with an associated cost d_{ij} and travel time t_{ij} . The set T corresponds to the vehicles supplying the customers. In many cases, a single vehicle cannot go to all the customers, given that its capacity is limited. Each customer must be visited once only and each of them may have time windows [1]

Each customer i ($i = 1, \dots, n$), has a specific demand, q_i , service time s_i and a time window $[e_i, l_i]$. These parameters are known in advance. The variable s_i corresponds to load and unload times, e_i shows the moment when goods can be delivered and l_i when the customer time window ends. Note that the vehicle has to wait until e_i if it reaches the customer before the start of the time window [1]

The constraints considered for the problem are the following [1]:

- Each customer must be visited by a single vehicle
- The sum of the demands of customers belonging to one route must not exceed the capacity of the vehicle
- Split delivery is not allowed
- Vehicle fleet is heterogeneous (differences in capacity and cost)
- Each route must start and end at the depot

The objective is to minimize the sum of fixed and variable costs

3 First Algorithm: Granular Tabu Search Approach

The proposed approach [2] considers the following phases:

- a) Generation of a initial solution by using a heuristic algorithm
- b) Granular Tabu Search Approach

3.1 Initial solution [2]

The initial solution is generated using a *customer-insertion algorithm*. Initially, the vehicles are sorted according with their capacities, and the customers with respect to their positions positions (distance to the depot), respectively. Then, the following steps are performed [2]:

1. A two-node route is created: the depot is added twice to represent both the start point and the end point. The vehicles are initially assigned to the routes according to their order in the sorted list, i.e. the vehicle with maximum capacity is associated with the first route [2].
2. The algorithm inserts as many customers as possible while ensuring that the following parameters are met: the length of the route is less than or equal to the maximum specified value D ; the demand of all customers belonging to a given route must not exceed the capacity of the assigned vehicle, and the time window constraints must be satisfied. Whenever a customer is inserted in the route, the route length and demand is updated [2].

The previous two steps are carried out iteratively until all the vehicles have been assigned to a route.

3.2 Granular Tabu Search Approach [2]

After the initial solution is obtained, a Granular Tabu Search algorithm is applied. This algorithm uses the basic idea of granular search space introduced by [3], which considers a sparse graph (uncompleted graph) instead of the complete graph for the VRP. The main goal of the granular tabu search is to find high-quality solutions while retaining the main characteristics of the original tabu search as well as short computing times [2].

The Granular Tabu Search algorithm considers infeasible solutions respect to the vehicle capacity, the total route length, and time windows during the search. In addition, the proposed algorithm uses an intra-route and inter-route move called *insertion*. This neighborhood allows removing a customer from its position on the current route, and inserting it either in a different position on the same route or in another route. The *insertion* operator is evaluated if and only if the new edges to be inserted in the current solution belong to the granular space (sparse graph).

To select the solution with the minimum cost within the neighborhood, it is necessary to verify the following conditions:

- The cost of the move is expressed by the difference between the costs of created edges and the costs of deleted edges. Additionally, there could be a penalty associated with the move. The penalty becomes effective when one of the constraints is not fulfilled.
- If some of the implicated edges belong to the tabu list, the movement is not taken into account. The implicated edges are either valid or not according to the type of explored solutions(feasible or unfeasible). “Small” edges are explored if the solution is feasible. Otherwise, “big” edges are considered.
-

The proposed approach was implemented in C++, and the computational tests were executed on an Intel Core 2 Quad (2.83 GHz) computer. A calibration process is carefully performed.

In the study cases in Cali, the proposed algorithm significantly improves the results obtained by the first phase (first procedure), achieving similar or better objective function values than the current solution applied by the company. However, it can be seen that the number of vehicles is similar or larger than the ones used in the real solution. Since our proposal is indeed oriented to satisfy time window constraints, this situation could mean that more vehicles are needed to fulfill this requirement and, hence, obtain a higher satisfaction index from the customer's side [2].

In the study cases in Pereira, the situation is the opposite of the Cali. The proposed algorithm is not able to outperform the current solution applied by the company. Unlike in the case of Cali, the second procedure was not able to enhance considerably the initial solution.

4 Second Algorithm: Simulated Annealing Approach

The proposed approach [1] considers the following phases:

- a) Generation of a initial solution by an hybrid procedure
- b) Simulated Annealing Procedure

4.1 Initial Solution [1]

The initial solution of the proposed approach is generated using an extension of the method proposed by [4]. First, a giant TSP is formed considering all the customers. Note that this means that the distance between consecutive nodes has been minimized. Second, customers are sorted out according to their time window duration. In this way, a sense of priority is articulated on the algorithm: customers with a shorter time window interval are more restrictive than ones with a longer one and, thus, fixing them first eases the process. Third, the following step considers the following stages: (i) the first customer available in the priority list is taken out of it and added in a new route containing the depot two times, denoting departure and arrival; (ii) following the giant TSP from the recently inserted customer, nodes are inserted when and where possible taking into account total demand, route duration and time window constraints (e.g. if the route is 0-1-2-3-0, and the customer 1 has been added, the next one to check will be 2 and then 3 and so on); (iii) once all the customers have been revised, the process goes again from (i) [2].

4.2. Simulated Annealing Approach

After the construction of an initial solution, a Simulated Annealing approach is performed to refine it. The strategy consists in exploring different neighbourhoods for a given number of iterations, and return the best solution found in the process. The standard simulated approach (SA) is run until a local minimum is reached using a single neighbourhood structure. The proposed SA algorithm contemplates a local search procedure in which intra-route and inter-route exchange operations are used. Four operators are considered: Insertion, Swap, Double insertion, Double swap and 2-opt.

Each neighbourhood has a dynamically updated probability to be used at a given moment. If improvement solutions were found during a given number of iterations, the probability to be selected of the current neighborhood is increased by a factor of f_{up} . Otherwise, the probability to be selected for the current neighborhood is decreased by a factor of f_{down} [1].

The proposed algorithm was implemented in C++, and the computational tests were executed on an Intel(R) Core(TM) i5-4200U CPU @ 1.60GHz - 6GB RAM computer. The speed of the vehicle is a crucial parameter in our implementation. Hence, we analyze the objective function for different values of

it. The proposed approach has been validated using real data from a Colombian company. The current routing is performed intuitively following historical patterns modeled using specialized software. Naturally, this approach results in unnecessary costs, which make the business less profitable. The company has different regional distribution centres (CDRs) in many places in the Colombian territory, which make possible to distribute products to consumers all over the country [1].

5 Concluding Remarks

We have proposed metaheuristic algorithms to solve two real cases. The first case was applied to a franchise company bottling Coca-Cola products in Colombia. In this work, we proposed a Granular Tabu Search algorithm. The proposed approach was compared to the current results found by the software used by the company to plan the performed routes.

The proposed approach initially found a solution using a customer-insertion algorithm (first phase). Then, the initial solution was improved by a modified GTS, for which the main idea is to improve the performance with HFVRPTW instances. According to our experience, the algorithm described in this paper can be equipped afterwards with i) more exchange operators to help in exploring the search space and, perhaps, reducing the objective function; and ii) shaking procedures to escape local minima. Both approaches should be carefully implemented to comply with the time window constraints and are considered for future work. The proposed algorithm was able to improve some of the current solutions applied by the company by reducing the route length and the number of vehicles.

The second case was applied to the distribution of products from a regional distribution center of a multinational company within the urban perimeter of Cali, Colombia. In this approach, we propose a metaheuristic algorithm based on simulated annealing to address a real case study of vehicle routing problem with a heterogeneous fleet and time windows. The case study company problem is to distribute from a regional center to customers in urban perimeter the city of Cali, Colombia. The proposed algorithm contemplates two phases. First, the algorithm generates an initial solution taking into account a solution of a giant traveling salesman problem formulated with the entire customer set. Second, a simulated annealing scheme in which five exchange operators are probabilistically selected is applied to refine the original solution. The operator's probability increases when it has proven useful to finding better solutions and decreases otherwise.

The computational experiments showed their applicability and performance for solving HVRPTW. The proposed algorithms were able to improve some of the current solutions applied by the companies by reducing the route length and the number of vehicles.

References

1. J. Bernal, J.W. Escobar and R. Linfati. A Simulated Annealing based approach for a real case study of vehicle routing problem with a heterogeneous fleet and time windows. *Manuscript under review*, 2018.
2. Bernal J., Escobar J.W., Linfati R., A Granular Tabu Search Algorithm for a Real Case Study of a Vehicle Routing Problem with a Heterogeneous Fleet and Time Windows. *Journal of Industrial Engineering and Management – JIEM, Special Issue: Logistics Systems Design in Latin America*, 10(4), pp. 646 – 662. ISSN: 2013-0953, 2017.
3. Toth, P., and Vigo, D. The Granular Tabu Search and Its Application to the Vehicle-Routing Problem. *Inform's Journal On Computing*, 15(4), pp. 333-346, 2003.

4. Helsgaun, K. An effective implementation of the Lin–Kernighan traveling salesman heuristic. *European Journal of Operational Research*, 126(1), pp. 106–130, 2000.

Modelación para la programación de proyectos con recursos limitados en empresas de consultoría, auditoría e interventoría.

*Kennedy Captuayo-Novoa, Katherine Moreno-Caicedo, Jose-Fernando Jimenez,
Eliana Gonzalez-Neira, Juan Pablo Caballero-Villalobos*
Departamento de Ingeniería Industrial, Pontificia Universidad Javeriana
{k.captuayo, katherine.moreno, j-jimenez, eliana.gonzalez, juan.caballero}@javeriana.edu.co

RESUMEN

Las empresas de auditoría, interventoría y consultoría buscan hacer una revisión, evaluación o mejoramiento a la operación de sus clientes tanto a nivel individual como colectivo. Su funcionamiento está basado en la gestión de proyectos, que dependen de los recursos disponibles y los servicios demandados. La asignación de recursos es un factor importante para su rentabilidad y desempeño. Por esta razón, la efectividad de estas compañías radica en la importancia de optimizar la asignación de recursos teniendo en cuenta criterios como la disponibilidad de los empleados y el tiempo demandado por las asignaciones. Este problema es conocido como programación de proyectos con recursos restringidos, o RCPSP. Este artículo presenta un modelo MILP que permite dar solución al RCPSP. La validación de este modelo es realizada en dos empresas del sector en el software GAMS. Los resultados muestran que el modelo matemático resuelve instancias limitadas en tamaño y sugiere el uso de heurísticas.

Palabras Clave: RCPSP, MILP, Asignación recursos, consultoría, auditoría, interventoría, rentabilidad.

1 Introducción

Las empresas de servicios de auditoría, interventoría y consultoría (SAIC) son firmas dedicadas a la prestación de servicios de control técnico, certificación y asesoría a varias empresas. La asignación de personal es una de las actividades de mayor importancia dentro de su funcionamiento, debido al impacto en la rentabilidad de la compañía, la relación contractual con el cliente y la utilización adecuada de los recursos disponibles (Xu, 2013). La gestión del SAIC se lleva a cabo mediante la visita a las instalaciones de los clientes, por equipos encargados de realizar labores de comprobación y revisión del cumplimiento de las normas establecidas. Sin embargo, las empresas SAIC realizan la asignación de personal de forma manual y con procedimientos arbitrarios. Esta metodología genera problemas tanto a nivel operativo en los trabajadores, como son: a) desequilibrio en la carga laboral de los profesionales, b) incapacidad para prestar el servicio por el volumen de servicios recibidos en algunos periodos del año, c) incertidumbre con respecto a las necesidades del personal requerido, d) necesidad de capacitar o contratar nuevas personas generando costos adicionales, y e) generación de sobrecostos debido a inutilización de personal capacitado, entre otros. De esta manera, estas empresas no aprovechan totalmente los recursos e incurren en gastos innecesarios. Por lo anterior, es necesario proporcionar a estas compañías un modelo que realice la programación de personal en un tiempo determinado, teniendo en cuenta las especificaciones de los recursos disponibles. La posibilidad de obtener una solución al inicio del periodo permite tomar decisiones relacionadas con capacidad operativa requerida, perfiles con mayor y menor demanda en determinados periodos y costos asociados a la asignación.

En una revisión preliminar de la literatura se identificó que la asignación de personal en empresas SAIC es el problema de programación de proyectos con recursos restringidos, o RCPSP (del inglés Resource constrained Project scheduling problem). El RCPSP ha sido estudiado ampliamente por la comunidad en investigación de operaciones, dado su naturaleza NP-Hard (Keller & Bayraksan, 2010). Este problema puede ser definido como la programación de actividades, generalmente para minimizar el makespan, sujeto a restricciones tecnológicas y organizacionales de precedencia y con una limitación en disponibilidad y habilidades de los

recursos (Naber, 2017). Esta modelación es adecuada dada que los trabajadores de las SAIC deben realizar actividades en los clientes teniendo en cuenta una limitación de tiempo, ubicación, habilidades y disponibilidades. En virtud a lo anterior, este artículo presenta un modelo de programación entera mixta (MILP) que permite dar solución al RCPSP, para firmas de auditoría, interventoría y consultoría. La validación de este modelo es realizada en dos empresas del sector: TPS Global e ICONTEC. La investigación realizada para este artículo está enmarcada dentro del primer objetivo de la tesis de maestría para obtener el título de Ingeniería Industrial de la Universidad Javeriana. De esta manera, este artículo es un avance preliminar de los resultados obtenidos.

El artículo está organizado de la siguiente manera. La sección 2 realiza una revisión literaria de las modelaciones y soluciones propuestas a problema RCPSP, enfocándose en aplicaciones en el sector de empresas SAIC. Luego, la modelación MILP propuesta es presentada en la sección 3. La sección 4 presenta la metodología de validación, la experimentación realizada y los resultados obtenidos a partir del modelo propuesto. Finalmente, la sección 5 presenta las conclusiones y las perspectivas de investigación a partir de este artículo.

2 Revisión Literaria

En los últimos años diversos autores han trabajado en el RCPSP en proyectos de empresas SAIC. En general, estos modelos buscan satisfacer la demanda de clientes, mejorar la calidad en las asignaciones, disminuir el tiempo de ejecución de las mismas, disminuir los costos operacionales y maximizar la utilidad, entre muchos otros objetivos. Para ello se han contemplado ciertas particularidades o restricciones como: la diversidad en las actividades a realizar, necesidad de trasladar personas entre ciudades, la posibilidad de que una persona pueda realizar más de una actividad, entre otras descritas. La tabla No 1 muestra un compendio de los artículos encontrados que han abordado el problema RCPSP enfocados en las empresas SAIC.

Tabla 1 Revisión de artículos

1. Objetivo. 2. Descripción del problema.	1. Objetivo					2. Descripción del problema.									
	Minimizar el costo de asignación	Maximizar la calidad de las asignaciones	Maximizar la utilidad por medio de la asignación	Minimizar el tiempo de ejecución del problema	Diversificación de actividades.	Necesidad de traslados.	Múltiples habilidades por recurso.	Restricciones dadas por el usuario.	Requerimiento de los clientes.	Tipos de contratación	Periodos de asignación	Viáticos para la prestación del servicio.	Perturbaciones	tiempos esperados para asignación de actividad	Periodos no habiles.
Zhang & Xu, n.d.	*						*	*	*		*		*		
Dodin & Chan. (1991)		*			*									*	
Alcaraz, Maroto, & Ruiz. (2003)			*	*	*		*	*		*					*
Bouleimen & Lecocq. (2003)		*		*	*		*	*		*				*	
Drezet & Billaut. (2008)		*	*	*			*	*	*	*			*		*
Rojas, Hidalgo, Magdalena, & Castillo. (2008)	*	*		*	*		*	*		*	*				*
Mendes, Gonçalves, & Resende. (2009)			*	*	*		*	*		*	*				*
Ampuero M Guinara M De La Peña B. (2010)			*	*	*		*	*		*	*				*
Keller & Bayraksan. (2010)		*	*	*	*		*	*	*	*	*				*
Hartmann & Briskorn. (2010)		*	*	*	*		*	*		*	*				*
Rajkumar, Asokan, Anilkumar, & Page. (2011)	*	*	*	*	*		*	*		*	*				*
Sadjadi S Soltani R Izadkhah M Saberian F Darayi M. (2011)	*	*	*	*	*		*	*	*	*	*				*
Wglarz, Józefowska, Mika, & Waligóra. (2011)	*	*	*	*	*		*	*	*	*	*				*
Da Silva, Bahiense, Satoru Ochi, & Boaventura-Netto. (2012)		*	*	*	*		*	*	*	*	*				*
Wang & Kong. (2012)	*	*	*	*	*		*	*	*	*	*			*	*
Acuña Parada, Madiedo-Bautista, & Ortiz-Pimiento (2013)		*	*	*	*		*	*		*	*				*
Afshar-Nadjafi, Rahimi, & Karimi. (2013)		*	*	*	*		*	*		*	*			*	*
Shou YLi YLai C Neurocomputing. (2015)		*	*	*	*		*	*		*	*			*	*
Xu, Z, Ming, X. G., Zheng, M., Li, M., He, L., & Song, W. (2015).		*	*	*	*		*	*	*	*	*			*	*
Maghsoudlou, Afshar-Nadjafi, & Niaki. (2016)	*	*	*	*	*		*	*	*	*	*			*	*
Homberger J Fink A - 2017. (2017)	*	*	*	*	*		*	*	*	*	*			*	*
Javanmard, Afshar-Nadjafi, & Akhavan Niaki. (2017)	*	*	*	*	*		*	*	*	*	*			*	*
Naber. (2017)		*	*	*	*		*	*	*	*	*		*		*
Pour, Naji-Azimi, & Salari. (2017)	*	*	*	*	*		*	*	*	*	*			*	*
Tao S Dong Z. (2017)		*	*	*	*		*	*	*	*	*			*	*
Martin Josef Geiger. (2017)		*	*	*	*		*	*	*	*	*			*	*
Yassine, Mostafa, & Browning. (2017)		*	*	*	*		*	*	*	*	*			*	*

A continuación, se presenta una breve revisión de unos artículos seleccionados de la Tabla 1, según la pertinencia del objetivo del artículo.

Wang & Kong (2012), presentan un estudio desarrollado en una empresa dedicada a la prestación de servicios de auditoría en el sector público, en este caso es un requisito que los perfiles cumplan con la experiencia necesaria en alguno de los cuatro tipos de actividades: suelo civil y aseo, conservación, ingeniería de cimentación, vialidad y drenaje. Se cuenta con una frecuencia de visitas mensual en un periodo de vigencia específico determinado por cliente. Así mismo, Wglarz, Józefowska, Mika, & Waligóra (2011) contemplan el horario laboral disponible, la experiencia de cada profesional, la disponibilidad del cliente y los recursos necesarios para la realización de las actividades. De forma similar, Zhang & Xu (2012) consideran restricciones como la segmentación de profesionales por niveles definidos por su grado de calificación, la asignación se realiza teniendo en cuenta su disponibilidad y el número de tareas por realizar, según el tipo de tarea considera la necesidad de asignar varios profesionales en una jornada laboral que no superará las cuarenta horas semanales.

Dodin & Chan, (1991) proponen una programación de actividades en la prestación de servicios de auditoría interna y externa, identificando aspectos relevantes como el costo de no asignar un persona, es decir los tiempos de ocio, los tiempos de vencimiento para cada uno de sus clientes y la respuesta a los cambios inesperados. Xu et al., (2015) hace énfasis sobre la importancia de la ubicación geográfica para la realización de la visita, así como las sedes con las que cuenta la empresa que prestará el servicio, lo que implica contemplar tiempos adicionales correspondientes a desplazamientos y sus costos asociados (transporte, manutención y alojamiento del trabajador).

Existen otras aproximaciones al problema de asignación de personal en actividades de gestión de proyectos. Acuña-Parada, Madiedo-Bautista, & Ortiz-Pimiento (2013) han resaltado condiciones relacionadas con la necesidad de encontrar un conjunto de profesionales cuyas habilidades permitan el correcto desempeño del proyecto, teniendo en cuenta restricciones de disponibilidad, en función de la formación de un equipo completo y que no se presente la asignación de dos perfiles con las mismas habilidades desempeñando la misma actividad. Por otra parte, Maghsoudlou, Afshar-Nadjafi, & Niaki (2016) relacionan la identificación de habilidades con el índice de ocupación para los profesionales, por lo que proponen realizar una ponderación de las actividades y con la utilización del método AHP determinar el peso máximo de asignación a cada una de las actividades a realizar por los profesionales.

En los estudios mencionados, se observa una preocupación especial en minimizar el tiempo del servicio, parámetro que, para el presente caso, viene previamente definido y es modificado únicamente ante eventos especiales que se pueden presentar por reducción o aumento de sedes a visitar o cambios en el alcance definido. Drezet & Billaut (2008) identifican el tiempo límite para la ejecución de una tarea, los requisitos mínimos y máximos de cada actividad, los recursos para la ejecución de las actividades que deben ser considerados en el horizonte de tiempo y la sustitución de actividades. Complementario a estos aspectos, Afshar-Nadjafi, Rahimi, & Karimi (2013) resaltan aspectos como las posibilidades de realizar varias combinaciones en función de las múltiples habilidades de trabajo, generando diferentes alternativas de programación, así como la relación de precedencia de tipo inicio-fin. Es decir que en una red con un conjunto de actividades para que se pueda iniciar una de ellas es necesario que se haya ejecutado y finalizado, garantizado que se realicen en el orden designado.

En la revisión literaria se identificaron dos criterios importantes con respecto a las particularidades del modelo. Por un lado, se observa que dependiendo el propósito o meta de la empresa SAIC, el modelo propuesto incluye uno o varios objetivos. Por el otro lado, cada modelo propuesto considera diferentes particularidades o restricciones que modifican el alcance y decisiones proporcionados por la solución. A continuación, se hace un breve resumen de los modelos propuestos encontrados respecto de estos dos criterios.

En cuanto los objetivos del RCPSP, se encuentran varios autores que buscan disminuir el tiempo de ejecución total, o makespan (Bouleimen & Lecocq 2003). Una variación a este objetivo es un modelo que plantea la duración del proyecto como la división de un número de periodos consecutivos, cada uno de ellos asociado con una serie de actividades (Da Silva, Bahiense, Satoru Ochi, & Boaventura-Netto, 2012). Por otra parte, el RCPSP también puede tener como objetivo mejorar la calidad en las asignaciones, es decir generar un mayor aprovechamiento en los recursos, teniendo en cuenta que los es posible que una persona pueda desempeñar diferentes actividades de acuerdo con sus múltiples habilidades (Rojas, Hidalgo, Magdalena, & Castillo, 2008). Rajkumar, Asokan, Anilkumar, & Page (2011) encontraron que lograr una reducción en los costos de asignación y una mejora significativa en la calidad de las asignaciones, generará un impacto positivo en el

costo final del proyecto. Finalmente, con una variación en el objetivo del RCPSP con múltiples recursos, Achuthan & Hardjawidjaja (2002) proponen una solución a problemas en la programación de proyectos, en función de encontrar un cronograma que permita disminuir el tiempo de la ejecución.

En cuanto las particularidades del RCPSP, cada artículo se enfoca en diferentes restricciones. Inicialmente, se identifican restricciones de existencia de precedencia de actividades. Es decir, una asignación no puede ser ejecutada sin que sus predecesoras hayan finalizado. Para cada asignación es necesario una cantidad de recursos que generalmente son limitados y éstos sólo pueden ser empleados en una tarea a la vez (Mendes, Gonçalves, & Resende, 2009). Otra particularidad asociada es que las personas deben cumplir con las habilidades o perfiles requeridos para la asignación (Pour, Naji-Azimi, & Salari, 2017). Sin embargo, unos autores relajan el requerimiento de la habilidad o perfil planteando la posibilidad de realizar la asignación aunque no sea posible, pero bajo una penalización (Alcaraz, Maroto, & Ruiz, 2003).

De la misma manera, en la revisión literaria se identificó que existen distintas variaciones al problema RCPSP dependiendo de algunas particularidades del problema. Por ejemplo, una extensión del problema original pero incluyendo múltiples recursos es conocido como Multiple Resource Constrained Scheduling Problem (MRCSP). En el MRCSP, las actividades pueden ser realizadas utilizando diferentes alternativas, cada una combinando de manera factible duraciones y recursos. Esto implica que las actividades pueden requerir personas con determinados niveles de habilidad y por lo tanto existirá un subconjunto de personas que pueden realizar las mismas tareas. Las actividades pueden ser iniciadas por funcionarios menos expertos y completadas por aquellos que sí cuenten con la habilidad requerida (Hartmann & Briskorn, 2010). En caso de que no se tengan con la habilidad solicitada se deberá contratar un recurso que cumpla con la misma, generando costos adicionales (Javanmard, Afshar-Nadjafi, & Akhavan Niaki, 2017). Una solución propuesta a este problema es de asignar cada profesional incluyendo restricciones de múltiples recursos, actividades que son predecesoras de otras y diferentes perfiles de cada trabajador (Achuthan & Hardjawidjaja 2002). Otra variación del RCPSP es el resource-constrained project scheduling problem with flexible resource profiles, o FRCSP. En este problema es una programación de personal con una limitación de recursos, pero los periodos en los que se asignan las actividades están dados en tiempo continuo, es decir que cada actividad puede iniciar, finalizar o cambiar de recursos en cualquier momento (Naber, 2017). Como estos dos ejemplos, la literatura tiene distintas extensiones al problema RCPSP. Sin embargo, la modelación puede ser realizada generalmente y adicionar unas restricciones respecto a las particularidades necesarias.

La revisión bibliográfica evidencia la existencia de un amplio número de trabajos realizados sobre el RCPSP que contemplan características presentes en el proceso de asignación de personal en la operación de las empresas. Algunas características son: la segmentación de profesionales teniendo en cuenta su perfil y habilidades, tipo de servicio a prestar, tiempo de inactividad, frecuencia de visitas, alternativas para efectuar las actividades, entre otros.

3 Formulación del Modelo Matemático

A continuación, se presenta el modelo de programación entera mixta para la solución de un RCPSP enfocado en empresas SAIC. Teniendo los siguientes conjuntos: K clientes, J sucursales, I personas, P perfiles, se pretende encontrar una asignación que cumpla con las siguientes condiciones: un conjunto I personas deberán ser asignados a P perfiles a elección dentro de un periodo determinado. Teniendo en cuenta que las asignaciones deben cumplir con los requerimientos de cada K cliente y estos no presentan cambios durante el periodo establecido.

Existen J sucursales que deben dar cubrimiento a la demanda $de_{k,p}$ de cada uno de los clientes k , estas J sucursales cuentan con P perfiles, disponibles para la asignación. Sin embargo, es posible realizar traslados de P entre los diferentes clientes J . Dada traslado representa un costo asociado a los viáticos $ctr_{i,j}$ que es asumido por Las empresas.

Cada i I persona debe contar con uno o más perfiles p P y cada uno de ellos representan un costo por hora ctp_p estándar para todos los clientes. Cada I persona según su tipo contrato cuenta con una capacidad limitada de horas para asignar chp_i . Cada k K cliente debe determinar un tiempo de inicio $tias_{k,p}$ el cual determina la hora en el que puede atender la visita y un tiempo de terminación $tfas_{k,p}$ que define la hora

máxima que se puede prestar el servicio. Si un cliente no atiende una visita o la cancela será penalizado con el mismo costo si se hubiera realizado la visita y deberá solicitar el servicio como si fuera uno nuevo.

A continuación, se describen los conjuntos, parámetros y variables que modelan el problema:

CONJUNTOS: K : clientes, J : sucursales, I : personas, P : perfiles

PARÁMETROS:

- $de_{k,p}$: horas necesarias del perfil p para el cliente k .
- $madp_{i,p}$: matriz de parámetros: $\begin{cases} 1. \text{ si la persona } i \text{ cumple con el perfil } p \\ 0 \text{ e. o. c} \end{cases}$
- chp_i : capacidad en horas de la persona i
- $tias_{k,p}$: tiempo de inicio de la ventana de asignación del cliente k en el perfil p
- $tfas_{k,p}$: tiempo de terminación de la ventana de asignación del cliente k en el perfil p
- $ctr_{i,j}$: costo de traslado de la persona i a la sucursal j
- ctp_p : costo de hora por perfil p

VARIABLES

- $w_{i,j,k,p}$: $\begin{cases} 1 \text{ si se asigna la persona } i \text{ a la sucursal } j \text{ al cliente } k \text{ del perfil } p \\ 0 \text{ e. o. c.} \end{cases}$
- $x_{i,j}$: $\begin{cases} 1 \text{ si se asigna el perfil } i \text{ a la sucursal } j \\ 0 \text{ e. o. c} \end{cases}$
- $h_{i,j,k,p}$: inicio en tiempo de la persona i , sucursal j cliente k perfil p
- $t_{i,j,k,p}$: terminación en tiempo de la persona i , sucursal j cliente k perfil p
- $n_{i,j,k,p}$: duración en la asignación de persona i sucursal j cliente k perfil p
- $y_{i,j,k,p,m,b,e}$: $\begin{cases} 1 \text{ si la persona } i \text{ hace el servicio del perfil } p \text{ al cliente } k \text{ en la sucursal } j \\ \text{inmediatamente antes de hacer el servicio del perfil } e \text{ al cliente } b \\ \text{en la sucursal } m \\ 0 \text{ e. o. c} \end{cases}$

RESTRICCIONES

- Restricción 1: garantiza que todas las personas p sean asignadas a una sucursal j :

$$\sum_{\forall j \in J} x_{i,j} = 1; \quad \forall i \in I \quad (1)$$

- Restricción 2: asegura que el perfil p corresponde a una única sucursal j .

$$\sum_{\forall p \in P} \sum_{\forall k \in K} w_{i,j,k,p} \leq M x_{i,j}; \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (2)$$

- Restricción 3: garantiza que no sean asignados más perfiles de los disponibles en cada sucursal.

$$\sum_{\forall k \in K} \sum_{\forall p \in P} w_{i,j,k,p} \geq x_{i,j}; \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (3)$$

- Restricción 4: garantiza que la asignación al cliente sea realizada en el periodo de inicio indicado por el cliente

$$h_{i,j,k,p} \geq tias_{k,p} - M(1 - w_{i,j,k,p}); \quad \forall i \in I, \forall j \in J, \forall k \in K, \forall p \in P \quad (4)$$

- Restricción 5: garantiza que la asignación al cliente sea terminada en el periodo de finalización indicado por el cliente

$$t_{i,j,k,p} \leq tfas_{k,p} + M(1 - w_{i,j,k,p}); \quad \forall i \in I, \forall j \in J, \forall k \in K, \forall p \in P \quad (5)$$

- Restricción 6 y7: garantiza que se cumpla con la duración de cada asignación

$$n_{i,j,k,p} = t_{I,J,K,P} - h_{I,J,K,P} ; \quad \forall i \in I, \forall j \in J, \forall k \in K, \forall p \in P \quad (6)$$

$$n_{i,j,k,p} \leq w_{I,J,K,P} * M ; \quad \forall i \in I, \forall j \in J, \forall k \in K, \forall p \in P \quad (7)$$
- Restricción 8: garantiza que la asignación del perfil p sea igual a las horas solicitadas por el cliente k

$$\sum_{\forall i \in I} \sum_{\forall j \in J} n_{i,j,k,p} = de_{k,p} ; \quad \forall k \in K, \forall p \in P \quad (8)$$
- Restricción 9: permite asegurar que el perfil p corresponde al perfil solicitado por el cliente k

$$w_{i,j,k,p} \leq madp_{i,p} \quad \forall i \in I, \forall k \in K, \forall p \in P, \forall j \in J \quad (9)$$
- Restricción 10: garantiza que no se supera el tiempo disponible para la asignación de cada perfil

$$\sum_{\forall p \in P} \sum_{\forall k \in K} \sum_{\forall j \in J} n_{i,j,k,p} \leq chp_i ; \quad \forall i \in I, (10)$$
- Restricción 11: garantiza que un perfil no pueda ser asignado a varios clientes

$$h_{i,j,k,p} \geq t_{i,j,k,p} * -M(1 - y_{i,j,k,p,m,b,e}) \quad \forall i \in I, \forall j, m \in J, \forall b, k \in K, \forall j, m \in J, \forall p, e \in P \quad (11)$$
- Restricción 12 a 17: restricciones de no negatividad de cada una de las variables

$$w_{i,j,k,p} \geq 0 \quad \in \{0,1\} ; \forall i \in I, \forall k \in K, \forall p \in P, \forall j \in J \quad (12)$$

$$x_{i,j} \geq 0 \quad \in \{0,1\} \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (13)$$

$$h_{i,j,k,p} \geq 0 \quad \forall i \in I, \forall k \in K, \forall p \in P, \forall j \in J \quad (14)$$

$$t_{i,j,k,p} \geq 0 \quad \forall i \in I, \forall k \in K, \forall p \in P, \forall j \in J \quad (15)$$

$$n_{i,j,k,p} \geq 0 \quad \forall i \in I, \forall k \in K, \forall p \in P, \forall j \in J \quad (16)$$

$$y_{i,j,k,p,m,b,e} \geq 0 \quad \in \{0,1\} \quad \forall i \in I, \forall j, m \in J, \forall b, k \in K, \forall j, m \in J, \forall p, e \in P \quad (17)$$

Con el objetivo de minimizar el costo de asignación de personal se propone la siguiente función objetivo:

$$\text{Minimizar } z: \sum_{\forall i \in I} \sum_{\forall j \in J} ctr_{i,j} * x_{i,j} + \sum_{\forall i \in I} \sum_{\forall j \in J} \sum_{\forall k \in K} \sum_{\forall p \in P} ctp_p * n_{i,j,k,p}$$

4 Metodología y Experimentación

Para llevar a cabo esta investigación se planteó la formulación de un modelo matemático para el problema de asignación de personal en las empresas SAIC, cubriendo las diferentes condiciones que se presentan en estas empresas, luego se programó en el software GAMS el modelo matemático desarrollado. El computador utilizado para esta programación fue un MacBook Pro con procesador 2,5 GHz Intel Core i5. Luego se generó un primer caso de estudio con una muestra de 3 clientes para evaluar el modelo matemático desarrollado. Finalmente, se generó diferentes instancias aumentando el número de clientes y personas hasta una muestra de 9 clientes y 4 personas. A continuación, la explicación de cada caso y los resultados obtenidos.

CASO DE ESTUDIO 1

El modelo matemático se aplicó a una pequeña muestra de datos de la firma de auditoría con el fin de validar la respuesta del modelo matemático planteado. En este caso se estudia la asignación de perfiles de una

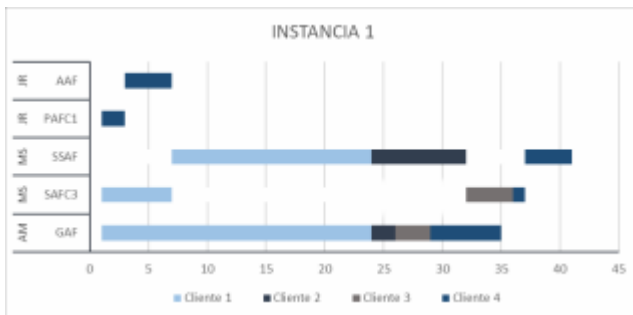
demanda de 3 clientes de servicios de auditoría. Los perfiles para cubrir esta demanda se caracterizan por que uno o varios de ellos tienen que ser realizados por una persona que pertenece a una sucursal, el cliente requiere que esta asignación sea realizada en un tiempo inicial como mínimo y una hora máxima de finalización. Al ejecutar el caso en el software GAMS se obtienen los siguientes resultados:



Imagen 1 Asignación de personal caso de estudio

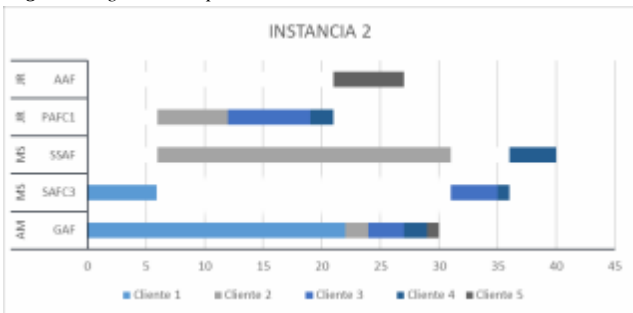
Con un tiempo de ejecución inferior a 30 segundos en el software GAMS y como se evidencia en la imagen 1 se obtiene una asignación en los tiempos establecidos por el cliente, se identifica la utilización de los diferentes perfiles que tiene cada una de las personas y la asignación corresponde a los perfiles requeridos por el cliente.

Al obtener el anterior resultado, se procede a realizar diferentes instancias incrementando de manera gradual el número de clientes y de personas obteniendo los siguientes resultados:



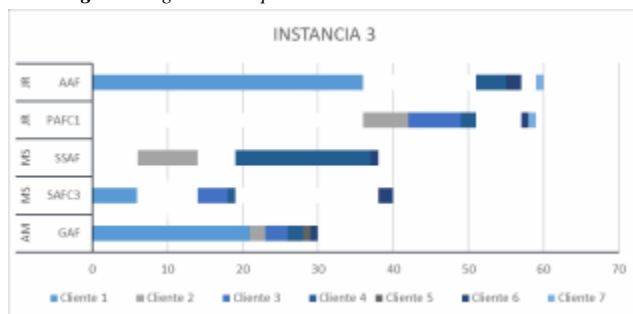
INSTANCIA 1: Tres clientes. Personas I: Andrea Montañez (AM), Marcela Suarez (MS) Jair Ramírez: (JR) Perfiles P: Gerente auditoría financiera (GAF), Senior auditoría fin categoría 3 (SAFC3), Semi-senior auditoría financiera (SSAF), Profesional auditoría financiera categoría 1 (PAFC1), Asistente de auditoría financiera (AAF)

Imagen 2 Asignación de personal TGS GLOBAL. Instancia 1



INSTANCIA 2: Cuatro clientes. Los datos de personas y perfiles se mantienen iguales a la Instancia 1

Imagen 3 Asignación de personal TGS GLOBAL. Instancia 3



INSTANCIA 3: Siete clientes. Los datos de personas y perfiles se mantienen iguales a la Instancia 2

Imagen 4 Asignación de personal TGS GLOBAL. Instancia 3

Al incrementar el número de personas y clientes en cada una de las instancias se evidencia que el tiempo de procesamiento aumenta, en la última instancia se obtiene un tiempo de procesamiento de 1 hora en el software GAMS, en cada una de las instancias realizadas se evidencia que los perfiles requeridos por el cliente son asignados correctamente cumpliendo con los tiempos mínimos de inicio y el máximo de finalización.

1 Conclusiones

Se identifica que los resultados del caso de estudio 1 el modelo en un tiempo inferior a 30 segundos realiza una correcta asignación de los perfiles en el rango de tiempo establecido por el cliente, pero al correr las instancias incrementando de manera gradual el número de clientes y de personas, se identifica que el tiempo de procesamiento es de 1 hora siendo una respuesta muy lenta, aunque presenta una asignación que cumple con los tiempos establecidos por el cliente.

El modelo matemático planteado permite realizar la asignación de perfiles a los clientes de una manera acorde, pero solo para pequeños equipos de trabajo debido a que al superar más de 3 clientes el tiempo de procesamiento va creciendo, por lo cual se sugiere investigar el uso de herramientas como metaheurísticas para reducir el tiempo de procesamiento cuando se cuentan con más de 3 clientes.

REFERENCIAS

1. Achuthan, N. R., & Hardjawidjaja, A. (2002). Project Scheduling under Time Dependent Costs – A Branch and Bound Algorithm. *Annals of Operations Research*, 2, 55–74.
2. Acuña-Parada, S. Y., Madiedo-Bautista, E., & Ortiz-Pimiento, N. R. (2013). Modelo de programación lineal binaria para el balance de carga de trabajo en el problema de asignación de proyectos. *Ingeniería Y Universidad*.
3. Afshar-Nadjafi, B., Rahimi, A., & Karimi, H. (2013). A genetic algorithm for mode identity and the resource constrained project scheduling problem. *Scientia Iranica*.
4. Alcaraz, J., Maroto, C., & Ruiz, R. (2003). Solving the Multi-Mode Resource-Constrained Project Scheduling Problem with genetic algorithms. *Journal of the Operational Research Society*.
5. Bouleimen, K., & Lecocq, H. (2003). A new efficient simulated annealing algorithm for the resource- constrained project scheduling problem and its multiple mode version. *European Journal of Operational Research*, 149(2), 268–281.
6. Da Silva, G. C., Bahiense, L., Satoru Ochi, L., & Boaventura-Netto, P. O. (2012). The dynamic space allocation problem: Applying hybrid GRASP and Tabu search metaheuristics. *Computers and Operations Research*.
7. Dodin, B., & Chan, K. H. (1991). Application of production scheduling methods to external and internal audit scheduling. *European Journal of Operational Research*, 52, 267–279.
8. Drezet, L. E., & Billaut, J. C. (2008). A project scheduling problem with labour constraints and time- dependent activities requirements. *International Journal of Production Economics*.
9. Hartmann, S., & Briskorn, D. (2010). A survey of variants and extensions of the resource-constrained project scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, 207(1), 1–14.
10. Javanmard, S., Afshar-Nadjafi, B., & Akhavan Niaki, S. T. (2017). Preemptive multi-skilled resource investment project scheduling problem: Mathematical modelling and solution approaches. *Computers and Chemical Engineering*, 96.
11. Keller, B., & Bayraksan, G. (2010). Scheduling jobs sharing multiple resources under uncertainty: A stochastic programming approach. *IIE Transactions (Institute of Industrial Engineers)*, 42(1), 16–30.
12. Maghsoudlou, H., Afshar-Nadjafi, B., & Niaki, S. T. A. (2016). A multi-objective invasive weeds optimization algorithm for solving multi-skill multi-mode resource constrained project scheduling problem. *Computers and Chemical Engineering*.
13. Mendes, J. J. M., Gonçalves, J. F., & Resende, M. G. C. (2009). A random key based genetic algorithm for the resource constrained project scheduling problem. *Computers & Operations Research*.
14. Naber, A. (2017). Resource-constrained project scheduling with flexible resource profiles in continuous time. *Computers and Operations Research*.
15. Pour, A. G., Naji-Azimi, Z., & Salari, M. (2017). Sample average approximation method for a new stochastic personnel assignment problem. *Computers and Industrial Engineering*.
16. Rajkumar, M., Asokan, P., Anilkumar, N., & Page, T. (2011). A GRASP algorithm for flexible job-shop scheduling problem with limited resource constraints. *International Journal of Production Research*.
17. Rojas, L. P., Hidalgo, S., Magdalena, T., & Castillo, J. (2008). Asignación de supervisores forestales. resolución mediante un algoritmo tabu search assignment of forest supervisors. resolution by means of a tabu search algorithm, 16(3), 404–414.
18. Wang, Y. R., & Kong, S. L. (2012). Applying genetic algorithms for construction quality auditor assignment in public construction projects. In *Automation in Construction*.
19. Wglarz, J., Józefowska, J., Mika, M., & Waligóra, G. (2011). Project scheduling with finite or infinite number of activity processing modes - A survey. *European Journal of Operational Research*.
20. Xu, Z., Ming, X. G., Zheng, M., Li, M., He, L., & Song, W. (2015). Cross-trained workers scheduling for field service using improved NSGA-II. *International Journal of Production Research*.
21. Yassine, A. A., Mostafa, O., & Browning, T. R. (2017). Scheduling multiple, resource-constrained, iterative, product development projects with genetic algorithms. *Computers and Industrial Engineering*.
22. Zhang, X., & Xu, J. (2012, July). Cost optimization of heterogeneous auditors allocation in certification body. In *Service Systems and Service Management (ICSSSM), 2012 9th International Conference on* (pp. 765-769). IEEE.

Asignación de puntos estratégicos del Perú para la instalación de energías renovables usando modelos de optimización

James Llamo

“Universidad Antonio Ruiz de Montoya”, Lima ,Perú,
james.llamo@uarm.pe

Zuly Huamán

“Universidad Antonio Ruiz de Montoya”, Lima ,Perú ,
zuly.huaman@uarm.pe

Hernán Barriga

“Universidad Antonio Ruiz de Montoya”, Lima ,Perú ,
hernan.barriga@uarm.pe

I. RESUMEN

El presente documento tiene como objetivo, proporcionar los puntos estratégicos para la ubicación de los futuros centros de distribución de energía renovables más eficiente por departamentos en el Perú, con el propósito de facilitar la llegada de energía a zonas rurales que no cuentan actualmente con electrificación, priorizando el uso de energías ecoamigables en contraste a energías fósiles que producen efecto invernadero. Se utiliza como fuente de datos los mapas eólicos, térmicos y fluviales de cada zona del país, proporcionados por instituciones como el SENAMHI, SERFOR, MINAM, MINEM y el INEI. El modelo de optimización usado de programación lineal entera, nos permite asignar el tipo de energía renovable, ya sea, eólica, solar o hidráulica en el lugar más óptimo de cada zona de estudio del país. La conclusión principal de la selección de puntos estratégicos para la instalación de plantas de energía renovable priorizará el potencial eléctrico de cada zona y permite una proyección de crecimiento energético para las próximas décadas.

Palabras Clave: energía renovable, Electrificación, asignación

II. INTRODUCCIÓN

Las energías renovables provienen de fuentes prácticamente inagotables o que se pueden regenerar de forma natural, según el MINAN (s/f), existen 5 tipos de energías renovables como: la energía solar, eólica, geotérmica, bioenergía e hidroeléctrica. Últimamente el Perú ha optado por la producción de energías limpias a través de proyectos energéticos renovables, un claro ejemplo es proyecto energético Wayra de la compañía Enel implementado el 2018 en el distrito de Marcona, provincia de Nazca contribuyendo a disminución del impacto ambiental generado por energías convencionales. Partiendo de este contexto se presenta un modelo genérico que permite calcular tanto el tipo de energía que se puede instalar en un determinado lugar como la ubicación de la misma. Este modelo se puede aplicar en la costa, sierra y selva del Perú. Por lo tanto, para lograr asignar la energía óptima necesaria para abastecer la demanda se analizó cada punto de energía a través de mapas solares, eólicos obtenidos en IRENA tomando en cuenta dos tipos de variables tanto cualitativas y cuantitativas. Para el análisis cualitativo se tomaron datos medioambientales del SERFOR, datos de impacto ambiental del MINAN, datos climatológicos del SENAMHI y el relieve geográfico basado en google maps. Por otro lado, para el análisis cuantitativo se tomó la data poblacional del INEI, el potencial energético de la zona a evaluar, los costos de implementación y las distancias del punto de suministro al punto de demanda.

IV. PROBLEMÁTICA

El Problema del desabastecimiento eléctrico en el Perú se viene mitigando desde muchos años atrás a través múltiples proyectos de electrificación. Según Osinergmin (s/f), hasta el 2015 la producción energética nacional estaba conformada por 51,41% hidroeléctrica, 41,33% gas natural y el 1,26% energía renovables; asimismo la cobertura nacional paso de un 72,8% a un 93.3%. Sin embargo, el MINAN (s/f); menciona que el 22% de los hogares ubicados en las zonas rurales de país no cuentan con electricidad; esto según el Ministerio De Energía Y Minas (2015), se debe a factores la lejanía, difícil accesibilidad a las poblaciones, viviendas dispersas, bajo poder adquisitivo de los habitante de las comunidades y deficiente infraestructura vial haciendo que estos pueblos permanezcan aislados. Además, Delta Volt (s/f); menciona que en algunas comunidades rurales se han ido implementado sistemas solares fotovoltaicos flexibles para cada vivienda, pero estos tienen algunas deficiencias como: bajo rendimiento energético, capacidad limitada y altos costes en módulos pequeños. Por otro lado, tanto las plantas solares, los aerogeneradores y las hidroeléctricas tienen un impacto negativo sobre el medio ambiente principalmente sobre la flora y fauna. Un ejemplo de ello son las muertes de miles de aves migratorias que colisionan contra las aspas de un aerogenerador año a año. Por tal motivo para erradicar este problema en este paper se propone un modelo matemático de optimización que permita proveer de energía eléctrica a estas comunidades a través de la asignación óptima de energías renovables como la energía solar fotovoltaica, eólica e hidroeléctrica evitando todos los posibles efectos negativos contra el medio ambiente.

III. METODOLOGÍA

Pasos

Paso 1: Hacer un cálculo del consumo eléctrico en KWh/año por zona en los próximos 5 años

Paso 2: Definir los 25 puntos o más para trabajar como posibles puntos de instalación de las plantas eléctricas

Paso 3: Levantar la data del IRENA (Basado en datos del MINEM) sobre el potencial solar y eólico de la zona e investigar el caudal de agua existente en los ríos de la zona

Paso 4: Definir las distancias desde cada punto potencial como fuente hasta cada punto de demanda

Paso 5: Sumar las distancias que provengan del mismo origen (punto fuente)

Paso 6: Definir visualmente mediante google maps y mediante información cualitativa los puntos donde sí o no podría existir un determinado tipo de energía.

Paso 7: Construir el modelo de programación lineal adecuado para el problema de abastecimiento eléctrico

Paso 8: Comparar los resultados con las evaluaciones de otros autores

1. Cálculo de Potencia Instalada y potencia suministrada

Los cálculos de costos de producción y el potencial eléctrico de cada tipo energía supone que tanto los precios de los materiales, la capacidad energética de los módulos eléctricos y la potencia de cada módulo es constante con el fin de obtener funciones de costo y producción lineales.

1.1. Ecuación de producción energética vs la inversión inicial requerida de la energía Solar

Para realizar los cálculos de la inversión por panel instalado hemos considerado la inversión realizada por la empresa Enel según Osinergmin (2018), en el proyecto Central Solar Rubí (144,48 MW) y los datos de la ampliación rural de la red eléctrica realizada en Loreto explicado por Redacción ProActivo (2017, mayo 24).

Tabla 1. Datos de costos y producción eléctrica de la Central Solar Rubí, instalada por Enel

Total de Inversión	165,000,000 US\$	$\text{Potencia Solar (KWh/año)} = 739.908 * \frac{\text{Radiación solar } \left(\frac{\text{KWh}}{\text{m}^2}\right)_i}{7 \frac{\text{KWh}}{\text{m}^2}} * S_{ij}$ $\text{Inversión Solar (US\$)} = 290.45 * S_{ij}$
Costo por tendido eléctrico	2,089,994.7 US\$	
Potencia anual	415 GWh/año	
Número de paneles	560880 unid	
Coordenadas	-71,185, -17.250	
Radiación solar	7 KWh/m ²	

1.2. Ecuación de producción energética vs la inversión inicial requerida de la energía Eólica

Para calcular la inversión promedio por molino eólico tomaremos como data de referencia al proyecto Central Eólica Wayra I (Parque Nazca) (126 MW) expuesto en Osinergmin (2018) y los datos de tendido eléctrico han sido obtenidos de un proyecto de ampliación rural en Loreto explicado en Redacción ProActivo (2017, mayo 24).

Tabla 2. Datos de costos y producción eléctrica de la Central Eólica Wayra I (Parque Nazca), instalada por Enel

Total de Inversión	165,800,000 US\$	$\text{Potencia eólica (KWh/año)} = 13642857.14 * \frac{\text{Velocidad viento } \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)_i}{7.8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} E_{ij}$ $\text{Inversión eólico (US\$)} = 3946034.351 * E_{ij}$
Costo por tendido eléctrico	66,557.25 US\$	
Potencia anual	573 GWh/año	
Número de turbinas	42	
Coordenadas	-15.064074, -75.049447	
Velocidad del viento	7.8 m/s	

1.3. Ecuación de producción energética vs la inversión inicial requerida de la energía Hidráulica

Hidroeléctrica por represa hidráulica

Para elaborar una ecuación que represente la inversión realizada vs la energía obtenida con 3.8 m³/s de caudal hemos usado la relación de altura, caudal y potencia proporcionada por International Renewable Energy Agency (2012), y la data de inversión de la planta hidroeléctrica realizada por Enel: Osinergmin (2018). Para la construcción de la Central Hidroeléctrica Ayanunga (20 MW).

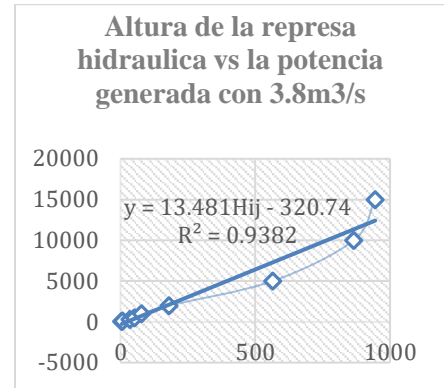
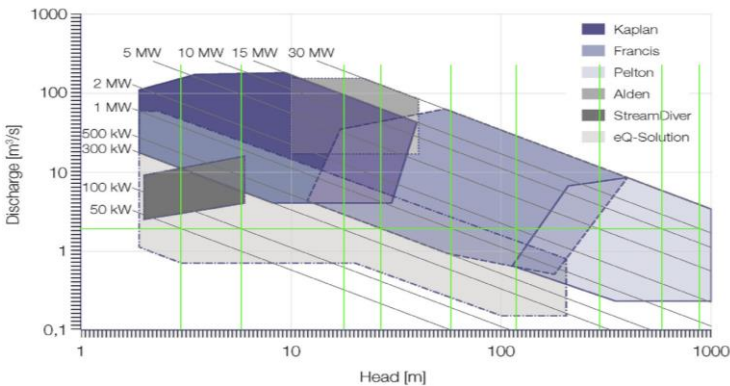


Figura 1: Gráfico de producción eléctrica en hidroeléctricas vs la altura de la hidroeléctrica. International Renewable Energy Agency (2012). Renewable Energy Cost Analysis – Hydropower

Como la inversión en Ayanunga es 48.3 millones para construir una presa con una altura neta de 184,7 m y un caudal de fuente nominal de 12,2 m³/s, entonces para este modelo si queremos producir la misma cantidad de energía tendríamos:

$$\begin{aligned} \text{Inversión} &= H_{ij} * \frac{48300000}{184.7} \\ \text{Potencia(KWh/año)} &= \\ &= (116475.84H_{ij} - 2771193.6) * 76.19\% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Inversión hidráulico (US\$)} &= \\ &= 261505.1435H_{ij} \\ \text{Potencia hidráulica (KWh/año)} &= \\ &= 88742.94H_{ij} - 2111372.4 \end{aligned}$$

La altura mínima a utilizar es $0 = mH_{ij} \pm b \quad \gg H_{ij_{\min}} = \frac{b}{m}$

2. Cálculos de distancias y los costos por distancias implicados

Para realizar los cálculos de las distancias utilizaremos a google maps y los datos de tendido eléctrico realizados en el proyecto de ampliación rural en Loreto explicado en Redacción ProActivo (2017, mayo 24). Estos costos son equivalentes y no inciden en el resultado ya que es un costo unitarios constante.

$$\text{Costo unitario por Km de tendido} = \frac{9168382.2}{94.36} = 97163.864 \frac{\text{US\$}}{\text{Km}}$$

3. Variables cualitativas para la instalación de energías renovables

Para mitigar el impacto ambiental es necesario tomar en cuenta una serie de variables cualitativas que acompañados del modelo de programación entera mixta nos permita asignar de la mejor manera determinado tipo de energía. En primer lugar, una de las variables cualitativas son las extensiones de bosques de las zonas a evaluar descritas por FAO y SERFOR (2016). Principalmente si vamos a implementar una planta solar, ya que habría que talar gran cantidad de bosque. En segundo lugar para implementar un centro eléctrico es necesario evaluar las migraciones de las aves sobre todo si vamos a implementar plantas eólicas. En tercer lugar, cuando se desea implementar plantas hidroeléctricas es muy importantes tomar en cuenta el impacto negativo que se genera al cortar el suministro de agua tanto a peces, animales y personas que dependan de esa fuente hídrica. Según el MINAM(2016); estas variables son muy importantes al momento de implementar un proyecto ya que reduce los conflictos sociales y contribuye con la mitigación del cambio climático. En último lugar, para la implementación de algún tipo de energía eléctrica es importante conocer las condiciones climatológicas de la zona a evaluar, ya que esto influirá directamente en los tipos de materiales y estilo de instalación que se pueda implementar. Según el Senamhi (s/f). Las 6 comunidades que estamos evaluando tienen un clima Templado Sub-Húmedo, lo que reduce el peligro de oxidación de los materiales metálicos.

4. Demanda

Según el INEI (s/f), la tasa de crecimiento poblacional de Piura en el quinquenio 2010-2015 ha sido 0.9% anual, si asumimos que esta tasa se conserva para el quinquenio 2018-2023 y que según Meier P., Tuntivate V., Barnes F., Bogach V. y Farchy D. (2010), la cantidad de consumo eléctrico promedio por familia en los andes del norte es 21.7 KWh-mes, entonces tendríamos:

<i>Número de viviendas</i>	<i>Consumo por familia</i>	<i>Crecimiento Poblacional</i>	<i>Demanda al 2023</i>
<u>108</u>	<u>21.7 KWh-mes</u>	<u>0.9% anual</u>	<u>696358.274 KWh-año</u>

5. Potencial energético y distancias de cada tipo de energía en los posibles puntos de suministro energético

El levantamiento de datos de cada recurso energético lo hemos realizado usando los mapas presentados por International Renewable Energy Agency (2018). Map: Peru-Wind map, International Renewable Energy Agency (2018). Map: Peru-Solar map y International Renewable Energy Agency (2015), en su Renewable Energy Cost Analysis – Hydropower. Para realizar el análisis del potencial energético de cualquier punto en el Perú se ha tomado en cuenta varios parámetros que se explicarán a continuación:

5.1. Punto aleatorio: Sierra del Perú

Hemos seleccionado 6 comunidades puntos aleatorios en la sierra del Perú, estos se ubicaban en distancias cercanas y no contaban con energía eléctrica. Para saber si tiene o no suministro de energía hemos recurrido a consultar en Sistema de Información Geográfica de la dirección General de Electrificación Rural. (s/f).

Tabla 3. Potencial energético de fuentes de energía según su radiación, velocidad o caudal en determinadas coordenadas

Centros poblados pertenecientes al distrito de Yamango, provincia de Morropon, departamento de Piura

	Coordenadas	Centros Poblados	Viv.
Obj1	-79.7350 -5.1330	Nuevo Porvenir	17
Obj2	-79.7560 -5.1070	Vista Alegre	17
Obj3	-79.7277 -5.1149	Fernando Belaunde	18
Obj4	-79.715 -5.118	Jarape (Nuevo Amanecer)	9
Obj5	-79.717 -5.096	Las Huacas	30
Obj6	-79.767 -5.115	Miguel Grau	17

Coo(j)	Energía	Coordenadas (i)				
		-79.7669	-79.7519	-79.7369	-79.7219	-79.7069
-5.0722	S (KW/m2)					
	E (m/s)				5.4	7.2
	H (m3/s)					
-5.0872	S (KW/m2)					
	E (m/s)				5.4	5.4
	H (m3/s)					
-5.1022	S (KW/m2)	6.25	6.25	5.75	5.75	
	E (m/s)					
	H (m3/s)			3.8		
-5.1172	S (KW/m2)	6.25	6.25	5.75	5.75	
	E (m/s)			5.4		
	H (m3/s)			3.8		
-5.1322	S (KW/m2)	5.75	6.75	5.75	5.75	
	E (m/s)	4.8		5.4		
	H (m3/s)		3.8			

Tabla 4. Distancias lineales total desde una posible localización de la hidroeléctrica hacia los puntos de demanda

Coord. j	Coordenadas i				
	-79.766874	-79.751874	-79.736874	-79.721874	-79.706874
Dist. Total	Dist. Total	Dist. Total	Dist. Total	Dist. Total	Dist. Total
-5.072201	35.1113817	31.2117822	29.5854137	30.4927773	34.1129453
-5.087201	28.18243608	23.5399927	21.5845923	22.3274682	26.8843822
-5.102201	22.81731826	17.4422574	2719.40681	16.3664273	21.9629844
-5.117201	21.04455924	16.0886858	13.6239672	14.4890964	20.7547584
-5.132201	24.95228441	19.6453652	16.5083207	18.5415301	24.1231974

IV. MODELO DE OPTIMIZACIÓN

Para formular el modelo de programación lineal entera mixta (PLEM), se define la siguiente notación: I es el conjunto de puntos de producción de energía solar, eólica e hidráulica donde cada elemento de este conjunto se representa con i y J : el conjunto de comunidades a los que se pretende suministrar energías renovables, donde cada elemento del conjunto se representa con la letra j . El vector d_{ij} representa la distancia expresada de manera lineal desde una coordenada de suministro i hasta todas la localidades de suministro representadas como j . La variable binaria O_{ij} indica el uso de paneles solares, “ L_{ij} ” indica el uso de turbinas eólicas y “ K_{ij} ” indica el uso de la energía hidráulica como fuente de energía para suministrar j . Asimismo, “ C_s ” es el costo de implementación de un panel solar, “ C_e ” es el costo de implementación de una turbina eólica y “ C_h ” es el costo de implementación de una planta hidráulica. Además, los parámetros “ S_{ij} ”, “ E_{ij} ” y “ H_{ij} ” (variables enteras) indican el número de paneles instalados, el número de turbinas eólicas y el número de metros de altura construidos respectivamente, que se instalarán en los puntos i . El vector D indica la demanda de las comunidades j en KWh/año. Por otro lado, el vector $M \gg 0$ es una variable muy grande que asegura la existencia de cada variable entera “ S_{ij} ”, “ E_{ij} ” y “ H_{ij} ”. Además, las variables binarias T_{ij} , F_{ij} y V_{ij} son auxiliares que ayudan a ejecutarse a los activadores O_{ij} , L_{ij} y K_{ij} respectivamente. Finalmente, los valores $Pot. solar_i$, $Pot. eólica_i$ y $Pot. hidraulica_i$ representan el potencial energético de cada punto i .

El modelo de optimización es el siguiente:

$$\text{Min } \sum \sum C_{km} d_{ij} o_{ij} + \sum \sum C_{km} d_{ij} l_{ij} + \sum \sum C_{km} d_{ij} k_{ij} + \sum \sum C_s S_{ij} + \sum \sum C_e E_{ij} + \sum \sum C_h H_{ij} \quad (1)$$

$$\sum \sum C_h H_{ij} \quad (2)$$

$$\sum Pot. solar S_{ij} + \sum Pot. eólica E_{ij} + \sum Pot. hidraulica H_{ij} \geq D_j \quad j \in J, i \neq k \quad (2)$$

$$S_{ij} \leq M(1 - T_{ij}) \quad i \in I, j \in J, i \neq k \quad (3)$$

$$-O_{ij} + 1 \leq M T_{ij} \quad i \in I, j \in J, i \neq k \quad (4)$$

$$S_{ij} \geq O_{ij} \quad i \in I, j \in J, i \neq k \quad (5)$$

$$E_{ij} \leq M(1 - F_{ij}) \quad i \in I, j \in J, i \neq k \quad (6)$$

$$-L_{ij} + 1 \leq M F_{ij} \quad i \in I, j \in J, i \neq k \quad (7)$$

$$E_{ij} \geq L_{ij} \quad i \in I, j \in J, i \neq k \quad (8)$$

$$H_{ij} \leq M(1 - V_{ij}) \quad i \in I, j \in J, i \neq k \quad (9)$$

$$-K_{ij} + 1 \leq M V_{ij} \quad i \in I, j \in J, i \neq k \quad (10)$$

$$H_{ij} \geq K_{ij} \quad i \in I, j \in J, i \neq k \quad (11)$$

$$O_{ij} + L_{ij} + K_{ij} \leq 2 \quad i \in I, j \in J, i \neq k \quad (12)$$

$$\sum L_{ij} + \sum K_{ij} \leq 1 \quad i \in I, j \in J, i \neq k \quad (13)$$

$$H_{ij} \geq K_{ij} H_{ij} \text{ minimo} \quad i \in I, j \in J, i \neq k \quad (14)$$

$$\sum O_{ij} + \sum L_{ij} + \sum K_{ij} \leq 2 \quad i \in I, j \in J, i \neq k \quad (15)$$

$$S_{ij} \text{ enteros}; E_{ij} \text{ enteros}; H_{ij} \text{ enteros} \quad (16)$$

$$O_{ij} \in \{0,1\}; L_{ij} \in \{0,1\}; K_{ij} \in \{0,1\}; T_{ij} \in \{0,1\}; F_{ij} \in \{0,1\}; V_{ij} \in \{0,1\} \quad (17)$$

Para el análisis, el modelo adecuado para nuestro propósito está dado por la función objetivo (1), en la que nuestra meta es minimizar dicha función expresada en costos de las distancias de distribución y los costos de implementación para las fuentes de energía eléctrica (renovables). Las restricción (2) indica que las cantidades de aerogeneradores, paneles y/o metros de altura de una hidroeléctrica que se implementarán en el lugar i deben suministrar una cantidad de energía de por lo menos igual a la demanda D en la comunidad j .

En las restricciones (3) y (4) aseguran que, si la variable S_{ij} es positiva, significa que se instala energía solar en el lugar i para abastecer a la comunidad j . Por lo tanto, se debe instalar una planta de energía solar en la comunidad j , se opera de la siguiente manera: $S_{ij} > 0$ y se cumple que el parámetro $M \gg 0$, necesariamente debe ser $T_{ij} = 0$. Ahora en la restricción (4) sí $O_{ij} = 1$, el producto $d_{ij} * O_{ij}$ de la

función objetivo será igual a d_{ij} . La restricción (5) asegura que si $S_{ij} = 0$, entonces $O_{ij} = 0$, significa que si no se instala ninguna energía en el punto i hacia la comunidad j , entonces no se toma en cuenta ninguna distancia y en la función objetivo este producto $d_{ij} * O_{ij} = 0$ (es igual a cero). Cabe mencionar que los grupos de restricciones (6), (7), (8) y (9), (10), (11) siguen los mismos parámetros, con la única diferencia que restringen el uso de energía eólica e hidráulica respectivamente.

La restricción (12) indica que por cada punto i solo se puede implementar dos tipos de energía o solo una. La restricción (13) indica que la una planta de energía eólica e hidráulica no se pueden instalar para la misma demanda. La restricción (14) indica que la altura de la represa hidráulica no debe ser menor a $H_{ij \text{ minimo}}$. Por su parte la restricción (15) nos permite obtener la combinación de máximo 2 tipos diferentes de fuentes para energía eléctrica para satisfacer la demanda de la zona a evaluar. Finalmente, tanto las restricciones (16) y (17) indican que las variables son enteras y binarias respectivamente.

V. CONCLUSIONES Y FUTUROS TRABAJOS

En esta investigación se presenta un modelo matemático de la Programación Lineal Entera Mixta, trabajada en el programa AMPL para asignar las localizaciones de energías renovables (solar, eólica o hidráulica) en comunidades que no cuentan con electricidad con el fin de identificar el tipo de energía a instalar de la manera más conveniente, permitiendo optimizar los costos asociados a la producción de energía eléctrica y a la distribución. Luego de correr el programa los resultados son los siguientes:

Se logra cubrir la demanda de 696358.274 KWh-año de las 6 comunidades, con la instalación de 1146 paneles solares en el punto S32 (-5.1172, -79.7369). Para lograr esto se requiere una inversión de 1656555.7 US\$. Esta solución no está considerando los costos implicados al usar baterías, debido a que sería una constante y no influiría en el resultado final. En conclusión, este modelo genérico de programación lineal mixta nos permite calcular el tipo o los tipos de energía renovable más óptimos a instalar en cualquier parte del Perú. Logrando de esta manera reducir los costos de inversión, reducir el impacto ambiental y mejorar las condiciones de vida de miles de familias.

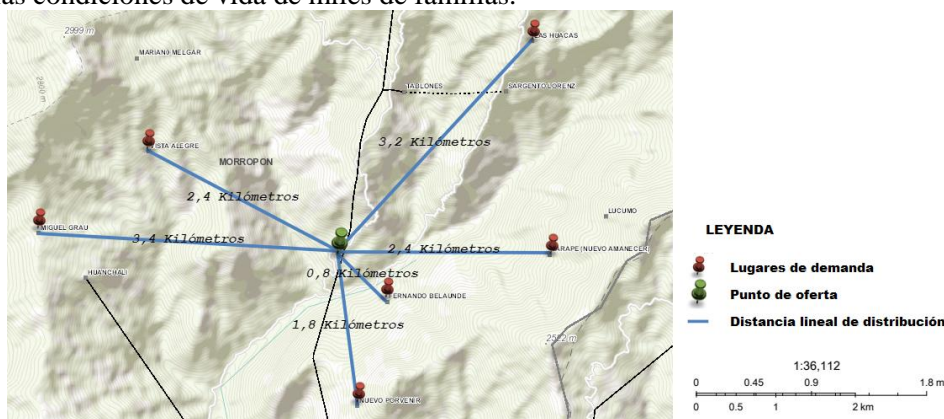


Figura 2. Punto óptimo de oferta y distancias hacia la demanda. Creación Propia sobre un mapa del MINEM

En trabajos futuros, buscamos mejorar el modelo utilizando nuevas formas de aprovechar las energías renovables para abastecer de energía eléctrica a comunidades sin acceso a este recurso y para mitigar el cambio climático. Un ejemplo de ello es utilizar las hidroeléctricas por arrastre de agua descritas en Water wheel. (s.f.), ya que son perfectas para aprovechar las aguas con poca pendiente de la Amazonía. Además, pretendemos combinar otras fuentes de energía eléctrica renovable como la biomasa, geotérmica y la marítima generando fuentes eléctricas híbridas que no solo generen empleo y electricidad, sino que nos permita dejar de prescindir de almacenamiento energético (Baterías).

VI. REFERENCIAS

1. Delta Volt (s/f). Energía de calidad en áreas remotas. Recuperado de: <https://deltavolt.pe/pv-systems/mini-red-solar>
2. Dirección de Hidrografía y Navegación de la Amazonía (s/f). Conceptos de la hidráulica fluvial de los ríos de la Amazonía. Recuperado el 18 de julio de 2018 de <https://www.dhn.mil.pe/shna/descarga/dinamica.pdf>
3. FAO y SERFOR (2016). Memoria Descriptiva Del Mapa De Ecozonas. Inventario Nacional Forestal Y De Fauna Silvestre (Inffs) – Perú. Lima 27, Perú. Recuperado de <https://www.serfor.gob.pe/wp-content/uploads/2017/02/MEMORIA%20DESCRIPTIVA%20DEL%20MAPA%20DE%20ECOZONAS%20DEL%20INFFS.pdf>
4. INEI (s/f). Tasas de Crecimiento de la Población por Departamento. Lima, Perú. Recuperado de https://www.inei.gob.pe/media/MenuRecursivo/publicaciones_digitales/Est/Lib0015/cap-52.htm
5. International Renewable Energy Agency (2015). Hydropower. Recuperado el 17 de Julio, 2018, de: <http://www.irena.org/publications/2012/Jun/Renewable-Energy-Cost-Analysis---Hydropower>
6. International Renewable Energy Agency (2018). Map: Peru-Solar map, Annual average Global Solar Irradiation (GHI). Recuperado el 12 de Junio, 2018, de: <https://irena.masdar.ac.ae/gallery/#map/1064>
7. International Renewable Energy Agency (2018). Map: Peru-Wind map, Annual average wind speed at 100m. Recuperado el 12 de Junio, 2018, de: <https://irena.masdar.ac.ae/gallery/#map/1065>
8. Mapas de Google (s/f). Recuperado el 1 de Junio, 2018, de: <https://www.google.com.pe/maps/@-5.1094793,-79.7462494,5787m/data=!3m1!1e3>
9. Meier P., Tuntivate V., Barnes F., Bogach V. y Farchy D. (2010). Perú Encuesta Nacional de Consumo de Energía a Hogares en el Ambito Rural. Banco Mundial. Recuperado de <http://documentos.bancomundial.org/curated/es/226171468294327057/pdf/575640P10996901umo0Hogares01PUBLIC1.pdf>
10. MINAM (2016). Evaluación Del Impacto Ambiental. Lima, Perú. Recuperado de http://www.minam.gob.pe/informessectoriales/wp-content/uploads/sites/112/2016/02/informe-sectorial-N%C2%B0-10_version-final.pdf
11. MINAN (s/f). Energía Renovable en cifras. Recuperado de <http://www.minam.gob.pe/energia/energia-renovable-en-cifras/>
12. Osinergmin (2015). Industria de la electricidad en el Perú. Recuperado de <https://www.osinergmin.gob.pe/Paginas/ARIAE-XX/uploads/Cuadriptico-Electricidad.pdf>
13. Redacción ProActivo (2017, mayo 24). Electrificación rural beneficiará a 24 comunidades indígenas de Loreto. Proactivo. Recuperado de <https://proactivo.com.pe/electrificacion-rural-beneficiara-a-24-comunidades-indigenas-de-loreto/>
14. Senamhi (s/f). Mapa Climático Nacional. Recuperado de <https://www.senamhi.gob.pe/?p=mapa-climatico-del-peru>
15. Sistema de Información Geográfica de la dirección General de Electrificación Rural. (s/f). Recuperado el 1 de Junio, 2018, de: http://mapas.minem.gob.pe/map_dger/
16. Unidad de Supervisión de Inversión en Electricidad (2018). Osinergmin: Central Eólica Wayra I (Parque Nazca) (126 MW). Lima, Perú. Organismo de inversión en energías y minas. Recuperado de https://www.osinergmin.gob.pe/seccion/centro_documental/electricidad/Documentos/PROYECTOS%20GFE/Acorde%C3%B3n/Generaci%C3%B3n/3.5.1.pdf
17. Unidad de Supervisión de Inversión en Electricidad (2018). Osinergmin: Central Hidroeléctrica Ayanunga (20 MW). Lima, Perú. Organismo de inversión en energías y minas. Recuperado de https://www.osinergmin.gob.pe/seccion/centro_documental/electricidad/Documentos/PROYECTOS%20GFE/Acorde%C3%B3n/Generaci%C3%B3n/3.3.21.pdf
18. Unidad de Supervisión de Inversión en Electricidad (2018). Osinergmin: Central solar Rubí (144,48 MW). Organismo de inversión en energías y minas. Recuperado de https://www.osinergmin.gob.pe/seccion/centro_documental/electricidad/Documentos/PROYECTOS%20GFE/Acorde%C3%B3n/Generaci%C3%B3n/1.6.6.pdf
19. Water wheel. (s/f). En Wikipedia. Recuperado el 18 de julio de 2018 de https://en.wikipedia.org/wiki/Water_wheel

Un algoritmo genético para manejar la imprecisión en el problema de asignación de atraques y grúas

Edwar Lujan

Departamento de Informática - Universidad Nacional de Trujillo

elujans@unitru.edu.pe

Jose A. Rodriguez Melquiades

Departamento de Informática - Universidad Nacional de Trujillo

jrodriguez@unitru.edu.pe

Flabio Gutierrez

Departamento de Matemáticas - Universidad Nacional de Piura

flabio@unp.edu.pe

Edmundo Vergara

Departamento de Matemática - Universidad Nacional de Trujillo

evergara@unitru.edu.pe

Abstract

Presentamos un modelo de optimización difuso y un algoritmo genético (AG), para tratar la imprecisión que se presenta en el problema de asignación de atraques (BAP) y el problema de asignación de grúas (QCAP). El BAP+QCAP, es un problema NP-duro de optimización combinatoria. La imprecisión de la llegada de los barcos se representa por números difusos triangulares. El modelo difuso y el AG obtienen planes de atraque robustos que asignan grúas a cada barco que atraca y que soportan adelantos y atrasos en la llegada de los barcos. Para comparar la eficiencia del modelo difuso y el AG, se utiliza instancias de 5 hasta 15 barcos. El modelo difuso implementado en CPLEX obtiene soluciones óptimas para instancias pequeñas, para instancias medianas encuentra una solución no óptima, y para instancias grandes no encuentra soluciones; El AG implementado en C++ obtiene una buena solución para todo tipo de instancias.

Keywords: Asignación de atraques y grúas; optimización difusa, algoritmo genético, BAP, QCAP.

1 Introducción

En este trabajo se aborda el problema de asignación de atraques y el problema de asignación de grúas conocidos como BAP (Berth Allocation Problem) y QCAP (quay crane assignment problem), respectivamente. El BAP, es un problema NP-duro de optimización combinatoria [2], que consiste en asignar a cada barco entrante una posición y tiempo de atraque en el muelle. El QCAP, trata

de asignar un número de grúas de muelle (QC) a cada barco atracado. Las QC son grúas gigantes que están montadas en carriles o rieles.

Los tiempos reales de la llegada de los barcos son bastante inciertos, depende por ejemplo, de las condiciones meteorológicas, problemas técnicos, otros terminales que el barco tiene que visitar. Los barcos pueden llegar antes o después de su tiempo de llegada prevista [1, 4]. Esto tiene efectos en otras actividades del terminal. Los administradores de los terminales marítimos de contenedores (TMC) cambian o revisan los planes, pero una revisión frecuente del plan de atraque no es deseable desde el punto de vista de la planificación de recursos, por lo tanto, la capacidad de adaptación del plan de atraque es importante para la buena performance del sistema que maneja un TMC. Como resultado, se desea un modelo robusto que proporcione un plan de atraque con asignación de grúas, que soporte el posible adelanto o retraso en la llegada de los barcos.

Diferentes tipos de incertidumbre, como la aleatoriedad, imprecisión (ambigüedad, vaguedad), la confusión, puede ser categorizados como estocásticos o difusos [3]. Los conjuntos difusos están especialmente concebidos para hacer frente a la imprecisión.

Un modelo robusto para el BAP+QCAP basado en un algoritmo genético es presentado en [7], la robustez es introducida dentro del modelo por medio de espacios de tiempo que permiten absorber posibles incidencias, este trabajo no considera la imprecisión en la llegada de los barcos, es decir, la posibilidad de adelantarse o atrasarse.

En [5], los autores hacen una exhaustiva revisión de la literatura existente sobre el BAP+QCAP. Hasta donde se conoce, hay muy pocos estudios que traten el BAP+QCAP con datos imprecisos.

Un modelo MILP (Mixed Integer Linear Programming) difuso para el BAP discreto y dinámico fue propuesto en [6], en este modelo no tratan el BAP continuo. Según Bierwirth [5], para el diseño de un modelo continuo, la planificación del atraque es más complicada que para un diseño discreto, pero se tiene la ventaja de mejor uso del espacio del muelle.

En [8], se presenta un modelo de programación lineal totalmente difuso (FFLP) para el BAP continuo y dinámico, se asume que la llegada de los barcos es imprecisa (difusa). Los resultados muestran que los planes de atraque obtenidos, soportan posibles adelantos o atrasos, pero no contempla el problema de la asignación de grúas de muelle a los barcos.

En este trabajo, presentamos un modelo de optimización difuso y un algoritmo genético (AG) para el BAP+QCAP continuo y dinámico, con imprecisión en la llegada de los barcos,

El trabajo está estructurado de la siguiente manera: En la Sección 2, describimos los conceptos básicos de la aritmética difusa. La Sección 3, describe el problema BAP + QCAP, también la notación que se utiliza en el trabajo. En la Sección 4, se muestra el modelo de optimización difuso. En la Sección 5, se muestra el AG. En la Sección 6, se evalúan tanto el modelo como el AG. Finalmente, las conclusiones y futuras líneas de investigación son presentadas en la Sección 7.

2 Aritmética Difusa

Los conjuntos difusos ofrecen un entorno flexible para optimizar sistemas complejos.

Definición 1 *Un número difuso es un conjunto difuso normal y convexo en \mathbb{R} .*

Definición 2 *Un número difuso triangular se representa por $\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3)$.*

Para números difusos triangulares no negativos $\tilde{a} = (a_1, a_2, a_3)$ y $\tilde{b} = (b_1, b_2, b_3)$, las operaciones de suma y resta se definen como sigue:

Suma: $\tilde{a} + \tilde{b} = (a1 + b1, a2 + b2, a3 + b3)$. Diferencia: $\tilde{a} - \tilde{b} = (a1 - b3, a2 - b2, a3 - b1)$.

La comparación de números difusos permite inferir entre dos números fuzzy \tilde{a} y \tilde{b} cual es mayor. En este trabajo, se usa el método llamado Primer Índice de Yagger [9]. Este método usa la función de ordenamiento mostrada en la ecuación 1.

$$\mathcal{R}(A) = \frac{a1 + a2 + a3}{3} \quad (1)$$

Como resultado, $A \leq B$ cuando $\mathcal{R}(A) \leq \mathcal{R}(B)$, es decir, $a1 + a2 + a3 \leq b1 + b2 + b3$.

3 Descripción del problema

Hay varios atributos para clasificar los modelos relacionados con el BAP + QCAP [5], el atributo espacial puede ser discreto o continuo. Para el caso discreto, el muelle es visto como un conjunto finito de atraques, donde cada atraque se describe por segmentos de longitud fija, usualmente, un atraque solo sirve a un barco a la vez; para el caso continuo, los barcos pueden atracar en posiciones arbitrarias dentro de los límites del muelle. El atributo temporal puede ser estático o dinámico. Para el caso estático, se asume que todos los barcos están en el puerto antes de realizar el plan de atraque, en el caso dinámico, los barcos pueden llegar al puerto en diferentes tiempos durante el horizonte de planificación.

En este trabajo estudiamos el BAP+QCAP continuo y dinámico.

El BAP se puede representar en forma bidimensional (ver Figura 1), donde el eje horizontal representa al tiempo y el eje vertical, la longitud del muelle.

En este trabajo usamos la siguiente notación:

H : Horizonte de planificación. QC : Disponibles QCs en el terminal de contenedores. Todos los QCs llevan a cabo el mismo número de movimientos por unidad de tiempo (movsQC), dado por el TMC. L : Longitud total del muelle en el MCT.

Sea V el conjunto de barcos que arriban al puerto, los datos del problema para cada barco $i \in V$ están dados por:

a_i : Tiempo de llegada del barco i al puerto. l_i : Longitud del barco. c_i : Número requerido de movimientos para cargar y descargar contenedores de i .

Con estos datos, se debene obtener las siguientes variables de decisión .

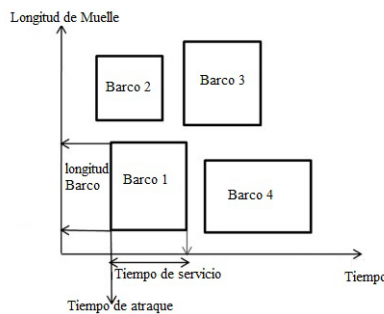


Figura 1: Representación de un barco de acuerdo al tiempo y posición

m_i : Tiempo de atraque del barco i en el muelle. El tiempo de servicio (w_i) de i es calculado como ($w_i = m_i - a_i$). p_i : Posición en el muelle donde el barco atracará. q_{iq} : Número asignados de QC s al barco i .

Las variables obtenidas de las anteriores son: h_i : Tiempo de servicio del barco i ($h_i = c_i/q_i * \text{mouv}QC$). t_{ik} : Tiempo de trabajo del QC k que es asignado al barco i . d_i : Tiempo de salida del barco i ($d_{iq} = m_{iq} + h_i$). s_i, e_i : Índices para el primer y último QC usado en el barco i , respectivamente.

El tiempo de llegada, el tiempo de atraque, el tiempo de servicio y el tiempo de salida de cada barco se considera de naturaleza difusa (imprecisa) y denotado por: \tilde{a} , \tilde{m} , \tilde{h} y \tilde{d} , respectivamente.

Suposiciones: toda la información relacionado con los buques que esperan se conoce de antemano, cada barco tiene un calado menor o igual al calado del muelle, el atraque y las salidas no requieren mucho tiempo, se permite el atraque simultáneo, no se considera la distancia de seguridad entre los barcos.

Limitaciones: El número de grúas disponibles es 7. La cantidad máxima de grúas asignadas a un buque depende de su longitud. Hay una distancia de seguridad que debe respetarse (35 m. entre grúas). El número máximo de grúas que se pueden asignar es 5. El número de movimientos realizados para una grúa en un tiempo determinado es 2.5.

4 Modelo de optimización difuso para el BAP + QCAP

El objetivo es obtener un plan de atraque para todos los barcos y asignar las QC s de acuerdo a ciertas restricciones, minimizando la suma de los tiempos de atraque y el tiempo de servicio.

Basado en el modelo determinista para el BAP+CAP [7], el modelo FFLP para el BAP [8] y asumiendo la imprecisión de algunos parámetros y variables de decisión, proponemos la siguiente modelo de optimización difuso.

$$\min \sum_{i \in V} (\tilde{w}_i + \tilde{h}_i) \quad (2)$$

Sujeto a:

$$\tilde{m}_i \geq \tilde{a}_i \quad \forall i \in V \quad (3)$$

$$\tilde{w}_i = \tilde{m}_i - \tilde{a}_i \quad \forall i \in V \quad (4)$$

$$\tilde{d}_i = \tilde{m}_i + \tilde{h}_i \quad \forall i \in V \quad (5)$$

$$p_i + l_i \leq L \quad \forall i \in V \quad (6)$$

$$q_i = \sum_{k \in QC} u_{ik} \quad \forall i \in V \quad (7)$$

$$1 \leq q_i \leq QC_i^+ \quad \forall i, j \in V, i \neq j \quad (8)$$

$$1 \leq s_i, e_i \leq |QC| \quad \forall i, j \in V, i \neq j \quad (9)$$

$$s_i \geq e_i \quad \forall i, j \in V, i \neq j \quad (10)$$

$$q_i = e_i - s_i + 1 \quad \forall i, j \in V, i \neq j \quad (11)$$

$$\sum_{k \in QC} t_{ik} * \text{mouv}QC \geq c_i \quad \forall i \in V \quad (12)$$

$$\tilde{h}_i = \max_{k \in QC} t_{ik} \quad \forall i \in V \quad (13)$$

$$t_{ik} - M * u_{ik} \leq 0 \quad \forall i, j \in V, i \neq j \quad (14)$$

$$\tilde{h}_i - M(1 - u_{ik}) - t_{ik} \leq 0 \quad \forall i, j \in V, i \neq j \quad (15)$$

$$u_{ik} + u_{jk} + z_{ij}^x \leq 2 \quad \forall i, j \in V, i \neq j \quad (16)$$

$$M(1 - u_{ik}) + (e_i - k) \geq 0 \quad \forall i, j \in V, i \neq j \quad (17)$$

$$M(1 - u_{ik}) + (k - s_i) \geq 0 \quad \forall i, j \in V, i \neq j \quad (18)$$

$$p_i + l_i \leq p_j + M(1 - z_{ij}^x) \quad \forall i, j \in V, i \neq j \quad (19)$$

$$e_i + 1 \leq s_j + M(1 - z_{ij}^x) \quad \forall i, j \in V, i \neq j \quad (20)$$

$$\tilde{d}_i \leq \tilde{m}_j + M(1 - z_{ij}^y) \quad \forall i, j \in V, i \neq j \quad (21)$$

$$\tilde{m}_i + \tilde{h}_i \leq H \quad \forall i \in V \quad (22)$$

$$z_{ij}^x + z_{ji}^x + z_{ij}^y + z_{ji}^y \geq 1 \quad \forall i, j \in V, i \neq j \quad (23)$$

$$z_{ij}^x, z_{ij}^y \in \{0, 1\} \quad \forall i, j \in V, i \neq j \quad (24)$$

Asumimos que todos los parámetros y variables de decisión son lineales y algunas de ellas difusas, es decir, estamos ante un problema de programación lineal totalmente difuso (FFLP). las llegadas de los barcos se representan por números difusos triangulares $\tilde{a} = (a1, a2, a3)$, de forma similar, el tiempo de ataque $\tilde{m} = (m1, m1, m3)$, $\tilde{h} = (h1, h2, h3)$ es considerado un singleton, $\tilde{d} = (d1, d2, d3)$. Asumiendo la linealidad y la imprecisión en forma de números difusos triangulares, se utilizó el método de Nasserri (Ver [10]) para resolver el modelo. El modelo fue implementado en CPLEX.

5 Algoritmo Genético para el BAP + QCAP

Para este trabajo se considera que el cromosoma (individuo) está conformado por n genes (n : *numero de barcos*). La posición del gen indica el número del barco, es decir, el gen 1 representa al barco 1. Cada gen contiene el número de grúas asignados a cada barco (ver Figura 1). El tamaño de la población se fijó en 100. Los individuos que integran dicha población se generó en forma aleatoria. Cada individuo representa a un plan de ataque válido, es decir, que los valores del cromosoma respetan las condiciones y restricciones del problema y podría ser usado por el decisor como un plan de ataque.

Se utilizó (25) como función de adaptación (fitness) de cada individuo, la cual, encuentra que los valores menores son los mejores, pues lo que se busca es minimizar el tiempo de espera y de servicio.

$$fa = \sum_{i \in V} (((m1_i - a3_i) + (m2_i - a2_i) + (m3_i - a1_i))/3) + h_i \quad (25)$$

El método de selección utilizado es la selección aleatoria, donde todos los individuos tienen la misma probabilidad de ser elegidos. El método de cruzamiento utilizado es el de cruce de dos puntos. Finalmente, el método de mutación utilizado es la elección aleatoria de un gen que será reemplazado por otro valor generado, también, aleatoriamente.

El algoritmo genético fue programado en C++.

Tabla 1: Estructura de un Individuo

Individuo	B1	B2	B3	...	Bn
I1	3	3	2	..	4

Tabla 2: Instancia con 8 barcos

Barco	a1	a2	a3	l	Movs
1	6	16	24	260	5640
2	18	31	37	232	3490
3	67	68	81	139	6590
4	75	82	99	193	7090
5	99	105	118	287	8690
6	105	116	131	318	2150
7	121	138	139	366	1870
8	151	167	166	166	2090

6 Evaluación del Modelo Difuso y el AG

Para la evaluación se utilizó una computadora personal equipada con un Core (TM) i5 - 4210U CPU 2.4 Ghz con 8.00 Gb RAM, los experimentos se realizaron con un timeout de 60 minutos.

6.1 Caso de estudio

Se utiliza los datos de la Tabla 2, para mostrar el funcionamiento del modelo de optimización difuso y del AG.

Por ejemplo, el barco 1, debe llegar a las 6 unidades de tiempo, pero se le permite adelantarse y retrasarse hasta 6 y 24 unidades de tiempo respectivamente, su longitud es de 260 unidades y para cargar y descargar debe realizar 5640 movimientos.

Los resultados del modelo difuso y del AG, se muestran en la Figura 2, para el modelo difuso se obtuvo un valor objetivo de 622.3 y su tiempo de procesamiento fue de 216.1s.. Para el AG el valor objetivo obtenido fue 1941.6 y su tiempo de procesamiento 0.29s.

La Figura 2, muestra dos planes de atraque. El primero se ha obtenido con el modelo difuso y el segundo con el AG. También se observa que cada barco posee tres tiempos de atraque, por esto, los barcos se representan en forma de poligono, en lugar de rectangulos como se mostró en la Figura 1. Los cuadrados que aparecen en la imagen representan una planificación con los tiempos de arribo con mas posibilidad; el triangulo que se antepone al cuadrado, representa al adelanto que se puede tolerar; y el triangulo que esta despues representa al retraso que se puede tolerar. Los planes de atraque obtenidos con ambos modelos son robustos pues soportan posibles adelantos o retrasos en los tiempos de llegada de los barcos, para una mejor explicacion revisar el trabajo [8].

Tabla 3: Comparación del modelo difuso y el AG

Barcos	Modelo Fuzzy		AG	
	Valor Objetivo	Tiempo(s)	Valor Objetivo	Tiempo(s)
5	423.7	4	550.2	0.2248
6	506	15.8	895.1	0.2487
7	571.3	36.5	1396.1	0.2666
8	622.3	216.1	1941.6	0.2915
9	748.3	1336.5	2734.1	0.3244
10	936	3600	3702.5	0.3608
11	1109.3	3600	4581	0.411
12	1378.7	3600	5977	0.4965
13	1550	3600	7684.5	0.519
14	1959	3600	9921	0.5775
15	2180.7	3600	12797	0.606

6.2 Conjunto de instancias

Con el fin de comparar la eficiencia del modelo difuso y el AG, se utiliza instancias de 5 hasta 15 barcos (ver Tabla 3).

En la Tabla 3, se puede apreciar que el modelo obtiene mejores planificaciones que el AG, pero se demora mucho más tiempo en encontrar dichas soluciones. El modelo obtiene soluciones óptimas solo hasta 8 barcos, a partir de 9 barcos CPLEX muestra lo que encontró en una hora de procesamiento y a partir de 15 barcos el modelo ya no obtiene solución. El algoritmo genético no presenta problemas con diferentes números de barcos.

7 Conclusiones y recomendaciones

- Para el problema BAP+QCAP, el modelo difuso y el algoritmo genético obtienen planes de ataque robustos que toleran posibles adelantos o retrasos en la llegada de los barcos.
- El modelo difuso, para instancias pequeñas obtiene soluciones optimas, para instancias medianas obtiene buenas soluciones, para instancias grandes no obtiene soluciones

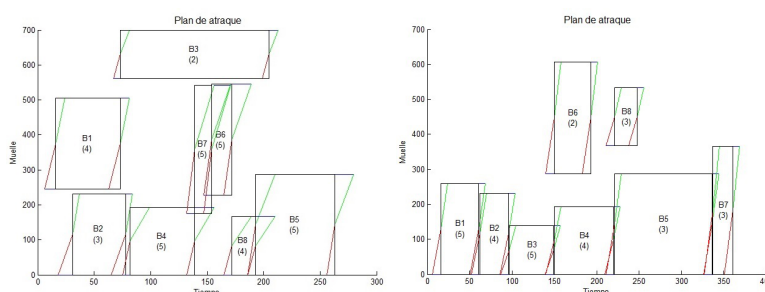


Figura 2: Plan de ataque del modelo difuso (izquierda) y del AG (derecha).

- El algoritmo genético obtiene buenas soluciones en tiempos razonables para cualquier instancias con cualquier número de barcos

Finalmente, para futuras investigaciones: utilizar instancias mas grandes para evaluar el AG, ampliar los modelos para que considere múltiples muelles. Utilizar alguna heurística que se combine con el algoritmo genético para obtener mejores soluciones.

Agradecimientos: Este trabajo fue soportado por INNOVATE-PERU, Proyecto PIBA-2-P-069-14

References

- [1] Bruggeling, M., Verbraeck, A., Honig, H. (2011) Decision support for container terminal berth planning: Integration and visualization of terminal information. In Proc. Van de Vervoers logistieke Werkdagen (VLW2011), University Press, Zelzate, pp. 263–283.
- [2] Lim, A. (1998) The berth planning problem. *Operations Research Letters*. **22(2)**,105–110.
- [3] Zimmermann, H. (2001) Fuzzy set theory and its applications. Fourth Revised Edition. Springer.
- [4] Laumanns, M., et al. (2010) Robust adaptive resource allocation in container terminals. In Proc. 25th Mini-EURO Conference Uncertainty and Robustness in Planning and Decision Making, Coimbra, Portugal, 501-517.
- [5] Bierwirth, C., Meisel, F. : A survey of berth allocation and quay crane scheduling problems in container terminals. *European Journal of Operational Research* **202(3)**, 615–627 (2010)
- [6] Exposito-Izquiero, C., Lalla-Ruiz, E., Lamata, T., Melian-Batista, B., Moreno-Vega, J.: Fuzzy optimization models for seaside port logistics: berthing and quay crane scheduling. *Computational Intelligence*. Springer International Publishing, 323–343 (2016)
- [7] Rodriguez-Molins, M., Ingolotti, L., Barber, F., Salido, M. A., Sierra, M. R., Puente, J.: A genetic algorithm for robust berth allocation and quay crane assignment. *Progress in Artificial Intelligence* **2(4)**, 177–192 (2014)
- [8] Gutierrez, F., Lujan, E., Vergara, E., Asmat. R. (2017) A fully fuzzy linear programming model to the berth allocation problem. *Annals of Computer Science and Information Systems* **11**, 453–458.
- [9] Yager, R. R. (1981) A procedure for ordering fuzzy subsets of the unit interval. *Information sciences* **24(2)**, 143–161.
- [10] Nasser, S. H., Behmanesh, E., Taleshian, F., Abdolalipoor, M., Taghi-Nezhad, N. A. (2013) Fullyfuzzy linear programming with inequality constraints. *International Journal of Industrial Mathematics* **5(4)**, 309–316.

OPTIMIZACIÓN DE RUTAS EN EL RECOJO DE RESIDUOS SÓLIDOS EN UN DISTRITO DE LIMA-PERÚ

WILMER VELASCO CHANTA

wilmer.velasco@uarm.pe

JHAMYR ANTHONY MOLOCHO AVELLANEDA

Jhamyr.moloch@uarm.pe

MIGUEL HORACIO VALDIVIA VALENCIA

miguel.valdivia@uarm.pe

TAWNNI BRIGGIT OMAIRA MEJIA CÉSAR

Tawnni.mejia@uarm.pe

Hernán Barriga

hernan.barriga@uarm.pe

Universidad Antonio Ruiz de Montoya Lima-Perú

I. RESUMEN

El presente artículo tiene como objetivo mejorar el recojo de los residuos sólidos en el distrito de La Victoria, ubicado en Lima, Perú. Nosotros hemos usado una metodología de dos fases: La primera fase consiste en clisterizar o zonificar, es decir, localizar los distintos puntos donde se acumula la basura, previo al recojo; considerando las frecuencias y ratios de acumulación de residuos por cada zona. En la segunda fase, se aplicó un problema de programación lineal entera para asignar un número de viajes a cada punto de recojo y optimizar la asignación de la flota de los vehículos recolectores. Los resultados de comparación del modelo con respecto a la asignación actual muestran mejoras significativas en costos, tiempos y utilización de recursos.

Palabras clave: residuos sólidos, optimización, viaje

ABSTRAC.

This article aims to improve the collection of solid waste in the District of La Victoria, located in Lima, Peru. We have used a two-phased methodology: the first stage consists of clisterizar or zone, i.e., to locate the various points where ir acumulaste garbare, prior to the pick up; hebreas the frecuencias and ratios of acumulación of waste foro mach zone. In the sección pase, a Problem of Integre linear programan das ampliada to asigna a nombre to match Paint of pick up and optimice the alocarían of the flete of the vehicules. The resulta of comparasen of the modelo with respecto to the curten alocarían show significante ímprobamente in costos, time, and rezurce utilización.

Keywords: solid waste, optimization, travel

II. INTRODUCCIÓN

En la actualidad el crecimiento poblacional en nuestro país es muy significativo, principalmente en Lima y sus distritos. Este crecimiento a su vez genera un aumento de residuos sólidos en las diferentes ciudades y al mismo tiempo los costos para su recolección cada vez son más elevados. Además, si hay una mala distribución de personal y una mala distribución de los lugares de recolección se genera desorden y esto conlleva a que la ciudad esté contaminada, la cual produce muchas enfermedades colocando en una situación de riesgo la salud de las personas. Por lo tanto, es de mucha importancia planificar las estrategias que ayuden a resolver y prevenir estos problemas. Gracias a la investigación operativa podemos ejecutar muchas estrategias viables para solucionar estos acontecimientos.

El presente trabajo de investigación se ha realizado en la zona “A” del distrito de la victoria. Debido a que hay un mal funcionamiento del servicio de limpieza pública. Para ello, hemos usado el algoritmo del agente viajero para reducir las distancias que hay entre los puntos de recojo de residuos sólidos, el cual nos lleva a encontrar la ruta más óptima por donde debería pasar el camión recolector. La ruta óptima, disminuye las distancias y también los costos. El ahorro esperado se puede usar en otras áreas como educación y salud.

III. ESTADO DEL ARTE

Dentro del manejo de residuos sólidos se encuentran procesos como recolección, transporte, procesamiento, reciclaje, disposición y monitoreo. Esto hace necesario tener en cuenta factores ambientales, sociales, económicos, técnicos y políticos que generen un marco de referencia sobre el cual puedan ser aplicadas diferentes herramientas para tomar decisiones, aplicando métodos de transporte, asignación, etc. Para ello se tomarán como referencia los modelos de optimización de rutas aplicados y desarrollados en otros escenarios, los cuales tomaremos como

Según, (Paúl A. Taboada-González, Quetzalli Aguilar-Virgen & Sara Ojeda-Benítez) a partir de “ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE RESIDUOS SÓLIDOS DOMÉSTICOS EN UN MUNICIPIO FRONTERIZO DE MÉXICO”. Para determinar la generación y composición de los residuos sólidos, se utilizan diferentes metodologías, una de ellas es a través de la recolección casa por casa o la toma de muestras directamente del camión recolector de basura. En este estudio se ha determinado tomar las muestras de los camiones recolectores considerando que la recolección en los distintos lugares se realiza una vez por semana en cada ruta, por lo que los residuos recolectados por el sistema de recolección cada día representan la generación de una semana.

Con respecto a nuestro proyecto, teniendo como modelo la aplicación de análisis realizados en México, hemos tomado como referencia la toma de muestras de los días que trabaja el camión recolector con sus respectivas rutas que emplea para arrojar estos residuos. Además, es importante señalar que dicho ruteo y zonificación se hizo teniendo en cuenta los distintos rellenos sanitarios que hay en la ciudad de Lima.

Según, (Marco A. Cerrón Palomino, pág. 4, Cercado de Lima - Perú) a partir de “DISEÑO DE RUTAS OPTIMAS DE RECOLECCION DE RESIDUOS SOLIDOS DOMESTICOS

MEDIANTE EL SOFTWARE MARS”. El problema consiste en recolectar los residuos sólidos, conociendo la ubicación de los centros de producción llamados orígenes a un relleno sanitario de manera que conocidos la cantidad de que se dispone de cada origen la cantidad demandada en cada destino y el costo de transportar una unidad de producto de cada origen a cada destino; se satisfaga la demanda con el costo total mínimo.

En base a nuestro proyecto, hemos usado este sistema ya que tiene como finalidad, permitir el diseño de las rutas de recolección de basura, establecer la cantidad y el tipo de unidades de recolección, disminuyendo la acumulación de basura en las calles, parques, etc. La idea de generar un modelo es de mejorar de la rentabilidad de la empresa. Para ello, se busca realizar un estudio para así mejorar eficientemente la designación de los recursos de la empresa, asegurando su óptima operación y el aprovechamiento de sus recursos y capacidades.

Según (Dara, Y. & Patiño, J. 2015) de la APLICACIÓN DE TÉCNICAS DE OPTIMIZACIÓN PARA EL DISEÑO DE RUTAS DE RECOLECCIÓN SELECTIVA DE RESIDUOS SÓLIDOS

EN BOGOTÁ. Utiliza como una metodología CVRP (Problema de Ruteo de Vehículos con restricciones de Capacidad). El problema de ruteo con restricciones de capacidad se basa en visitar un conjunto de vértices con

la finalidad de minimizar la distancia total recorrida sin alterar las restricciones de capacidad de los vehículos recolectores. Las restricciones de capacidad, las cuales establecen un límite de carga para cada vehículo, así como también un mínimo de recolección de residuos por vehículo; igualmente están las restricciones de balance de flujo que obligan a que un vehículo que ha entrado a un determinado nodo debe salir del mismo.

Para nuestro proyecto, hemos incluido este método, pues nos ayuda optimizar las rutas de los vehículos sin tener que alterar la capacidad de los vehículos. Es muy importante que la carga no sobrepase la capacidad de los vehículos pues generaría gastos innecesarios, para nuestro proyecto los vehículos pueden cargar como máximo un aproximado de 12 toneladas. El modelo aplicado en la ciudad de Bogotá-Colombia funcionó de la mejor manera. Este método también podemos usarlo para el distrito de la Victoria-Lima adaptándolo a las diferentes circunstancias como rutas, cantidad de basura, etc.

METODOLOGÍA

La metodología propuesta se basa en dos puntos fundamentales, el primero consiste en la identificación de modelos matemáticos (programación lineal entera, asignación, etc.). Aplicamos esto con el fin de alcanzar una máxima eficiencia en la gestión de los residuos sólidos para la empresa recolectora y para la municipalidad encargada de este distrito. El segundo punto está orientado a emplear algunos programas de simulación como Microsoft Virtual Earth, google maps y otros sistemas de información geográfica, con el objetivo de simular el desplazamiento de los vehículos a través de calles y avenidas de la zona de estudio.

Mediante la identificación de modelos matemáticos basados en programación lineal entera y con la ayuda de los datos ya utilizados en otras partes del mundo (Colombia, México) se ha determinado el método más adecuado en este distrito tomando variables como rutas y la vialidad del distrito, para determinar tipo de camión, los tiempos de recorrido y a partir de ahí comenzar con la elaboración de la propuesta más viable para la recolección de los residuos sólidos en el mismo

Finalmente, Con respecto a las citas anteriores podemos relacionar la metodología propuesta para evaluar el rediseño del proceso de residuos sólidos en el distrito de la victoria. Tales como:

1. Toma de datos y análisis de la información
2. Localización de puntos de recolecta de residuos
3. Diseño de rutas de recolección de residuos sólidos
4. Evaluación de los métodos aplicado

Situación actual

Descripción general:

Actualmente, el distrito de La Victoria según Wikipedia cuenta con 192 724 habitantes. El Estudio de Residuos Sólidos desarrollado en el año 2016 determinó la generación per cápita de residuos sólidos, y densidad compactada y no compactada. Los resultados se muestran en la Tabla 1. El estudio también determinó la composición de los residuos sólidos. Este distrito tiene un área de 8.74 K m² y con una densidad de 22.051 hab/ K m².

DESCRIPCION	INDICADORES	RESIDUOS	PORCENTAJE
Generación per cápita (Kg/hab/día)	2.3	Materia orgánica	56.69%
		Residuos sanitarios	17.09%
		Madera	0.39%
		papel	7.03%
Generación (Tonelada /día)	394.3	Cartón	2.35%
		vidrio	1.73%
Generación Anual. (Tonelada)	143,938.0	Plástico PET	2.29%
		Bolsas	4.32%
		metales	1.73%
Densidad no compacta(Kg/m3)	243.74	Telas/textiles	1.51%
Densidad compacta(Kg/m3)	184.37	Caucho, cuero y jebe	0.31%

Tabla N°1 Generación y composición de residuos sólidos.

IV. DESCRIPCIÓN DEL MODELO:

El objetivo de nuestro modelo de optimización es minimizar el número de sitios de recolección para residuos generales, esta minimización reducirá el impacto visual generado por la presencia de puntos de recolección y también reducirá el costo de implementación de los sitios de recolección. Debido a la gran cantidad de viviendas en el área de estudio geográfica, las agruparemos en sectores, cuya longitud general es de entre 90 a 120 metros. El modelo determina la asignación óptima de cada clúster a uno y solo un sitio de recolección, considerando que la demanda está satisfecha y que el sitio de recolección no estará lejos de la distancia umbral. La distancia umbral que usaremos es 300 metros. Este valor parece ser adecuado para nuestro caso de estudio. Además, el modelo determinará la disposición de los contenedores en cada sitio de recolección.

Variables de Decisión:

Xij: Decisión de tomar la distancia i a j Donde, (i= 1,2..., 31; j= 1,2..., 31)

Parámetros:

Pij: Distancia recorrida entre los contenedores i hasta j

Ki: Valor total de recolección de residuos sólidos en la Zona i Mi: Cantidad de contenedores en la Zona i

Función Objetivo

Minimizar $Z = \sum C_{ij} X_{ij}$

$$Z = 380X_{12} + 285X_{23} + 420X_{240} + \dots + 330X_{15031}$$

Donde:

i,j indica el arco utilizado.

Cij es la longitud del arco (distancia rectilínea entre dos puntos). Xij es la variable binaria.




Rango:

$$X_{ij} \geq 0$$

De esta forma se aseguró que cada nodo tenga solamente una ruta de entrada y otra de salida. Una vez definido el modelo, se procedió a ejecutarlo utilizando el programa SOLVER, LINDO que permite resolver todos los problemas de programación lineal con un número de restricciones y variables de decisión para alcanzar una solución óptima.

METODO AGENTE VIAJERO



RUTA ACTUAL	
RUTA ZONIFICADA	
CONTENEDORES	

Cabe indicar que el color celeste mostrado en la imagen es la ruta que la empresa utiliza para el recojo respectivo de la basura y el de color rojo indica la ruta más óptima. Para este caso solo usamos 27 contenedores como posible solución, teniendo cada uno de ellos una capacidad de 2000kg (2TN). Considerado que en todo el distrito la cantidad de residuos sólidos es de 350,98 TN (fuente: sigersol). Para ello se ha estimado que la cantidad aproximada de contenedores a utilizar en todo el distrito es de $350.98/2=176$ contenedores en total.

COMPROBANDO CON EL ALGORITMO “FLUJO MÁXIMO”

MAX XZ ST	X16100<=80	XZ-X12=0	X1819-X1920=0
X12<=380	X100110<=120	X12-X23-X240=0	X1920-X2021=0
X23<=285	X11023<=250	X23-X34=0 X34-	X2021-X2122=0
X34<=190	X1617<=230	X45=0 X240-	X2122-X2223=0
X45<=370	X1718<=170	X4050=0 X4050-	X16100-X100110=0
X240<=420	X1819<=160	X505=0	X100110-X11023=0
X4050<=330	X1920<=70	X45+X505-X56=0	X11023+X2223-X23120-
X505<=140	X2021<=320	X56-X660-X67=0	X2324=0
X56<=360	X2122<=90	X660-X6070=0	X23120-X120130=0
X660<=60	X2223<=270	X6070-X7080=0	X120130-X13026=0
X6070<=190	X2324<=440	X7080-X807=0	X2324-X2425=0
X7080<=290	X2425<=310	X67+X807-X78=0	X2425-X2526=0
X807<=170	X2526<=290	X89-X990-X910=0	X13026+X2526-X2627-
X67<=490	X23120<=360	X990-X9013=0	X2628=0
X78<=320	X120130<=310	X910-X1011=0	X2627-X2728=0
X89<=300	X13026<=450	X1011-X1112=0	X2728+X2628-X2829=0
X910<=130	X2627<=200	X1112-X1213=0	X2829-X29140-X2930=0
X1011<=435	X2628<=390	X9013+X1213-X1314=0	X29140-X140150=0
X1112<=306	X2728<=190	X1314-X1415=0	X140150-X15031=0
X1213<=310	X2829<=280	X1415-X1516=0 X1516-	X2930-X3031=0
X990<=370	X29140<=310	X1617-X16100=0 X1617-	X3031+X15031-XZ=0
X9013<=450	X140150<=300	X1718=0 X1718-	INTE 43
X1314<=160	X15031<=330	X1819=0	
X1415<=300	X2930<=460		
X1516<=340	X3031<=480		

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1)	7650.000	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
XZ	150.000000	0.000000
X12	150.000000	0.000000
X23	150.000000	0.000000
X34	150.000000	0.000000
X45	150.000000	0.000000
X240	0.000000	0.000000
X4050	0.000000	0.000000
X505	0.000000	0.000000
X56	150.000000	0.000000
X660	0.000000	0.000000
X6070	0.000000	0.000000
X7080	0.000000	0.000000
X807	0.000000	0.000000
X67	150.000000	0.000000
X78	150.000000	0.000000
X89	150.000000	0.000000
X910	130.000000	0.000000
X1011	130.000000	0.000000
X1112	130.000000	0.000000
X1213	130.000000	0.000000
X990	20.000000	0.000000
X9013	20.000000	0.000000
X1314	150.000000	0.000000
X1415	150.000000	0.000000
X1516	150.000000	0.000000
X16100	80.000000	0.000000
X100110	80.000000	0.000000
X11023	80.000000	0.000000
X1617	70.000000	0.000000
X1718	70.000000	0.000000
X1819	70.000000	0.000000
X1920	70.000000	0.000000
X2021	70.000000	0.000000
X2122	70.000000	0.000000
X2223	70.000000	0.000000
X2324	0.000000	0.000000
X2425	0.000000	0.000000

Con este método de flujo máximo hemos comprobado que la ruta óptima muestra el mismo resultado que el agente viajero.

Modelo de ubicación de sitios de colección.

Para nuestro proyecto de investigación hemos planteado ubicar los contenedores cada 2 cuadra (aproximadamente 200 metros).

CALLES DE INTERSECCIONES DONDE SE UBICARÁ EL CONTENEDOR OPTIMA	RUTA
1. AV. MEXICO-JR ABTAO	1X1
2. AV. MEXICO-JR ANDAHUYLAS	2X2
3. AV. MEXICO- JR ZAEN PEÑA	40X3
4. CALLE BELGICA-JR ZAENS PEÑA	50X4
5. CALLE BELGICA CON AV PASEO DE LA REPUBLICA	5X5
6. AV. PASEO DE LA REPUBLICA CON ISABLE LA CATÓLICA	6X6
7. AV. ISABEL LA CATOLICA CON JR CANTA	60X7
8. JR CANTA CON CALLE SEBASTIAN BARRANCA	80X8
9. CALLE SABASTIAN BARRANCA CON AV.PASEO DE LA REPUBLICA	7X9
10. AV PASEO DE LA REPUBLICA CON AV 28 DE JULIO	8X10
11. AV PASEO DE LA REPUBLICA CON JR ANTONIO RAYMONDI	9X11
12. AV IQUITOS CON JR ANTONIO RAYMONDI	90X12
13. AV IQUITOS CON AV BAUZATE Y MEZA	13X13
14. AV BAUZATE Y MEZA CON CALLE MANCO CAPAC	14X14
15. CALLE MANCO CAPAC CON AV ISABEL LA CATOLICA	16X15
16. AV ISABEL LA CATOLICA CON JR HUASCARAN	100X16
17. JR HUASCARAN CON SAN CRISTOBAL	110X17
18. SAN CRISTOBAL CON JR ANDAHUAYLAS	23X18
19. JR HIPOLITO UNANUE CON JR ANDAHUYLAS	120X19
20. JR ANDAHUYLAS CON AV 28 DE JULIO	130X20
21. JR ANDAHUYLAS CON AV MIGUEL GRAU	26X21
22. AV MIGUEL GRAU CON JR ABTAO	28X22
23. JR ABTAO CON AV 28 DE JULIO (ZAPATERIA KHATERINE)	29X23
24. JR ABTAO CON AV ISABEL LA CATOLICA(RESTAURANTE QUE TAL CONCHA)	31X24

FUENTE: Elaboración propia

V. RESULTADOS

USANDO SOLVER

VRP Solver

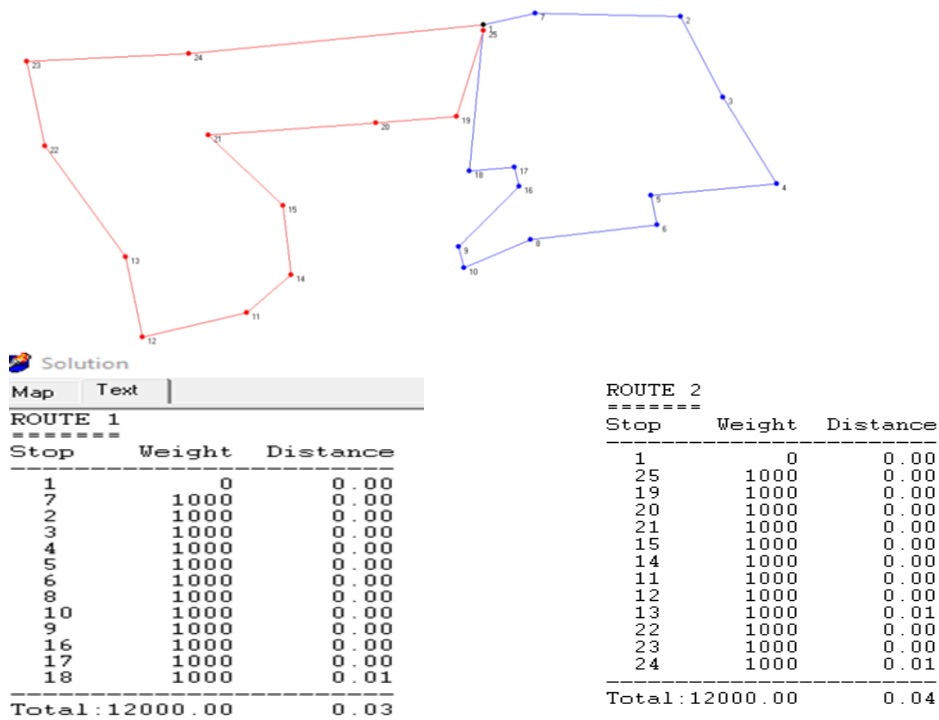
Load Data From File:

Cust #	Longitude	Latitude	Demand
1	-12.069392	-77.021631	0
2	-12.074131	-77.021271	1000
3	-12.075159	-77.024649	1000
4	-12.076463	-77.028275	1000
5	-12.073428	-77.028744	1000
6	-12.073569	-77.029989	1000
7	-12.070637	-77.021137	1000
8	-12.070521	-77.030611	1000
9	-12.068796	-77.030906	1000
10	-12.068914	-77.031791	1000
11	-12.063683	-77.03367	1000
12	-12.061169	-77.034663	1000
13	-12.060758	-77.031323	1000
14	-12.064756	-77.0320743	1000
15	-12.064564	-77.029193	1000
16	-12.070255	-77.028376	1000
17	-12.070142	-77.027582	1000
18	-12.069047	-77.027746	1000
19	-12.068737	-77.025459	1000
20	-12.066798	-77.025717	1000
21	-12.062764	-77.026238	1000
22	-12.058818	-77.026681	1000
23	-12.058377	-77.023152	1000
24	-12.062295	-77.022843	1000
25	-12.069387	-77.021867	1000

Truck Capacity:

Truck Distance Limit:

VRP Solver v1.3 (c) 2004 Lawrence V. Snyder, Lehigh University



Usando solver, hemos obtenido la cantidad de camiones o compactadoras necesarios para la zona de muestra zona “A” es de 2 camiones/día, los cuales tienen una capacidad de 12 TN cada uno. Además, se ha obtenido la ruta total de 7,65 km lo cual no difiere de los otros métodos usados.

VI. ANÁLISIS DE COSTOS

Para este modelo hemos tomado los costos variables por concepto de consumo de combustible por las unidades de recolección de residuos sólidos. Los costos fijos no se consideran por ser irrelevantes para hacer nuestra comparación final, ya que el objetivo de esta investigación es optimizar rutas y a través de ellas obtener el costo mínimo.

Costos	Monto
COSTOS DIRECTOS	14,337,899.21
Mano de obra	1,020,773.19
Materiales	585,184.12
Depreciación	19,721.90
Otros costos y gastos	12,712,220.00
COSTOS INDIRECTOS	237,764.15
COSTOS FIJOS	6,294.06
TOTAL	14,581,957.42

Tabla: Fuente de la Municipalidad de La Victoria.

Los costos totales anuales de la municipalidad de La Victoria por concepto de recojo de residuos sólidos ascienden a S/. 14 581 975.42 nuevos soles. De ello se ha estimado que el costo por consumo de combustible es de s/. 1791416.35 nuevos soles como se muestra en la siguiente tabla.

combustible total para las 6 rutas en un año				
Vehiculo	numero de vehiculos	cantidad de combustible	precio	Total
compactadoras	18	10220	8.48	1559980.8
camión baranda	1	10220	8.48	86665.6
volquete	1	5475	8.48	46428
cargador frontal	1	5475	8.48	46428
triciclo	1	365	12.93	4719.45
motocar	5	730	12.93	47194.5
TOTAL				1791416.35

Además, el costo por día incurridos para la zona muestra “zona A” del distrito es la siguiente. La cantidad de kilómetros recorridos es de 8,6 km

ZONA A				
combustible para 1 ruta por día para 8600 m de recorrido				
8600				
Vehiculo	numero de vehiculos por zona	cant.galones diarios	total de galones	precio diario
compactadoras	3	1.555555556	4.666666667	39.5733333
camión baranda	1	28	28	237.44
volquete	1	15	15	127.2
cargador frontal	1	15	15	127.2
triciclo	1	1	1	12.93
motocar	1	0.4	0.4	5.172
				549.515333

ANÁLISIS DE LA OPTIMIZACIÓN

Después de realizar la investigación y aplicar los métodos anteriormente mencionados llegamos a la conclusión que la ruta óptima para la zona de muestra “zona A” es de 7,65km. Entonces los costos incurridos son menores como se muestra en la siguiente tabla.

	MUNICIPALIDAD (3comp)	MEJORA (2compac)
COSTOS VARIABLES POR DIA	549.5153	477.0791047
AHORRO DIARIO POR ZONA	72.43619535	
AHORRO ANUAL POR ZONA	26439.2113	
AHORRO ANUAL POR LAS 6 ZONAS	158635.2678	

La tabla nos da a conocer un ahorro diario de S/. 72.43 nuevos soles por la zona de muestra “zona A”. Además, si aplicamos esta metodología en las 6 zonas que tiene el distrito (A, B, C, D, E, F); teniendo en cuenta que no hay mucha variación, ya que la densidad de basura diaria producida es similar en todo el distrito; llegamos a concluir que se generaría un ahorro total de s/. 158 635.26 nuevos soles anuales.

VII. CONCLUSIÓN

El fin de esta investigación ha sido desarrollar un modelo óptimo para localizar, ubicar y recoger los residuos sólidos de los distintos puntos del distrito. Para ello hemos utilizado el método del agente viajero y otras herramientas como google maps, solver para obtener las distancias entre cada lugar de recojo de basura. Además, hemos usado el algoritmo de flujo máximo para corroborar con los datos y obtener los resultados más precisos. Después de analizar todos los datos obtenidos hemos llegado a la conclusión que el modelo propuesto, del agente viajero, es eficiente ya que minimiza la ruta y al mismo tiempo reduce los costos del recojo. El total de recorrido en la zona de muestra “zona A” es de 8600m el cual tiene un costo diario de s/.549.51, sin embargo, el recorrido planteado es de 7650m, el cual tiene un costo diario de s/.477.07. Esto genera un ahorro diario de s/. 72.43. Este método al aplicarse a las 6 zonas que tiene el distrito de La Victoria generaría un ahorro anual de s/. 158 635.26 nuevos soles.

La municipalidad de La Victoria debería tener en cuenta este trabajo de investigación, ya que le generaría un ahorro significativo, el cual podría ser destinado a otras áreas, como por ejemplo educación o salud.

VIII. BIBLIOGRAFÍA

Dara, Y. & Patiño, J. (2015). APLICACIÓN DE TÉCNICAS DE OPTIMIZACIÓN PARA EL DISEÑO DE RUTAS DE RECOLECCIÓN SELECTIVA DE RESIDUOS SÓLIDOS EN BOGOTÁ.

Recuperado de:

<http://repository.udistrital.edu.co/bitstream/11349/3004/1/PATI%C3%91O%20CHIRVA%20Johana%20Andrea%20-%20DAZA%20CRUZ%20Yesica%20Xiomara.pdf>

Taboada P., Aguilar Q., & Ojeda S., (2011). ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE RESIDUOS SÓLIDOS DOMÉSTICOS EN UN MUNICIPIO FRONTERIZO DE MÉXICO. Recuperado de

<http://www.redalyc.org/pdf/3236/323627681002.pdf>

Cerrón. M., (2012). DISEÑO DE RUTAS ÓPTIMAS DE RECOLECCION DE RESIDUOS SOLIDOS DOMESTICOS MEDIANTE EL SOFTWARE MARS. Cercado de Lima, Perú.

Recuperado de <http://www.bvsde.paho.org/bvsaidis/resisoli/iii-150.pdf>

Edmundo Muñoz E., Fabres F., & Cárdenas J., (2013). Residuos sólidos del proceso de construcción de viviendas en Chile – cuantificación, caracterización y establecimiento de indicadores. Recuperado

de http://www.elecs2013.ufpr.br/wp-content/uploads/anais/2011/2011_artigo_136

An adaptive Shewhart chart with varying sample statistic to control bivariate processes

Antonio Fernando Branco Costa

Production Department, São Paulo State University (UNESP), Guaratinguetá, SP, Brazil
fbranco@feg.unesp.br

Roberto Campos Leoni

Military Academy of Agulhas Negras (AMAN), Resende, Rio de Janeiro, RJ, Brazil
leoni.roberto@aman.eb.mil.br

Abstract

In this article, we propose a single mean chart to control bivariate processes. The basic idea is to double the size of the samples, once only one of the two quality characteristics, X or Y , is measured and only one of the two sample statistics is computed, or the mean of the X observations or the mean of the Y observations. The statistic that was used to obtain the current point and the current point's position define the statistic for the next sample. If the current point is the mean of the X observations and it is in the central region, then the control of X is relaxed and the focus goes to Y , that is, the charting statistic for the next sample will be the mean of the Y observations. On the other hand, if the current point is in the warning region, the focus remains on X , that is, the charting statistic for the next sample will be the mean of the X observations. A similar rule is applied when the current statistic is the mean of the Y observations. Thanks to the adaptive feature of the proposed chart, the degree of dependence between X and Y plays no role in chart's performance. The adaptive chart is overwhelmingly faster than the Hotelling chart in signaling all kinds of disturbances.

Keywords: Quality control; Variable charting statistic; Shewhart chart.

1. Introduction

In many production lines, samples are regularly taken from the process to update the information about the quality characteristics of the products, which are used to calculate the plotting statistic of multivariate control charts. Recently, a great deal of research has been done on the control of two quality characteristics. Leoni, Costa, and Machado (2015), Leoni, Machado, and Costa (2015a, 2015b), and Simões et al. (2016)

considered bivariate processes with autocorrelated data and the control of their mean vector. Melo, Ho, and Medeiros (2016) and Ho and Costa (2015) designed attribute charts to control the mean vector of bivariate processes. Saghir (2015), Saghir, Khan, and Chakraborti (2016) and Osei-Aning, Abbasi, and Riaz (2016) also worked with the control of bivariate processes, but with the monitoring of their covariance matrix. Machado and Costa (2008) considered a VMAX statistic to control the covariance matrix of bivariate processes. The VMAX statistic is based on the sample variances of the two quality characteristics. Ho and Aparisi (11) proposed two new control charts that are a mixture of attribute and variable charts to monitor bivariate mean vectors.

The idea of varying the number of variables to be monitored was considered by Aparisi, Epprecht, and Ruiz (2012). They proposed the variable dimension T^2 chart, in which the number of monitored quality characteristics is variable; the position of the current T^2 point determines the next number of variables to be monitored. If the current T^2 point is in the central region, then, in the next sample of size n , only a subset of the all p quality characteristics, say p_1 , will be measured, consequently the next T^2 value will be computed with reduced observations, that is, with np_1 observations only. If the current T^2 point is in the warning region, then, in the next sample of size n , all p quality characteristics will be measured and the next T^2 value will be computed with the np observations. The p_1 variables are, in general, the less expensive and/or the easier to measure. Subsequently, Aparisi et al. (2014) proposed the variable dimension T^2 chart with variable sample size, that is, a T^2 point is in the warning region not only triggers the measurement of all quality characteristics but also schedules for the next sampling point a sample larger than n . The variable dimension T^2 chart can be seen as a chart with variable charting statistic, once the T^2 statistic obtained with np_1 observations is different of the T^2 statistic obtained with all the np observations.

In this article, we propose an adaptive mean chart with varying sample statistic (*VCS* chart) to control bivariate processes as an excellent alternative to the Hotelling T^2 chart. The basic idea is to double the size of the samples, once only one of the two quality characteristics, X or Y , is measured. That is, at each sampling point, only one of the two sample statistics is computed, or the mean of the X observations or the mean of the Y observations.

2. The Shewhart mean chart with variable charting statistic

The Hotelling T^2 chart is the usual Shewhart-type chart to control the mean vector of bivariate processes. With the T^2 chart in use, samples of size n are regularly collected and the two quality characteristics (X, Y) of the selected items are measured. The two common assumptions to study the performance of the bivariate

T^2 charts are: (I) The two quality characteristics (X, Y) follow a bivariate normal distribution with the mean vector and the covariance matrix given as $\boldsymbol{\mu}=(\mu_X; \mu_Y)'$ and $\boldsymbol{\Sigma}=(\Sigma_{11}=\sigma_X^2; \Sigma_{12}=\Sigma_{21}=\sigma_{XY}; \Sigma_{22}=\sigma_Y^2)$, respectively. (II) The in-control and out-of-control mean vectors are $\boldsymbol{\mu}=\boldsymbol{\mu}_0=(\mu_{0X}, \mu_{0Y})'$, and $\boldsymbol{\mu}=\boldsymbol{\mu}_1=(\mu_{1X}, \mu_{1Y})'$, respectively; the changes $\boldsymbol{\delta}=(\delta_X, \delta_Y)$ are expressed in units of the standard deviations: $(\mu_{1X}, \mu_{1Y})=(\mu_{0X} \pm \delta_X \sigma_X, \mu_{0Y} \pm \delta_Y \sigma_Y)$, for further details about the Hotelling T^2 chart see Montgomery (2009).

In this article, we propose, as an alternative to the Hotelling's chart, a Shewhart mean chart with variable charting statistic: at each sampling point, $2n$ items are collected but only one of the two quality characteristics (X, Y) is measured. This way, the average number of observations required by the proposed Shewhart chart is the same one required by the T^2 chart. As the X observations and the Y observations are always from different samples, the \bar{X} and \bar{Y} values are always uncorrelated ($\rho=0$).

Figure 1 illustrates the Shewhart mean chart with variable charting statistic, hereinafter the VCS chart. The \bar{X} points are followed by \bar{X} points as long as they fall in the warning region, however, an \bar{X} point in the central region changes the quality characteristic to be monitored, that is, the next sample point will be an \bar{Y} point. The same way, the \bar{Y} points are followed by \bar{Y} points as long as they fall in the warning region, however, an \bar{Y} point in the central region changes the quality characteristic to be monitored, that is, the next sample point will be an \bar{X} point. The eight control limits of the VCS chart are:

$$\begin{aligned} (UCL_{\bar{X}}, LCL_{\bar{X}}; UWL_{\bar{X}}, LWL_{\bar{X}}) &= (\mu_{0X} \pm k\sigma_{\bar{X}}; \mu_{0X} \pm w\sigma_{\bar{X}}) \\ (UCL_{\bar{Y}}, LCL_{\bar{Y}}; UWL_{\bar{Y}}, LWL_{\bar{Y}}) &= (\mu_{0Y} \pm k\sigma_{\bar{Y}}; \mu_{0Y} \pm w\sigma_{\bar{Y}}) \end{aligned} \quad (1)$$

The speed with the control charts signal is measured by the Average Run Length – ARL . Expression (2) gives the ARL s of the VCS chart.

$$ARL = \frac{a(1-0.5p_Y) + b(1-0.5p_X)}{p_X + p_Y - p_X p_Y} \quad (2)$$

In expression (2), $a=1/(1-q_X)$, $b=1/(1-q_Y)$, with the \bar{X} statistic in use, q_X and p_X are, respectively, the probability of a sample point falling in the warning region and the conditional probability of a signal, given the sample point didn't fall in the warning region; the definitions of q_Y and p_Y are the same of q_X and p_X , but with respect to the \bar{Y} statistic:

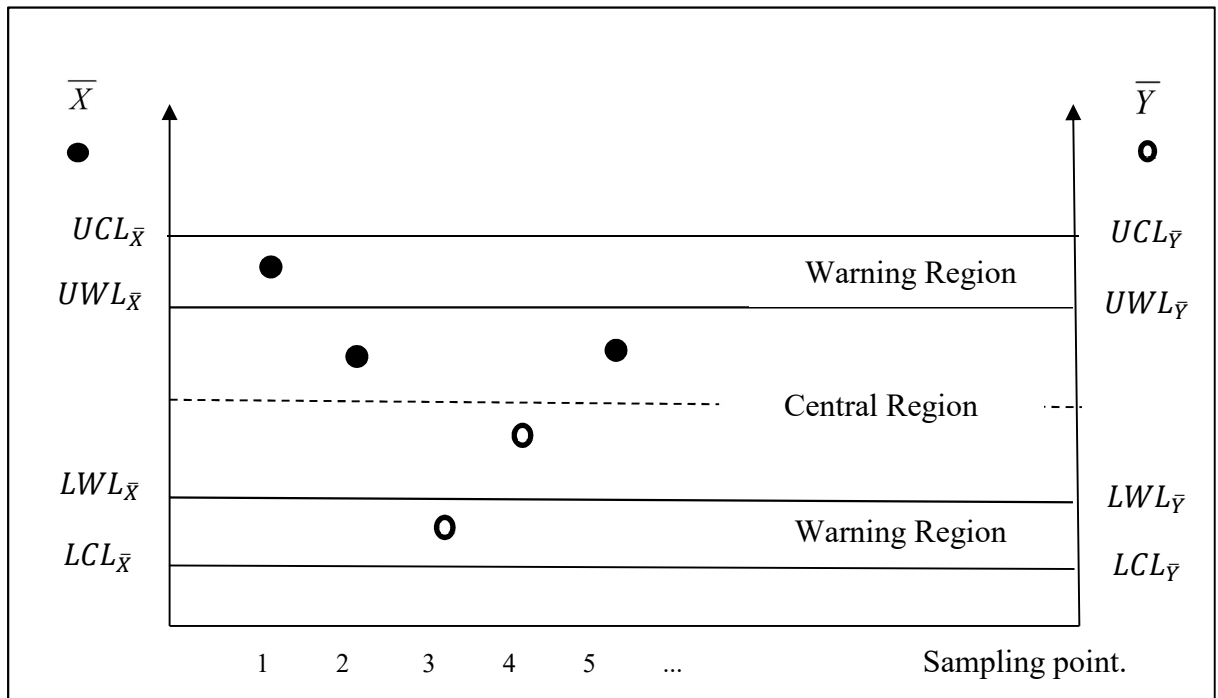
$$q_X = [\Phi(-w - \delta_X \sqrt{2n}) - \Phi(-k - \delta_X \sqrt{2n})] + [\Phi(k - \delta_X \sqrt{2n}) - \Phi(w - \delta_X \sqrt{2n})] \quad (3)$$

$$q_Y = [\Phi(-w - \delta_Y \sqrt{2n}) - \Phi(-k - \delta_Y \sqrt{2n})] + [\Phi(k - \delta_Y \sqrt{2n}) - \Phi(w - \delta_Y \sqrt{2n})] \quad (4)$$

$$p_X = [\Phi(-k + \delta_X \sqrt{2n}) + \Phi(-k - \delta_X \sqrt{2n})] / (1 - q_X) \quad (5)$$

$$p_Y = [\Phi(-k + \delta_Y \sqrt{2n}) + \Phi(-k - \delta_Y \sqrt{2n})] / (1 - q_Y) \quad (6)$$

Figure 1 - The VCS chart.



3. Comparing the charts performance

In this section, the performance of the VCS chart is compared with the performance of the T^2 chart. When the T^2 chart is in use, samples of size n are collected and the following statistic is computed:

$$T_2 = n(\bar{X} - \mu_{0x}, \bar{Y} - \mu_{0y})' \begin{bmatrix} \sigma_X^2 & \sigma_{XY} \\ \sigma_{XY} & \sigma_Y^2 \end{bmatrix} (\bar{X} - \mu_{0x}, \bar{Y} - \mu_{0y}) \quad (7)$$

During the in-control period, the T^2 statistic is chi-square distributed with two degrees of freedom (χ_2^2). The upper control limit (UCL) of the T^2 chart is adjusted to obtain the desired in-control ARL , that is, $UCL = \chi_{2, 1/ARL_0}^2$. After the assignable cause occurrence, the mean vector changes from $\boldsymbol{\mu}_0$ to $\boldsymbol{\mu}_1$ and the distribution of the T^2 statistic changes to a non-central chi-squared distribution, $\chi_2^2(\lambda)$, with the following non-centrality parameter:

$$\lambda = n\boldsymbol{\delta}' \begin{bmatrix} \sigma_X^2 & \sigma_{XY} \\ \sigma_{XY} & \sigma_Y^2 \end{bmatrix}^{-1} \boldsymbol{\delta} \quad (8)$$

The out-of-control ARL is the average number of samples (points in the chart) until the chart signals a true out-of-control condition:

$$ARL = \{1 - \Pr[\chi_2^2(\lambda) < UCL]\}^{-1} \quad (9)$$

Tables 1-2 present the ARL s of the VCS and the T^2 charts. They were designed to have in-control ARL s of 370.4 ($k=3.0$). The Tables show the ARL s of the T^2 charts when the two quality characteristics (X, Y) are uncorrelated ($\rho = 0$), or not ($\rho = 0.3, 0.5, 0.7$). With the variable charting statistic (VCS), the X and the Y observations are not from the same samples, consequently, the X and the Y sample means are always uncorrelated ($\rho=0$).

According to Tables 1-2, the VCS chart outperforms the T^2 chart in 98 percent of the cases. In the few cases, where the T^2 chart signals faster, the two quality characteristics are highly correlated ($\rho = 0.7$) and the disturbance affects only one parameter of the mean vector ($\delta_X \neq 0$ or $\delta_Y \neq 0$). In several cases, the VCS chart signals three times faster than the T^2 chart; for instance, Table 2 shows that, on average, the VCS chart needs 8.17 samples of size six to signal a change in the mean vector of magnitude $\boldsymbol{\delta} = (0.75, 0.75)$, the T^2 chart, with $\rho=0.7$, needs 28.03 samples of size three to signal the same disturbance.

Table 1 - The *ARL* values for the *VCS* chart and the *T*² chart with *n*=1 (2), *ARL*=370.4

ρ		0.0	0.3	0.5	0.7		0.0	0.3	0.5	0.7	
<i>Sample</i>	2	1				4	2				
<i>w</i>	1					1					
δ_x	δ_y	<i>VCS</i>	<i>T</i> ²				<i>VCS</i>	<i>T</i> ²			
0.00	0.00	370.4	370.4	370.4	370.4	370.4	370,4	370.4	370.4	370.4	370.4
0.00	0.50	138,5	202.2	192.5	172.2	131.8	69,38	129.8	120.3	101.6	68.83
0.00	0.75	59,99	117.9	108.7	90.90	60.22	21,88	58.86	52.58	41.19	24.04
0.00	1.00	26,39	67.32	60.48	47.89	28.53	8,43	27.73	24.17	18.04	9.72
0.00	1.25	12,72	39.02	34.36	26.14	14.50	4,28	14.05	12.07	8.80	4.66
0.00	1.50	6,97	23.34	20.25	14.99	8.00	2,79	7.75	6.62	4.82	2.64
0.50	0.50	90,65	129.8	157.1	172.2	185.4	43,89	67.34	88.68	101.6	113.5
0.50	0.75	51,48	83.96	104.6	114.3	117.7	20,46	37.04	49.85	56.38	58.71
0.50	1.00	25,66	51.88	64.15	67.32	61.81	8,75	19.92	26.05	27.73	24.85
0.50	1.25	12,91	31.88	38.46	38.34	31.26	4,55	11.06	13.81	13.76	10.80
0.50	1.50	7,16	19.91	23.30	22.11	16.32	3,04	6.50	7.73	7.29	5.26
0.75	0.75	38,09	58.85	78.69	90.90	102.3	14,97	23.34	33.98	41.19	48.35
0.75	1.00	23,08	39.02	53.30	61.49	66.96	8,29	14.05	20.60	24.68	27.54
0.75	1.25	12,73	25.39	34.36	38.34	38.03	4,70	8.51	12.07	13.76	13.62
0.75	1.50	7,31	16.60	21.89	23.34	20.84	3,27	5.36	7.21	7.75	6.83
1.00	1.00	17,73	27.73	39.83	47.89	55.82	6,30	9.41	14.40	18.04	21.83
1.00	1.25	11,59	19.17	27.89	33.47	38.03	4,23	6.24	9.47	11.71	13.62
1.00	1.50	7,22	13.19	18.95	22.11	23.26	3,15	4.23	6.16	7.29	7.72
1.25	1.25	9,18	14.05	21.14	26.14	31.26	3,24	4.51	6.94	8.80	10.80
1.25	1.50	6,53	10.18	15.37	18.94	22.18	2,54	3.29	4.94	6.16	7.32
1.50	1.50	5,27	7.74	11.92	14.99	18.24	2,00	2.57	3.83	4.82	5.92

It is interesting to observe that, in Table 1, the *VCS* chart is faster in signaling a shift of $(\delta_x; \delta_y) = (0;1.5)$ than shifts of $(\delta_x; \delta_y) = (0.5;1.5)$, $(0.75;1.5)$, $(1.0;1.5)$. These counterintuitive results are explained by the fact that the monitoring statistic alternates, from \bar{X} to \bar{Y} , or from \bar{Y} to \bar{X} , whenever a sample point falls in the central region. If $\delta_x=0$, the \bar{X} statistic has high probability to fall in the central region, consequently the monitoring statistic rapidly goes to \bar{Y} ; with the sample mean of the *Y* observations the *VCS* chart signals very fast because their average is far from the target value ($\delta_y=1,5$). When δ_x increases to 0,5, 0.75, or 1.00, the \bar{X} statistic has less and less chance to fall in the central region. Therefore, reduces the speed with which the monitoring statistic goes to \bar{Y} , consequently the *ARL* increases.

Table 2 - The ARL values for the VCS chart and the T^2 chart with $n=3$ (4), $ARL=370.4$

ρ		0.0	0.3	0.5	0.7	0.0 0.3 0.5 0.7					
<i>Sample</i>		6 3					8 4				
<i>w</i>		1					1.7				
δ_x	δ_y	VCS					T^2				
0.00	0.00	370.4	370.4	370.4	370.4	370.4	370.4	370.4	370.4	370.4	370.4
0.00	0.50	40,66	90.92	82.75	67.34	42.27	29,19	67.34	60.48	47.90	28.53
0.00	0.75	11,18	35.19	30.87	23.34	12.82	7,71	23.34	20.25	14.99	8.00
0.00	1.00	4,52	14.99	12.89	9.41	4.98	3,18	9.41	8.05	5.85	3.15
0.00	1.25	2,69	7.24	6.19	4.51	2,49	2,02	4.51	3.88	2.88	1.72
0.00	1.50	2,07	3.98	3.43	2.57	1,58	1,67	2.57	2.25	1.76	1.23
0.50	0.50	26,36	41.19	57.12	67.34	77.12	17,73	27.73	39.83	47.90	55.83
0.50	0.75	11,11	20.70	29.03	33.48	35.08	7,35	13.20	18.95	22.11	23.27
0.50	1.00	4,90	10.46	14.00	14.99	13.29	3,33	6.50	8.76	9.41	8.31
0.50	1.25	3,05	5.66	7.11	7.08	5.53	2,17	3.56	4.43	4.41	3.48
0.50	1.50	2,43	3.38	3.98	3.76	2.78	1,83	2.22	2.56	2.44	1.88
0.75	0.75	8,17	12.42	18.79	23.34	28.03	5,27	7.75	11.92	14.99	18.24
0.75	1.00	4,67	7.24	10.85	13.20	14.88	3,08	4.51	6.75	8.24	9.33
0.75	1.25	3,17	4.37	6.19	7.08	7.01	2,17	2.79	3.88	4.41	4.37
0.75	1.50	2,65	2.82	3.72	3.98	3.54	1,88	1.90	2.42	2.57	2.31
1.00	1.00	3,44	4.82	7.43	9.41	11.55	2,32	3.06	4.62	5.85	7.19
1.00	1.25	2,54	3.25	4.85	6.00	7.01	1,78	2.15	3.08	3.76	4.37
1.00	1.50	2,18	2.30	3.21	3.76	3.97	1,58	1.61	2.12	2.44	2.56
1.25	1.25	1,91	2.42	3.59	4.51	5.53	1,42	1.68	2.34	2.88	3.48
1.25	1.50	1,61	1.86	2.63	3.21	3.77	1,26	1.38	1.79	2.12	2.45
1.50	1.50	1,33	1.55	2.11	2.57	3.09	1,12	1.21	1.51	1.76	2.06

4. Conclusions

The use of the T^2 statistic to control bivariate processes requires $2n$ observations per sample, n of the first quality characteristic and another n of the second quality characteristic. In this article, we proposed a competing univariate Shewhart mean chart with variable charting statistic. The univariate chart works with one quality characteristic per time, consequently, all the $2n$ observations are the same quality characteristic. The power of the univariate Shewhart mean chart substantially increases when the size of the samples is doubled and, even with the charting statistic varying, it is much faster than the T^2 chart is signaling all kinds of changes in the mean vector.

5. Acknowledgment

This work was supported by CNPq –National Council for Scientific and Technological Development (grant no. 304599/2015-8 and 402559/2016-9)

6. References

1. Leoni RC, Costa AFB, Machado MAG. The effect of the autocorrelation on the performance of the T2 chart. *Eur J Oper Res*. Elsevier Ltd.; 2015 Nov;247(1):155–65.
2. Leoni RC, Machado MAG, Costa AFB. Simultaneous Univariate \bar{X} Charts to Control Bivariate Processes with Autocorrelated Data. *Qual Reliab Eng Int* [Internet]. 2015 Jul;31(8):1641–8. Available from: <http://doi.wiley.com/10.1002/qre.1697>
3. Leoni RC, Machado MAG, Costa AFB. The T2 chart with mixed samples to control bivariate autocorrelated processes. *Int J Prod Res*. 2015;In Press.
4. Simões FD, Leoni RC, Machado MAG, Costa AFB. Synthetic charts to control bivariate processes with autocorrelated data. *Comput Ind Eng*. 2016 Apr;
5. Melo MS, Ho LL, Medeiros PG. Max D: an attribute control chart to monitor a bivariate process mean. *Int J Adv Manuf Technol*. 2016 Sep;
6. Ho LL, Costa A. Attribute Charts for Monitoring the Mean Vector of Bivariate Processes. *Qual Reliab Eng Int* [Internet]. 2015 Jun;31(4):683–93. Available from: <http://doi.wiley.com/10.1002/qre.1628>
7. Saghir A. The bivariate dispersion control charts for non-normal processes. *Int J Prod Res* [Internet]. 2015 Apr;53(7):1964–79. Available from: <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00207543.2014.942006>
8. Saghir A, Khan YA, Chakraborti S. The Phase I Dispersion Charts for Bivariate Process Monitoring. *Qual Reliab Eng Int*. 2016 Jul;32(5):1807–23.
9. Osei-Aning R, Abbasi SA, Riaz M. Bivariate Dispersion Control Charts for Monitoring Non-Normal Processes. *Qual Reliab Eng Int* [Internet]. 2017 Apr;33(3):515–29. Available from: <http://doi.wiley.com/10.1002/qre.2046>
10. Machado MAG, Costa AFB. The double sampling and the EWMA charts based on the sample variances. *Int J Prod Econ* [Internet]. 2008 Jul;114(1):134–48. Available from: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S092552730800008X>
11. Ho LL, Aparisi F. ATTRIVAR: Optimized control charts to monitor process mean with lower operational cost. *Int J Prod Econ*. Elsevier; 2016 Dec;182:472–83.
12. Aparisi F, Epprecht EK, Ruiz O. T2 Control Charts with Variable Dimension. *J Qual Technol*. 2012;44(4):375--393.
13. Aparisi F, Epprecht E, Carrión A, Ruiz O. The variable sample size variable dimension T 2 control chart. *Int J Prod Res*. 2014;52(2):368–83.
14. Montgomery D. *Introduction to Statistical Quality Control*. Wiley; 2009.

DATA ENVELOPMENT ANALYSIS USING GAMS

Luis Ernesto Torres Guardia
Universidade Federal Fluminense
Departamento de Engenharia de Produção
tepletg@vm.uff.br

Abstract: Data Envelopment Analysis (DEA) is a decision making tool based on linear programming problem (LPP) for measuring the relative efficiency of a set of comparative units. This work presents an optimization software GAMS (General Algebraic Modeling System) to solve the corresponding the LPP for a number of DEA models

Keywords: DEA models, LPP, Optimization Software GAMS

1.INTRODUCTION

This work presents a Data Envelopment Analysis (DEA) models introduced by Charnes, Cooper and Rhodes (1978), and here implemented in GAMS General Algebraic Modeling System (2014) and solved using the CPLEX version. There is a new version in GAMS using the Gather-Update-Solve-Scatter (GUSS) for solving the DEA models but not used here.

DEA constitutes a non-parametric approach based technique for measuring the relative performance of each Decision Making Units (DMUs) in organization units, where the presences of multiple inputs and outputs make comparisons difficult.

The discussion of DEA models presented here is brief, with relatively little technical detail. More detailed reviews of the methodology are presented by Cooper et al .(2007).

DEA may be rewritten, from a fractional program, into a linear optimization problem equivalent. The GAMS software is used in this work because of this modeling system offers enormous possibilities for DEA problem solving.

An illustrative example, the data based on the work of Kalvelagen(2004), given in Table 1, for 2 inputs and 3 outputs and 20 DMU's. It means for example needs to be run 20 linear programming models.

	Table 1. data(i,j)				
	in1	in2	ou1	ou2	ou3
dmu1	3	5	40	55	30
dmu2	2.5	4.5	45	50	40
dmu3	4	6	55	45	30
dmu4	6	7	48	20	60
dmu5	2.3	3.5	28	50	25
dmu6	4	6.5	48	20	65

dmu7	7	10	80	65	57
dmu8	4.4	6.4	25	48	30
dmu9	3	5	45	64	42
dmu10	5	7	70	65	48
dmu11	5	7	45	65	40
dmu12	2	4	45	40	44
dmu13	5	7	65	25	35
dmu14	4	4	38	18	64
dmu15	2	3	20	50	15
dmu16	3	6	38	20	60
dmu17	7	11	68	64	54
dmu18	4	6	25	38	20
dmu19	3	4	45	67	32
dmu20	3	6	57	60	40

2. CCR MODELOS

The one of the most basic DEA models was initially proposed by Charnes , et al. (1978) known as the CCR model, is given by the following equivalent primal linear programming to express the input-oriented DEA, also called the multiplier model:

$$(1) \quad \max \sum_{r=1}^q u_r y_{rk}$$

$$\text{subject to:} \quad \sum_{i=1}^m v_i x_{ik} = 1,$$

$$\sum_{r=1}^q u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0,$$

$$u_r \geq 0, v_i \geq 0, \quad r = 1, \dots, q; \quad i = 1, \dots, m; \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

where:

- v_i is the weights to be determined for input i ,
- u_r is the weights to be determined for output r ,
- m is the number of inputs,
- q is the number of outputs,
- n is the number of entities,
- h_k is the relative efficiency of a Decision Making Unit (DMU_k) under study.

The results for the data given in Table 1, using GAMS for solving the DEA-CCR for the input-oriented given the linear programming (1), are presented in table 2, that is the optimal solution of the corresponding objective function for each DMU:

Table 2. GAMS, summary report, DEA-CCR input-oriented model

dmu1 0.820, dmu2 0.942, dmu3 0.815, dmu4 0.653, dmu5 0.947
 dmu6 0.823, dmu7 0.711, dmu8 0.517, dmu9 0.963, dmu10 0.889
 dmu11 0.631, dmu12 1.000, dmu13 0.825, dmu14 1.000, dmu15 1.000
 dmu16 0.909, dmu17 0.549, dmu18 0.420, dmu19 1.000, dmu20 0.952

In practice from a computational point of view, it is often solved the dual problem for the linear problem (1), also referred to as the envelopment model, which is given by:

$$(2) \quad \min \Theta$$

$$\text{subject to:} \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq y_{rk},$$

$$\Theta x_{ik} - \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \geq 0,$$

$$\lambda_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n; \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad r = 1, 2, \dots, q$$

The results given by the GAMS format are given below, certainly the objective function values of both primal (1) and dual (2) problems are the same:

Table 3. GAMS – DEA-CCR dual input-oriented model

dmu1 0.820, dmu2 0.942, dmu3 0.815, dmu4 0.653, dmu5 0.947
 dmu6 0.823, dmu7 0.711, dmu8 0.517, dmu9 0.963, dmu10 0.889
 dmu11 0.631, dmu12 1.000, dmu13 0.825, dmu14 1.000, dmu15 1.000
 dmu16 0.909, dmu17 0.549, dmu18 0.420, dmu19 1.000, dmu20 0.952

There are output – oriented models as well. Such a model could be written as follows:

$$(3) \quad \max \Theta$$

$$\text{subject to:} \quad x_{ik} - \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \geq 0,$$

$$-\Theta y_{rk} + \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq 0,$$

$$\lambda_j \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad r = 1, 2, \dots, q; \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

The results are presented in table 4 below:

Table 4. GAMS –DEA-CCR-DEA output-oriented model

dmu1 1.219, dmu2 1.062, dmu3 1.227, dmu4 1.532, dmu5 1.056

dmu6 1.215, dmu7 1.406, dmu8 1.935, dmu9 1.038, dmu10 1.125
dmu11 1.584, dmu12 1.000, dmu13 1.212, dmu14 1.000, dmu15 1.000
dmu16 1.100, dmu17 1.820, dmu18 2.381, dmu19 1.000, dmu20 1.051

Its dual model is established as follows:

$$(4) \quad \min \sum_{i=1}^m v_i x_{ik}$$

subject to: $\sum_{r=1}^s u_r y_{rk} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0,$

$$\sum_{r=1}^q u_r y_{rk} = 1,$$

$$v_i \geq 0, u_r \geq 0, i = 1,2,\dots,m; r = 1,2,\dots,q; j = 1,2,\dots,n.$$

The results obtained using GAMS are the following:

Table 5. GAMS CCR-DEA dual output-oriented model

dmu1 1.219, dmu2 1.062, dmu3 1.227, dmu4 1.532, dmu5 1.056
dmu6 1.215, dmu7 1.406, dmu8 1.935, dmu9 1.038, dmu10 1.125
dmu11 1.584, dmu12 1.000, dmu13 1.212, dmu14 1.000, dmu15 1.000
dmu16 1.100, dmu17 1.820, dmu18 2.381, dmu19 1.000, dmu20 1.051

3.BCC MODELS

The first extension of basic CCR Model is called the DEA-BCC model developed by Banker et al. (1984) and is given by the following linear programming:

$$(5) \quad \min \Theta$$

subject to: $\Theta x_{ik} - \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \geq 0,$

$$- y_{rk} + \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq 0,$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1,$$

$$\lambda_j \geq 0, \quad i = 1,2,\dots,m; r = 1,2,\dots,q; j = 1,2,\dots,n.$$

The result report obtained from GAMS contains the efficiency score and given below:

Table 6. GAMS DEA-BCC primal input-oriented model

dmu1 0.827, dmu2 0.950, dmu3 0.867, dmu4 0.731, dmu5 0.970
dmu6 1.000, dmu7 1.000, dmu8 0.552, dmu9 1.000, dmu10 1.000

dmu11 0.714, dmu12 1.000, dmu13 0.914, dmu14 1.000, dmu15 1.000
dmu16 1.000, dmu17 0.873, dmu18 0.533, dmu19 1.000, dmu20 1.000

The dual linear programming expression of the above BCC model is established as:

$$(6) \quad \max \sum_{r=1}^q u_r y_{rk} - u_0$$

subject to:
$$\sum_{i=1}^m v_i x_{ik} = 1,$$

$$\sum_{r=1}^q u_r y_{ij} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} - u_0 \leq 0,$$

$$u_r \geq 0, v_i \geq 0, u_0 \text{ free} \quad r = 1, \dots, q; i = 1, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n.$$

Now, the result given below in table shows contains the efficiency score:

Table 7. GAMS DEA-BCC dual input-oriented model

dmu1 0.827, dmu2 0.950, dmu3 0.867, dmu4 0.731, dmu5 0.970
dmu6 1.000, dmu7 1.000, dmu8 0.552, dmu9 1.000, dmu10 1.000
dmu11 0.714, dmu12 1.000, dmu13 0.914, dmu14 1.000, dmu15 1.000
dmu16 1.000, dmu17 0.873, dmu18 0.533, dmu19 1.000, dmu20 1.000

There are also the output-oriented BCC models and the associated primal linear programming is established as:

$$(7) \quad \max \Theta$$

subject to:
$$x_{ik} - \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \geq 0,$$

$$-\Theta y_{rk} + \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq 0,$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1,$$

$$\lambda_j \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m.; r = 1, 2, \dots, q; j = 1, 2, \dots, n.$$

The result DEA-BCC model (8) is following:

Table 8. GAMS DEA-BCC- primal output-oriented model

dmu1 1.183, dmu2 1.036, dmu3 1.121, dmu4 1.069, dmu5 1.050
dmu6 1.000, dmu7 1.000, dmu8 1.378, dmu9 1.000, dmu10 1.000
dmu11 1.020, dmu12 1.000, dmu13 1.077, dmu14 1.000, dmu15 1.000
dmu16 1.000, dmu17 1.018, dmu18 1.757, dmu19 1.000, dmu20 1.000

Its dual programming expression is as follows:

$$(8) \quad \min \sum_{i=1}^m v_i x_{ik} + v_0$$

subject to: $\sum_{r=1}^q u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} - v_0 \leq 0,$

$$\sum_{r=1}^q u_r y_{rk} = 1,$$

$$v_i \geq 0, u_r \geq 0, v_0 \text{ free}, i = 1, 2, \dots, m; r = 1, 2, \dots, q; j = 1, 2, \dots, n.$$

The following table displays the objective values of model (8).

Table 9. GAMS BCC-DEA model dual output-oriented

dmu1	1.183,	dmu2	1.036,	dmu3	1.121,	dmu4	1.069,	dmu5	1.050
dmu6	1.000,	dmu7	1.000,	dmu8	1.378,	dmu9	1.000,	dmu10	1.000
dmu11	1.020,	dmu12	1.000,	dmu13	1.077,	dmu14	1.000,	dmu15	1.000
dmu16	1.000,	dmu17	1.018,	dmu18	1.757,	dmu19	1.000,	dmu20	1.000

4.TWO-STAGE MODELS

The model (2) is often referred to as one-stage method, then in the second stage is solving the following linear programming expression:

Second Stage

$$(9) \quad \max \quad es^- + es^+ = \sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^q s_r^+$$

subject to: $s_r^+ = \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - y_{rk},$

$$s_i^- = \Theta^* x_{ik} - \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} ,$$

$$\lambda_j \geq 0, s^- \geq 0, s^+ \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n; i = 1, 2, \dots, m; r = 1, 2, \dots, q$$

where the value Θ^* indicates the optimal solution of Θ obtained in the first stage.

The results for the second stage are given in the following table:

Table 10. GAMS-DEA-CCR dual i/o two-stage model

dmu1	4.835,	dmu2	1.456,	dmu3	39.889
dmu4	15.645,	dmu5	3.318,	dmu6	36.699
dmu7	48.667,	dmu8	12.045,	dmu9	3.225
dmu10	37.667,	dmu11	4.276,	dmu13	79.905
dmu14	2.84217E-14,	dmu16	57.909,	dmu17	21.297
dmu18	0.280,	dmu20	14.703		

If it is used the BBC model (5), the second stage is given by:

Second stage

$$(10) \quad \max \quad es^- + es^+ = \sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^q s_r^+$$

$$\text{subject to:} \quad s_r^+ = \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - y_{rk},$$

$$s_i^- = \Theta^* x_{ik} - \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij},$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1,$$

$$\lambda_j \geq 0, \quad s^- \geq 0, \quad s^+ \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n; \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad r = 1, 2, \dots, q$$

where Θ^* is the optimal solution of Θ obtained in the first stage (5).

Table 11. GAMS-DEA-BCC i/o two-stage model

dmu1	2.758,	dmu2	0.226,	dmu3	24.600
dmu4	11.343,	dmu5	1.658,	dmu6	2.84217E-14
dmu8	7.483,	dmu9	1.42109E-14,	dmu11	3.857
dmu13	49.771,	dmu17	4.819	dmu18	11.867

5.FDH MODEL

The full name of FDH is Free Disposal Hull is a mixed integer linear programming proposed by Tulkens (1993).

Taking an input-oriented designed as an alternative to DEA models, the FDH model is expressed as:

$$(11) \quad \min \quad \Theta$$

$$\text{subject to:} \quad \Theta x_{ik} - \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \geq 0,$$

$$- y_{rk} + \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq 0,$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1,$$

$$\lambda_j \in \{0, 1\}, \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad r = 1, 2, \dots, q; \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

As the result of the constraint $\lambda_j \in \{0, 1\}$, in the model, the frontier of the FDH is no longer a convex hull.

Table 12. GAMS-DEA-BCC - FDH model

dmu1	1.000,	dmu2	1.000,	dmu3	1.000,	dmu4	0.929,	dmu5	1.000
dmu6	1.000,	dmu7	1.000,	dmu8	0.682,	dmu9	1.000,	dmu10	1.000
dmu11	1.000,	dmu12	1.000,	dmu13	1.000,	dmu14	1.000,	dmu15	1.000

dmu16 1.000, dmu17 1.000, dmu18 0.583, dmu19 1.000, dmu20 1.000

6.SUPER EFFICIENCY

The CCR super efficiency DEA model is development by Andersen and Petersen (1993) and called by AP model. Thrall point out that the AP model may result in infeasibility and instability when certain zero patterns appear in the data domain. They suggested modifying the LP formulation in order to remove the corresponding column of the DMU under evaluation from the coefficient matrix. The AP model is given below:

$$(12) \quad \min \Theta$$

$$\text{subject to:} \quad \Theta x_{ik} - \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \geq 0, \quad j \neq k$$

$$- y_{rk} + \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq 0, \quad j \neq k$$

$$\lambda_j \geq 0, j \neq k \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad r = 1, 2, \dots, q; \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

Table 11. GAMS-DEA-CCR-AP model

dmu1	0.820,	dmu2	0.942,	dmu3	0.815,	dmu4	0.653 ,	dmu5	0.947
dmu6	0.823,	dmu7	0.711,	dmu8	0.517,	dmu9	0.963,	dmu10	0.889
dmu11	0.631,	dmu12	1.318,	dmu13	0.825,	dmu14	1.455,	dmu15	1.119
dmu16	0.909,	dmu17	0.549,	dmu18	0.420,	dmu19	1.256,	dmu20	0.952

REFERENCES

- Andersen, P., and Petersen, N., A procedure for ranking efficient units in data envelopment analysis. *Management Science*, 39, 10, 1261 – 1264, 1993.
- Banker, R., Charnes, A., and Cooper, W., Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. *Management Science*, 30, 9, 1078 – 1092, 1984.
- Charnes, A., Cooper, W., and Rhodes, E., Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research*, 2, 6, 429 – 444, 1978.
- Cooper, W.; Seiford, L.; and Tone, K. *Data Envelopment Analysis*. 2nd Ed. Springer, 2007.
- Kalvelagen, E. *Efficiency solving DEA models with GAMS*. GAMS Development Corporation, Washington DC, USA, 2004.
- Thrall, R., Duality, classification and slack in data envelopment analysis. *Annals of Operational Research*, 66, 109-138, 1996.
- Tulkens, H., On FDH efficiency analysis: Some methodological issues and applications to retail banking, courts, and urban transit. *Journal of Productivity Analysis*, 4(1-2), 183-210, 1993.

A New Tiebreaker in the NEH heuristic for the Permutation Flow Shop Scheduling Problem

Alexander J. Benavides
Universidad Católica San Pablo, Arequipa, Perú.
Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa, Perú.
ajbenavides@ucsp.edu.pe, ajbenavides@unsa.edu.pe

Abstract

The most efficient constructive heuristic so far for the Permutation Flow shop Scheduling Problem (PFSSP) with makespan minimization criterion is the NEH heuristic. It iteratively inserts a non-scheduled job into the position of the partial schedule that reduces the makespan. It iterates until a complete schedule is produced. It usually produces a high number of ties when selecting the best position, and the recent literature is proposing tiebreakers to improve the results. In this paper we propose a new tiebreaker that is based on the estimation of the variation of idle times produced with the insertion of the new job, and that takes into account the reversibility property of the PFSSP. Computational results show that this tiebreaker outperforms the state-of-the-art heuristics.

Keywords: Scheduling; Flow shop; Heuristics; NEH; Tiebreaker.

1 Introduction

The flow shop scheduling problem (FSSP) consists in finding a processing order for n jobs on m sequential machines such that certain criterion is optimized. When all the machines are constrained to the same processing order of jobs, the problem called the Permutation Flow Shop Scheduling Problem (PFSSP). The PFSSP with the makespan minimization criterion is NP-Complete is one of the most studied problems in the field of Operations Research (see [5, 6, 10, 13]). The constructive heuristic NEH, proposed by Nawaz, Ensore, and Ham [9], is considered the most efficient even nowadays. Many recent research publications are variants of this heuristic (e.g. [2, 3, 4, 7, 8, 11]).

In this paper, we propose a new tie-breaking mechanism for the NEH heuristic, and compare its results to state-of-the-art heuristics. The rest of the paper is organized as follows: In the next section we review the theoretical concepts of the PFSSP and we study the NEH heuristic and relevant variants from the literature. Section 3 describes our new tiebreaker. Section 4 shows computational results. Finally, Section 5 presents our concluding remarks and hints our next research steps.

The general Flow Shop Scheduling Problem does not impose the same processing order to all machines. Even when the makespan may be reduced when considering different processing orders on some machines [1, 12], this paper only considers the permutation version of this problem.

2 Problem Statement

This section starts reviewing the theoretical concepts of the problem. Section 2.2 explains the NEH heuristic; and Sections 2.3 and 2.4 explain variants of the NEH heuristic from the literature.

2.1 The Permutation Flow Shop Scheduling Problem (PFSSP)

The PFSSP can be stated as follows: There are n jobs that must be processed on m machines, and a processing order of the jobs must be found, such that the maximum completion time (or makespan, or C_{\max}) is minimized. Such order is called a schedule, because it allocates the jobs to the machines over time. The following conditions are assumed for the PFSSP: Each job can be processed on at most one machine at a time, and no machine can process more than one job simultaneously. All the jobs must follow the same machine sequence, and all the machines must process the jobs in the same order. Job pre-emption is not allowed. Release times of jobs are 0. Set-up times are either insignificant or considered within the processing time. In-process inventory is considered unlimited. All machines are available for the scheduling time window.

To give a mathematical definition, let us assume that each operation ij of job $j \in [n]$ on machine $i \in [m]$ has a given processing time t_{ij} . Let the variable x_{ij} be the starting time of operation ij . Also let the variable $y_{jj'}$ indicate the precedence order of jobs j and j' . Then, an integer linear program for the PFSSP is

$$\text{min.} \quad C_{\max}, \quad (1)$$

$$\text{s.t.} \quad x_{mj} + t_{mj} \leq C_{\max}, \quad \forall j \in [n], \quad (2)$$

$$x_{ij} + t_{ij} \leq x_{(i+1)j}, \quad \forall i \in [m-1], j \in [n], \quad (3)$$

$$x_{ij} + t_{ij} \leq x_{ij'} + M(1 - y_{jj'}), \quad \forall i \in [m], j \neq j' \in [n], \quad (4)$$

$$y_{jj'} + y_{j'j} = 1, \quad \forall j \neq j' \in [n], \quad (5)$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad \forall i \in [m], j \in [n], \quad (6)$$

$$y_{jj'} \in \{0, 1\}, \quad \forall j \neq j' \in [n]. \quad (7)$$

Constraints (2) define the makespan. Constraints (3) require a job to finish its process on a machine before starting on the following one. Constraints (4) require two jobs j and j' to be processed in the order defined by the variable $y_{jj'}$. Finally, Constraints (5) enforce a linear ordering of the jobs.

The PFSSP has a reversibility property [11]. To explain this, let the bijection $\pi : [n] \rightarrow [n]$ represent a permutation of the jobs, i.e. a partial or a complete solution for the PFSSP. The reversibility property states that the makespan of a schedule $\pi = (\pi(1), \dots, \pi(n))$ for the direct instance I (formed by the processing times t_{ij} for $j \in [n]$ jobs and $i \in [m]$ machines) is the same as the makespan of the reverse permutation $\pi' = (\pi(n), \dots, \pi(1))$ for the reverse instance I' (formed by the processing times $t'_{ij} = t_{m-i+1,j}$ for $j \in [n]$ jobs and $i \in [m]$ machines). Thus, it is equivalent to approach the PFSSP of either the direct instance I or the reverse instance I' .

2.2 NEH Heuristic with Taillard's Acceleration

The NEH Heuristic was proposed by Nawaz, Ensore, and Ham [9], and it is still considered the best performing constructive heuristic for the PFSSP [4, 5, 8]. The NEH Heuristic has two main steps: First, determine an initial priority order π_0 of the jobs and set the first job as the initial partial schedule ($\pi = \{\pi_0(1)\}$). Second, insert the next job $\pi_0(k)$ into the partial schedule at the position that minimizes the makespan. The second step is repeated for $k \in [2, n]$ until all jobs are scheduled.

The variants of the NEH heuristic in the literature differ on the selected initial priority order within the first step and on the tie-breaking mechanisms during the insertion step. Those variants are explained in Sections 2.3 and 2.4 respectively.

Let $p_{ij} = t_{i,\pi(j)}$ represent the processing time of the scheduled job $\pi(j)$ on machine i . To evaluate a partial schedule $\pi = (\pi(1), \dots, \pi(k))$, we must calculate the earliest completion time of

each job j on each machine i as

$$e_{ij} = \max\{e_{i,j-1}, e_{i-1,j}\} + p_{ij}, \quad i \in [m], j \in [k], \quad (8)$$

with $e_{i,0} = e_{0,j} = 0$. The evaluation of a partial solution has a time complexity of $O(km)$, and we must evaluate k insertion positions to insert the k -th job. As $k \in O(n)$, the time complexity of the original NEH heuristic is $O(n^3m)$.

Taillard [15] proposed a method that reduces this time complexity to $O(n^2m)$ by calculating the makespan of all insertion positions for the next job in one sweep. Let us assume that job l shall be inserted into the partial schedule $\pi = (\pi(1), \dots, \pi(k))$, thus there are $[k+1]$ insertion positions. Taillard's method first calculates the earliest completion times (or heads) for the partial solution before the insertion with Equation (8). Analogously, it also calculates the time difference q_{ij} between the makespan and the latest starting time (or tail) of each job j on each machine i as

$$q_{ij} = \max\{q_{i,j+1}, q_{i+1,j}\} + p_{ij}, \quad i \in [m], j \in [k], \quad (9)$$

with $q_{m+1,j} = q_{i,k+1} = 0$. When job l is inserted after job $\pi(j-1)$, the head times $e_{i,j-1}$ will not change. Thus, they can be used to calculate the relative earliest completion time e'_{ij} of job l if it is inserted at position j on each machine i as

$$e'_{ij} = \max\{e'_{i-1,j}, e_{i,j-1}\} + t_{il}, \quad i \in [m], j \in [k+1], \quad (10)$$

with $e'_{0j} = 0$. Finally, the makespan MC_j of the schedule produced by the insertion of job l into position $j \in [k+1]$ is

$$MC_j = \max_{i \in [m]} \{e'_{ij} + q_{ij}\}. \quad (11)$$

The calculation of all the values of equations (8) to (11) takes $O(km)$, and we must calculate those values to insert each of the $k \in [2, n]$ remaining jobs. As $k \in O(n)$, the NEH heuristic with Taillard's acceleration has a time complexity of $O(n^2m)$.

2.3 Priority Rules for the Initial Order

First, let us recall three statistical measures on the processing times of job j : the average processing time is $AVG_j = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m t_{ij}$, their standard deviation is $STD_j = \sqrt{\frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (t_{ij} - AVG_j)^2}$, and their skewness is $SKE_j = \left(\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (t_{ij} - AVG_j)^3 \right) / \left(\sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (t_{ij} - AVG_j)^2} \right)^3$.

The original NEH heuristic [9] ordered the jobs by their non-increasing total completion times. This is equivalent to order them by their non-increasing AVG_j . Dong, Huang, and Chen [2] ordered the jobs by their non-increasing $AVG_j + STD_j$. Liu, Jin, and Price [8] ordered the jobs by their non-increasing $AVG_j + STD_j + \text{abs}(SKE_j)$, where $\text{abs}(SKE_j)$ is the absolute value of the skewness. Those different priority orders presented improvements within their publications, as we show along our computational results.

2.4 Insertion Tiebreakers

When there are multiple insertion positions that produce the best possible makespan during the second step of NEH, the original NEH heuristic [9] just selects the first one.

Ribas, Companys, and Tort-Martorell [11] applied NEH variants to the direct instance and the corresponding reverse instance, retaining the best between the two produced schedules. Applying a NEH variant to the corresponding reverse instance only changes the selected insertion position in the case of ties. This approach reaches better results, but it also duplicates the computational time.

In the case of ties, Fernandez-Viagas and Framinan [4] minimize an approximation of the variation in the the idle time as a tie-breaking criterion. To explain their approximation, let us assume that job l shall be inserted into a partial schedule $\pi = (\pi(1), \dots, \pi(k))$, and that the relative earliest completion time of job $\pi(j)$ after the insertion of job l in position $j \in [k + 1]$ is

$$e''_{ij} = \max\{e''_{i-1,j}, e'_{ij}\} + p_{ij}, \quad i \in [m], \quad (12)$$

with $e''_{0j} = 0$ and $e''_{i,k+1} = e'_{i,k+1}$, because there is no job in the partial schedule π at position $k + 1$. Their approximation of the variation in the idle time produced by the insertion of job l in position $j \in [k + 1]$ is

$$it(j) = \sum_{i=1}^m \Delta'_{i,j-1} + \Delta'_{i,j} - \Delta_{i,j-1}, \quad (13)$$

where the idle time before job l after it is inserted in position j is $\Delta'_{i,j-1} = (e'_{ij} - t_{il}) - e_{i,j-1}$, the idle time after job l after it is inserted in position j is $\Delta'_{i,j} = (e''_{ij} - p_{ij}) - e'_{ij}$, and the idle time between jobs in positions j and $j - 1$ before job l is inserted is $\Delta_{i,j-1} = (e_{ij} - p_{ij}) - e_{i,j-1}$. Thus, their approximation is equivalent to

$$it(j) = \sum_{i=1}^m e''_{ij} - t_{il} - e_{ij}. \quad (14)$$

Considering that $\sum_{i=1}^m t_{il}$ is constant for any insertion position, it is also equivalent to

$$it'(j) = \sum_{i=1}^m e''_{ij} - e_{ij}. \quad (15)$$

Finally, Fernandez-Viagas and Framinan [4] use Equations (12) and (15) to calculate their approximation as

$$it''(j) = \sum_{i=1}^m e'_{ij} - e_{ij} + p_{ij} + \max\{e''_{i-1,j} - e'_{ij}, 0\}. \quad (16)$$

In the case of ties, Liu, Jin, and Price [8] minimize the sum of weighted job completion times and the variation over the gaps as a tie-breaking criterion. For the insertion position $j \in [k + 1]$, their metric is

$$LJP_j = \sum_{i=1}^m w_i e'_{ij} + \alpha \sum_{i=1}^m \text{abs}(g_{ij} - \bar{g}), \quad (17)$$

where w_i is the weight assigned to machine i , the parameter α is the weight for the variation of gaps, $g_{ij} = C_{\max} - e'_{ij} - q_{ij}$ is the gap after job l on machine i if it is inserted at position j , the average of the gaps is $\bar{g}_j = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m g_{ij}$, and q_{ij} and e'_{ij} are defined in Equations (9) and (10).

Liu, Jin, and Price [8] use Equation (17) to compare two tied insertion positions j and j' ($j < j'$), but they propose to compare the same number of jobs, thus they calculate the relative completion times for all the jobs after the insertion in position j until position j' . This duplicates their calculations without increasing the computational complexity. Besides, they determine the machine weights w_i according to a decreasing order of the gaps at each insertion position. Their matlab implementation performs a call to the function *sort* each time it compares two tied insertion positions. This do increases the computational complexity of the NEH heuristic to $O(n^2 m^2 \log(m))$ unwittingly.

3 Proposed Tiebreaker

The reversibility property of the PFSSP inspired us to design a new tiebreaker based on the tiebreaker proposed by Fernandez-Viagas and Framinan [4]. We propose to use the minimization of a weighted approximation of the iddle time variation of both direct and reverse instances as a tiebreaker criterion. An unweighted approximation of the iddle time variation of both direct and reverse instances using the Equation (14) is

$$DR'(j) = \sum_{i=1}^m e''_{ij} + q''_{ij} - 2t_{il} - e_{ij} - q_{ij}. \quad (18)$$

For this approximation, we must calculate two relative tail times produced by the insertion of job l at position $j \in [k + 1]$. The relative tail time q'_{ij} of job l when inserted at position j for each machine i is

$$q'_{ij} = \max\{q'_{i+1,j}, q_{i,j}\} + t_{il}, \quad i \in [m], \quad (19)$$

with $q'_{m+1,j} = 0$; and the relative tail time of job $\pi(j - 1)$ after the insertion of job l in position j is

$$q''_{ij} = \max\{q''_{i+1,j}, q'_{i,j}\} + p_{i,j-1}, \quad i \in [m], \quad (20)$$

with $q''_{m+1,j} = 0$ and $q''_{i0} = q'_{i0}$, because there is no job in the partial schedule π at position 0.

We change the term $2t_{il}$ in Equation (18) for $(p_{ij} + p_{i,j-1})$ considering that $\sum_{i=1}^m t_{il}$ is constant for any insertion position and that the idle times of the approximation might be influenced by the times of the adjacent jobs. Thus, the proposed weighted approximation for the insertion of job l into the partial schedule π in position $j \in [2, k]$ is

$$DR(j) = \sum_{i=1}^m w_i (\alpha(e''_{ij} + q''_{ij}) - \beta(e_{ij} + q_{i,j-1}) - \gamma(p_{ij} + p_{i,j-1})), \quad (21)$$

where w_i is a weight in the range $[1, m]$ assigned to machine i , and the three parameters α , β , and γ are used to distinguish the influence of each term. Section 4.3 shows the calibration of parameters α , β , and γ . The weight assigned to machine i is $w_i = \left\lfloor \frac{(m-1)(tm_i - tm_{\min})^2}{(tm_{\max} - tm_{\min})^2} \right\rfloor + 1$, where $tm_i = \sum_{j=1}^n t_{ij}$ is the total processing time on machine i , and $tm_{\min} = \min_{i \in [m]} \{tm_i\}$ and $tm_{\max} = \max_{i \in [m]} \{tm_i\}$ are the minimum and the maximum of those times among the machines.

Neither $DR(0)$ nor $DR(k + 1)$ can be calculated because there is no job in positions 0 or $k + 1$. Thus, we set $DR(0) = DR(k + 1) = \infty$, discarding the first and the last insertion positions, to avoid the selections made by the original NEH heuristic for the direct and the reverse instances.

4 Computational Results

4.1 Experimental methodology

The constructive heuristics were implemented in C++17, compiled with the GNU C++ compiler version 7.2.0 with optimization level 2, and run on a PC with an AMD Opteron 6238 processor running at 2.9 GHz, and with 64 GB of main memory, using only one core in each execution.

We have tested the constructive heuristics on the 120 instances proposed by Taillard [16] and the 480 instances proposed by Vallada, Ruiz, and Framinan [18], divided in 240 VRF-small and 240 VRF-large. These are the standard benchmarks in the literature. As the evaluated constructive heuristics are deterministic, we perform each experiment once for each instance and NEH variant.

NEH variants differ in priority rules and tiebreakers. We refer to each priority rule by the last statistical measure used to calculate it: PR_{AVG} by Nawaz, Ensore, and Ham [9], PR_{STD} by

Dong, Huang, and Chen [2], and PR_{SKE} by Liu, Jin, and Price [8]. We refer to each tiebreaker by the initials of the authors that proposed them: T_{NEH} by Nawaz, Enscore, and Ham [9], T_{FF} by Fernandez-Viagas and Framinan [4], T_{LJP} by Liu, Jin, and Price [8], and T_B for our proposal.

We present the quality of the results as the relative deviation $RD = (C_{\max} - C_{\max}^*)/C_{\max}^*$ from the best known value C_{\max}^* , and as the average relative deviation (ARD) for groups of instances. The best known values are those reported by Taillard [17] and by Vallada, Ruiz, and Framinan [18]. We assess the performance of a heuristic h as the average relative time $ART_h = \left(\sum_{\forall i} \frac{CPU_{h,i} - ACT_i}{ACT_i} \right) / |I| + 1$, over all instances $i \in I$, where $CPU_{h,i}$ is the computation time of heuristic h performed on instance i , and $ACT_i = \sum_{\forall h} CPU_{h,i} / |H|$ is the average CPU time for instance i over all heuristics $h \in H$. We also report the average time $AT_h = \sum_{\forall i} CPU_{h,i} / |I|$ for each heuristic h .

4.2 Parameter setting for the tiebreaker

We performed the calibration experiments of the T_B tiebreaker with the best priority rule (PR_{SKE}) on the benchmark of Taillard. The term with the largest value in Equation (21) is $(e''_{ij} + q''_{ij})$. The other two terms are subtracted from it. Thus, to calibrate the parameters α , β , and γ , we set $\alpha = 100$, and we test $\beta \in [0, 100]$ and $\gamma \in [0, 100]$ (10201 combined levels). Thirteen combinations reached a percentual ARD below 2.75, and three of them below 2.74. The lowest ARD of 2.724 is achieved with $\alpha = 100$, $\beta = 88$, and $\gamma = 25$; thus we set these values for the rest of the experiments.

4.3 Comparison of tiebreakers

Table 1 shows ARDs for twelve NEH variants (with different combinations of priority rules and tiebreakers) on the twelve size groups of Taillard's benchmark. The best ARD for each group is highlighted in gray. Among the priority rules, PR_{SKE} achieves the best results for seven size groups, PR_{STD} for four, and PR_{AVG} for one. The best average results are achieved using the PR_{SKE} priority rule, confirming the results of Liu, Jin, and Price [8]. Among the tiebreakers, both T_{LJP} and T_B achieve the best results for five groups each, and both T_{NEH} and T_{FF} for one group each. The combination PR_{SKE} and T_B produces the best results for four size groups, and its ARDs are less than 0.3% above the best results for other groups. The closest best combination is PR_{SKE} and T_{LJP} , whose ARDs are less than 0.38% above the best results for each group. Results on VRF benchmarks are similar: the combinations PR_{SKE} with T_{LJP} and PR_{SKE} with T_B closely produce the best average results, and no combination has the best results for a majority of size groups.

Table 2 shows ARDs for twelve NEH variants on each benchmark. In general, PR_{SKE} priority rule produces the best average results for each tiebreaker. The combination PR_{SKE} with T_B produces the best overall ARD of 3.021%, followed by the combination PR_{SKE} with T_{LJP} with an overall ARD of 3.025%. PR_{SKE} with T_B produces the best ARD on Taillard's benchmark, followed by PR_{SKE} with T_{LJP} with less than 0.027% of difference. PR_{SKE} with T_{LJP} produces the best ARD on VRF benchmarks, followed by PR_{SKE} with T_B with less than 0.008% of difference. The results of both combinations PR_{SKE} with T_B and PR_{SKE} with T_{LJP} are closely the best.

Table 2 also shows average times (AT) for each benchmark. Priority rules are applied in the first step before the iterative insertion phase, thus they show no strong effect on the runtime. There is a small variation in the runtime among T_{NEH} , T_{FF} , and T_B . This is because they all have the same time complexity of $O(n^2m)$. Otherwise, T_{LJP} doubles the time of other tiebreakers on VRF-large benchmark, and it triples the time on the other benchmarks.

Figure 1 plots for each benchmark the ARDs vs. the ARTs presented in Table 2. The PR_{SKE} priority rule produces the best average results for each tiebreaker. Among the tiebreakers, T_{LJP}

Table 1: Percentual ARDs for different priority rules and tiebreakers on Taillard’s benchmark (by size).

		PR_{AVG}				PR_{STD}				PR_{SKE}			
		T_{NEH}	T_{FF}	T_{LJP}	T_B	T_{NEH}	T_{FF}	T_{LJP}	T_B	T_{NEH}	T_{FF}	T_{LJP}	T_B
20	5	3.300	2.293	2.365	2.978	2.703	2.559	2.193	2.401	2.708	2.359	2.164	2.382
20	10	4.601	4.152	4.726	4.866	4.084	3.543	3.794	3.854	3.684	3.563	3.679	3.550
20	20	3.731	3.305	3.337	3.318	3.816	3.331	3.531	3.151	2.914	3.156	3.061	2.931
50	5	0.727	0.922	0.562	0.801	0.893	0.749	0.634	0.952	0.879	0.848	0.641	0.746
50	10	5.073	5.150	4.688	5.442	4.904	4.905	4.641	4.763	4.844	5.174	4.246	4.094
50	20	6.648	6.207	6.111	5.961	6.121	5.812	5.780	6.230	6.419	6.485	6.154	5.982
100	5	0.527	0.378	0.360	0.450	0.411	0.412	0.345	0.393	0.538	0.464	0.364	0.344
100	10	2.215	2.182	1.620	2.011	2.156	1.719	1.455	1.516	2.241	1.889	1.721	1.748
100	20	5.345	5.021	5.085	5.129	5.653	5.147	4.998	4.990	4.988	5.100	4.813	4.757
200	10	1.258	0.984	0.928	0.998	1.270	0.987	0.988	1.007	1.243	1.022	0.894	0.950
200	20	4.408	4.037	3.785	3.858	4.569	3.885	3.861	3.755	4.145	3.810	3.649	3.592
500	20	2.066	1.776	1.711	1.708	2.121	1.713	1.718	1.607	2.123	1.777	1.624	1.612

Table 2: Percentual ARD, ART and AT (in microseconds) for different priority rules and tiebreakers on all benchmarks.

		PR_{AVG}				PR_{STD}				PR_{SKE}			
		T_{NEH}	T_{FF}	T_{LJP}	T_B	T_{NEH}	T_{FF}	T_{LJP}	T_B	T_{NEH}	T_{FF}	T_{LJP}	T_B
ARD	Taillard	3.325	3.034	2.940	3.127	3.225	2.897	2.828	2.885	3.060	2.971	2.751	2.724
	VRF-small	3.845	3.602	3.504	3.573	3.805	3.549	3.516	3.521	3.738	3.540	3.446	3.453
	VRF-large	3.332	3.025	2.957	2.955	3.239	2.950	2.894	2.904	3.210	2.905	2.878	2.885
AT	Taillard	2.54	2.93	8.42	2.89	2.52	2.96	8.30	2.87	2.54	3.00	8.35	2.87
	VRF-small	0.07	0.09	0.31	0.09	0.07	0.10	0.31	0.09	0.08	0.10	0.31	0.09
	VRF-large	43.91	45.30	84.87	45.17	43.89	45.29	86.25	45.13	43.92	45.34	86.24	45.23
ART	Taillard	0.523	0.686	2.085	0.628	0.520	0.708	2.148	0.645	0.531	0.724	2.155	0.645
	VRF-small	0.496	0.649	2.200	0.600	0.507	0.660	2.226	0.609	0.520	0.670	2.239	0.622
	VRF-large	0.783	0.809	1.573	0.813	0.780	0.811	1.608	0.808	0.782	0.810	1.611	0.813

is clearly the least efficient. The combination PR_{SKE} with T_B is faster than PR_{SKE} with T_{LJP} , producing similar results. The combination PR_{SKE} with T_B also reaches better results than any priority rule with either T_{NEH} or T_{FF} , using a comparable running time. The combination PR_{SKE} with T_B shows the best trade-off between efficiency and quality of results.

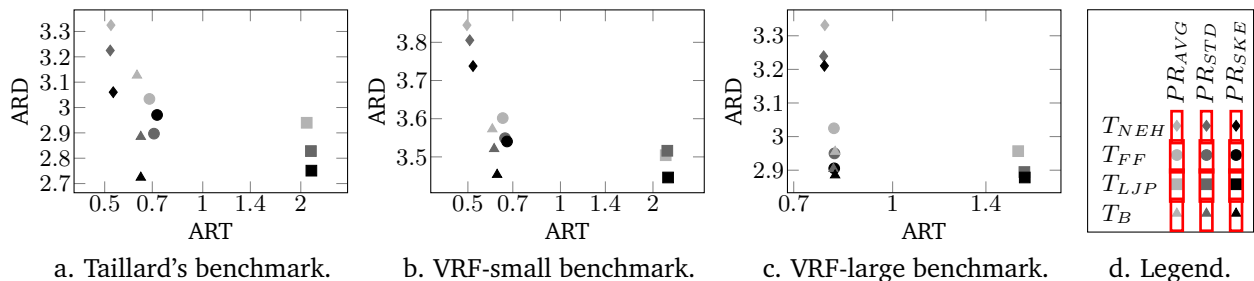


Figure 1: Computational efficiency for each NEH variant on each benchmark.

5 Conclusions

This paper presented a new tiebreaker (T_B) for the NEH heuristic. It is based on the estimation of the variation of idle times produced with the insertion of a new job, taking into account the reversibility property of the PFSSP. The T_B tiebreaker, when combined with PR_{SKE} priority rule, shows the best trade-off between efficiency and quality of results, outperforming other heuristics.

Our next research includes two aspects: the proposal of better priority rules based on deconstructing known best schedules; and the evaluation of the proposed tiebreaker within state-of-the-art metaheuristics such as the Iterated Greedy Algorithm proposed by Ruiz and Stützle [14].

References

- [1] Alexander J. Benavides and Marcus Ritt. Two simple and effective heuristics for minimizing the makespan in non-permutation flow shops. *Computers & Operations Research*, 66:160–169, 2016.
- [2] Xingye Dong, Houkuan Huang, and Ping Chen. An improved NEH-based heuristic for the permutation flowshop problem. *Computers & Operations Research*, 35(12):3962–3968, 2008.
- [3] Shahriar Farahmand Rad, Rubén Ruiz, and Naser Boroojerdian. New high performing heuristics for minimizing makespan in permutation flowshops. *Omega*, 37(2):331–345, 2009.
- [4] Victor Fernandez-Viagas and Jose M Framinan. On insertion tie-breaking rules in heuristics for the permutation flowshop scheduling problem. *Computers & Operations Research*, 45:60–67, 2014.
- [5] Victor Fernandez-Viagas, Rubén Ruiz, and Jose M Framinan. A new vision of approximate methods for the permutation flowshop to minimise makespan: state-of-the-art and computational evaluation. *European Journal of Operational Research*, 257(3):707–721, 2017.
- [6] Jose M Framinan, Jatinder ND Gupta, and Rainer Leisten. A review and classification of heuristics for permutation flow-shop scheduling with makespan objective. *Journal of the Operational Research Society*, 55(12):1243–1255, 2004.
- [7] Pawel J Kalczyński and Jerzy Kamburowski. An empirical analysis of the optimality rate of flow shop heuristics. *European Journal of Operational Research*, 198(1):93–101, 2009.
- [8] Weibo Liu, Yan Jin, and Mark Price. A new improved neh heuristic for permutation flowshop scheduling problems. *International Journal of Production Economics*, 193:21–30, 2017.
- [9] Muhammad Nawaz, E Emory Enscore, and Inyong Ham. A heuristic algorithm for the m -machine, n -job flow-shop sequencing problem. *Omega*, 11(1):91–95, 1983.
- [10] S Reza Hejazi and S Saghafian. Flowshop-scheduling problems with makespan criterion: a review. *International Journal of Production Research*, 43(14):2895–2929, 2005.
- [11] Imma Ribas, Ramon Companys, and Xavier Tort-Martorell. Comparing three-step heuristics for the permutation flow shop problem. *Computers & Operations Research*, 37(12):2062–2070, 2010.
- [12] Daniel Alejandro Rossit, Fernando Tohmé, and Mariano Frutos. The non-permutation flow-shop scheduling problem: a literature review. *Omega*, 2017.
- [13] Rubén Ruiz and Concepción Maroto. A comprehensive review and evaluation of permutation flowshop heuristics. *European Journal of Operational Research*, 165(2):479–494, 2005.
- [14] Rubén Ruiz and Thomas Stützle. A simple and effective iterated greedy algorithm for the permutation flowshop scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, 177(3):2033–2049, 2007.
- [15] Eric Taillard. Some efficient heuristic methods for the flow shop sequencing problem. *European Journal of Operational Research*, 47(1):65–74, 1990.
- [16] Eric Taillard. Benchmarks for basic scheduling problems. *European Journal of Operational Research*, 64(2):278–285, 1993.
- [17] Eric Taillard, 2004. URL: http://mistic.heig-vd.ch/taillard/problemes.dir/ordonnancement.dir/flowshop.dir/best_lb_up.txt. Best known lower and upper bounds of the PFSSP for Taillard’s instances.
- [18] Eva Vallada, Rubén Ruiz, and Jose M Framinan. New hard benchmark for flowshop scheduling problems minimising makespan. *European Journal of Operational Research*, 240(3):666–677, 2015.

Consideração de Emissões de Gases de Efeito Estufa no Planejamento de Longo Prazo da Expansão da Geração por meio de Métodos de Apoio à Decisão Multicritério

Thatiana Conceição Justino
CEPEL - Centro de Pesquisas de Energia Elétrica
thatiana@cepel.br

Albert Cordeiro Geber de Melo
CEPEL - Centro de Pesquisas de Energia Elétrica
UERJ – Universidade do Estado do Rio de Janeiro
albert@cepel.br

Nelson Maculan
UFRJ – Universidade Federal do Rio de Janeiro
maculan@cos.ufrj.br

Maria Elvira Piñeiro Maceira
CEPEL - Centro de Pesquisas de Energia Elétrica
UERJ – Universidade do Estado do Rio de Janeiro
elvira@cepel.br

Resumo

Este trabalho apresenta uma abordagem para o planejamento de longo prazo da expansão da geração, especialmente adequada para sistemas interligados de grande porte, a fim de considerar, de forma explícita, as emissões dos gases de efeito estufa. A abordagem é baseada em métodos de apoio à decisão multicritério e permite a obtenção de soluções de compromisso envolvendo múltiplos objetivos (critérios), entre os quais, mudanças climáticas, segurança energética e econômicos. A formulação e a avaliação do desempenho das alternativas de expansão são realizadas através da utilização integrada de modelos para o planejamento da expansão e da operação. Ao término destas etapas, uma análise multicritério é realizada para a seleção da “melhor” alternativa de acordo com as preferências do decisor, utilizando métodos baseados em um critério de síntese. Resultados da aplicação da metodologia proposta em configurações do sistema interligado brasileiro planejadas para 2030 são apresentados e discutidos.

Keywords: Planejamento de sistemas elétricos; Planejamento da expansão da geração; Mudanças climáticas; Emissão de gases de efeito estufa; Métodos de apoio à decisão; Métodos multicritério.

1 Introdução

Em todo o mundo, tem havido uma preocupação cada vez mais crescente com o aquecimento global - ou *mudanças climáticas*, e com os impactos do aumento dos níveis de emissões de gases de efeito estufa (GEEs) de origem antropogênica nos sistemas climáticos. Neste sentido, diversos países têm se comprometido com metas para a mitigação das mudanças climáticas. Um exemplo é o estabelecimento do

Acordo de Paris, em 2015, que visa limitar o aumento da temperatura da Terra em até 1,5°C até o ano de 2100. No âmbito deste acordo, cada país participante declarou a sua *iNDC* (*intended Nationally Determined Contribution*) para alcançar o referido objetivo, com foco em tecnologias de baixo carbono e renováveis.

Considerando que os benefícios das ações de mitigação das emissões dos GEEs estão intimamente ligados a estratégias de longo prazo, i.e., com o planejamento da expansão, notadamente do sistema de geração, seria interessante que as metodologias e os modelos para o planejamento de longo prazo da expansão de sistemas elétricos passassem a ser promotores de ações para a mitigação das mudanças climáticas como, e.g., das *iNDCs*. Isto deve ocorrer, principalmente, em países em desenvolvimento, onde haverá crescimento do consumo de energia elétrica e aumento da capacidade instalada de geração e transmissão, situação distinta da maioria dos países desenvolvidos, que deverão experimentar redução de consumo e de emissões per capita, por meio de ações profundas de eficiência energética e substituição de tecnologias fósseis por renováveis.

A metodologia usualmente empregada, para o planejamento da expansão de geração busca determinar uma estratégia de expansão e/ou um cronograma de obras que atenda ao consumo de energia elétrica previsto durante o período de planejamento, minimizando o custo de investimento mais o custo de operação, respeitando determinados níveis de segurança e considerando ainda aspectos socioambientais; constitui-se, em essência, em um problema de planejamento da expansão mono-objetivo. Embora os procedimentos empregados no processo de planejamento sejam aderentes para o propósito para o qual foram concebidos e, muitas vezes utilizem modelos computacionais sofisticados, inclusive baseados em otimização estocástica, há a necessidade de incorporação, de forma sistemática, no processo de tomada de decisão, da questão da mitigação dos efeitos das mudanças climáticas. Por outro lado, o planejamento da expansão não deverá se limitar a este objetivo, mas deverá conciliar o objetivo de mitigação do clima com os demais objetivos (e.g., econômicos, socioambientais e de segurança energética).

Como consequência, o problema do planejamento de longo prazo da expansão deve ser reformulado para incorporar outros objetivos em sua modelagem e na estratégia de solução. Porém, dificilmente a solução ótima deste problema multiobjetivo será obtida, pois, geralmente, os múltiplos objetivos são conflitantes e não existe uma solução que minimize (ou maximize) todos os objetivos ao mesmo tempo. Uma alternativa passa a ser, então, determinar *soluções de compromisso* entre os diversos objetivos, consistentes com as relações de preferências eduzidas do julgamento do decisor. Trata-se, em última análise, de um novo paradigma para o planejamento da expansão, o que requer o desenvolvimento de modelos apropriados e o emprego de técnicas de apoio à decisão multicritério [1].

Este trabalho apresenta uma abordagem baseada em modelos de apoio à decisão multicritério para o planejamento de longo prazo da expansão da geração, especialmente adequada para sistemas interligados de grande porte e com predominância hidroelétrica, como o brasileiro, a fim de considerar, de forma explícita na tomada de decisão, as emissões dos GEEs de origem antropogênica. O modelo em desenvolvimento propiciará a obtenção de soluções de compromisso envolvendo múltiplos objetivos (ou critérios), entre os quais, mudanças climáticas (emissões de gases de efeito estufa), segurança energética (risco de déficit) e econômico (custos de investimento e de operação). A formulação e a avaliação do desempenho de alternativas de estratégias de expansão e/ou cronogramas de obras são realizadas através da utilização integrada de modelos para o planejamento da expansão e da operação [2], mais especificamente os modelos MELP [3] (Modelo de Expansão de Longo Prazo) e NEWAVE [4-5] (Modelo de Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos Interligados de Longo e Médio Prazos).

São apresentados e discutidos resultados da aplicação da metodologia proposta para a escolha da “melhor” estratégia de expansão e/ou cronograma de obras considerando, na tomada de decisão, métodos multicritério. O estudo de caso é baseado em uma configuração do sistema interligado brasileiro.

2 Abordagem Multicritério Proposta para o Planejamento da Expansão da Geração

O problema de planejamento de longo prazo da expansão da geração é modelado aqui como um problema multiobjetivo (ou com múltiplos critérios) de tal forma que diversos objetivos sejam representados de forma explícita. Várias abordagens de apoio à decisão multicritério podem ser utilizadas para a solução deste problema, entre os quais: métodos de um critério de síntese (e.g., MAUT, AHP, MACBETH, VIP Analysis), métodos de sobreclassificação (e.g., ELECTRE, PROMETHEE) e programação multiobjetivo [1]. Neste trabalho, serão utilizados os métodos AHP [6] e VIP Analysis [7].

O método AHP (*Analytic Hierarchy Process*) [6], proposto por Saaty entre 1971 e 1975, é uma teoria de medida baseada em comparações pareadas e que depende do julgamento de especialista para derivar uma escala de prioridades. Para realizar estes julgamentos utiliza-se uma escala fundamental de valores absolutos de 1 a 9, e que representa o quanto um elemento domina um outro em relação a um dado critério. Sabendo que os julgamentos podem ser inconsistentes, um dos interesses do método AHP é, quando possível, medir inconsistências e melhorar os julgamentos.

O método VIP Analysis (*Variable Interdependent Parameters Analysis*) [7], proposto por Dias e Clímaco em 2000, é baseado em um modelo aditivo de funções de valores (ou de utilidade). Conforme descrito em [8], o valor global de uma alternativa é a soma de seus valores para os critérios ponderada pelos pesos (ou constantes de escala) dos critérios que representam indiretamente a importância de cada critério. No processo de apoio à decisão, muitas vezes, o decisor tem dificuldades de atribuir valores para os pesos dos critérios. Quando a decisão deve ser tomada em grupo, a dificuldade é ainda devido a divergência entre as preferências dos atores envolvidos. Neste sentido, o VIP Analysis, propõe que, ao invés de se definir, à priori, os valores dos pesos dos critérios, sejam informados intervalos e restrições lineares associados a eles.

Adicionalmente, a metodologia proposta apresenta duas características relevantes do ponto de vista pragmático da atividade de planejamento de sistemas elétricos: (i) a formulação de alternativas de planos de longo prazo da expansão da geração; e (ii) avaliação do desempenho (consequências) de cada alternativa de plano de expansão em cada um dos objetivos (ou critérios) adotados. Estas duas etapas são realizadas através da utilização integrada dos modelos MELP [3] e NEWAVE [4-5]. O modelo MELP, baseado em programação linear inteira mista e com representação mais simplificada do sistema interligado, é utilizado para a formulação de alternativas de planos de longo prazo da expansão da geração e troncos de interligação. A formulação das alternativas é realizada através da inserção de restrições, no problema resolvido pelo MELP, que refletem, por exemplo, possíveis cenários de mitigação de gases de efeito estufa a partir do aumento da participação de fontes renováveis na matriz elétrica. Por sua vez, o modelo NEWAVE, baseado em programação dinâmica dual estocástica e que representa com mais detalhes o sistema interligado, será usado para fornecer o desempenho em relação a cada um dos objetivos (ou critérios) adotados, e.g, emissões de gases de efeito estufa, risco de déficit, custo de operação, composição do parque gerador, etc. A Figura 1 ilustra o diagrama esquemático do modelo proposto.

3 Estudo de Caso

3.1 Configuração do Sistema

O caso utilizado neste trabalho é baseado na configuração adotada no Plano Decenal de Expansão de Energia Elétrica 2015-2024 do Brasil [9], onde o período de estudo foi estendido até 2030, a fim de considerar, entre os cenários, as iNDCs brasileiras para a mitigação dos efeitos das emissões de GEEs. Os custos de implantação dos projetos de usinas hidrelétricas e termelétricas e de troncos de interligações foram obtidos do relatório [10].

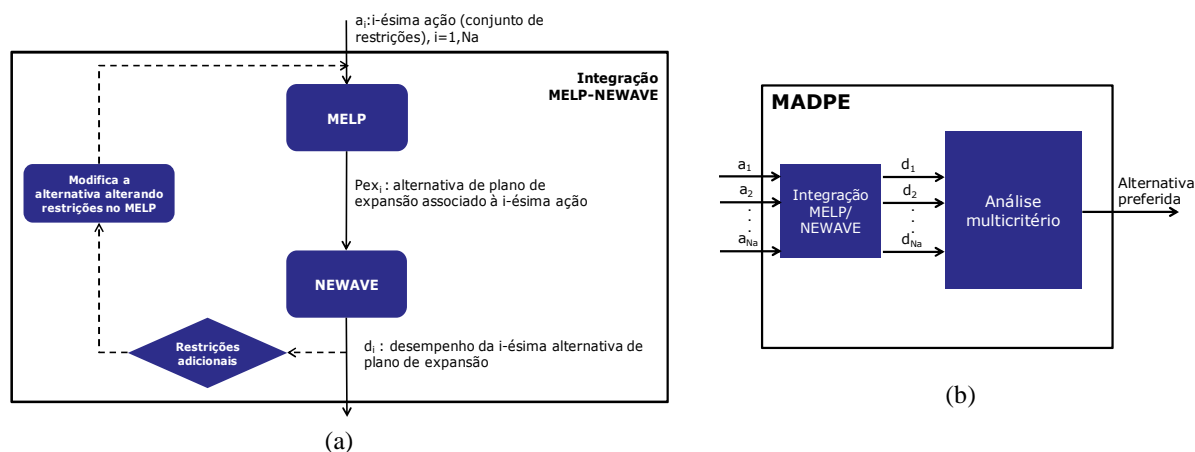


Figura 1: (a) Diagrama esquemático da integração MELP/NEWAVE; (b) Modelo proposto de Apoio à Decisão para o Planejamento da Expansão.

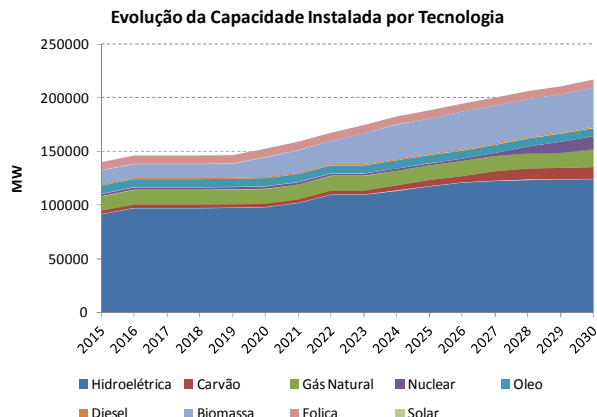
A seguir, são apresentados os resultados das etapas de formulação e avaliação das alternativas de expansão assim como a análise multicritério para a escolha da alternativa que melhor atende às preferências consideradas para os decisores.

3.2 Formulação das Alternativas de Planos de Longo Prazo da Expansão da Geração

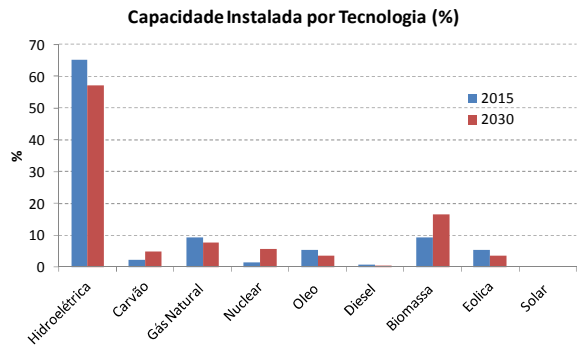
Além daquela obtida com a metodologia atual, foram formuladas sete alternativas de planos de expansão, através da inserção, no modelo MELP, de restrições associadas à composição da matriz elétrica no ano 2030, em termos de participação percentual mínima na capacidade instalada do sistema:

- Alternativa A: obtida utilizando a metodologia atual - (*business as usual* – BAU);
- Alternativa B: “novas renováveis” (biomassa, eólica e solar) $\geq 23\%$;
- Alternativa C: renováveis (usinas hidrelétricas e “novas renováveis”) $\geq 84\%$;
- Alternativa D: considera simultaneamente as restrições das alternativas B e C;
- Alternativa E: “novas renováveis” $\geq 30\%$;
- Alternativa F: “novas renováveis” $\geq 40\%$;
- Alternativa G: usinas hidrelétricas $\geq 60\%$;;
- Alternativa H: { biomassa $\geq 12\%$, eólicas $\geq 8\%$ e solar $\geq 3\%$ }, simultaneamente.

As Figuras 2(a) e 3(a) apresentam a evolução da capacidade instalada for fonte geradora, para duas alternativas, A e G, obtidas com o modelo MELP. Por sua vez, as Figuras 2(b), 3(b), 4(a) e 4(b) ilustram as participações em termos da capacidade instalada (%) nos anos de 2015 e 2030, para as alternativas A, G, C e H, respectivamente. Observa-se destas figuras que o aumento da participação de usinas hidrelétricas na alternativa G em relação ao cenário BAU é compensado pela diminuição das tecnologias óleo, carvão e gás natural, ficando praticamente imutável a participação de eólicas, o que corrobora a maturidade comercial desta fonte. Já na alternativa C (84% de renováveis), há um aumento expressivo das usinas eólicas; assim, as alternativas G e C ratificam a competitividade econômica já alcançada pela fonte eólica. Por outro lado, com os dados utilizados, a geração solar ainda não é competitiva frente às demais fontes, só entrando na alternativa H e, ainda assim, no último ano do período de estudo.

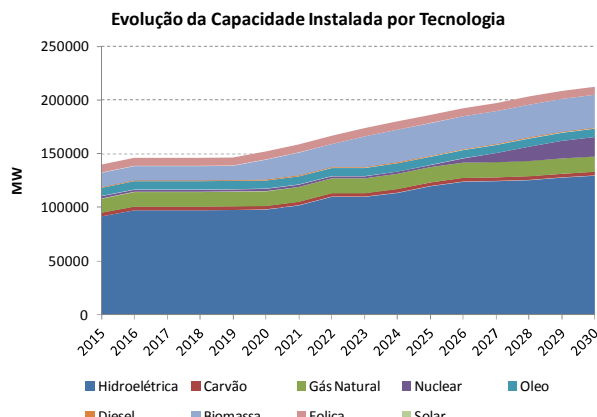


(a)

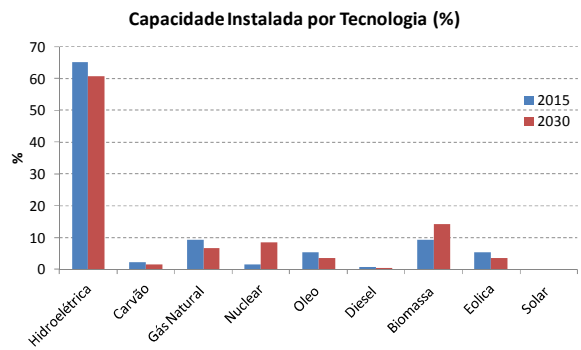


(b)

Figura 2: (a) Evolução da capacidade instalada por tipo de tecnologia da alternativa A; (b) Percentual da capacidade instalada por tipo de tecnologia da alternativa A.

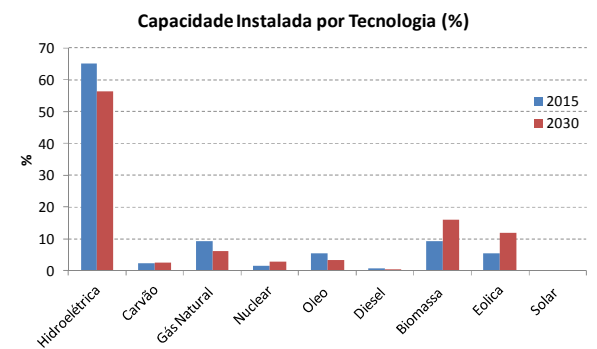


(a)

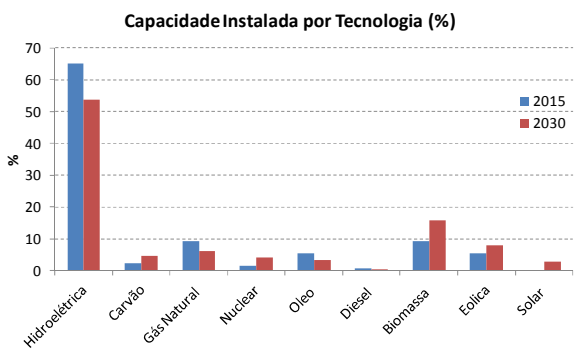


(b)

Figura 3: (a) Evolução da capacidade instalada por tipo de tecnologia da alternativa G; (b) Percentual da capacidade instalada por tipo de tecnologia da alternativa G.



(a)



(b)

Figura 4: (a) Percentual da capacidade instalada por tipo de tecnologia da alternativa C; (b) Percentual da capacidade instalada por tipo de tecnologia da alternativa H.

3.3 Avaliação do Desempenho das Alternativas de Planos de Expansão

As alternativas elaboradas na etapa de formulação foram avaliadas a partir da simulação com o modelo NEWAVE, em termos dos objetivos (ou critérios) considerados neste trabalho, tendo-se introduzido neste modelo o cálculo de emissões de GEEs por tecnologia de geração de energia (CO₂eq/kWh), utilizando a abordagem de avaliação do ciclo de vida (*Life Cycle Assessment – LCA*) [11]. A Tabela 1 apresenta o valor esperado do custo total (investimento mais operação), o risco de déficit de energia do subsistema Sudeste (subsistema com maiores demanda de energia e capacidade de geração) e a emissão de CO₂eq em 2030 para cada alternativa. Estes dados serão utilizados na análise multicritério.

Tabela 1: Resultados da avaliação do desempenho das alternativas de plano de expansão.

Alternativa	Valor esperado do custo total (10 ⁶ R\$)	Risco de déficit do Sudeste (%)	Emissão em 2030 (Mt CO ₂ eq.)
A	273.374,82	1,02	79,27
B	278.097,26	1,09	75,64
C	301.867,07	1,07	60,95
D	302.940,11	1,17	58,41
E	296.326,23	1,02	74,39
F	331.692,91	1,14	54,16
G	292.181,01	0,86	45,79
H	290.779,95	1,03	79,71

3.4 Resultados da Análise Multicritério do Planejamento da Expansão da Geração

A análise multicritério foi realizada com os métodos AHP e VIP Analysis. Os critérios utilizados foram custo total das alternativas (composto pela soma do custo de investimento fornecido pelo MELP e do valor esperado do custo de operação fornecido pelo NEWAVE), risco de déficit de energia do subsistema Sudeste e emissão de CO₂eq em 2030, ambos também fornecidos pelo modelo NEWAVE. Nesta análise, o ideal seria obter uma alternativa com mínimo custo total, mínimo risco de déficit e mínimo de emissão de CO₂. Entretanto, estes objetivos (ou critérios) são conflitantes, pois uma alternativa com um mínimo de emissão de CO₂, provavelmente deve ter uma maior participação de novas renováveis, incorrendo em um custo total mais elevado.

A primeira análise foi realizada do ponto de vista de um decisor que não tem preferência entre os critérios (Decisor 1), ou seja, para tal decisor os três critérios são igualmente preferíveis. As Tabelas 2 e 3 apresentam a ordenação das alternativas de plano de expansão obtidas pelos métodos AHP e VIP Analysis. Em termos de desempenho global, as alternativas podem ser agrupadas em três grupos distintos, e em cada grupo o desempenho é bastante homogêneo. Note que, apesar de existirem algumas diferenças na ordenação das alternativas nos dois métodos, a alternativa G ocupa a primeira posição em ambas as análises. Deste modo, para o Decisor 1 a “melhor” alternativa é a G.

A fim de avaliar a escolha do melhor plano de expansão sob outros pontos de vista, foram consideradas as preferências de outros três decisores, conforme listado a seguir. No caso do método AHP, a relação de preferências utilizada nas análises foi a *moderada* (grau 3 na escala de Saaty).

- Decisor 2: considera que o critério custo total tem preferência sobre os demais;
- Decisor 3: considera que o critério risco de déficit tem preferência sobre os demais;
- Decisor 4: considera que o critério emissão de CO₂eq tem preferência sobre os demais.

Os resultados das análises considerando as preferências destes decisores também se encontram nas Tabelas 2 e 3. Observa-se que em ambos os métodos, a alternativa G continuou a ser a mais preferida para os demais decisores, e mesmo para o Decisor 2 (onde o custo total tem preferência sobre os demais critérios), tratando-se da alternativa mais equilibrada, ou seja, a melhor solução de compromisso entre os critérios avaliados. A justificativa para isso é que a alternativa G apresenta o quarto menor custo total (6,9% superior ao da alternativa BAU), o menor risco de déficit e a menor emissão de CO₂eq em 2030 (42% inferior ao da alternativa BAU).

Por outro lado, o método AHP ordenou como as alternativas menos preferidas aquelas que possuíam o pior desempenho no critério considerado como preferido pelo decisor. Por exemplo, a alternativa F possui o maior custo total, por isso ocupou a última posição para o Decisor 2. As alternativas menos preferidas indicadas pelo método VIP Analysis são as mesmas apontadas pelo método AHP.

Os resultados obtidos mostram que abordagem proposta para o planejamento de longo prazo da expansão da geração considerando emissões de gases de efeito estufa, baseada em métodos de apoio de decisão, pode auxiliar na escolha robusta do melhor plano de expansão conforme as preferências do decisor.

Tabela 2: Ordenação das alternativas de plano de expansão obtida pelo método AHP.

	Decisor 1	Decisor 2	Decisor 3	Decisor 4
1	Alternativa G	Alternativa G	Alternativa G	Alternativa G
2	Alternativa C	Alternativa A	Alternativa A	Alternativa F
3	Alternativa F	Alternativa B	Alternativa C	Alternativa D
4	Alternativa D	Alternativa C	Alternativa E	Alternativa C
5	Alternativa A	Alternativa D	Alternativa H	Alternativa E
6	Alternativa E	Alternativa E	Alternativa F	Alternativa B
7	Alternativa B	Alternativa H	Alternativa B	Alternativa A
8	Alternativa H	Alternativa F	Alternativa D	Alternativa H

Tabela 3: Ordenação das alternativas de plano de expansão obtida pelo método VIP Analysis.

	Decisor 1	Decisor 2	Decisor 3	Decisor 4
1	Alternativa G	Alternativa G	Alternativa G	Alternativa G
2	Alternativa A	Alternativa A	Alternativa A	Alternativa C
3	Alternativa C	Alternativa C	Alternativa E	Alternativa D
4	Alternativa B	Alternativa B	Alternativa H	Alternativa F
5	Alternativa E	Alternativa E	Alternativa C	Alternativa E
6	Alternativa H	Alternativa H	Alternativa B	Alternativa B
7	Alternativa D	Alternativa D	Alternativa F	Alternativa A
8	Alternativa F	Alternativa F	Alternativa D	Alternativa H

4 Conclusões

Este trabalho propôs uma abordagem baseada em modelos de apoio à decisão multicritério para o planejamento de longo prazo da expansão da geração, especialmente adequada para sistemas interligados de grande porte e com predominância hidroelétrica, como o brasileiro, que vem sendo desenvolvido a fim de considerar, de forma explícita na tomada de decisão, as emissões dos GEEs.

Na metodologia proposta, as duas principais atividades do planejamento da expansão de um sistema elétrico, a formulação e avaliação de desempenho de alternativas de expansão, são realizadas através da utilização integrada de dois modelos para o planejamento da expansão e operação, i.e., os modelos MELP e NEWAVE. Ao término destas etapas, uma análise multicritério é realizada para a

seleção da “melhor” alternativa de acordo com as preferências do decisor, utilizando dois métodos baseados em um critério de síntese, o AHP e o VIP Analysis.

A metodologia proposta foi aplicada a uma configuração do sistema interligado brasileiro planejada para o ano 2024, a qual foi estendida para o ano 2030. Foram analisadas, sob a ótica de 4 decisores com preferências distintas, 8 alternativas de expansão formuladas, considerando 3 objetivos (ou critérios): mudanças climáticas (emissões de gases de efeito estufa), segurança energética (risco de déficit) e econômico (custos de investimento e de operação).

A alternativa que apresentou a melhor solução de compromisso entre os objetivos avaliados, em ambos os métodos, foi aquela que tinha como meta chegar em 2030 com 60% de participação da fonte hidroelétrica. Verificou-se ainda que, com os dados utilizados, a energia eólica se mostra competitiva frente às demais, ao contrário da fonte solar, que somente é implementada na alternativa que estabelece explicitamente uma meta para esta fonte, e apenas no último ano do horizonte de planejamento.

Os resultados obtidos apontam o potencial da metodologia proposta em auxiliar na escolha robusta dos “melhores” planos de expansão conforme as preferências do decisor, podendo, inclusive, ser um instrumento relevante para análises de políticas públicas em termos de expansão de energia elétrica, verificando os custos e os benefícios associados, antes de sua efetiva adoção.

Os resultados também encorajam a continuação da pesquisa a fim de aprimorar a metodologia proposta por meio da consideração de outros objetivos e de outros métodos multicritérios como, por exemplo, métodos de sobreclassificação ou que utilizem programação multiobjetivo.

Referências

1. J. Figueira, S. Greco, M. Ehrgott (Eds.). *Multicriteria Decision Analysis: State of the Art Surveys*. Springer Science + Business Media, Inc, Boston, 2005.
2. M. E. P. Maceira, L. A. Terry, F. S. Costa, J. M. Damazio, A. C. G. Melo. Chain of Optimization Models for Setting the Energy Dispatch and Spot Price in the Brazilian System. *Proceedings of the 14th Power Systems Computation Conference*. Seville, 2002.
3. M. L. V. Lisboa, L. G. Marzano, C. H. M. Saboia, M. E. P. Maceira, A. C. G. Melo. A Mixed Integer Programming Model for Long Term Generation Expansion Planning of the Brazilian System. *Proceedings of the 16th Power Systems Computation Conference*. Glasgow, 2008.
4. M. E. P. Maceira, V. S. Duarte, D. D. J. Penna, L. A. M. Moraes, A. C. G. Melo. Ten Years of Application of Stochastic Dual Dynamic Programming in Official and Agent Studies in Brazil - Description of the NEWAVE Program. *Proceedings of the 16th Power Systems Computation Conference*. Glasgow, 2008.
5. M.E.P. Maceira, D.D.J. Penna, A.L. Diniz, R.J. Pinto, A.C.G. Melo, C.V. Vasconcellos, C.B. Cruz, "Twenty Years of Application of Stochastic Dual Dynamic Programming in Official and Agent Studies in Brazil – Main Features and Improvements on the NEWAVE Model”, *Proceedings of the 20th Power System Computation Conference*, Dublin, 2018.
6. T. L. Saaty. *The Analytic Hierarchy Process*. McGraw-Hill, New York, 1980.
7. L. C. Dias and J. N. Climaco. Additive aggregation with variable independent parameters: The VIP Analysis software. *Journal of the Operational Research Society*, 51(9): 1070-1082, 2000.
8. J. N. Climaco, J. A. Costa, L. C. Dias, P. Melo. Supporting Collaborative Multi-Criteria Evaluation: The VIP Analysis Plug-In for Decision Deck. *International Journal of Decision Support System Technology*, 1(4): 1-15, 2009.
9. Ministério de Minas e Energia (MME) / Empresa de Pesquisa Energética (EPE). *Plano Decenal de Expansão de Energia 2024*. Dezembro de 2015.
10. Empresa de Pesquisa Energética (EPE). *Estudos para a Expansão: Custo Marginal da Expansão do Setor Elétrico Brasileiro – Metodologia e Cálculo - 2017*. Nota Técnica nº EPE-DEE-RE-27/2017 – r0. Junho de 2017.
11. IPCC, *Special Report on Renewable Energy Sources and Climate Change Mitigation (SRREN)*, 2012.

Un híbrido entre Búsqueda Tabú y Algoritmo Genético para solucionar el Problema de Distribución de Planta Dinámico (DFLP) con instalaciones de áreas iguales

Daniel Enrique Andrade Peña
Universidad Industrial de Santander

Luis Fernando Rodríguez Jiménez
Universidad Industrial de Santander

Carlos Eduardo Díaz Bohórquez
Universidad Industrial de Santander
cediazbo@uis.edu.co

Tatiana Andrea Castillo Jaimes
Universidad Industrial de Santander
tatiana.castillo@correo.uis.edu.co

Resumen

Las metaheurísticas se han convertido en una herramienta fundamental a la hora de encontrar soluciones a problemas cuya complejidad aumenta al incrementar el tamaño del mismo en donde los métodos exactos no logran encontrar soluciones con recursos aceptables; además, la hibridación de estas y otros algoritmos busca compensar las limitaciones individuales de los mismos y obtener mejores resultados bien sea en consumo de recursos y/o eficacia de la solución encontrada. Uno de los problemas de mayor impacto sobre los costos de muchas industrias es la inadecuada distribución de planta; por ello, el principal objetivo de este trabajo es solucionar el DFLP (Dynamic facility layout problem - problema de distribución de planta dinámico) con áreas iguales, mediante un híbrido entre Búsqueda tabú y Algoritmo genético con el fin de comparar los resultados obtenidos con los hallados por otros trabajos que aplican diferentes métodos al propuesto.

Palabras clave: Distribución de planta, FLP, Distribución de planta dinámica, DFLP, Meta-heurísticas, Búsqueda tabú, Algoritmo genético, Optimización.

1 Introducción

Uno de los problemas de mayor impacto sobre los costos de muchas industrias es la inadecuada distribución de Planta (FLP - *Facility layout problem*). Debido a esto, es uno de los problemas más abordados en la mayoría de los sistemas de manufactura (Singh & Sharma, 2006).

Sin embargo, con los actuales entornos cambiantes, las fábricas están pasando por períodos de expansión, transformación y/o contracción constantemente. Los cambios de líneas de productos y/o la suspensión de las existentes suele ser común, especialmente en las industrias de alta tecnología. Para mantenerse al día con el ritmo del entorno, la distribución de las instalaciones tiene que ser adaptable a los cambios (Chen,

2013) en el diseño de productos, de procesos y, de programación de actividades (Tompkins , White, Bozer, & Tanchoco, 2010). Por ello, es de gran importancia evolucionar del FLP clásico a una distribución de planta dinámica que considere los constantes cambios del entorno y optimice los recursos de la industria.

En este trabajo se propone una solución al problema de distribución de planta dinámico (DFLP) por medio de un algoritmo híbrido que combina la búsqueda tabú con un algoritmo genético. Lo anterior con el fin de comparar la solución con las existentes en la literatura obtenidas por diferentes métodos y de esta forma identificar alternativas eficientes de solución al problema y al entorno empresarial.

2 Descripción del problema

El problema de Distribución de Planta ha sido abordado desde diferentes puntos de vista: hay diversidad de trabajos que proponen bien sea un análisis dinámico o estático o con la posibilidad de diseñar uno o múltiples niveles.

El sistema FLP se consideró por (Koopmans & Beckmann, 1957) a partir de un diseño estático en donde se buscaba minimizar los costos de transporte de material entre instalaciones.

Para minimizar la distancia recorrida entre departamentos utilizando el flujo del producto en FLP, (Gau & Meller, 1999) considera necesario hallar un arreglo plano ortogonal donde los departamentos no se superpongan entre ellos dentro de una superficie rectangular. Por otro lado, (Lee & Lee, 2002) consideró el FLP como una distribución de departamentos con áreas desiguales y de diferentes tamaños en un espacio dado, el cual estaría limitado por el largo o ancho de la planta con el objetivo de minimizar el costo de manejo de material y el espacio ocioso.

Posteriormente, (Shayan & Chittilappilly, 2004) proponen estudiar el FLP como un problema de optimización que realiza las distribuciones más eficientemente, basándose en la interacción entre los departamentos y los sistemas de manejos de material.

Sin embargo, ciertos casos de la vida real demostraron las variaciones de flujo de materiales que se dan en ciertos períodos de tiempo. Por ello, se aborda el problema de una distribución dinámica, conociendo a fondo esas variaciones o “estaciones” y lo recomienda siempre y cuando sea rentable (Kouvelis, Kurawarwala, & Gut, 1992).

Además, se considera que el diseño de una planta tiene que ser “suficientemente flexible para adaptarse a los cambios en el diseño de productos, diseño de procesos y diseño de programación de actividades” (Tompkins , White, Bozer, & Tanchoco, 2010) y de igual forma la distribución de las instalaciones debe adaptarse al entorno y los cambios que esté presente (Chen, 2013).

El problema de distribución dinámica de las instalaciones (DFLP - *Dynamic facility layout problem*) se ocupa de la disposición de los departamentos para minimizar la suma de los costos de manejo de materiales y re-diseño, considerando períodos múltiples.

Los problemas de diseño de plantas son cruciales ya que el manejo de los costos de los materiales está directamente relacionado con la ubicación de los departamentos en las instalaciones. Los modelos dinámicos pueden proporcionar resultados más eficaces para satisfacer las necesidades de los entornos cambiantes, considerando períodos múltiples en lugar de diseños estáticos.

Las fluctuaciones de la demanda entre dos períodos consecutivos, cambios menores pueden resultar con beneficios notables. Las decisiones de reubicar los departamentos están influenciados por el equilibrio entre los costos de re-diseño y de manejo. Por lo general dos casos extremos pueden surgir. Uno de ellos es el caso en que los costos de re-diseño, como resultado de la reubicación, son muy altos y los administradores pueden no estar dispuestos a mover sus departamentos. Por el contrario, los costos de re-diseño pueden ser relativamente bajos en comparación con los costos de manipulación y es preferible una relocalización para reaccionar a las nuevas condiciones. DFLP se encuentra entre estos dos casos (Ulutas & Islier, 2015).

3 Formulación del modelo de distribución de planta dinámico

Después de definir las características de los departamentos y la distribución a utilizar, es necesario formular el problema por medio de un modelo matemático para poder solucionarlo, teniendo presente todas las relaciones entre los diferentes elementos.

Éste problema de optimización es considerado de asignación cuadrática (QAP). La planta se divide en bloques rectangulares de la misma área y forma, a cada bloque se le asigna una instalación.

A continuación se muestra la formulación matemática planteada en 2003 (Balakrishnan, Cheng, & Wong, 2003):

$$\begin{aligned} \text{Min } Z = & \sum_{t=1}^P \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n f_{tik} d_{tjl} X_{tij} X_{tkl} \\ & + \sum_{t=2}^P \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n A_{tijn} Y_{tijn} \end{aligned} \quad (1)$$

s. t.

$$\sum_{i=1}^n X_{tij} = 1, \quad j = 1, \dots, n, \quad t = 1, \dots, P, \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n X_{tij} = 1, \quad j = 1, \dots, n, \quad t = 1, \dots, P, \quad (3)$$

$$\begin{aligned} Y_{tijn} &= X_{(t-1)ij} X_{tijn}, \\ i, j, l &= 1, \dots, n, \quad t = 2, \dots, P, \end{aligned} \quad (4)$$

Donde P es el número de departamentos del diseño, f_{tik} el flujo del departamento i hasta k en el periodo t, d_{tjl} la distancia entre la instalación j hasta l en el periodo t, X_{tij} es una variable binaria [0,1] que determina la variación de la localización del departamento i en la instalación j en el periodo t, A_{tijn} es el costo de cambiar el departamento i de la localización j a la localización l en el periodo de tiempo t y Y_{tijn} es una variable binaria [0,1] que determina el cambio del departamento i de la localización j a la localización l en el periodo de tiempo t. La función objetivo (1) representa la sumatoria de los costos de flujo por cada par de instalaciones y el costo de reordenar en el periodo de tiempo t. La Ecuación (2) asegura que cada instalación contiene un solo departamento en el periodo de tiempo t, la Ecuación (3) garantiza que cada departamento está ubicado únicamente en una instalación, y la ecuación (4) establece que la variable toma un valor de 1 solo si el departamento cambia de ubicación en el periodo t. Usualmente el problema de FLP y DFLP se aborda desde representaciones discretas, porque se enfoca en la cercanía entre los departamentos teniendo en cuenta la relación y dependencia entre ellos; pero estas no son las únicas condiciones reales para representar las posiciones exactas de las instalaciones en la planta, ya que no pueden modelar restricciones apropiadas específicas como: la orientación de las instalaciones, puntos de entrega y de recogida de material o espacio entre ellas. Por ende, para estos casos particulares la alternativa de solución más adecuada son las formulaciones continuas.

4 Metodología

El algoritmo planteado en este trabajo consiste en combinar 2 técnicas metaheurísticas (Búsqueda tabú y algoritmo genético) para encontrar la solución al DFLP. A continuación se mostrara un ejemplo de la representación de una solución de un problema de 6 departamentos y 5 periodos con el fin de hacer más fácil la comprensión del método.

1	2	3	4	5	6	2	3	5	4	6	1	2	5	6	3	1	4	3	2	5	4	6	1	4	1	5	6	3	2
Periodo 1						Periodo 2						Periodo 3						Periodo 4						Periodo 5					

Los parámetros a utilizar en este híbrido son los siguientes:

- Parámetro 1: Ciclos de periodo. Se refiere a la cantidad de periodos seleccionados aleatoriamente para ser tratados con búsqueda tabú.
- Parámetro 2: Tamaño del vecindario. Se refiere al número de vecindarios a evaluar por cada ciclo de periodo.
- Parámetro 3: Número de intercambios a realizar en cada vecindario.
- Parámetro 4: Tamaño de la lista tabú. Numero de iteraciones en las que un intercambio está vetado.
- Parámetro 5: Porcentaje de soluciones tomadas de búsqueda tabú para la piscina del algoritmo genético.
- Parámetro 6: Tamaño de la piscina del algoritmo genético (vale la pena aclarar que el tamaño de la piscina es constante).
- Parámetro 7: Número de apareamientos o cruces a realizar.

La metodología de búsqueda tabú se usa inicialmente con el fin de encontrar buenas soluciones por medio de los siguientes pasos:

- Paso 1: Generar una solución inicial aleatoria para cada uno de los periodos.
- Paso 2: Seleccionar aleatoriamente un periodo.
- Paso 3: Evaluar vecindario con la función objetivo.
- Paso 4: Seleccionar mejor solución del vecindario y guardar el movimiento en la lista tabú.
- Paso 5: Almacenar la cantidad de mejores soluciones (Según parámetro 5). Ya obtenidas las mejores soluciones se inicia la búsqueda de la solución final en el algoritmo genético de la siguiente forma:
- Paso 6: Llenar espacios vacíos en la piscina inicial con soluciones aleatorias.
- Paso 7: Realizar la selección de padres mediante el método de torneo, el cual consiste en la selección aleatoria de soluciones dentro de la piscina para posteriormente ponerlos a competir obteniendo así los mejores padres y dando oportunidad a cada solución que se encuentre en la piscina .
- Paso 8: Hacer el cruce de padres, esto se realiza de la siguiente forma:
Para generar el primer hijo se empieza ubicando las instalaciones iguales en la misma ubicación. Después, las instalaciones restantes se empiezan a ubicar de la primera a la última empezando por el padre y continuando con la madre, y así sucesivamente (padre, madre, padre, madre) hasta llenar toda la configuración.

En este caso, queda la tercera casilla vacía debido a que la instalación número 4 ya está incluida en la distribución, entonces se deja el espacio y se sigue buscando en el padre otra instalación hasta encontrar una que sirva

Por último, en el espacio que quedó se ubica de forma aleatoria las instalaciones que sobraron; en este caso sólo fue la instalación 6, entonces el Hijo 1 es el siguiente

Para generar el segundo hijo, la configuración de llenado cambia y se empieza ubicando las instalaciones iguales, pero las demás instalaciones empiezan llenándose con la madre, siguiendo con el padre, madre, padre y así hasta llenar toda la configuración

- Paso 9: Se procede a mutar los dos hijos, esto se hace seleccionando dos instalaciones aleatoriamente e intercambiando los departamentos allí ubicados, Aumentando así la cantidad de soluciones a evaluar.
- Paso 10: Evaluar los hijos e hijos mutados en la función objetivo.
- Paso 11: Comparar hijos e hijos mutados con las soluciones que se encuentran en la piscina, agregando así los hijos que representen una mejor solución que alguna en la piscina, y eliminando las peores soluciones de esta.
- Paso 12: Selección de la mejor solución dentro de la piscina.
- Paso 13: Mostrar la distribución de la mejor solución para cada uno de los periodos.

Para este trabajo, se abordaron 3 problemas para 6, 15 y 30 departamentos con 5 periodos, para un total de 9 problemas, en los cuales se utilizó el conjunto de datos propuestos por Balakrishnan¹⁵; en estos datos se encuentra el flujo de materiales entre departamentos para cada uno de los periodos y el costo de reacomodación, el cual depende solo del departamento, es decir que no cambia en los diferentes periodos. Los datos fueron generados computacionalmente a partir de una distribución uniforme. El flujo de materiales generado fue ajustado proporcionalmente de forma que la suma de los flujos totales de los periodos de un problema fuera equivalentes, esto se hizo para prevenir que algún periodo dominara sobre los otros. Los costos de reacomodación generados también fueron ajustados proporcionalmente de forma que el costo promedio de reacomodación fuera el 15% del costo promedio del flujo de materiales del departamento. El costo del flujo de materiales es de \$1 por unidad de material, es decir que los datos de flujo de materiales son al mismo tiempo los costos de flujo de materiales. Las distancias entre locaciones son rectangulares, entre los centroides de dos locaciones vecinas equivale a 1 unidad de distancia. Se debe tener en cuenta que la instalación de 6 departamentos es 2x3 locaciones, la de 15 es de 3x5 y la de 30 de 5x6.

5 Conclusiones

La formulación del algoritmo debe estar enfocada en recorrer el mayor número de soluciones posibles debido a la gran cantidad (billones) de soluciones que cada problema tiene y las cuales aumentan dependiendo de las instancias como del número de departamentos y periodos.

EL DFLP es un problema de distribución de planta, por esto hace parte de las decisiones estratégicas de una empresa, las cuales requieren de tiempo y cuidado para ser estudiadas ya que son definitivas en un lapso largo de tiempo. En este orden de ideas, los tiempos computacionales presentados en este trabajo y en los demás artículos estudiados podrían ser despreciables en la realidad.

Referencias

- Balakrishnan, J., Cheng, C.-H., & Wong, K.-F. (Septiembre de 2003). FACOPT: a user friendly FACility layout OPTimization system. *Computers & Operations Research*, 30(11), 1625-1641.
- Chen, G. Y.-H. (Abril de 2013). A new data structure of solution representation in hybrid ant colony optimization for large dynamic facility layout problems. *International Journal of Production Economics*, 142(2), 362-371.

- Gau, K.-Y., & Meller, R. (Noviembre de 1999). An iterative facility layout algorithm. *International Journal of Production Research*, 37(16), 3739-3758.
- Koopmans, T. C., & Beckmann, M. (Enero de 1957). Assignment Problems and the Location of Economic Activities. *Econometrica*, 25(1), 53-76.
- Kouvelis, P., Kurawarwala, A., & Gut, G. (Diciembre de 1992). Algorithms for robust single and multiple period layout planning for manufacturing systems. *European Journal of Operational Research*, 63(2), 287-303.
- Lee, Y. H., & Lee, M. H. (Abril de 2002). A shape-based block layout approach to facility layout problems using hybrid genetic algorithm. *Computers & Industrial Engineering*, 42(2-4), 237-248.
- Shayan, E., & Chittilappilly, A. (2004). Genetic algorithm for facilities layout problems based on slicing tree structure. *International Journal of Production Research*, 42(19), 4055-4067.
- Singh, S. P., & Sharma, R. R. (Septiembre de 2006). A review of different approaches to the facility layout problems. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 30(5-6), 425-433.
- Tompkins, J. A., White, J. A., Bozer, Y. A., & Tanchoco, J. (2010). *Facilities planning* (Cuarta ed.). New Jersey, U.S.A.: John Wiley & Sons Inc.
- Ulutas, B., & Islier, A. A. (Julio de 2015). Dynamic facility layout problem in footwear industry. *Journal of Manufacturing Systems*, 36, 55-61.

An Iterated Semi-Greedy Algorithm for the 0-1 Quadratic Knapsack Problem

Leticia L. Pinto Alva
Universidad Católica San Pablo, Arequipa, Perú
leticia.pinto@ucsp.edu.pe

Alexander J. Benavides
Universidad Católica San Pablo, Arequipa, Perú.
Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa, Perú.
ajbenavides@ucsp.edu.pe, ajbenavides@ucsp.edu.pe

May 2018

Abstract

This paper presents a new Iterated Semi-Greedy Algorithm (ISGA) for the 0-1 Quadratic Knapsack Problem. The proposed ISGA is easier to implement, runs faster, and produces comparable results than state-of-the-art methods. Computational evaluation is performed over a benchmark with large instances of 1000 and 2000 objects.

Keywords: 0-1 Quadratic Knapsack Problem; Metaheuristics; Greedy algorithms.

1 Introduction

Problems in the operations research area consist in finding an optimal configuration (subset or permutation) according to an optimization criteria. When the problem is considered NP, the size of the search space grows exponentially, and neither enumerative nor exact methods are capable of solving large instances. Under those circumstances, the use of approximate heuristic methods is necessary to produce good quality solutions within a reasonable computational time.

The Quadratic Knapsack Problem (QKP) is a combinatorial optimization problem, and it belongs to the NP problems class. The best metaheuristic method for the QKP in the literature is a GRASP+T proposed by Yang, Wang, and Chu [4]. In this paper we present a simple Iterated Greedy Algorithm that is easier to implement, and reaches similar results. The rest of the paper is organized as follows: The next section defines the QKP. Section 3 reviews the best methods in the literature. Section 4 describes the proposed Iterated Semi-Greedy Algorithm. Section 5 shows computational results. Section 6 presents our concluding remarks and hints our next research steps.

2 The Quadratic Knapsack Problem

The Quadratic Knapsack Problem (QKP) is a nonlinear combinatorial optimization problem with many applications in multiple discipline areas. Given a capacity-constrained knapsack and a set of candidate objects, where each object has a positive weight and produces a profit if selected, we must select a subset of objects to fill the knapsack, trying to maximize the overall profit, and

without surpassing the knapsack capacity constraint. In the QKP, there is a pairwise profit besides the profit produced by each independent object.

The 0-1 Quadratic Knapsack Problem was introduced by Gallo, Hammer, and Simeone [2]. Let us assume that the knapsack's capacity is c and there are n candidate objects, that w_i and p_{ii} respectively are the weight and the profit of object $i \in [n]$, and that p_{ij} is the pairwise profit of two objects $i \in [n]$ and $j \in [n]$ ($i \neq j$). Let the binary string $X = (x_1, \dots, x_n)$ represent a solution, where the binary variable x_i determines whether the object i is in the knapsack or not. Then, a mathematical definition for the 0-1 QKP is

$$\text{maximize} \quad f(X) = \sum_{i \in [n]} \sum_{j \in [n]} p_{ij} x_i x_j, \quad (1)$$

$$\text{subject to} \quad \sum_{i \in [n]} w_i x_i \leq c, \quad (2)$$

$$x_i \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in [n], \quad (3)$$

where Equation (1) is the profit function to be maximized, Equation (2) ensures the weight capacity limit of the knapsack.

3 Literature review

Julstrom [3] proposes 4 methods for the 0-1 QKP: two greedy heuristics and two genetic algorithms (GA). The greedy heuristics build solutions by inserting objects in the knapsack in a non-increasing order of their value densities. The GAs encode efficiently selections of objects as binary strings, and produce only strings with a total weight that do not surpasses the knapsack's capacity. One GA does not use information about the values associated with the objects in the knapsack, the other embeds greedy techniques to produce better results. These methods were tested with small instances (with 100 and 200 objects).

Yang, Wang, and Chu [4] propose a Greedy Randomized Adaptive Search Procedure (GRASP+T) followed by a tabu search for the 0-1 QKP. Their algorithm iterates over three main steps: a construction phase, a local search, and updating the best so far. The construction phase builds up an initial solution by iteratively inserting the most frequent object among the best fitted objects. The local search explores feasible solutions using shift and swap neighbourhoods. At each iteration, it updates the best solution so far if the local minimum is better. Finally, a simple tabu search algorithm is performed over the best solution so far. It searches the shift and swap neighbourhoods, accepting worse solutions while forbidding the elimination of recently included objects. The prohibitions are ignored if a move leads to a better solution.

Their construction phase uses two priority rules to select an object $j \in R(S)$ to be inserted into the knapsack. Let set S represent the objects in the knapsack (object i is in the knapsack if $x_i = 1$). The first priority rule is a non-increasing order of the greedy function

$$f_2(S, j) = \frac{obj(S) + \sum_{i \in S} p_{ij} + p_{jj}}{sw(S) + w_j}, \quad \forall j \in R(S), \quad (4)$$

where set $R(S)$ has only objects that fit into the knapsack (an object j fits into the knapsack if $x_j = 0$ and it does not exceed the capacity $sw(S) + w_j \leq c$), $sw(S)$ is the total weight of the objects in S , w_j is the weight of object j , $obj(S)$ is the objective function of the current solution S , and p_{ii} and p_{ij} are the aforementioned profit values. Their construction phase picks a random number of objects with that priority rule, and uses the frequency of the objects in the knapsack as a second priority rule to select most frequent object among the best fitted objects.

Other methods for the 0-1 QKP include a global harmony search algorithm [1] and a dynamic programming [5]. Not all of their results are directly comparable because they used different instances. We consider that the best method is the GRASP+T of Yang, Wang, and Chu [4], and we compare our computational results to theirs in Section 5.

4 An Iterated Semi-Greedy Algorithm for the 0-1 QKP

An Iterated Greedy Algorithm (IGA) is a simple but effective method that can be used to solve the 0-1 QKP. The initial solution is produced with a greedy constructive heuristic (described in Section 4.1) and then it is improved by a local search (described in Section 4.3). When an initial solution is ready, the IGA iterates over two main steps: A greedy perturbation phase, and an optional improvement phase (same local search). This paper proposes an Iterated Semi-Greedy Algorithm (ISGA) for the 0-1 QKP, that performs a semi-greedy perturbation phase (described in Section 4.2). At the end of each iteration, the best solution so far is replaced with the current solution if there is an improvement; otherwise, the current solution rolls back to the best solution so far. The stop criterion for the ISGA is $4n$ iterations, where n is the number of objects.

4.1 Greedy Constructive Heuristic

The greedy constructive heuristic generates an initial solution by inserting one element at a time into a partial solution. The element which brings the maximum ratio of benefit over weight is inserted at each iteration, until no more elements fit into the knapsack. The ratio of benefit over weight is evaluated with the priority rule f_2 of Yang, Wang, and Chu [4] defined in Equation (4). When a solution is complete, we perform a local search.

4.2 Semi-Greedy Perturbation

The semi-greedy perturbation phase removes d random elements from the knapsack. Then, it iteratively reinserts into the knapsack a random element among those with best insertion benefit over the profit function. This is repeated until no more elements fit into the knapsack.

The insertion benefit that an object j produces when it is inserted into the partial solution S is

$$\Delta f(S, j) = \sum_{i \in [n]} p_{ij} x_i + p_{jj}, \quad \forall j \in R(S). \quad (5)$$

Then the semi-greedy perturbation randomly inserts an object j that has an insertion benefit $\Delta f(S, j) \geq p * \max_{\Delta}$, where $\max_{\Delta} = \max_{j \in R(S)} \Delta f(S, j)$ is the maximum insertion benefit, and parameter p cuts a percentage from the value of \max_{Δ} . Consequently, a value of $p = 100\%$ is equivalent to a greedy perturbation, and a value of $p = 0\%$ is equivalent to a random perturbation.

4.3 Local Search

This improvement method explores the swap neighbourhood; i.e. it swaps an element in the knapsack with one out of it, respecting the capacity limit, and looking for an improvement in the profit function.

5 Computational Results

5.1 Experimental Methodology

The ISGA was implemented in C++11, compiled with the GNU C++ compiler version 4.8.5 (Red Hat 4.8.5-4) with optimization level 3, and run on a PC with an Intel(R) Xeon(R) CPU E5-2680 v4 processor running at 2.40 GHz, and with 64 GB of main memory, using only one core for each experiment.

Table 1: ARD (in thousandths) for the calibration of parameters p and d .

p (%)	d			
	1	2	3	4
50	2.561	2.120	3.350	4.284
55	1.621	1.918	3.530	4.509
60	2.624	1.834	3.260	4.207
65	2.565	2.455	3.442	4.339
70	2.811	2.285	3.437	4.448
75	2.066	2.534	3.379	4.418
80	2.709	2.732	3.342	4.460
85	2.200	2.645	3.600	4.588
90	1.949	2.305	3.150	4.517
95	2.261	2.187	2.789	4.638
100	4.586	4.357	4.824	5.159

Those experiments were developed in the Center for High Computational Performance of the Peruvian Amazon from “Instituto de Investigaciones de la Amazonía Peruana” (IIAP). More information : <http://iiap.org.pe/manati>.

Section 5.3 compares our results to those of Yang, Wang, and Chu [4]. We have tested the ISGA on the same instances tested by Yang, Wang, and Chu [4] (with 1000 and 2000 objects). The ISGA tests were replicated 100 times on each instance, to match the experiments of Yang, Wang, and Chu [4].

We present the quality of the results as the relative deviation $RD = (f^* - f)/f^*$ from the best values f^* reported by Yang, Wang, and Chu [4], and as the average relative deviation (ARD) for groups of instances and test replications.

5.2 Calibration of Parameters

The ISGA has two parameters: parameter d determines the number of elements to be deleted in the perturbation phase, and parameter p determines which percentage of \max_{Δ} is used as limit to randomly select the next object for the knapsack. We test parameter $d \in \{1, 2, 3, 4\}$ and parameter $p \in \{50\%, 55\%, \dots, 100\%\}$. We randomly selected one instance from each group with 1000 objects for the calibration. Instances 1000_25_6, 1000_50_4, 1000_75_7, and 1000_100_3 were selected. Table 1 shows the ARD values for each parameter level. There is not a clear tendency for any isolated parameter. The best ARD of 1.621 (highlighted in gray) is achieved with $p = 55\%$ and $d = 1$, thus we set these values for the rest of the experiments.

5.3 Experimental Results

ISGA and GRASP+T show similar results, with an overall average relative deviation of 0.354 thousandths for instances with 1000 objects, and 0.071 for instances with 2000 objects. Tables 2 and 3 show the best solution found for each instance by GRASP+T and ISGA in 100 replications, and the corresponding minimum and average relative deviations, dividing the instances with 1000 and 2000 objects. Negative RD values indicate that ISGA finds better results than GRASP+T. ISGA finds a better result in all replications for instance 1000_100_6, and in 87% of the replications for instance 2000_100_2. ISGA finds the same results than GRASP+T for half of the instances (22 with 1000 objects and 19 with 2000 objects). Tables 2 and 3 also show the average runtime for GRASP+T and ISGA. GRASP+T has an overall average runtime of 288 seconds, and ISGA of 94

Table 2: Best profit, RD (in thousandths), and average runtime for each instance with 1000 objects.

Instance	Best Solutions		ISGA's RD		Avg. Time	
	GRASP+T	ISGA	Minimum	Average	GRASP+T	ISGA
1000_25_1	6172407	6172239	0.027	0.056	29.41	8.49
1000_25_2	229941	229941	0.000	0.359	32.98	18.74
1000_25_3	172418	172418	0.000	0.219	21.66	13.79
1000_25_4	367426	367426	0.000	0.000	26.11	13.38
1000_25_5	4885611	4885158	0.093	0.117	37.69	23.45
1000_25_6	15689	15689	0.000	4.859	8.18	15.83
1000_25_7	4945810	4944857	0.193	0.226	36.51	23.12
1000_25_8	1710198	1710198	0.000	0.098	71.21	19.07
1000_25_9	496315	496315	0.000	0.000	30.03	13.96
1000_25_10	1173792	1173792	0.000	0.148	58.93	20.30
1000_50_1	5663590	5663590	0.000	0.034	50.74	15.93
1000_50_2	180831	180824	0.039	0.039	1.44	16.60
1000_50_3	11384283	11384283	0.000	0.022	31.86	11.26
1000_50_4	322226	321593	1.964	2.277	22.06	14.46
1000_50_5	9984247	9984155	0.009	0.055	40.83	13.58
1000_50_6	4106261	4106261	0.000	0.068	58.08	16.32
1000_50_7	10498370	10498286	0.008	0.038	33.43	11.68
1000_50_8	4981146	4980460	0.138	0.223	116.29	22.23
1000_50_9	1727861	1727756	0.061	0.105	52.77	12.30
1000_50_10	2340724	2340579	0.062	0.147	95.28	14.72
1000_75_1	11570056	11570018	0.003	0.047	64.00	14.59
1000_75_2	1901389	1901389	0.000	0.143	32.47	11.16
1000_75_3	2096485	2092253	2.019	2.147	39.86	13.78
1000_75_4	7305321	7305315	0.001	0.076	55.09	13.47
1000_75_5	13970240	13969984	0.018	0.043	37.39	15.22
1000_75_6	12288738	12288738	0.000	0.029	33.44	14.36
1000_75_7	1095837	1094190	1.503	1.630	23.16	13.06
1000_75_8	5575813	5575813	0.000	0.097	68.47	15.59
1000_75_9	695774	695774	0.000	0.205	22.68	15.89
1000_75_10	2507677	2507677	0.000	0.128	47.32	11.92
1000_100_1	6243494	6243494	0.000	0.049	72.01	14.09
1000_100_2	4854086	4854086	0.000	0.065	84.84	15.09
1000_100_3	3172022	3172022	0.000	0.112	47.06	13.26
1000_100_4	754727	754727	0.000	0.138	23.63	12.37
1000_100_5	18646620	18646540	0.004	0.018	39.15	11.65
1000_100_6	16018298	16020049	-0.109	-0.081	41.58	13.46
1000_100_7	12936205	12936205	0.000	0.020	44.50	10.88
1000_100_8	6927738	6927671	0.010	0.059	96.05	13.64
1000_100_9	3874959	3874959	0.000	0.032	52.28	11.97
1000_100_10	1334494	1334494	0.000	0.101	23.63	12.06

Table 3: Best profit, RD (in thousandths), and average runtime for each instance with 2000 objects.

Instance	Best Solutions		ISGA's RD		Avg. Time	
	GRASP+T	ISGA	Minimum	Average	GRASP+T	ISGA
2000_25_1	5268188	5268117	0.013	0.054	516.57	272.57
2000_25_2	13294030	13292445	0.119	0.147	330.73	229.96
2000_25_3	5500433	5500213	0.040	0.131	800.13	276.27
2000_25_4	14625118	14625118	0.000	0.016	346.89	213.25
2000_25_5	5975751	5975058	0.116	0.182	738.33	302.87
2000_25_6	4491691	4491691	0.000	0.000	474.60	188.25
2000_25_7	6388756	6388756	0.000	0.023	558.21	215.65
2000_25_8	11769873	11768743	0.096	0.124	446.95	248.12
2000_25_9	10960328	10958714	0.147	0.175	449.81	248.60
2000_25_10	139236	139236	0.000	0.000	109.79	129.84
2000_50_1	7070736	7067526	0.454	0.608	474.32	192.28
2000_50_2	12587545	12587545	0.000	0.054	534.87	209.61
2000_50_3	27268336	27268336	0.000	0.000	308.88	122.34
2000_50_4	17754434	17754320	0.006	0.061	782.66	212.22
2000_50_5	16805490	16805288	0.012	0.066	1490.22	195.57
2000_50_6	23076155	23076155	0.000	0.025	460.09	165.85
2000_50_7	28759759	28757686	0.072	0.099	714.18	149.07
2000_50_8	1580242	1580242	0.000	0.331	165.18	124.23
2000_50_9	26523791	26523476	0.012	0.040	342.12	151.20
2000_50_10	24747047	24747047	0.000	0.000	408.39	134.33
2000_75_1	25121998	25121998	0.000	0.023	807.05	152.68
2000_75_2	12664670	12664670	0.000	0.036	510.05	175.47
2000_75_3	43943994	43943599	0.009	0.017	276.39	132.31
2000_75_4	37496613	37496600	0.000	0.023	354.13	114.39
2000_75_5	24834948	24834904	0.002	0.032	684.33	184.03
2000_75_6	45137758	45137758	0.000	0.000	306.47	101.73
2000_75_7	25502608	25502608	0.000	0.022	490.14	139.69
2000_75_8	10067892	10067892	0.000	0.032	344.83	124.24
2000_75_9	14171994	14171584	0.029	0.088	532.06	186.63
2000_75_10	7815755	7815755	0.000	0.072	325.22	135.00
2000_100_1	37929909	37929909	0.000	0.018	435.71	123.51
2000_100_2	33647322	33648033	-0.021	-0.010	791.51	194.28
2000_100_3	29952019	29951979	0.001	0.019	1489.29	145.66
2000_100_4	26949268	26949020	0.009	0.045	710.79	156.64
2000_100_5	22041715	22041691	0.001	0.020	752.02	188.74
2000_100_6	18868887	18868860	0.001	0.043	548.19	142.13
2000_100_7	15850597	15850594	0.000	0.012	578.18	145.54
2000_100_8	13628967	13628967	0.000	0.071	374.07	136.28
2000_100_9	8394562	8394562	0.000	0.063	304.31	114.95
2000_100_10	4923559	4923559	0.000	0.088	200.05	131.32

seconds. Taking into account that our platform is a factor of 1.39 faster, our algorithm runs in a corresponding time or less.

6 Conclusions

This paper presented a new Iterated Semi-Greedy Algorithm (ISGA) for the 0-1 QKP. ISGA is easier to implement, runs faster, and produces similar results than the state-of-the-art GRASP+T of Yang, Wang, and Chu [4].

Our next research includes two aspects: to study the inclusion of the simple tabu search proposed by Yang, Wang, and Chu [4] to replace the local search, and to study priority rules for the elimination of objects in our perturbation phase. We believe those changes might improve our current results.

References

- [1] Franklin Djeumou Fomeni and Adam N Letchford. A dynamic programming heuristic for the quadratic knapsack problem. *INFORMS Journal on Computing*, 26(1):173–182, 2013.
- [2] Giorgio Gallo, Peter L Hammer, and Bruno Simeone. Quadratic knapsack problems. In *Combinatorial optimization*, pages 132–149. Springer, 1980.
- [3] Bryant A Julstrom. Greedy, genetic, and greedy genetic algorithms for the quadratic knapsack problem. In *Proceedings of the 7th annual conference on Genetic and evolutionary computation*, pages 607–614. ACM, 2005.
- [4] Zhen Yang, Guoqing Wang, and Feng Chu. An effective grasp and tabu search for the 0–1 quadratic knapsack problem. *Computers & Operations Research*, 40(5):1176–1185, 2013.
- [5] Dexuan Zou, Liqun Gao, Steven Li, and Jianhua Wu. Solving 0–1 knapsack problem by a novel global harmony search algorithm. *Applied Soft Computing*, 11(2):1556–1564, 2011.

Modelagem para a roteirização do processo de coleta e transporte dos resíduos sólidos urbanos

José Antonio Rodríguez Melquiades
Universidad Nacional de Trujillo – Departamento de informática
jrodriguez@unitru.edu.pe
Adelaida Pallavicini Fonseca
Universidade de Brasília - Programa de Pós-Graduação em Transportes
ixcanil@unb.br

RESUMO

A pesquisa revela uma preocupação dos governos com a destinação final dos resíduos sólidos urbanos (RSU) com o objetivo de preservar a saúde da população. Neste contexto surgiram medidas que viabilizem a coleta seletiva, reciclagem e reutilização. No entanto, se observa o não cumprimento das metas propostas devido à falta de uma boa estrutura organizacional, gerencial e operacional dos governos. Pode-se concluir que o maior problema está na falta de uma rede logística reversa amparada por um sistema de informação gerencial e de controle operacional, que integre os participantes que trabalham com RSU. Nesse sentido a pesquisa tem como objetivo modelar e planejar uma rede logística reversa, dimensionando o fluxo de RSU que será movimentado ao longo da rede das unidades produtivas para sua coleta, transporte e disposição final. Os resultados obtidos mostram ser possível a modelagem matemática desse problema e sua aplicação em regiões sem necessidade de grandes mudanças na proposta.

Palavras reservadas: Resíduos sólidos urbanos; rede logística reversa; modelagem matemática.

1. Introdução

Na medida em que as cidades iam crescendo, o próprio sistema urbano como um todo, ia ficando cada vez mais complexo e insuficiente para atender a forte demanda da população por serviços urbanos. As instituições responsáveis pela oferta desses serviços urbanos não têm conseguido acompanhar o ritmo de crescimento dessas demandas. Assim, maior problema tem sido a falta de um bom sistema de planejamento por parte dos governos locais que coordene e integre todas as atividades urbanas de forma a otimizar e racionalizar recursos.

Um exemplo claro desse problema é o serviço de transporte de pessoas e de carga que compartilham as mesmas vias e espaços em uma cidade. Dentro dos serviços de transporte de carga urbano tem-se o serviço de coleta e transporte dos resíduos sólidos urbanos (RSU). Sendo que este é mais crítico que o resto do serviço de transporte de carga urbano, já que lida com resíduos sólidos provenientes de várias fontes, tais como hospitais, indústrias, construção, comércios, residências, dentre outros, que podem causar sérios problemas de saúde a população e contaminação ao meio ambiente.

O problema de coleta e transporte dos RSU é um problema crítico na maioria das cidades brasileiras e peruanas, já que este serviço é feito de forma domiciliar. Os veículos coletores responsáveis percorrem uma a uma todas as vias da cidade para coletar os RSU depositados por cada residência. Estes são dispostos em contêineres grandes ou pequenos dependendo das características do bairro ou da cidade, ou senão em sacolas de plásticos. Não existe uma uniformização de como os RSU devem ser colocados nas calçadas ou nos outros espaços urbanos em espera de seu recolhimento.

Portanto, pode-se concluir que realmente existe uma necessidade de planejar e modelar uma rede logística reversa que atenda às necessidades de uma região urbana e que contribua com a adequada disposição dos resíduos urbanos para atenuar as consequências negativas dos RSU nas cidades. A partir dessa modelagem é possível estruturar o sistema organizacional, gerencial, operacional e de informação de toda a rede logística reversa, e todas as outras ações que foram elencadas acima.

2. Descrição do problema

A seguir é discutido o panorama atual dos resíduos em dois países da América do Sul

2.1. No Brasil

Os dados de Abrelpe (2014) mostraram que em 2012, o volume gerado foi de 201.058 t/dia de RSU, tendo um crescimento de 9,6 % com relação a 2008, quase 2,4 % por ano. No ano 2013, aproximadamente gerou-se 209.280 t/dia de RSU, representando um acréscimo de 4,1% com relação ao ano anterior, ou seja, o volume de RSU gerado por ano só vem aumentando. Com relação à coleta de RSU, 181.288 t/dia foram coletadas no ano 2012 e 189.219 t/dia no ano 2013 (Tabela 1). As regiões Sudeste, Sul e Centro-Oeste se mantiveram acima da média nacional.

Tabela 1 – Geração e coleta de RSU no Brasil

Região	Geração RSU (t./dia)		Coleta de RSU (t./dia)	
	2012	2013	2012	2013
Norte	13.754	15.169	11.585	12.178
Nordeste	51.689	53.465	40.021	41.820
Centro-Oeste	16.055	16.636	14.788	15.480
Sudeste	98.215	102.088	95.142	99.119
Sul	21.345	21.922	19.752	20.622
Total	201.058	209.280	181.288	189.219

Fonte: ABRELPE (2014)

Na Tabela 2, dados expressos por t/ano, são apresentados dados estatísticos dos últimos seis anos a respeito de geração, coleta e disposição final dos RSU. Observa-se que no ano 2013 a geração de RSU cresceu.

Tabela 2- Estatística da geração, coleta e destinos finais dos RSU

Ano	Geração de RSU (t./ano)	% de crescimento	RSU coletados (t./ano)	RSU não coletado (t./ano)	Destino final adequado (t./ano)	% destino final adequado	Destino final Inadequado (t./ano)
2008	52.933.296		46.550.088	6.383.208	25.493.520	54,8	21.056.568
2009	57.011.136	7,70	50.258.208	6.752.928	28.555.488	56,8	21.702.720
2010	60.868.080	6,77	54.157.896	6.710.184	31.194.948	57,6	22.962.948
2011	61.936.368	1,76	55.534.440	6.401.928	32.240.520	58,1	23.293.920
2012	62.730.096	1,28	56.561.856	6.168.240	32.794.632	58,0	23.767.224
2013	76.387.200	21,77	69.064.935	7.322.265	40.234.680	58,3	28.830.255

Fonte: ABRELPE (2010-2014).

2.2. No Perú

Atualmente, de acordo com o regulamento da Lei Geral de Resíduos Sólidos, todos os municípios devem registrar a quantidade de RSU gerado pela população, a quantidade de RSU que a prefeitura do município coleta, quanto desse RSU vai para os lixões e que quantidade está sendo reaproveitada.

Infelizmente esses dados não estão sendo levantados devidamente e em muitos casos não existem dados atualizados, principalmente nos municípios do interior do *Perú*. Isso deve-se a falta de recursos humanos para realizar essa atividade e basicamente a falta de estruturação de um sistema de informação gerencial que facilite o registro desses dados. Nas regiões mais desenvolvidas têm-se condições para levar os dados dos RSU como acontece com as cidades de Lima e Distrito de Trujillo. O Instituto Nacional de Estatística e Informática (INEI) no *Perú*, tem dificuldade de fornecer o histórico anual da quantidade total dos RSU gerados.

Na Tabela 3 mostram-se dados preocupantes com relação à boa destinação dos RSU. Isso confirma a falta de gestão dos RSU e falta de engajamento da população em programas educativos, como falta de gerenciamento para articular todas as ações em prol do benefício da comunidade e de seu meio ambiente.

Tabela 3 – Participação dos Municípios na disposição final de RSU por ano

Ano	Aterro sanitário	Lixão	Rio, lagoas ou mar	Incinerado	Aproveitado para reciclagem
2011	469	1229	67	354	295
2012	520	1243	66	384	363
2013	561	1230	71	351	413
2014	554	1239	53	307	442

Fonte: Anuário de estadísticas ambientales (2014)

Na pesquisa dos parágrafos acima mostram-se que o problema esta na falta de um sistema de logística reversa para a adequada coleta e transporte dos RSU para sua disposição final.

3. Método de solução

3.1. Processo da modelagem

O planejamento e modelagem do sistema de logística reversa de uma área urbana é uma fase importante e estratégica para obter no futuro, ótimos resultados no processo de gerenciamento e operação do sistema reverso de RSU. A modelagem permite determinar a localização de estações de coleta e de unidades especiais necessárias, assim como o fluxo que será movimentado ao longo da rede permitindo dimensionar todo o sistema e seus componentes.

Com a otimização do modelo de coleta de RSU pretende-se reorganizar o sistema reverso de uma cidade de forma a conseguir um melhor dimensionamento da rede, com a consequente diminuição do número de veículos que circulam na cidade.

Dos pontos de coleta nas zonas residenciais, os resíduos sólidos são levados para as estações de coleta e logo transportados até os centros de eliminação para sua disposição final ou para os centros de triagem para sua classificação. Desse último local, os RSU são transportados para as fábricas para sua reutilização ou aos centros de transformação para passarem por um tratamento adequado para que possam ser

reciclados e usados nas fábricas. Ainda, existe a possibilidade que neste último processo alguns resíduos sejam encaminhados para os centros de eliminação, como se mostra na Figura 1.

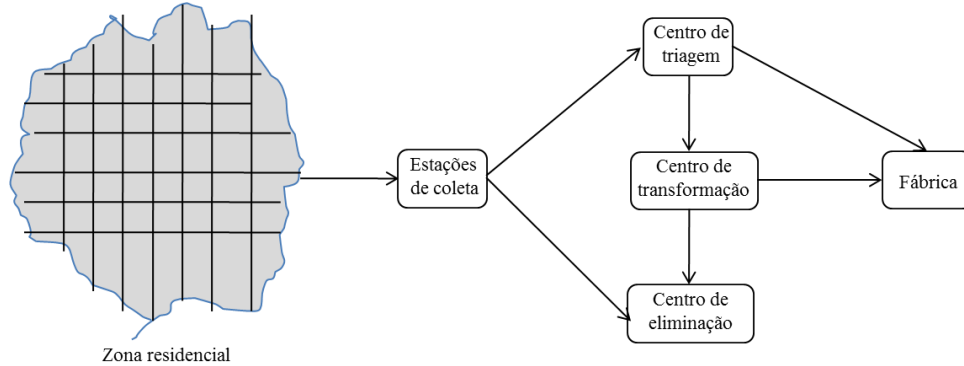


Figura 1: Proposta do caso
Fonte: Elaboração própria

3.1.1. Roteirização e seleção das estações de coleta

A primeira etapa do processo de modelagem da rede logística reversa consiste em formular o problema de roteirização e seleção das estações de coleta. Baseado no problema de roteirização e no modelo de Buhrkal *et al* (2012) formula-se um modelo, com janelas de tempo com o propósito de estabelecer períodos prefixados para a coleta de RSU nos pontos de coleta, que minimize o custo total obtido no processo de geração do melhor plano de roteirização, que atenda a demanda de todos os pontos de coleta e o transporte dos RSU coletados para as estações de coleta selecionadas.

Nesta pesquisa foi agregado um componente interessante nos modelos, que consiste em quantificar as emissões de CO₂ dos veículos alocados em uma rota, mostrando sua relevância. Esse elemento somado à função objetivo do modelo influencia no processo de roteirização e seleção das estações de coleta, já que na medida em que aumenta o valor da emissão de CO₂ pelo aumento do número de veículos circulando na rede viária, o modelo procura encontrar outra combinação que minimize os custos de transporte e de instalação das estações de coleta.

$$\text{Min } CT = \sum_{i,j=1;i \neq j}^{p'} \sum_{k=1}^{k'} c_{ij} x_{ijk} + \sum_{i,j=1;i \neq j}^{p'} \sum_{k=1}^{k'} cc \left(\frac{em_k}{q_k} \right) x_{ijk} + \sum_{ec=1}^n c_{fec} y_{ec}$$

c_{ij} : Custo unitário de transporte

c_{fec} : Custo fixo de instalação de uma estação de coleta $es \in EC$

x_{ijk} : Variável binária que assume valor 1 quando a rota (i, j) é realizadas pelo veículo k

y_{ec} : Variável binária que assume valor 1 se a estação de coleta foi selecionada

q_k : Capacidade de carga dos veículos $k \in K$ em ton.

c : Consumo de combustível em litros por km (l/km)

em_k : Quantidade de emissão de CO₂ gerada pelos veículos coletores $k \in K$ em quilogramas por litro (kg/l) de combustível.

3.1.2 Transporte dos RSU das estações de coleta selecionadas até os centros especializados

Apresenta-se um modelo que otimiza os custos de transporte dos RSU entre os diferentes centros especializados que compõem a rede logística reversa, conforme mostrado na Figura 1. Ao modelo tem a componente de quantificação de emissões de CO₂ produzidos pelos veículos no processo de transporte.

$$\begin{aligned}
 Min CT = & \sum_{ec,cd=1}^{n,n'} c_{ec,cd} x_{ec,cd} + \sum_{ec,e=1}^{n,e'} c1_{ec,e} x1_{ec,e} + \sum_{cd,f=1}^{n',f'} c2_{cd,f} x2_{cd,f} + \sum_{cd,ct=1}^{n',n''} c3_{cd,ct} x3_{cd,ct} \\
 & + \sum_{ct,f=1}^{n'',f'} c4_{ct,f} x4_{ct,f} + \sum_{ct,e=1}^{n'',e'} c5_{ct,e} x5_{ct,e} \\
 & + \sum_{k,i,j=1}^{k',m',m''} ff_{k,i,j} Y_{k,i,j} + \frac{\sum_{ec,cd=1}^{n,n'} \sum_{k=1}^{k'} cc \left(\frac{em_k}{q_k} \right) (Y_{k,ec,cd}) (Dist_{EC_CD})}{m}
 \end{aligned}$$

- $c_{ec,cd}$: Custo de transporte da ec para o cd em \$.
 $c1_{ec,e}$: Custo de transporte da ec para o e em \$.
 $c2_{cd,f}$: Custo de transporte da cd para a f em \$.
 $c3_{cd,ct}$: Custo de transporte do cd para o ct em \$.
 $c4_{ct,f}$: Custo de transporte do ct para a f em \$.
 $c5_{ct,e}$: Custo de transporte do ct para o e em \$.
 $ff_{k,i,j}$: Custo fixo dos veículos na rota (i, j) , onde $k \in K, i, j \in N$.
 $x_{ec,cd}$: Quantidade transportada de RSU da ec para o cd em toneladas.
 $x1_{ec,e}$: Quantidade transportada de RSU da ec para o e em toneladas.
 $x2_{cd,f}$: Quantidade transportada de RSU do cd para a f em toneladas.
 $x3_{cd,ct}$: Quantidade transportada de RSU do cd para o ct em toneladas.
 $x4_{ct,f}$: Quantidade transportada de RSU do ct para a f em toneladas.
 $x5_{ct,e}$: Quantidade transportada de RSU do ct para o e em toneladas.
 $Y_{k,i,j}$: Variável binária assume o valor 1 se o veículo for atribuído à rota (i, j) , onde $i, j \in N$. Caso contrário 0.
 $Dist_{EC_CD}$: Distância das estações de coleta ec para o cd centro de triagem.

3.2. Estudo de caso para o Distrito de Trujillo

Para aplicar e testar e validar os modelos propostos foram necessários fazer uma série de levantamento de informações e estudos complementares da Cidade de Trujillo

3.2.1 Aplicação do modelo de roteirização e seleção das estações de coleta nos subsetores La Merced e La Arboleda_San Eloy

A Figura 2 mostra a localização dos 37 pontos de coleta ($pc1, \dots, pc37$) propostos nestes subsetores, assim como os dados de geração de RSU. Considera-se que o tempo de atendimento em cada ponto de coleta é aproximadamente de 4 minutos e a janela de tempo proposta está no intervalo de 7:00 às 10:00 horas.



Figura 2 – Subsetor *La Merced_La Arboleda_San Eloy*
 Fonte: Google Earth, 2018

Os resultados mostram que é possível o atendimento dos pontos de coleta somente com um veículo coletor e uma estação de coleta. Pode-se observar da Figura 3 a rota que faz o veículo. Ele sai do ponto D0 e volta ao mesmo depois de visitar todos os pontos coletores.

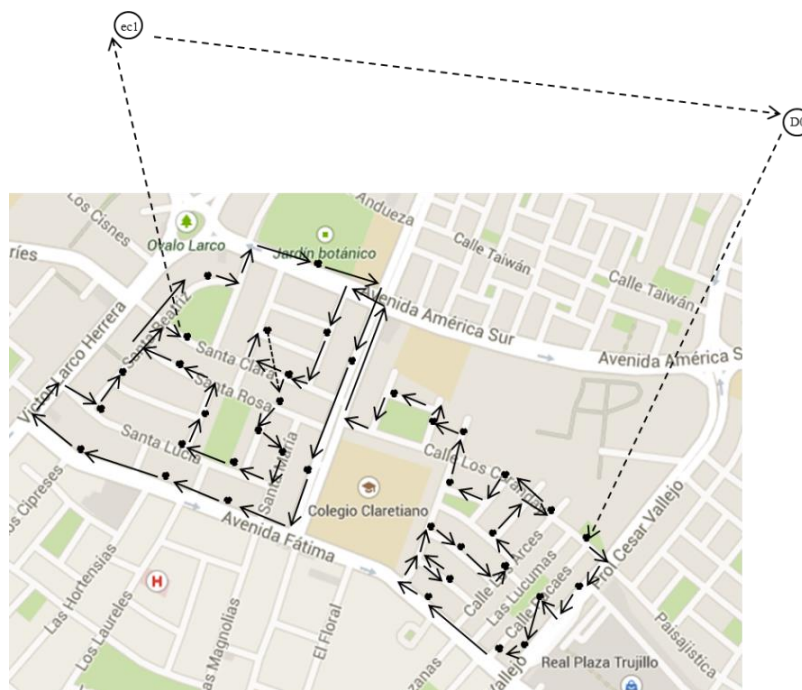


Figura 3 – Roteirização no Subsetor *La Merced_La Arboleda_San Eloy*
 Fonte: Resultados obtidos com o GLPK

3.2.2 Aplicação do modelo de transporte nos subsetores La Merced e La Arboleda_San Eloy

Realizada a coleta dos RSU passa-se à etapa para prosseguir com o processo logístico reverso. Baseado na localização dos centros especializados ou unidades produtivas propostas e considerando uma frota de veículos com capacidade de 14 toneladas é executado o programa computacional GLPK.

Os resultados gerados estão mostrados na Figura 4. Dos 2.977,54 kg de RSU coletados e alocados na *ec1*, 2.577,00 é transferido para o centro de triagem *cd1*, o restante, 400,54 kg é enviado para o *cd2*. Daqui têm-se duas alternativas, se os RSU estão higienizados e prontos para utilização como matéria prima, eles são encaminhados diretos para a única fábrica da rede. Caso contrário, eles são transferidos aos centros de transformação.

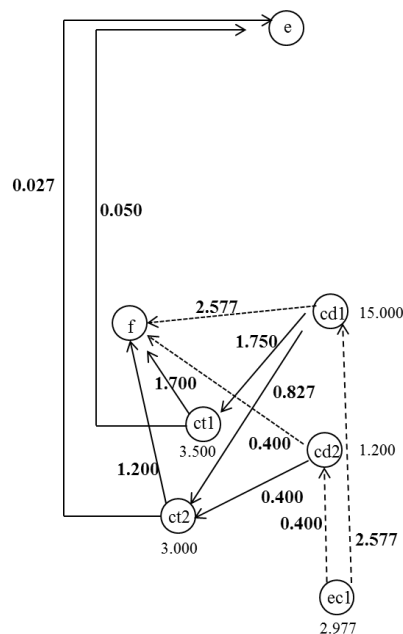


Figura 4 – Transporte de RSU para os centros especializados.
Nota: Os valores das unidades estão em decimais, notação em espanhol
Fonte: Resultados obtidos com o *GLPK*

4 Conclusões

A falta de quadros especializados, tanto nos governos centrais como locais, para realizar o planejamento e modelagem de uma rede logística reversa pode ser compensada com a contribuição de pesquisadores que atuam nesse campo de conhecimento. É muito difícil e dispendiosa a montagem de uma equipe que tenha toda a bagagem de conhecimento nas áreas da ciência da computação, de geoprocessamento, de modelagem matemática e de logística reversa, dentre outras.

Ficou demonstrado ao longo deste trabalho, é possível realizar a modelagem matemática desse tipo de problema com baixo investimento, assim como aplicá-lo em várias regiões, sem necessidade de grandes mudanças na modelagem proposta. A modelagem proposta calcula os fluxos na rede logística reversa, permitindo dimensionar a quantidade e capacidade das unidades produtivas e dos veículos.

No modelo de roteirização obtém-se como resultado o roteamento ótimo para o atendimento dos pontos de coleta e alocação apropriada das estações de coleta, de forma a facilitar o acesso de veículos e reduzir os custos de transporte e os conflitos com o fluxo de tráfego da rede viária da cidade em estudo, por meio da seleção das melhores rotas.

O modelo de transporte, mostra as quantidades de RSU coletadas das estações de coleta selecionadas que são transportadas para os centros especializados para seguir algum processo segundo seja o valor de tais resíduos. Uma contribuição adicional, foi a mensuração do CO₂ gerado pelos veículos coletores e de transporte.

Referências bibliográficas

1. Associação Brasileira de Empresas de Limpeza Pública e Resíduos – Especiais, ABRELPE. (2010). Panorama dos Resíduos Sólidos no Brasil 2009.
2. Associação Brasileira de Empresas de Limpeza Pública e Resíduos – Especiais, ABRELPE (2011). Panorama dos Resíduos Sólidos no Brasil 2010.
3. Associação Brasileira de Empresas de Limpeza Pública e Resíduos – Especiais, ABRELPE (2012). Panorama dos Resíduos Sólidos no Brasil 2011.
4. Associação Brasileira de Empresas de Limpeza Pública e Resíduos – Especiais, ABRELPE (2013). Panorama dos Resíduos Sólidos no Brasil 2012. Edição especial.
5. Associação Brasileira de Empresas de Limpeza Pública e Resíduos – Especiais, ABRELPE (2014). Panorama dos Resíduos Sólidos no Brasil 2013.
6. Buhrkal, K.; Larsen, A.; Ropke, S. (2012). The waste collection vehicle routing problem with time windows in a city logistics context. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, Elsevier.
7. Elwany, H.; Fors, N.; Harraz, N.; Galal, N. (2007). Reverse logistics network design: Review of models and solutions techniques. *Proceedings of the 37th International Conference on Computers and Industrial Engineering*, Alexandria, Egypt.
8. Instituto Nacional de Estadística e Informática - INEI. (2014). Perú: Anuario de Estadísticas-ambientales. Lima, Perú.
9. Leite, Paulo Roberto (2003). *Logística reversa: meio ambiente e competitividade*. Pearson Prentice Hall
10. Makhorin, A. (2008). *Modeling language GNU MathProg. Draft Edition for GLPK, Version 4.34*.
11. Plan Integral de Gestión Ambiental de Residuos Sólidos – PIGARS para la Provincia de Trujillo 2010-2020 (2009). Comisión Ambiental Municipal de Trujillo.

Método exato para o problema da diversidade máxima

Pablo Luiz Braga Soares

Universidade Federal do Ceará, Campus de Russas, Russas/CE, Brasil.

pablo.soares@ufc.br

Manoel Campêlo*

Universidade Federal do Ceará, Campus do Pici, Bloco 910, DEMA, Fortaleza/CE, Brasil.

mcampelo@lia.ufc.br

Daniel Nogueira Rebouças

Universidade Federal do Ceará, Campus de Russas, Russas/CE, Brasil.

danielnreboucas@hotmail.com

Resumo

Revisitamos uma formulação quadrática para o problema da diversidade máxima (MDP). Aplicamos a técnica da t -linearização e fortalecemos as restrições resultantes. Propomos novas regras para fixação de variáveis, também traduzidas como restrições válidas para o problema. A partir desses ingredientes, propomos um algoritmo exato para o MDP, baseado no método branch-and-bound. Resultados computacionais obtidos com instâncias da literatura mostram que o método proposto é capaz de resolver instâncias com até 125 elementos, sendo mais eficiente que o melhor algoritmo exato da literatura.

Keywords: Problema da Diversidade Máxima; t -Linearização; Lifting; Desigualdade válida.

1 Introdução

O problema da diversidade máxima (*Maximum Diversity Problem* – MDP) pertence a uma família de problemas de dispersão e diversidade, cujo objetivo é identificar, a partir de um conjunto V com n elementos, um subconjunto S com m ($m < n$) elementos, de tal forma que a distância entre os pares dos elementos em S seja máxima [11]. Genericamente, o MDP pode ser definido sobre um grafo não-direcionado $G = (V, E)$, ponderado em arestas, onde $V = \{1, \dots, n\}$ e $c_{ij} \in \mathbb{R}_+$ denota o peso da aresta (i, j) . Por simplicidade, consideramos $c_{ji} = c_{ij}$, e $c_{ij} = 0$ quando $(i, j) \notin E$. Formalmente, MDP pode ser formulado como um problema quadrático binário [6], da seguinte forma:

$$(F_1) \quad \max \left\{ \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n c_{ij} x_i x_j : \sum_{i=1}^n x_i = m, \quad x_i \in \{0, 1\}, \quad 1 \leq i \leq n \right\}, \quad (1)$$

onde a variável binária $x_i = 1$, se o vértice $i \in S$, e $x_i = 0$ se $i \in V \setminus S$. A restrição de cardinalidade $\sum_{i=1}^n x_i = m$ garante que uma solução viável x contém exatamente m vértices.

*Parcialmente financiado por CNPq 443747/2014-8, 305264/2016-8.

Sendo um problema NP-Difícil [6], a variedade dos métodos que têm sido propostos são divididos em duas principais categorias: algoritmos exatos e heurísticas. Na categoria dos algoritmos exatos, onde se enquadra nosso estudo, destacamos o trabalho de [7], que propôs um método exato baseado em um brand-and-bound com ramificação n -ária. Os autores também mostram propriedades usadas pelo método na obtenção de bons limites superiores.

A não-linearidade em problemas de programação inteira é normalmente tratada com técnicas que envolvem uma aproximação linear por partes [2, 5] ou a transformação da função não-linear em uma função polinomial, a seguir convertida em uma função linear de variáveis 0-1 [1, 4]. Na maioria das vezes, a não-linearidade em problemas de programação inteira aparece já na forma polinomial, sendo que um número significativo dos casos envolve apenas termos de segunda ordem [3].

Recentemente, a linearização proposta em [8], no contexto do Problema Quadrático da Mochila (PQM), tem sido usada para tratar outros problemas que possuem função objetivo quadrática [9, 10]. Essa linearização consiste basicamente de duas etapas. Primeiro, substitui-se o termo quadrático da função objetivo por uma variável real t , que é limitada superiormente pela expressão quadrática, com a inclusão de uma restrição adicional. Depois, essa restrição quadrática é substituída por um conjunto exponencial de restrições lineares, que definem os mesmos pontos inteiros.

Propomos nesse trabalho um algoritmo exato, branch-and-bound, para o MDP, composto por 3 elementos principais, que serão descritos nas próximas seções. Na Seção 2 mostramos como é feita a aplicação da t -linearização ao MDP. Na Seção 3, mostramos como fortalecer as desigualdades da t -linearização, usando a restrição de cardinalidade do MDP. Já na Seção 4, derivamos novas restrições válidas para o MDP, generalizando propriedades mostradas em [7]. Descrevemos o método proposto na Seção 5 e fechamos o artigo com um estudo computacional e as conclusões.

2 Aplicação da t -linearização ao MDP

Temos que F_1 equivale a $\max \left\{ t : t \leq \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n c_{ij} x_i x_j, \sum_{i=1}^n x_i = m, (x, t) \in \mathbb{B}^n \times \mathbb{R}_+ \right\}$, que denotamos $(F_1)_t$. Seja S_n o conjunto de todas as permutações de $\{1, \dots, n\}$. Note que

$$\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n c_{ij} x_i x_j = \sum_{i=1}^n \sum_{j=i}^{i-1} c_{ji} x_i x_j = \sum_{i=1}^n \sum_{j=i}^{i-1} c_{\pi(j)\pi(i)} x_{\pi(i)} x_{\pi(j)} \quad \forall \pi \in S_n$$

e, pelo teorema mostrado em [8], podemos reescrever F_1 como

$$(F_1)_t^\pi \quad \max \left\{ t : t \leq \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{i-1} c_{\pi(j)\pi(i)} x_{\pi(i)} \quad \forall \pi \in S_n, \sum_{i=1}^n x_i = m, (x, t) \in \mathbb{B}^n \times \mathbb{R}_+ \right\} \quad (2)$$

Mais ainda, a separação das restrições lineares que definem $(F_1)_t^\pi$ pode ser feita em tempo polinomial, como mostrado em [8]. A extensão desses resultados para coeficientes c_{ij} arbitrários pode ser encontrado em [9].

3 Fortalecimento das restrições da t -linearização

A presença da restrição de cardinalidade permite fortalecer as restrições da t -linearização. Sendo os pesos não-negativos, elas podem ser substituídas conforme o seguinte teorema, que se baseia na ideia apresentada em [8] para o problema quadrático da mochila.

Teorema 3.1. Para $i = 1, \dots, n$ e $\pi \in S_n$, seja $s_{\pi(i)}$ a soma dos $r := \min\{i - 1, m - 1\}$ maiores valores do conjunto $\{c_{\pi(j)\pi(i)} : j = 1, \dots, i - 1\}$. Então as desigualdades

$$t \leq \sum_{i=1}^n s_{\pi(i)} x_{\pi(i)}, \text{ para todo } \pi \in S_n, \quad (3)$$

são válidas para [\[2\]](#).

Demonstração. Sejam $(x, t) \in \mathbb{B}^n \times \mathbb{R}_+$ viável para $(F_1)_t$ e $\pi \in S_n$. Então

$$t \leq \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{i-1} c_{ji} x_i x_j = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{i-1} c_{\pi(j)\pi(i)} x_{\pi(i)} x_{\pi(j)} = \sum_{i=1}^n \left(\sum_{j=1}^{i-1} c_{\pi(j)\pi(i)} x_{\pi(j)} \right) x_{\pi(i)}$$

Como $x \in \mathbb{B}^n$ e $\sum_{i=1}^n x_{\pi(i)} = m$, $x_{\pi(i)} = 1$ implica $\sum_{j=1}^{i-1} x_{\pi(j)} \leq \min\{i - 1, m - 1\} = r$. Portanto, se $x_{\pi(i)} = 1$, temos que $\sum_{j=1}^{i-1} c_{\pi(j)\pi(i)} x_{\pi(j)} \leq s_{\pi(i)}$. Segue então que $t \leq \sum_{i=1}^n s_{\pi(i)} x_{\pi(i)}$. \square

4 Novas restrições válidas para MDP

Uma solução parcial $\bar{x} \in \mathbb{B}^n$ para MDP é o vetor de incidência de um subconjunto de k vértices de V , com $k \leq m$. Dado uma solução parcial \bar{x} , definimos

$$V_0(\bar{x}) = \{v \in V : \bar{x}_v = 0\}, \quad V_1(\bar{x}) = \{v \in V : \bar{x}_v = 1\} \text{ e } V_2(\bar{x}) = V \setminus (V_1(\bar{x}) \cup V_0(\bar{x})).$$

Uma solução parcial \hat{x} é descendente de outra solução parcial \bar{x} se $V_1(\hat{x}) \supseteq V_1(\bar{x})$ e $V_0(\hat{x}) \supseteq V_0(\bar{x})$. A solução parcial é completa quando $|V_1(\bar{x})| = m$, $|V_0(\bar{x})| = n - m$ e $V_2(\bar{x}) = \emptyset$. Partindo de uma solução parcial \bar{x} , podemos obter uma solução completa descendente, transferindo $m - |V_1(\bar{x})|$ elementos de $V_2(\bar{x})$ para $V_1(\bar{x})$ e os demais para $V_0(\bar{x})$. Nessa seção $d(a, b)$ representa o peso da aresta entre os vértices a e b , ou seja, $d(a, b) = c_{ab}$.

Seja $S(x) = \{s_1, s_2, \dots, s_m\}$ o conjunto de vértices selecionados em uma solução completa x . Podemos expressar a função objetivo de [\[1\]](#) em x como

$$f(x) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m d(s_i, s_j) = \sum_{j=1}^m d(s_j),$$

onde $d(s_i) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m d(s_i, s_j)$ representa a contribuição de s_i em $f(x)$. A partir dessa expressão, podemos introduzir o potencial máximo ($d_{max}(v)$) e mínimo ($d_{min}(v)$) que um vértice v pode contribuir para qualquer solução, da seguinte forma:

$$d_{min}(v) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{m-1} d(v, v_{\sigma(n-j)}), \quad d_{max}(v) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{m-1} d(v, v_{\sigma(j)}),$$

onde $d(v, v_{\sigma(1)}), d(v, v_{\sigma(2)}), \dots, d(v, v_{\sigma(n-1)})$ representa o peso das arestas que conectam v aos outros $n - 1$ vértices do grafo em ordem descendente. Observe que, a partir da definição acima, qualquer solução contendo o vértice v irá satisfazer as desigualdades

$$d_{min}(v) \leq d(v) \leq d_{max}(v), \quad (4)$$

mostradas e usadas por [\[7\]](#) para estabelecer a Proposição [4.1](#)

Proposição 4.1. *Dado uma solução ótima x e dois vértices $u, v \in V$, se $d_{max}(u) < d_{min}(v)$ e v não está selecionado na solução x , então u não pode ser selecionado em x .*

A Proposição 4.1 foi fortemente usada no desenvolvimento do algoritmo branch-and-bound proposto por [7]. Observe que podemos calcular melhores valores para d_{max} e d_{min} quando consideramos que alguns vértices já foram selecionados, ou seja, quando temos uma solução parcial \bar{x} . Dada uma solução parcial \bar{x} e $v \in V_2(\bar{x})$, denotemos por $V_2^{max}(\bar{x}, v)$ e $V_2^{min}(\bar{x}, v)$ os $m - |V_1(\bar{x})| - 1$ vértices de $V_2(\bar{x})$ com os maiores e menores valores $d(v, w)$, para $w \in V_2(\bar{x})$. A partir dessas definições, vamos introduzir o potencial máximo ($d_{max}(\bar{x}, v)$) e mínimo ($d_{min}(\bar{x}, v)$) que um vértice $v \in V_2(\bar{x})$ pode contribuir, caso seja selecionado para fazer parte da nova solução parcial \hat{x} que descende de \bar{x} .

$$d_{min}(\bar{x}, v) = \sum_{w \in V_1(\bar{x})} d(v, w) + \sum_{w \in V_2^{min}(\bar{x}, v)} d(v, w), \quad d_{max}(\bar{x}, v) = \sum_{w \in V_1(\bar{x})} d(v, w) + \sum_{w \in V_2^{max}(\bar{x}, v)} d(v, w).$$

Usando essas definições, derivamos propriedades para fixação de variáveis como a seguir.

Proposição 4.2. *Seja \bar{x} uma solução parcial e x^* uma melhor solução completa que descende de \bar{x} . Sejam $u, v \in V_2(\bar{x})$ tais que $d_{max}(\bar{x}, u) < d_{min}(\bar{x}, v)$. Se $x_v^* = 0$ então $x_u^* = 0$ (ou equivalentemente, Se $x_u^* = 1$ então $x_v^* = 1$).*

Demonstração. Suponha, por absurdo, que $x_v^* = 0$ e $x_u^* = 1$. Então $V_1(x^*) = V_1(\bar{x}) \cup \{u\} \cup W$, onde $W \subseteq V_2(\bar{x}) \setminus \{u, v\}$, $|W| = m - |V_1(\bar{x})| - 1$, e $v \notin V_1(x^*)$. Defina \hat{x} uma solução completa que também descende de \bar{x} tal que $V_1(\hat{x}) = V_1(\bar{x}) \cup \{v\} \cup W$. Seja $f(x^*)$ o valor da solução completa x^* e $f(\hat{x})$ o valor da solução completa \hat{x} . Temos que

$$\begin{aligned} f(x^*) - f(\hat{x}) &= \sum_{w \in V_1(\bar{x})} d(u, w) + \sum_{w \in W} d(u, w) - \left(\sum_{w \in V_1(\bar{x})} d(v, w) + \sum_{w \in W} d(v, w) \right) \\ &\leq d_{max}(\bar{x}, u) - d_{min}(\bar{x}, v) < 0 \end{aligned}$$

Temos um absurdo, pois x^* é ótimo. □

Podemos fortalecer a Proposição 4.2 como segue. Dados $u, v \in V_2(\bar{x})$, seja $V_{uv}(\bar{x})$ o conjunto com $m - |V_1(\bar{x})| - 1$ vértices $w \in V_2(\bar{x}) \setminus \{u, v\}$ com as maiores diferenças $[d(u, w) - d(v, w)]$ e defina

$$\delta_{uv}(\bar{x}) = \sum_{w \in V_1(\bar{x})} [d(u, w) - d(v, w)] + \sum_{w \in V_{uv}(\bar{x})} [d(u, w) - d(v, w)].$$

Proposição 4.3. *Seja \bar{x} uma solução parcial e x^* uma melhor solução completa que descende de \bar{x} . Sejam $u, v \in V_2(\bar{x})$ tais que $\delta_{uv}(\bar{x}) < 0$. Se $x_v^* = 0$ então $x_u^* = 0$.*

Demonstração. Suponha, por absurdo, que $x_v^* = 0$ e $x_u^* = 1$. Então $V_1(x^*) = V_1(\bar{x}) \cup \{u\} \cup W$, onde $W \subseteq V_2(\bar{x}) \setminus \{v, u\}$, $|W| = m - |V_1(\bar{x})| - 1$. Note que $v \notin V_1(\bar{x})$. Defina a solução completa \hat{x} , que também descende de \bar{x} , tal que $V_1(\hat{x}) = V_1(\bar{x}) \cup \{v\} \cup \{W\}$. Temos que

$$\begin{aligned} f(x^*) - f(\hat{x}) &= \sum_{w \in V_1(\bar{x}) \cup W} d(u, w) - \sum_{w \in V_1(\bar{x}) \cup W} d(v, w) = \sum_{w \in V_1(\bar{x}) \cup W} [d(u, w) - d(v, w)] \\ &\leq \sum_{w \in V_1(\bar{x}) \cup V_{uv}(\bar{x})} [d(u, w) - d(v, w)] = \delta_{uv}(\bar{x}) < 0 \end{aligned}$$

Temos um absurdo, pois x^* é ótimo. □

Alternativamente às proposições de podas, podemos usar tais critérios para definir desigualdades válidas, como veremos na Proposição (4.4). Dados uma solução parcial \bar{x} e $u, v \in V_2(\bar{x})$, definimos:

$$\delta_{uv}^1(\bar{x}) = \sum_{w \in V_1(\bar{x})} [d(u, w) - d(v, w)],$$

$$M_{uv}^c(\bar{x}) = \text{soma dos } m - |V_1(\bar{x})| \text{ menores valores } \{d(u, w) - d(v, w) : w \in V_2(\bar{x}) \setminus \{u, v\}\},$$

$$M_{uv}^b(\bar{x}) = \text{soma dos } m - |V_1(\bar{x})| - 1 \text{ menores valores } \{d(u, w) - d(v, w) : w \in V_2(\bar{x}) \setminus \{u, v\}\},$$

$$M_{uv}^a(\bar{x}) = \text{soma dos } m - |V_1(\bar{x})| - 2 \text{ menores valores } \{d(u, w) - d(v, w) : w \in V_2(\bar{x}) \setminus \{u, v\}\},$$

$$M_{uv}(\bar{x}) = \min\{\delta_{uv}^1(\bar{x}) + M_{uv}^a(\bar{x}), \delta_{uv}^1(\bar{x})/2 + M_{uv}^b(\bar{x})/2, \delta_{uv}^1(\bar{x}) + M_{uv}^c(\bar{x})\}.$$

Proposição 4.4. *Sejam \bar{x} uma solução parcial e $u, v \in V_2(\bar{x})$. A desigualdade $\delta_{uv}(x, \bar{x}) \geq M_{uv}(\bar{x})(1 - x_u + x_v)$ é válida para as soluções completas de melhor valor que descendem de \bar{x} , onde*

$$\delta_{uv}(x, \bar{x}) = \sum_{w \in V_1(\bar{x})} [d(u, w) - d(v, w)] + \sum_{w \in V_2(\bar{x}) \setminus \{u, v\}} [d(u, w) - d(v, w)]x_w.$$

Demonstração. Seja x uma solução de melhor valor descendente de \bar{x} . Considere os seguintes casos:

- 1) $x_u = 0, x_v = 0$: $\delta_{uv}(x, \bar{x}) \geq \delta_{uv}^1(\bar{x}) + M_{uv}^c(\bar{x}) \geq M_{uv}(\bar{x}) = M_{uv}(\bar{x})(1 - x_u + x_v)$;
- 2) $x_u = x_v = 1$: $\delta_{uv}(x, \bar{x}) \geq \delta_{uv}^1(\bar{x}) + M_{uv}^a(\bar{x}) \geq M_{uv}(\bar{x}) = M_{uv}(\bar{x})(1 - x_u + x_v)$;
- 3) $x_u = 0, x_v = 1$: $\delta_{uv}(x, \bar{x}) \geq \delta_{uv}^1(\bar{x}) + M_{uv}^b(\bar{x}) \geq 2M_{uv}(\bar{x}) = M_{uv}(\bar{x})(1 - x_u + x_v)$.
- 4) $x_u = 1, x_v = 0$: Obtenha solução completa \hat{x} , que também descende de \bar{x} , tal que $V_1(\hat{x}) = (V_1(\bar{x}) \setminus \{u\}) \cup \{v\}$. Note que $V_1(\hat{x}) \setminus \{u\} = V_1(\bar{x}) \cup \{w \in V_2(\bar{x}) \setminus \{u, v\} : x_w = 1\}$. Temos que $f(x) \geq f(\hat{x})$ e, portanto,

$$\begin{aligned} 0 \leq f(x) - f(\hat{x}) &= \sum_{w \in V_1(\hat{x}) \setminus \{u\}} d(u, w) - \sum_{w \in V_1(\hat{x}) \setminus \{u\}} d(v, w) \\ &= \sum_{w \in V_1(\bar{x})} [d(u, w) - d(v, w)] + \sum_{w \in V_2(\bar{x}) \setminus \{u, v\}} [d(u, w) - d(v, w)]x_w = \delta_{uv}(x, \bar{x}) \end{aligned}$$

Logo, $\delta_{uv}(x, \bar{x}) \geq M_{uv}(\bar{x})(1 - x_u + x_v) = 0$. □

5 O algoritmo *branch and bound*

O método exato aqui proposto para o MDP compõe-se de 4 procedimentos principais:

- 1– Conversão de F_1 em $(F_1)_t^\pi$;
- 2– Separação das restrições de $(F_1)_t^\pi$ conforme procedimento descrito em [8], e fortalecimento da restrição violada segundo Teorema [3.1];
- 3– Obtenção de uma solução viável x_h (limite inferior) através de uma heurística gulosa, e aplicação do procedimento de separação em x_h , para gerar a primeira restrição fortalecida;
- 4– Adição à $(F_1)_t^\pi$ das desigualdades válidas $\delta_{uv}(x, \bar{x}) \geq M_{uv}(\bar{x})(1 - x_u + x_v)$, para $\bar{x} = \mathbf{0}$, obtendo assim o modelo $(BB)_t^\pi$:

O modelo $(BB)_t^\pi$ é resolvido pelo algoritmo *branch and bound* padrão. É importante destacar que o procedimento de separação é usado dentro do *branch and bound* sempre que uma solução inteira é encontrada, ou seja, as restrições da t-linearização são usadas como *lazy constraints*.

$$\begin{aligned}
(BB)_t^\pi \quad & \max \quad t \\
\text{s.a} \quad & t \leq \sum_{i=1}^n s_{\pi(i)} x_{\pi(i)} \quad \forall \pi \in S_n, \\
& \sum_{w \in V \setminus \{u,v\}} [d(u,w) - d(v,w)] x_w \geq M_{uv}(\mathbf{0})(1 - x_u + x_v) \quad \forall (u,v) \text{ e } \forall (v,u), \\
& \sum_{i=1}^n x_i = m, \quad (x,t) \in \mathbb{B}^n \times \mathbb{R}_+.
\end{aligned}$$

6 Experimentos Computacionais

Nessa seção, comparamos o desempenho do nosso *branch and bound*, denominado aqui de $(BB)_t^\pi$, com o *branch and bound* apresentando por [7], denominado aqui por *BBmax*. Utilizamos a mesma máquina para melhor comparação entre os métodos: processador Intel[®] Core[™] i5 – 4570 com 3.20 GHz, 16 GB RAM e sistema operacional Ubuntu 16.04 LTS. Para implementar o $(BB)_t^\pi$, assim como o *BBmax*, usamos o Ambiente de Desenvolvimento Integrado (IDE - Integrated Development Environment) *Code::Blocks* e linguagem C++.

Algumas observações merecem ser feitas com respeito à implementação de *BBmax*. Infelizmente, os autores não mais dispunham do código original que pudesse ser executado agora. Sendo assim, a implementação aqui testada é nossa. A eficiência do *BBmax* é bastante influenciada pela escolha das estruturas de dados utilizada para armazenar a árvore de enumeração e manter informações necessárias ao longo do processo. Observe que *BBmax* não faz uso de um solver, como é o caso do $(BB)_t^\pi$, que emprega o software comercial IBM/ILOG CPLEX 12.7 para a resolução dos subproblemas gerados pela t -linearização.

Para essa comparação, utilizamos um conjunto de instâncias denominado *Glover2*, disponível em www.opticom.es/mdp. O conjunto é constituído de 50 instâncias, sendo 5 instâncias para cada par (n, m) , onde $n \in \{25, 50, 100, 125, 150\}$ e $m = 0.1n, 0.3n$. Utilizamos três parâmetros de medição: o melhor limite inferior obtido por cada um dos métodos (*BBmax* e $(BB)_t^\pi$), LoWeRB; a prova de otimalidade #Opt, ou seja, se o método conseguiu encontrar a solução ótima; e o tempo CPU em segundos, sendo esse último parâmetro limitando a 3600 segundos de execução em cada instância.

A Tabela 1 mostra, a partir da linha 3, o contraste entre os desempenhos dos dois métodos, onde destacamos em negrito os melhores resultados para cada instância. A coluna MelhorSol está preenchida com a melhor solução encontrada entre os dois métodos. Podemos ver que o nosso método conseguiu provar a otimalidade em 68%(34 de 50) das instâncias testadas, enquanto que o *BBmax* o conseguiu em 52%(26 de 50). É importante destacar também que os tempos de computação de $(BB)_t^\pi$ são inferiores em quase todas as instâncias. Vale notar que alguns tempos de execução são um pouco maior que 3600s pelo fato de o CPLEX contabilizar o tempo apenas a cada término de iteração.

7 Conclusão

Nesse trabalho, avançamos um passo à cerca do conhecimento do problema da diversidade máxima (MDP). Desenvolvemos um método baseado em um *branch and bound* que calcula soluções exatas para o problema. O método proposto é composto de três elementos principais: aplicamos a t -linearização à formulação quadrática do MDP, mostramos como gerar restrições fortalecidas devido

à natureza do problema, e introduzimos novas restrições válidas, que foram desenvolvidas com base em propriedades de poda do problema.

Os experimentos computacionais indicam que nosso método é capaz de resolver, de forma ótima, instâncias de tamanho moderado(até 125 vértices). Comparamos nosso método com uma implementação nossa do melhor método exato proposto na literatura, ou seja, o branch and bound desenvolvido por [7]. Os resultados favorecem o método aqui proposto. No entanto, podemos notar que nenhum dos dois conseguiu resolver de forma ótima instâncias de tamanhos maiores. Vale destacar que nosso método usa fortemente o CPLEX, enquanto o BB_{max} não possui essa dependência e seu desempenho computacional é mais influenciado pela implementação adotada. Mesmo considerando que uma implementação mais cuidadosa possa reduzir seu tempo computacional, a diferença observada em nossos experimentos parece manter a vantagem para o novo método.

O valor de nosso trabalho reside na inovação dos três elementos propostos, corroborados pelo desenvolvimento teórico apresentado e pelos resultados práticos que se mostraram competitivos na aplicação desses elementos, o que possibilita futuras explorações nessa mesma direção.

Referências

- [1] Egon Balas. Extension de l’algorithme additif à la programmation en nombres entiers et à la programmation non linéaire. *Comptes Rendus Hebdomadaires des Seances de L’Academie des Sciences*, 258(21):5136, 1964.
- [2] George B Dantzig. Linear programming and extensions, 1963.
- [3] Fred Glover. Improved linear integer programming formulations of nonlinear integer problems. *Management Science*, 22(4):455–460, 1975.
- [4] Peter L Hammer and S. Rudeanu. Boolean methods in operations research, 1968.
- [5] Te C Hu. Integer programming and network flows. Technical report, DTIC Document, 1969.
- [6] Ching-Chung Kuo, Fred Glover, and Krishna S Dhir. Analyzing and modeling the maximum diversity problem by zero-one programming. *Decision Sciences*, 24(6):1171–1185, 1993.
- [7] Rafael Martí, Micael Gallego, and Abraham Duarte. A branch and bound algorithm for the maximum diversity problem. *European Journal of Operational Research*, 200(1):36–44, 2010.
- [8] Carlos Diego Rodrigues, Dominique Quadri, Philippe Michelon, and Serigne Gueye. 0-1 quadratic knapsack problems: an exact approach based on a t-linearization. *SIAM Journal on Optimization*, 22(4):1449–1468, 2012.
- [9] Pablo Soares, Manoel Campêlo, Carlos Diego Rodrigues, and Philippe Michelon. t-linearização de funções quadráticas de variáveis binárias. *Anais do XLIX SBPO*, pages 2569–2580, 2017.
- [10] Pablo Soares and Manoel Campêlo. Limite superior para o problema da diversidade máxima. In *CSBC 2018 - 3º ETC*, jul 2018.

- [11] Yangming Zhou, Jin-Kao Hao, and Béatrice Duval. Opposition-based memetic search for the maximum diversity problem. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 21(5):731–745, 2017.

Tabela 1: Resultados com as instâncias *Glover2* obtidos pelos métodos *BBmax* e $(BB)_t^\pi$

<i>Glover2</i>		<i>BBmax</i>			$(BB)_t^\pi$		
(n, m)	MelhorSol	LoWeRB	CPU(s)	#Opt	LoWeRB	CPU(s)	#Opt
(25, 2)	121.249	121.249	0.00	Sim	121.249	0.06	Sim
	247.396	247.396	0.00	Sim	247.396	0.08	Sim
	131.361	131.361	0.00	Sim	131.361	0.07	Sim
	215.298	215.298	0.00	Sim	215.298	0.09	Sim
	254.721	254.721	0.00	Sim	254.721	0.07	Sim
(25, 7)	4165.534	4165.534	0.02	Sim	4165.534	0.14	Sim
	4285.734	4285.734	0.02	Sim	4285.734	0.17	Sim
	3873.512	3873.512	0.04	Sim	3873.512	0.15	Sim
	1813.782	1813.782	0.02	Sim	1813.782	0.12	Sim
	3418.310	3418.310	0.02	Sim	3418.310	0.15	Sim
(50, 5)	1795.206	1795.206	0.1	Sim	1795.206	4.90	Sim
	2182.365	2182.365	0.03	Sim	2182.365	2.22	Sim
	1365.702	1365.702	0.08	Sim	1365.702	2.55	Sim
	1291.361	1291.361	0.09	Sim	1291.361	1.81	Sim
	1890.258	1890.258	0.05	Sim	1890.258	3.62	Sim
(50, 15)	10852.354	10852.354	304.85	Sim	10852.354	5.10	Sim
	7659.776	7659.776	2304.34	Sim	7659.776	3.73	Sim
	13862.297	13862.297	220.24	Sim	13862.297	11.15	Sim
	14406.562	14406.562	369.90	Sim	14406.562	8.63	Sim
	14352.365	14352.365	503.35	Sim	14352.365	24.54	Sim
(100, 10)	5402.307	5402.307	532.90	Sim	5402.307	124.87	Sim
	8068.118	8068.118	151.92	Sim	8068.118	580.86	Sim
	5543.700	5543.700	1487.71	Sim	5543.700	305.60	Sim
	9480.842	9480.842	469.02	Sim	9480.842	992.45	Sim
	7711.022	7711.022	246.63	Sim	7711.022	515.37	Sim
(100, 30)	47683.494	47683.494	3600	Não	47683.494	456.02	Sim
	42690.596	42690.596	3600	Não	42690.596	767.46	Sim
	92960.153	92960.153	3600	Não	92960.153	251.19	Sim
	81921.723	81921.723	3600	Não	81921.723	1363.04	Sim
	53634.549	53634.549	3600	Não	53634.549	776.16	Sim
(125, 12)	5393.845	5393.845	3600	Não	5393.845	109.49	Sim
	12668.437	12659.353	3600	Não	12665.908	3809.35	Não
	8021.785	8021.785	3600	Não	8021.785	1011.08	Sim
	13328.914	13328.914	749.30	Sim	13328.914	1687.8	Sim
	7125.345	7125.345	3600	Não	7125.345	1834.59	Sim
(125, 37)	111485.584	111478.251	3600	Não	111485.584	3694.28	Não
	129434.479	129434.479	3600	Não	129434.479	3620.49	Não
	89474.979	89474.979	3600	Não	89474.979	3605.08	Não
	97638.684	97638.684	3600	Não	97638.684	3605.10	Não
	120923.326	120923.326	3600	Não	120923.326	3642.08	Não
(150, 15)	22674.921	22674.921	3600	Não	22674.921	3676.78	Não
	14419.886	14419.886	3600	Não	14419.886	3702.95	Não
	12908.482	12900.75	3600	Não	12908.883	3681.58	Não
	16344.653	16344.653	3600	Não	16344.653	3703.39	Não
	16665.049	16665.049	3600	Não	16665.049	3704.89	Não
(150, 45)	160263.199	160263.199	3600	Não	160263.199	3604.44	Não
	198323.556	198323.556	3600	Não	198323.556	3604.56	Não
	136023.331	136020.509	3600	Não	136023.331	3603.04	Não
	199702.546	199702.546	3600	Não	199702.546	3603.09	Não
	145685.389	145685.389	3600	Não	145685.389	3607.15	Não

Alguns experimentos com um modelo de programação matemática para o problema de localização-roteamento em dois níveis com janelas de tempo e múltiplos entregadores

Vitória Pureza
Universidade Federal de São Carlos
Departamento de Engenharia de Produção
vpureza@dep.ufscar.br

Juan Sebastián Poveda Gulfo
Universidade Federal de São Carlos
Departamento de Engenharia de Produção
juanpovedag@gmail.com

Resumo

O problema de localização-roteamento em dois níveis com janelas de tempo e múltiplos entregadores é um complexo problema logístico que surge em atividades reais de distribuição de grandes volumes de produtos, notadamente em cidades de médio e grande porte. Devido às dificuldades de circulação e estacionamento veicular, a distribuição é realizada em dois níveis: no primeiro nível, os veículos se deslocam entre agrupamentos de clientes próximos, e no segundo nível, o motorista e seus ajudantes se deslocam a pé entre os clientes de um mesmo agrupamento a partir do local de parada do veículo. Neste trabalho é descrito um modelo de programação matemática para o problema. São também reportados resultados com exemplos gerados a partir de instâncias de um problema correlato e com base em dados reais de uma empresa distribuidora brasileira.

Palavras-chave: Localização, Roteamento multi-nível, Múltiplos entregadores, Logística urbana, Programação matemática.

1 Introdução

O problema de localização-roteamento em dois níveis com janelas de tempo e múltiplos entregadores (*Two-echelon location-routing problem with time windows and multiple deliverymen* – 2E-LRPTWMD) pode ser visto como uma variante do clássico problema de roteamento de veículos com janelas de tempo, e que procura representar operações de entrega de grandes volumes de produtos em regiões centrais de cidades de médio a grande porte. Devido às dificuldades de circulação e de estacionamento inerentes a esses ambientes, cada veículo se desloca entre agrupamentos de clientes próximos entre si (*clusters*), enquanto a entrega dos produtos aos clientes de cada *cluster* é realizada a pé pelo motorista (e possivelmente alguns ajudantes) a partir do local de parada do veículo (Figura 1). Exemplos típicos de empresas que fazem uso desta prática são as distribuidoras de refrigerantes, cervejas e cigarros, cujos clientes em sua maioria consistem de pontos de venda concentrados em “bolsões” de áreas comerciais.

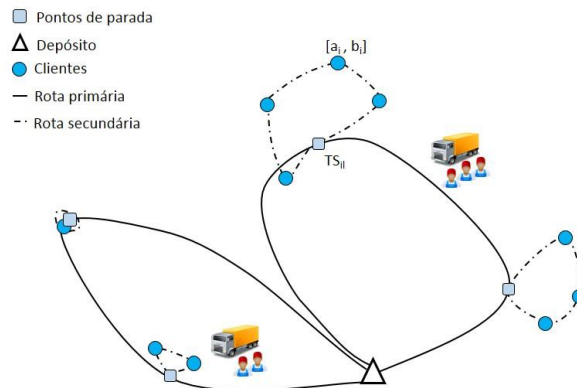


Figura 1: Uma representação gráfica do 2E-LRPTWMD.

O uso de múltiplos entregadores na operação tem como objetivo a redução do tempo de serviço nos *clusters* (Souza Neto e Pureza, 2016), permitindo o aumento do número de clientes atendidos durante a jornada de trabalho diária. Na grande maioria dos artigos nesse tema (Pureza, Morabito e Reimann, 2012; De Grancy, 2015; De Grancy e Reimann, 2016; Munari e Morabito, 2016; Álvarez e Munari, 2017) pressupõe-se que os pontos de parada e o subconjunto de clientes em cada *cluster* tenham sido decididos previamente, estando o roteamento limitado ao primeiro nível.

Na presente pesquisa, as decisões do segundo nível são incorporadas. Mais especificamente, o 2E-LRPTWMD visa obter a localização, o roteamento e a programação de pontos de parada dos veículos, o número de entregadores em cada veículo, assim como a designação, o roteamento e a programação do subconjunto de clientes servidos pelos entregadores a partir dos pontos de parada selecionados. Estas decisões devem ser tomadas de maneira a minimizar o custo total de atendimento de todas as demandas. Com vistas à representação e tratamento do problema, propõe-se um modelo de programação matemática para a situação em que o segundo nível de roteamento consiste de uma única rota por *cluster*, seguindo-se a resultados de experimentos com exemplos gerados a partir de instâncias clássicas do problema de roteamento de veículos com janelas de tempo e com base em dados reais.

2 Descrição e formulação do problema

O 2E-LRPTWMD consiste em definir rotas primárias para uma frota de veículos homogênea de tamanho ilimitado que parte e retorna a um depósito central, assim como rotas secundárias para a tripulação dos veículos, composta por motoristas e ajudantes (Figura 1). As rotas primárias visitam um subconjunto de pontos de parada de veículos enquanto as rotas secundárias visitam clientes com demandas por produtos conhecidas, partindo e retornando aos pontos de parada visitados nas rotas primárias. No máximo uma única rota secundária emerge de cada ponto de parada. Ressalta-se que veículos e tripulação têm velocidades distintas de deslocamento.

Os locais de parada dos veículos consistem em um subconjunto de pontos cujas localizações são idênticas às dos clientes, ou seja, assume-se que os locais de parada sejam sempre em frente a algum cliente. Em cada rota primária, a carga total transportada não deve exceder a capacidade do veículo. O número de entregadores disponíveis é ilimitado, porém o tamanho da tripulação de cada veículo está restrito à capacidade da cabine. Em cada rota secundária, a demanda total do *cluster* servido não deve exceder a capacidade de transporte da tripulação, e a distância radial entre o ponto de parada e cada cliente do *cluster* não deve exceder um valor máximo. O tempo de rota está limitado à jornada de trabalho da tripulação, e janelas de tempo para início do serviço podem incorrer em um ou mais clientes.

Deseja-se obter os pontos de parada e *clusters* de clientes associados, o roteamento/programação das visitas,

e os tamanhos de tripulação em cada veículo utilizado, de maneira que todos os clientes sejam atendidos, e que a solução resultante minimize o custo total da operação. O custo total é função do número de veículos utilizados, do número de pontos de parada visitados, do tempo total de rota e do número de entregadores utilizados. O número de pontos de parada visitados é um custo fictício que traduz a inconveniência de paradas dos veículos devido às dificuldades de circulação e estacionamento, estimulando o agrupamento de clientes, e conseqüente deslocamento dos entregadores em detrimento ao deslocamento dos veículos.

Seja $D = \{0\}$, o conjunto unitário correspondente ao depósito, $C = \{1, 2, \dots, n\}$ o conjunto de clientes a serem visitados, $S = \{n + 1, n + 2, \dots\}$ o conjunto de pontos de paradas disponíveis e correspondentes a uma cópia do conjunto C excluídas as cópias em que a parada de veículos não é possível, e $V = D \cup S \cup C$. Seja também A_1 o conjunto de arcos direcionados entre cada par $i, j \in D \cup S$ e A_2 o conjunto de arcos direcionados entre cada par $i, j \in S \cup C$. O problema pode ser representado pelos grafos conexos $G_1 = \{D \cup S, A_1\}$ e $G_2 = \{S \cup C, A_2\}$. Ou seja, o conjunto A_1 corresponde aos arcos que podem ser percorridos somente por veículos (rotas primárias, envolvendo o depósito e pontos de parada) e o conjunto A_2 corresponde aos arcos que podem ser percorridos somente por entregadores (rotas secundárias, envolvendo pontos de parada e clientes). A cada arco $(i, j) \in A_1$ há uma distância associada e correspondente ao comprimento do caminho mais curto entre i e j , considerando a malha viária em questão. Dado que o deslocamento dos entregadores não sofre as restrições da malha viária enfrentadas pelos veículos, o comprimento do arco $(i, j) \in A_2$ corresponde à distância euclidiana entre i e j .

Para cada nó $i \in C$ há uma demanda associada pelo produto e tempos de serviço, os quais são função do número de entregadores empregados (se o número de entregadores é l , diz-se que o veículo viaja em modo l). Por simplicidade, considera-se que tempos de serviço com mais de um entregador são obtidos dividindo-se o tempo com um entregador pelo número de entregadores. Adicionalmente, associa-se uma janela de tempo a cada nó $i \in V$; se $i = D$, os limites das janelas são iguais aos instantes de abertura e fechamento do depósito, enquanto para $i \in C$, os limites indicam o intervalo de tempo em que o serviço em i deve ser necessariamente iniciado.

Seja a seguinte notação:

Variáveis de decisão

$x_{ijl} = 1$ se um veículo percorre o arco $i - j$ em uma rota primária no modo l ; 0, caso contrário

$xs_{ijkl} = 1$ se a tripulação percorre o arco $i - j$ na rota secundária que se inicia no ponto de parada k no modo l ; 0, caso contrário

$H_{ik} = 1$ se o cliente i é designado ao *cluster* servido a partir do ponto de parada k ; 0, caso contrário

T_{il} : instante em que o veículo chega ao nó i no modo l

TF_{kl} : instante em que a tripulação do veículo que visita o ponto de parada k em modo l retorna a k após a finalização da rota secundária

TSx_{kl} : tempo de serviço no *cluster* servido a partir do ponto de parada k no modo l

Y_{il} : carga no veículo após servir o ponto de parada i em uma rota primária no modo l

QA_i : demanda do *cluster* servido a partir do ponto de parada i

Parâmetros

C_1 : custo fixo de um veículo da frota

C_2 : custo de uma unidade de tempo de deslocamento de um veículo da frota

C_3 : custo de uma parada de veículo

C_4 : custo de um entregador

ca_{ij} : distância entre i e j , $(i, j) \in A_1$, percorrida por veículos da frota

cb_{ij} : distância entre i e j , $(i, j) \in A_2$, percorrida por equipes de entregadores

v_1 : velocidade de deslocamento de veículos da frota

v_2 : velocidade de deslocamento de equipes de entregadores

$tv1_{ij}$: tempo de viagem entre i e j , $(i, j) \in A_1$, de veículos da frota

$tv2_{ij}$: tempo de viagem entre i e j , $(i, j) \in A_2$, de equipes de entregadores

Q_i : demanda de $i \in C$

QD_l : capacidade de carga de uma equipe de entregadores no modo l

QT : capacidade de carga de um veículo da frota

TS_{il} : tempo de serviço de $i \in C$ no modo l

$[a_i, b_i]$: janela de tempo em $i \in V$

$maxdist$: distância radial máxima entre um ponto de parada e um cliente do *cluster* associado

$M_{ikl}^1 = b_i + TS_{il} + tv1_{ij} - a_j$ se $b_i + TS_{il} + tv1_{ij} - a_j \geq 0$; 0 caso contrário

$M_{ikl}^2 = b_i + TS_{il} + tv2_{ij} - a_j$ se $b_i + TS_{il} + tv2_{ij} - a_j \geq 0$; 0 caso contrário

O problema é formulado como um modelo de programação inteira mista, conforme descrito a seguir. Considera-se também que algumas variáveis são previamente fixadas. Por exemplo, fixa-se $x_{ijl} = 0$ se $i = j$ ou $x_{s_{ijkl}} = 0$ se $k \notin S$, dentre outras condições.

$$\begin{aligned} \text{Min } f = & C_1 \sum_{j \in S} \sum_{l \in L} x_{0jl} + C_2 \sum_{i \in DUS} \sum_{\substack{j \in DUS \\ j \neq i}} \sum_{l \in L} C a_{ij} \frac{x_{ijl}}{v_1} + C_3 \sum_{i \in DUS} \sum_{\substack{j \in S \\ j \neq i}} \sum_{l \in L} x_{ijl} \\ & + C_4 \sum_{j \in S} (1x_{0j1} + 2x_{0j2} + 3x_{0j3}) \end{aligned} \quad (1)$$

$$\sum_{i \in DUS} \sum_{\substack{l \in L \\ i \neq j}} x_{ijl} \leq 1 \quad \forall j \in S \quad (2)$$

$$\sum_{j \in DUS} \sum_{\substack{l \in L \\ j \neq i}} x_{ijl} \leq 1 \quad \forall i \in S \quad (3)$$

$$\sum_{\substack{j \in DUS \\ j \neq i}} x_{jil} = \sum_{\substack{j \in DUS \\ j \neq i}} x_{ijl} \quad \forall i \in S, \forall l \in L \quad (4)$$

$$x_{S_{k}jkl} \leq \sum_{\substack{i \in DUS \\ i \neq k}} x_{ikl} \quad \forall k \in S, \forall j \in C, \forall l \in L \quad (5)$$

$$\sum_{j \in C} x_{S_{k}jkl} \geq \sum_{\substack{i \in DUS \\ i \neq k}} x_{ikl} \quad \forall k \in S, \forall l \in L \quad (6)$$

$$\sum_{\substack{i \in SUC \\ i \neq j}} \sum_{k \in S} \sum_{l \in L} x_{S_{ijkl}} = 1 \quad \forall j \in C \quad (7)$$

$$\sum_{\substack{j \in SUC \\ j \neq i}} \sum_{k \in S} \sum_{l \in L} x_{S_{ijkl}} = 1 \quad \forall i \in C \quad (8)$$

$$\sum_{j \in C} x_{S_{k}jkl} = \sum_{j \in C} x_{S_{j}kkl} \quad \forall k \in S, \forall l \in L \quad (9)$$

$$\sum_{\substack{j \in C \\ \text{or } j=k}} xS_{jikl} = \sum_{\substack{j \in C \\ \text{or } j=k}} xS_{ijkl} \quad \forall i \in C, \forall k \in S, \forall l \in L \quad (10)$$

$$\sum_{j \in V} \sum_{l \in L} xS_{kjkl} \leq 1 \quad \forall i \in S \quad (11)$$

$$\sum_{j \in S} H_{ij} = 1 \quad \forall i \in C \quad (12)$$

$$n \sum_{\substack{i \in D \cup S \\ i \neq j}} \sum_{l \in L} x_{ijl} \geq \sum_{i \in C} H_{ij} \quad \forall j \in S \quad (13)$$

$$\sum_{\substack{i \in D \cup S \\ i \neq j}} \sum_{l \in L} x_{ijl} \leq \sum_{i \in C} H_{ij} \quad \forall j \in S \quad (14)$$

$$\sum_{j \in C \cup \{k\}} \sum_{l \in L} xS_{jikl} = H_{ik} \quad \forall i \in C, \forall k \in S \quad (15)$$

$$\sum_{j \in C \cup \{k\}} \sum_{l \in L} xS_{ijkl} = H_{ik} \quad \forall i \in C, \forall k \in S \quad (16)$$

$$QA_k = \sum_{i \in C} Q_i H_{ik} \quad \forall k \in S \quad (17)$$

$$QA_k \leq \sum_{i \in C} \sum_{l \in L} QD_l x_{ikl} \quad \forall k \in S \quad (18)$$

$$Cb_{ik} H_{ik} \leq \text{maxdist} \quad \forall i \in C, \forall k \in S \quad (19)$$

$$T_{jl} \geq T_{il} + TSx_{il} + tv1_{ij} x_{ijl} - M_{ijl}^1 (1 - x_{ijl}) \quad \forall i \in S, \forall j \in D \cup S, j \neq i, \forall l \in L \quad (20)$$

$$T_{jl} \geq T_{kl} + tv2_{kjl} xS_{kjkl} - M_{kjl}^2 (1 - xS_{kjkl}) \quad \forall j \in C, \forall k \in S, \forall l \in L \quad (21)$$

$$T_{jl} \geq T_{il} + (TS_{ij} + tv2_{ij} xS_{ijkl}) - M_{kjl}^2 (1 - xS_{ijkl}) \quad \forall i \in C, \forall j \in C, j \neq i, \forall k \in S, \forall l \in L \quad (22)$$

$$TF_{kl} \geq T_{il} + (TS_{il} + tv2_{ik}) xS_{ikk} - M_{ikl}^2 (1 - xS_{ikk}) \quad \forall i \in C, \forall k \in S, \forall l \in L \quad (23)$$

$$TS_{kl} = TF_{kl} - T_{kl} \quad \forall k \in S, \forall l \in L \quad (24)$$

$$T_{jl} \geq a_j \sum_{i \in D \cup S} x_{ijl} \quad \forall j \in S, \forall l \in L \quad (25)$$

$$T_{jl} \leq b_j \sum_{i \in D \cup S} x_{ijl} \quad \forall j \in S, \forall l \in L \quad (26)$$

$$T_{jl} \geq a_j \sum_{i \in S \cup C} \sum_{k \in V} xS_{ijkl} \quad \forall j \in C, \forall l \in L \quad (27)$$

$$T_{jl} \leq b_j \sum_{i \in S \cup C} \sum_{k \in V} xS_{ijkl} \quad \forall j \in C, \forall l \in L \quad (28)$$

$$Y_{kl} \leq Y_{il} - \sum_{i \in C} Q_i H_{ik} + QT(1 - x_{ikl}) \quad \forall i \in D \cup S, \forall k \in S, i \neq k, \forall l \in L \quad (29)$$

$$T_{0l} \leq b_0 \quad \forall l \in L \quad (30)$$

$$T_{jl}, TF_{kl}, TSx_{il}, Y_{il}, QA_i \geq 0 \quad \forall i, j \in D \cup S, \forall k \in S, i \neq j, i \neq k, \forall l \in L \quad (31)$$

$$x_{ijl}, xS_{ijl}, H_{ik} \in \{0,1\} \quad \forall i, j \in D \cup S, \forall k \in S, i \neq j, i \neq k, \forall l \in L \quad (32)$$

A função objetivo a ser minimizada (1) consiste na soma dos custos que incidem sobre os veículos utilizados, tempo total de rota, número de paradas dos veículos e número de entregadores empregados. As restrições (2) e (3) garantem que cada ponto de parada deve ser visitado no máximo uma vez. As restrições (4) impõem a conservação de fluxo, prescrevendo que o mesmo veículo que chega a um ponto de parada em um modo l , parte desse ponto no mesmo modo l . As restrições (5) impedem rotas secundárias a partir de um ponto de parada k se este não for visitado em uma rota primária. As restrições (6) prescrevem que se um ponto de parada k for visitado em uma rota primária pelo menos uma rota secundária se origina dele. As restrições (7) e (8) impõem que cada cliente deva ser visitado exatamente uma vez em uma rota secundária. As restrições (9) impõem a conservação de fluxo nas rotas secundárias, assegurando que o mesmo número de rotas secundárias que se originam em um ponto de parada k em um modo l deve retornar a k no mesmo modo l . As restrições (10) impõem que uma tripulação que chega a um cliente i em um modo l deve partir de j no mesmo modo l . As restrições (11) prescrevem que no máximo uma rota secundária se origine de cada ponto de parada. As restrições (12) impõem que cada cliente seja designado a um único ponto de parada/cluster. As restrições (13) forçam que se pelo menos um cliente for designado a um ponto de parada j então j é visitado em uma rota primária. As restrições (14) impõem que se nenhum cliente for designado a um ponto de parada k , k não é visitado em uma rota primária. As restrições (15) e (16) prescrevem que se um cliente i for designado a um ponto de parada k , i é visitado em uma rota secundária que se origina em k . As restrições (17) calculam a demanda de cada cluster de clientes servidos a partir do ponto de parada k como a soma das demandas individuais desses clientes. As restrições (18) limitam a demanda de cada cluster à capacidade de carga dos entregadores em uma única rota secundária. As restrições (19) especificam a distância máxima radial entre cada cliente de um cluster e o ponto de parada associado. As restrições (20) calculam os instantes de chegada aos nós das rotas primárias, considerando que o tempo de serviço no cluster de clientes servidos a partir do ponto de parada k no modo l (TSx_{kl}) é uma variável que depende de l e do tempo dispendido na rota secundária que se origina em k . A programação dos l entregadores em cada rota secundária é feita da seguinte forma: as restrições (21) computam o instante de chegada ao primeiro cliente visitado, as restrições (22) computam os instantes de chegada aos demais clientes, as restrições (23) calculam o instante de finalização da rota secundária (TF_{kl}), ou seja, o instante de retorno ao ponto de parada associado k , e as restrições (24) computam TSx_{kl} como a diferença entre TF_{kl} e o instante de chegada a k na rota primária T_{kl} . As restrições (25) e (26) ativam as janelas de tempo dos pontos de parada nas rotas primárias, enquanto as restrições (27) e (28) ativam as janelas de tempo dos clientes nas rotas secundárias. As restrições (29) computam a carga do veículo após a visita a cada ponto de parada nas rotas primárias e as restrições (30) fornecem a duração máxima de cada rota primária. Por fim, as restrições (31) e (32) impõem os domínios das variáveis de decisão.

3 Experimentos computacionais

Esta seção descreve experimentos computacionais preliminares realizados com o modelo (1)-(32), inicialmente para quatro conjuntos de exemplos gerados a partir de dados reais de uma empresa distribuidora de bebidas. O modelo foi implementado na linguagem de modelagem GAMS e resolvido com o *solver* CPLEX 12.5 por um tempo de processamento máximo de 18.000 segundos. Todos os experimentos foram realizados em um computador Dell Optiplex 9010, processador principal Intel Core i7 com 3,4 GHz, 16 GB de memória RAM e sistema operacional Windows 7 Professional de 64 bits.

Cada conjunto contempla exemplos entre 15 a 50 clientes (empresas varejistas) de uma cidade de médio porte do interior do Estado de São Paulo. Os dados coletados são os endereços, demandas e tempos de serviço de clientes, enquanto as distâncias para veículos e entregadores foram obtidas com o serviço de pesquisa e visualização de mapas Google Maps. Com base no estudo de caso de Souza Neto e Pureza (2016), adotou-se os seguintes parâmetros no modelo: $C_1 = 1000$, $C_2 = 1,1$, $C_3 = 500$, $C_4 = 20$ e $maxdist =$

150 metros. As velocidades utilizadas são a velocidade média de um veículo trafegando em cidades com congestão veicular ($v_1=24$ km/h) e a velocidade média de um indivíduo caminhando ($v_2=5$ km/h). O instante de abertura do depósito é 0 e seu encerramento é 28.800 segundos, equivalentes a 8 horas de jornada diária de trabalho. As janelas de tempo para os clientes e pontos de parada são triviais e amplas, de forma a garantir a existência de soluções factíveis em cada exemplo. Especificamente, $a_i = a_1 + tv1_{i1}$ ($i \in S \cup C$), $b_i = b_1 - tv1_{i1} - TS_{i1}$ ($i \in C$) e $b_i = b_1$ ($i \in S$).

Tabela 1: Resultados computacionais.

Conjunto	n	Nº de exemplos	Gap (%)	Tempo (s)	Distância (m)	Nº de clusters	Nº de veículos	Nº de entregadores
1	15	6	0	35,1	11363,7	7,2	1,2	2,6
2	20	6	0	901	17311,2	9,7	2	3,7
3	25	3	2,9	14276,6	16240,0	9,0	2,0	4,7
4	50	1	4,9	18000	34233,1	21	4	10
5	12	3	32,2	18000	43,1	2,7	3,0	5,7
6	25	3	55,6	18000	84,2	7,0	7,0	12,3
7 [◇]	50	3	65,1	18000	517,7	34,0	34,0	54,0

[◇] Média de resultados de dois dos três exemplos

As quatro primeiras linhas da Tabela 1 apresentam os resultados médios de cada conjunto, os quais sugerem que métodos exatos de softwares comerciais são capazes de obter boas soluções no tempo de processamento disponibilizado. De fato, o *solver* CPLEX conseguiu resolver otimamente todos os exemplos até 20 clientes e um exemplo de 25 clientes, enquanto *gaps* individuais inferiores a 9% foram obtidos para os demais exemplos.

A fim de verificar se este comportamento se mantém para outros tipos de instâncias, experimentos adicionais foram realizados com três conjuntos de exemplos (12, 15 e 50 clientes), gerados a partir das instâncias RC101, RC102 e RC103 propostas em Solomon (1987) para o problema de roteamento de veículos com janelas de tempo. Cada conjunto contempla três exemplos, para os quais foram mantidas as coordenadas originais do depósito e dos clientes, assim como as demandas dos clientes. As matrizes de distâncias (assimétricas) percorridas por veículos e por entregadores foram geradas uniformemente nos intervalos [0,100] e [0,50], respectivamente. As janelas de tempo dos clientes e demais parâmetros foram calculados de forma similar aos dos conjuntos 1 a 4.

Diferentemente dos resultados anteriores, as soluções obtidas para 8 dos 9 exemplos dos conjuntos 5 a 7 apresentam *gaps* substancialmente altos. Em 6 casos os *gaps* são superiores a 20%, mesmo após 5 horas de processamento, enquanto que para um exemplo de 50 clientes, o *solver* CPLEX não foi capaz de obter qualquer solução factível dentro do tempo limite.

4 Conclusões

Neste trabalho, o problema de localização-roteamento em dois níveis com janelas de tempo e múltiplos entregadores (2E-LRPTWMD) foi formalmente descrito e formulado por um modelo de programação inteira mista. Experimentos preliminares com alguns exemplos indicam que assim como outros problemas de roteamento de interesse, é de difícil resolução, em especial quando as distâncias percorridas por veículos e entregadores são geradas de forma arbitrária. Nestes casos, o *solver* de programação matemática empregado enfrentou grandes dificuldades de convergência, produzindo soluções com *gaps* altos, mesmo após várias horas de processamento. Perspectivas de pesquisa futura incluem o estudo de formulações

alternativas, a extensão do modelo de forma que se permita múltiplas rotas secundárias a partir de um mesmo ponto de parada, e o desenvolvimento de métodos de solução para instâncias de porte realista.

Referências

1. A. Álvarez e P. Munari. An exact hybrid method for the vehicle routing problem with time windows and multiple deliverymen. *Computers & Operations Research*, v. 83, pp. 1-12, 2017.
2. P. Munari e R. Morabito. *The vehicle routing problem with time windows and multiple deliverymen: exact solution approaches*. Relatório técnico. Departamento de Engenharia de Produção, Universidade Federal de São Carlos, 2016. Disponível em: <http://www.optimization-online.org/DB_HTML/2016/01/5289.html>.
3. V. Pureza, R. Morabito e M. Reimann. Vehicle routing with multiple deliverymen: Modeling and heuristic approaches for the VRPTW. *European Journal of Operational Research*, v. 218, pp. 636-647, 2012.
4. G. S. De Grancy. An adaptive metaheuristic for vehicle routing problems with time windows and multiple service workers. *Journal of Universal Computer Science*, v. 21, n. 9, p. 1143–1167, 2015.
5. G. S. De Grancy e M. Reimann. Vehicle routing problems with time windows and multiple service workers: a systematic comparison between ACO and GRASP. *Central European Journal of Operations Research*, v. 24, n. 1, p. 29–48, 2016.
6. M. M. Solomon. Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time window constraints. *Operations Research*, v. 35, n. 2, p. 254–265, 1987
7. J. F. Souza Neto e V. Pureza. Modeling and Solving a Rich Vehicle Routing Problem for the delivery of goods in urban areas. *Pesquisa Operacional*, v. 36, n. 3, pp. 421-446, 2016.

Tratamiento de efluentes y generación de biogás con biodigestores de bajo costo: enfoque de contingencia para un matadero

Jorge L. Recalde-Ramírez
Facultad Politécnica – Universidad Nacional de Asunción
jrecalde@pol.una.py

María M. López
Facultad Politécnica – Universidad Nacional de Asunción
maritalopz22@gmail.com

Julio Canales Fernández
Escuela de Ingeniería Industrial – Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
julio.canales@pucv.cl

Diego P. Pinto-Roa
Facultad Politécnica – Universidad Nacional de Asunción
dpinto@pol.una.py

Resumen

Se presenta una propuesta para la instalación de un sistema basado en biodigestores para tratar efluentes *sin* contenido de sangre y con alto contenido de materia fecal, generados en las operaciones sucias de mataderos. Se diseñó un modelo de programación lineal entera mixta, a fin de obtener el costo mínimo de operación del sistema. Desde el punto de vista energético, como también se puede obtener *metano* con la utilización de biodigestores, se incorporó al modelo las actividades relacionadas a su generación y empleo. Las operaciones incluyen la mezcla de carga necesaria, la carga de los biodigestores, destino de la generación del biogás, almacenamiento del biogás, vertido de efluente tratado y sin tratar. Al resolver el modelo para un estudio de caso de un matadero de ganado vacuno real, el costo mínimo de las operaciones e instalación de 15 biodigestores es de USD 19.033 anuales.

Palabras clave: Tratamiento de efluentes; biodigestor; Programación Lineal Entera Mixta.

1 Introducción

Las operaciones sucias en un matadero consisten en la extracción de estiércol, limpieza de tripas y partes de la res que no son comercializadas para su consumo como alimento, realizándose estas actividades separadas de las líneas de carne para evitar la contaminación cruzada. Sus impactos ambientales son el alto consumo de agua y de energía, así como en el vertido de efluentes con un elevado nivel de carga orgánica en cauces hídricos naturales.

Para este trabajo, se analizó la situación de un matadero, empresa dedicada a la faena de ganado vacuno situada en la ciudad de Areguá – Paraguay. Se propone diseñar un modelo de Programación Lineal Entera Mixta (PLEM) para apoyar las decisiones inherentes a la instalación de un sistema basado en biodigestores como medida paliativa y de contingencia ambiental para el tratamiento de los efluentes *sin* contenido de sangre y con alto contenido de materia fecal y a la vez la generación de biogás a partir de los desechos.

2 Descripción del problema

Se abarca en este trabajo el manejo, tratamiento y disposición final de los desechos orgánicos líquidos, sólidos y semisólidos que se generan durante las operaciones fabriles de un matadero. En vista que todo el efluente, se encuentra almacenado en una pileta temporal existe la posibilidad latente de que con lluvias muy intensas ocurra un vertido accidental a un cauce hídrico de la zona (arroyo Yukyrymi), que podría ocasionar sanciones o el cierre de las instalaciones por el tratamiento poco adecuado de los desechos.

Dada la intención de tratar efluentes con una batería de biodigestores, surge la posibilidad de considerar el abastecimiento energético con biogás a una planta de deshidratado de hierbas medicinales contigua. Para la generación se utilizarían los desechos orgánicos que están disponibles una vez instalada la tecnología.

El problema que combina el tratamiento de desechos orgánicos y la generación de biogás puede manejarse de manera dual si se utiliza un conjunto de biodigestores como tecnología apropiada y se formula un modelo de planificación que sirva a la gerencia para tomar los recaudos respecto al flujo de desechos de una instalación a otra, tiempos de operación de biodigestores, cantidad de efluente tratado y no tratados vertidos al cauce hídrico, volumen de gas generado o quemado, demanda de biogás, costos de operación, etc.

3 Marco teórico

a) Industria de los mataderos: se caracteriza por el faenamiento de porcinos, bovinos, pollos y ovejas, siendo el “matadero” el recinto donde la res es sacrificada para obtener la carne. Las operaciones se denominan limpias y sucias. Las primeras están relacionadas con el manejo de la carne y subproductos comestibles, caracterizadas por la manipulación adecuada y aplicación de métodos que eviten la contaminación cruzada. Las operaciones sucias, están relacionadas a la extracción de estiércol, limpieza de tripas y partes de la res que no son comercializadas para su consumo (CPLML, s.f.).

b) Tratamientos residuales biológicos: conllevan la transformación del material orgánico por medio de microorganismos. Los sistemas pueden ser aerobios, anaerobios y naturales construidos. Los sistemas anaerobios no requieren oxígeno para su funcionamiento, sus ventajas son la eliminación de malos olores y compuestos orgánicos volátiles, reducción de materia orgánica, conservación de nutrientes, generación de energía renovable, disminución de necesidades externas de energía para procesos térmicos y disminución de gases de efecto invernadero.

c) Biodigestor: es básicamente un depósito cerrado, donde se introducen los residuos orgánicos mezclados con agua para ser digeridos por microorganismos (Lagrange, citado por FAO, 2011). El biogás producido por la fermentación se puede almacenar en la parte superior del recipiente (domo o campana de gas).

4 Marco referencial

La aplicación de la programación lineal relacionada a la planificación del uso de biogás es notoria. En este sentido se aprecia que Gowreesunker y Tassou (2016), utilizaron un modelo para explorar los efectos en tarifas de alimentación y calor renovable en Gran Bretaña, adoptando digestores anaeróbicos a partir de desechos de granjas.

Por otra lado recientemente, Taifouris y Martín (2018), desarrollaron un modelo de red de suministro basado en programación línea entera mixta para evaluar el uso óptimo de residuos en una región de España. Así también, Bekkering et al. (2015), utilizaron programación lineal entera mixta para calcular las ubicaciones de las unidades de producción y las estaciones de inyección de biogás al mínimo costo, para un escenario de reemplazo de gas natural por gas verde.

En el presente trabajo se analizó la industria de los mataderos en particular, las técnicas de tratamiento de efluentes, la industria del biogás, las consideraciones energéticas, tipos de biodigestores y la legislación vigente. Además, se examinó el estado y características propias de un matadero como caso de estudio.

En base a los parámetros obtenidos, se diseñó y validó un modelo matemático basado en Programación Lineal Entera Mixta (PLEM), para la planificación de las operaciones mensuales durante un año de un sistema de tratamiento efluentes, incluyendo la mezcla de carga necesaria, carga de los biodigestores, destino de la generación y almacenamiento de biogás, vertido de efluente tratado y sin tratar. Posteriormente se realizó la evaluación económica del sistema para un periodo de cinco años de funcionamiento.

5 Metodología y modelo matemático

La obtención de materia prima para el funcionamiento del sistema de biodigestores depende de la capacidad de faena. En este caso, en un matadero ubicado en la ciudad de Areguá, Paraguay, se faena mensualmente 300 cabezas de ganado vacuno durante 20 días de operación. Los efluentes por tratar provienen de la generación de agua residual durante la limpieza del corral transitorio y de las limpiezas de vísceras y partes no comestibles con gran contenido de materia fecal, y es de 9.270 litros por día (185,4 m³/mes), calculado de acuerdo con GIZ (2011). Otra materia prima es el purín generado en los corrales transitorios, y se estimó en unos 7.500 kg/mes.

La capacidad de procesamiento de la batería de biodigestores debe ser al menos de 185,4 m³/mes. Cada biodigestor tiene un volumen de 25m³ y aprox. el 52% corresponde al volumen de carga, para una mezcla en relación 1:4 de purín y efluente no tratado. El rendimiento mensual es de 0,75*Volumen total, para un biodigestor del tipo taiwanés (tubular) (F, Vargas-Lehner, comunicación personal, 2014).

Se han desarrollado diferentes diseños de biodigestores como el tipo hindú y el modelo chino, que en general han presentado altos costos y la aparición de grietas en el concreto de la construcción. Lo anterior se ha resuelto en gran medida con el biodigestor taiwanés o tubular, considerado en estudios y aplicaciones en Colombia, Ecuador, Perú, Bolivia, etc. (GIZ, 2013; Martí-Herero y Cipriano, 2012).

El biodigestor tubular de un costo de USD 833, consistente en dos láminas soldadas (doble faja) de polietileno negro de 250 micrones (GIZ, 2013). La longitud debe respetar la relación longitud/diámetro sugerida por Martí-Herrero, $L/D=7,5$. El volumen de 25 m³ es el mayor posible que la empresa proveedora de polietileno puede soldar. Utilizando como volumen de aproximación teórica la de un cilindro, las medidas aproximadas del biodigestor son: $R = 0,81m$, $D = 1,62m$ y $L = 12,15m$. Por tanto, el área superficial en terreno totalizará 19,68 m² por cada biodigestor. Para el bombeo del efluente a los biodigestores, se utilizará una bomba con capacidad mínima de 14.400 l/h, de 1Hp de potencia eléctrica.

Supuestos del modelo: La materia prima es obtenida desde dos instalaciones internas: un corral temporal para la estadía transitoria de ganado (se obtiene estiércol), y de las operaciones centrales de la empresa (se obtienen residuos líquidos como sangre, purín y aguas de limpieza).

Los biodigestores por instalar son de capacidad de procesamiento fija y se cargan de forma continua. Debido a la fermentación anaeróbica, el biogás se produce luego de un mes del cargado. El biogás generado servirá para abastecer a una planta de deshidratado de hierbas medicinales, con demanda conocida. Si el biogás generado excede la demanda deberá ser quemado.

Dada la digestión de la materia orgánica, gran parte de la carga se convertirá en metano, en agua “tratada” rica en nutrientes y en sustrato sólido precipitado digerido. Si toda el agua residual generada no puede ser tratada, se puede verter en el cauce hídrico en forma contaminante, pero con una penalización.

Problema general por resolver: Se desea determinar la cantidad de biodigestores para procesar los desechos líquidos orgánicos procedentes de un matadero que faena de ganado vacuno, al menor costo posible. Se puede instalar hasta N biodigestores, se debe satisfacer la demanda de biogás de la planta de deshidratado, para los T periodos siguientes y respetar las restricciones técnicas.

Subíndices: j : biodigestor, $j = 1, \dots, J$; k : tipo de biodigestor, $k = 1, \dots, K$; t : mes, $t = 1, \dots, T$; q : quemador, $q = 1, \dots, Q$; h : cliente, $h = 1, \dots, H$.

Parámetros:

gan_t : cantidad de ganado que ingresa al corral de estadía en el mes t (cabezas de ganado)

pur : cantidad de purín que genera una cabeza de ganado (kg)

efl : cantidad de efluente que se genera por una cabeza de ganado (m^3)

$estmax_t$: cantidad máxima de efluente no tratado que puede ser vertido al cauce hídrico en t (m^3).

$costbiod_k$: costo de instalar el biodigestor de tipo k (USD).

$costtpur_{jk}$: costo de transportar 1 kg purín hasta el biodigestor j de tipo k (USD).

$costtest_{jkt}$: costo de transportar 1 m^3 efluente sin tratar hasta el biodigestor j de tipo k en t (USD).

$costop_{jkt}$: costo de operar el biodigestor j de tipo k en el periodo t (USD).

$costtbio_{jhkt}$: costo de transportar 1 m^3 biogás desde el biodigestor j , tipo k , a la instalación h , en t (USD).

$costinv_t$: costo de mantener 1 m^3 biogás en inventario en el periodo t (USD).

$cest_t$: costo de verter 1 m^3 de efluente sin tratar en el cauce hídrico (USD).

$demp_{ht}$: demanda de biogás de la instalación h para producción en el periodo t (m^3)

$cquem_{qt}$: cantidad máxima de biogás que se puede quemar en el quemador q en el periodo t (m^3)

$reqpmin_{jkt}$: requerimiento mínimo de purín para que el biodigestor j del tipo k pueda operar en t (kg)

$reqpmax_{jkt}$: requerimiento máximo de purín para que el biodigestor j del tipo k pueda operar en t (kg)

$reqefmin_{jkt}$: requerimiento mínimo de efluente que el biodigestor j del tipo k debe tratar en t (m^3)

$reqefmax_{jkt}$: requerimiento máximo de efluente que el biodigestor j tipo k debe tratar en t (m^3).

$gaspur_k$: producción de biogás por kg de purín enviado al biodigestor de tipo k (m^3/kg)

$gases_t$: producción de biogás por m^3 de efluente sin tratar enviado al biodigestor de tipo k (m^3)

$volpur$: volumen ocupado por 1 kg de purín (m^3/kg).

$totalvol_k$: espacio disponible en el biodigestor de tipo k (m^3)

$vmax$: proporción máxima del volumen, que pueden ocupar juntos el efluente y purín ($0 \leq vmax \leq 1$)

p_t : proporción para el cumplimiento de la relación de efluente sin tratar y efluente tratado ($0 \leq p_t \leq 1$)

$phum$: factor a considerar por la pérdida de humedad al descargar el sustrato ($0 \leq phum \leq 1$)

rel : relación a considerar para la relación de mezcla entre purín y efluente sin tratar ($0 \leq rel \leq 1$)

Variables

P_{jkt} : cantidad de purín a transportar desde el corral al biodigestor j del tipo k en el mes t (kg).

GAS_{jkt} : cantidad de biogás a producir en el biodigestor j del tipo k en el mes t (m^3).

$GASP_{jkt}$: cantidad de biogás destinado a producción, generado en el biodigestor j del tipo k en t (m^3).

$GASQ_{jkt}$: cantidad de biogás destinado a quemar, generado en el biodigestor j del tipo k en el mes t (m^3).

$GASC_{jkt}$: cantidad biogás destinado a calentar instalaciones, generado en el biodigestor j tipo k en t (m^3).

$INVGAS_{jkt}$: cantidad de biogás generado en el biodigestor j del tipo k en el mes t , a inventariar (m^3).

$INVGASP_{jkt}$: cantidad de biogás generado en el biodigestor j del tipo k en el mes t , con origen para producción, pero destinado a inventario (m^3).

$INV GASQ_{jkt}$: cantidad de biogás generado en el biodigestor j del tipo k en el mes t , con origen para quemado, pero destinado a inventario (m^3).

$INV GASC_{jkt}$: cantidad de biogás generado en el biodigestor j del tipo k en el mes t , con origen para calentamiento, pero destinado a inventario (m^3).

E_{jkt} : cantidad de efluente sin tratar que se envía al biodigestor j del tipo k en el mes t (m^3).

ET_{jkt} : cantidad de efluente tratado en el biodigestor j tipo k y vertido en el mes t (m^3).

EST_t : cantidad de efluente sin tratar vertido en el mes t (m^3).

$YBIO_{jk}$: variable binaria, toma valor 1 si se instala el biodigestor j del tipo k , 0 en otro caso (e.o.c).

$YINV GAS_{jkt}$: variable auxiliar binaria, toma valor 1 si se guarda gas en biodigestor j tipo k y en t , 0 e.o.c.

Función Objetivo:

$$\begin{aligned} \text{Min } CT = & \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K YBIO_{jk} * \text{costbiod}_k + \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \sum_{t=1}^T P_{jkt} * \text{costtpur}_{jk} + \\ & \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \sum_{t=1}^T \text{costtest}_{jkt} * E_{jkt} + \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \sum_{t=1}^T YBIO_{jk} * \text{costop}_{jkt} + \\ & \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \sum_{t=1}^T GASP_{jkt} * \text{costtbio}_{jkt} + \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \sum_{t=1}^T INV GAS_{jkt} * \text{costinv}_t + \sum_{t=1}^T EST_t * \text{cest}_t, \end{aligned}$$

sujeto a:

$$GAS_{jkt} = GASP_{jkt} + GASQ_{jkt} + GASC_{jkt}, \quad \forall j, \forall k, \forall t \quad (1)$$

$$INV GAS_{jkt} = INV GASP_{jkt} + INV GASQ_{jkt} + INV GASC_{jkt}, \quad \forall j, \forall k, \forall t \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K GASP_{jkt} + \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K INV GASP_{jk,t-1} = \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K INV GASP_{jkt} + \text{demp}_t, \quad \forall t \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K GASQ_{jkt} + \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K INV GASQ_{jk,t-1} \leq \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K INV GASQ_{jkt} + \text{cquem}_t, \quad \forall t \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K GASC_{jkt} + \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K INV GASC_{jk,t-1} \leq \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K INV GASC_{jkt} + \text{demc}_t, \quad \forall t \quad (5)$$

$$EST_t \leq \text{estmax}_t, \quad \forall t \quad (6)$$

$$P_{jkt} \leq \text{reqpmax}_{jkt} * YBIO_{jk}, \quad \forall j, k, t \quad (7)$$

$$P_{jkt} \geq \text{reqpmin}_{jkt} * YBIO_{jk}, \quad \forall j, k, t \quad (8)$$

$$\sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K P_{jkt} \leq \text{gan}_t * \text{pur}, \quad \forall t \quad (9)$$

$$E_{jkt} \leq \text{reqefmax}_{jkt} * YBIO_{jk}, \quad \forall j, k, t \quad (10)$$

$$E_{jkt} \geq \text{reqefmin}_{jkt} * YBIO_{jk}, \quad \forall j, k, t \quad (11)$$

$$\sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K E_{jkt} + EST_t = gan_t * efl, \quad \forall t \quad (12)$$

$$GAS_{jkt} = gaspur_k * P_{jkt} + gasest_k * E_{jkt}, \quad \forall j, k, t \quad (13)$$

$$GAS_{jkt} + INVGAS_{jkt} \leq n * totalvol_k, \quad \forall j, k, t \quad (14)$$

$$volpur * P_{jkt} + E_{jkt} \leq vmax * totalvol_k, \quad \forall j, k, t \quad (15)$$

$$P_{jkt} = rel * E_{jkt} \quad \forall j, k, t \quad (16)$$

$$ET_{jkt} = phum * E_{jkt}, \quad \forall j, k, t \quad (17)$$

$$YINVGAS_{jkt} \leq YBIO_{jk}, \quad \forall j, k, t \quad (18)$$

$$INVGAS_{jkt} \leq M * YINVGAS_{jkt}, \quad \forall j, k, t \quad (19)$$

(20): Naturaleza de las variables

$$\begin{array}{lll} GAS_{jkt} \geq 0, \forall j, k, t & INVGASP_{jkt} \geq 0, \forall j, k, t & EST_t \geq 0, \quad \forall t \\ GASP_{jkt} \geq 0, \forall j, k, t & INVGASQ_{jkt} \geq 0, \forall j, k, t & YBIO_{jk} \in \{1,0\}, \forall j, k \\ GASQ_{jkt} \geq 0, \forall j, k, t & INVGASC_{jkt} \geq 0, \forall j, k, t & YINVGAS_{jkt} \in \{1,0\}, \forall j, k, t \\ GASC_{jkt} \geq 0, \forall j, k, t & E_{jkt} \geq 0, \forall j, k, t & \\ INVGAS_{jkt} \geq 0, \forall j, k, t & ET_{jkt} \geq 0, \forall j, k, t & \end{array}$$

La función objetivo busca minimizar el costo total asociado a la instalación de biodigestores, al transporte de purín hasta biodigestores, transporte de efluente hasta biodigestores, la operación de los biodigestores, transporte de biogás hasta planta de deshidratado, inventario de biogás y la penalización por verter efluente sin tratar en el cauce hídrico.

Respecto a las restricciones, con (1) y (2) se tiene que el gas producido y las cantidades mensuales a inventariar por cada biodigestor puede ser desagregado para discriminar su destino a producción, a quemadores y al calentamiento de instalaciones; con (3) se asegura el balance entre generación para producción, inventario y demanda de biogás; (4) modela la interacción entre generación para quemado, inventario y la capacidad de quemadores; (5) modela la interacción entre generación para calentar, inventario y la demanda de calentamiento; (6) limita la cantidad máxima de vertido mensual de efluente no tratado en el cauce hídrico; (7) y (8) describen los límites mínimo y máximo de carga mensual de purín que requiere cada biodigestor; (9) indica que todo el purín que se envía desde el corral hasta los biodigestores, no debe sobrepasar la cantidad disponible por periodo; (10) y (11) describen los límites mínimo y máximo de carga mensual de efluente que requiere cada biodigestor.

Seguidamente, con (12) se establece la ecuación de balance para efluente sin tratar; (13) expresa la contribución del purín y efluente en la generación de biogás; (14) permite no sobrepasar la capacidad de producción de gas por biodigestor; (15) establece el volumen de carga de purín y efluente sin tratar permitido por biodigestor; (16) expresa la relación de carga mensual entre el purín y el efluente sin tratar; (17) permite establecer la pérdida de humedad al tratar el efluente en un biodigestor y al descargar el sustrato interno; (18) indica que si no se instala un biodigestor no se puede inventariar gas, mientras que (19) indica que si no se almacena biogás, las cantidades deben ser cero; (20) define la naturaleza de las variables.

6 Resultados

Con el modelo PLEM diseñado se obtuvo la necesidad de instalación de 15 biodigestores, con su correspondiente plan de operaciones para la carga y descarga de las materias primas (efluente y purín), cantidades de efluente tratado, cantidades de biogás generado, cantidades de biogás enviado a la planta de deshidratado, y cantidades de biogás quemado, todos, para periodos de tiempo mensuales (Figura 1).

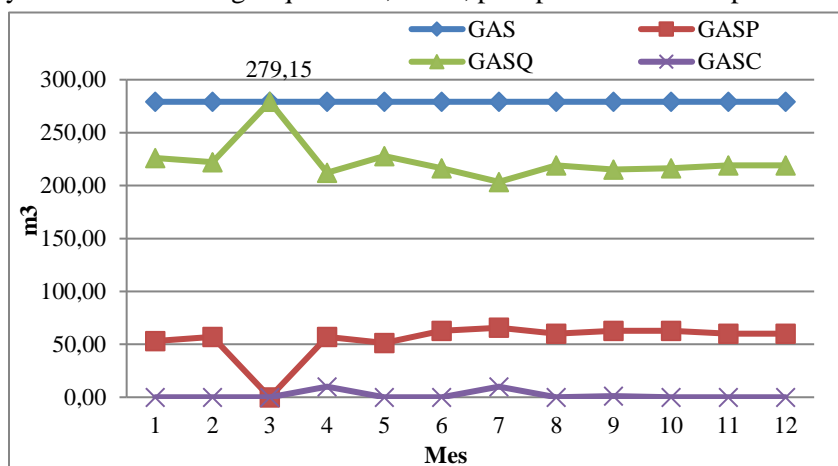


Figura 1. Niveles de generación de biogás por tipo de destino. GAS: gas total, GASP: gas destinado a deshidratado, GASQ: gas destinado a quemadores, GASC: gas destinado a calentar biodigestores.

Se programaron todas las restricciones técnicas, establecidas por la bibliografía y especialistas, para un correcto funcionamiento operacional, incluida las restricciones de activación que vinculan la selección del número de biodigestores necesarios para llevar a cabo el tratamiento de contingencia ambiental.

Las cantidades de efluente a tratar mensualmente son exactamente iguales las cantidades generadas ($185,43 \text{ m}^3$), adecuándose a las cantidades límites que pueden ser enviados a los 15 biodigestores de la solución (113 m^3 a 195 m^3). Los resultados indican que se respetaron los intervalos de carga de efluentes permitidos entre $7,5 \text{ m}^3$ y 13 m^3 en cada biodigestor, por mes. También se respetaron las cantidades mínima y máxima para carga de purín, entre $1,88 \text{ m}^3$ y $3,25 \text{ m}^3$ respectivamente, por mes. Respecto al biogás generado mensualmente durante el proceso de digestión se espera que totalice $279,15 \text{ m}^3$.

Cabe destacar, que la demanda de biogás destinada a la planta de deshidratado es ampliamente satisfecha, sin inconvenientes; pequeñas cantidades son destinadas al calentamiento del sistema y el resto es dirigido a los quemadores, cuya utilización es del 49% de capacidad anual.

Por la venta del biogás se obtendría un ingreso anual de USD 543 (que se incrementa en 15% cada año) y un ahorro anual de USD 31.446 por no utilizar un servicio externo para la recolección de los efluentes. El costo mínimo de operación más instalación de los biodigestores obtenido con el modelo es de USD 19.033 anuales, un 28% corresponde a la instalación de biodigestores, 0,8% y 0,1% al transporte del purín y los efluentes hasta los biodigestores respectivamente, 15% es el costo de operar los biodigestores, 57% costo de transportar biogás hasta la planta de deshidratado, sin incurrirse en costos de inventario y penalizaciones.

Con un análisis económico se determinó que el emprendimiento es rentable, al evaluarlo con capital propio para la inversión inicial. Para el flujo de fondos de operación por cinco años se obtuvo un Valor Actualizado Neto (VAN) de USD 8.331 y una Tasa Interna de Retorno (TIR) superior a la Tasa Mínima Aceptable de Rendimiento (TMAR) $35,71\% > 15,79\%$. La TMAR se calculó considerando el índice de inflación

promedio del Paraguay entre el 2005 y 2014 (6,18%), y el premio al riesgo de 9,05%, se obtuvo como promedio ponderado de la tasa nominal para depósitos de ahorro en moneda local en un periodo mayor a 365 días del mes de diciembre del año 2014, establecido por el Banco Central del Paraguay.

7 Conclusiones y recomendaciones

Las operaciones sucias en un matadero están caracterizadas por la manipulación de estiércol, sangre, orina, partes de la res, entre otros residuos contaminantes. Las actividades relacionadas a la extracción de estos agentes deben estar separadas de las líneas de producción de carne, para evitar la contaminación cruzada por tanto se utiliza cantidades considerables de agua para canalizar los residuos convirtiéndose en efluentes.

Como solución a esta problemática se propone un tratamiento biológico basado en la instalación de una batería de biodigestores tubulares, que procesará el efluente degradando la materia orgánica y reduciendo su carga, para un posterior vertido al cauce hídrico o para su utilización como fertilizante orgánico. Adicionalmente, el biogás generado servirá para abastecer a una planta de deshidratado de hierbas medicinales. Todo el biogás sobrante, será quemado para evitar su liberación al aire libre, pues su principal componente gaseoso es el metano, un contaminante con activa participación en el efecto invernadero.

Se analizó la industria de los mataderos, las técnicas de tratamiento de efluentes, algunas consideraciones energéticas del biogás, los tipos de biodigestores y la legislación vigente. De igual manera se analizó la situación del manejo de efluente de línea verde actual del matadero. Para la generación del plan de operaciones mensuales durante un año a un costo mínimo se diseñó y resolvió un modelo de PLEM.

Se sugiere para trabajos futuros estudiar la posibilidad de destinar el biogás quemado a otras operaciones internas del matadero como el calentamiento de aguas para calderas y analizar el abastecimiento de energía eléctrica con generadores alimentados a biogás. Sobre el modelo matemático, se recomienda plantear uno que considere operaciones diarias y otro mensuales durante 5 años, de tal manera a evaluar y comparar los resultados con este trabajo. Así también, considerar la incertidumbre y un análisis de sensibilidad según la variación de parámetros del modelo, a fin de comparar los resultados económicos y las rentabilidades.

Agradecimientos

Se agradece al Ing. Alcides Duarte e Ing. Christian López, por su aporte técnico al desarrollo de este trabajo.

Referencias

1. J. Bekkering, J. E Hengeveld, W.J.T. van Gemert and A.A Broekhuis, A. A. Designing a green gas supply to meet regional seasonal demand – An operations research case study. *Applied Energy*, 143; 348–358, 2015.
2. Centro de Producción Más Limpia de Nicaragua. *Manual de Buenas Prácticas Operativas de Producción más Limpia para la Industria de Mataderos*. Proarca, Guatemala, s.f.
3. Cooperación Alemana al Desarrollo. *Situación de Energías Renovables en el Paraguay*. GIZ, Asunción, 2011.
4. Cooperación Alemana al Desarrollo. *Evaluación de potenciales de energía renovable en Paraguay, estudio de cuatro casos*. GIZ, Asunción, 2013.
5. B. Gowreesunker and S. Tassou, S. The Impact of Renewable Energy Policies on the Adoption of Anaerobic Digesters with Farm-Fed Wastes in Great Britain. *Energies*, 9(12): 1038, 2016.
6. J. Martí-Herrero and J. Cipriano. Design methodology for low cost tubular digesters. *Bioresource Technology*, 108:21-27, 2012.
7. Organización de las Naciones Unidas para la Alimentación y Agricultura; Lovera, L. Estado del Arte y Novedades de la Bioenergía en el Paraguay. FAO, Asunción, 2011.
8. M.R. Taifouris and M. Martín. Multiscale scheme for the optimal use of residues for the production of biogas across Castile and Leon. *Journal of Cleaner Production*, 185, 239–251, 2018.
9. F. Vargas-Lenher. El biodigestor como alternativa para una agricultura sostenible: primeras experiencias en Paraguay. Congreso Latinoamericano de la Red de Biodigestores de América Latina y el Caribe, Cali 2014.

Uma Busca em Vizinhança de Grande Porte para o Sequenciamento de Tarefas em Máquinas Paralelas

Gustavo Peixoto Silva

Departamento de Computação - Universidade Federal de Ouro Preto

gustavo@ufop.edu.br

Eduardo de Oliveira Ferreira

Dep. de Engenharia de Controle e Automação - Universidade Federal de Ouro Preto

deoliveira.eng@gmail.com

Resumo

Este trabalho trata do problema de sequenciamento em máquinas paralelas com atraso total ponderado (*parallel machines total weighted tardiness problem*). O objetivo é sequenciar as tarefas nas máquinas minimizando a soma dos atrasos ponderados. O problema é resolvido em duas etapas: o particionamento das tarefas entre as máquinas e o sequenciamento das tarefas em cada máquina. Neste trabalho é apresentada uma nova busca em vizinhança de grande porte para resolver o problema. A técnica *Very Large-scale Neighborhood Search* é empregada de uma forma distinta daquela encontrada na literatura, para realizar o particionamento das tarefas. Para comparar o seu desempenho, foram implementadas duas versões da metaheurística ILS, sendo aquela da literatura e a versão proposta. A busca *Dynasearch* foi utilizada para sequenciar as tarefas nas máquinas em ambas as versões. Foram realizados testes com problemas *benchmark* da literatura mostrando a competitividade da versão proposta.

Keywords: parallel machines total weighted tardiness problem; very large-scale neighborhood search.

1 Introdução

O problema do sequenciamento de tarefas em máquinas paralelas e uniformes com atraso total ponderado consiste em particionar as tarefas $J = \{1, \dots, n\}$ entre as máquinas $M = \{1, \dots, m\}$ e sequenciar as tarefas atribuídas a cada máquina, sem preempção. Cada tarefa j tem um tempo de processamento p_j , uma data de entrega d_j e um custo por dia de atraso w_j . O atraso de uma tarefa j em relação à sua data de entrega é dado por $T_j = \max\{0, C_j - d_j\}$, onde C_j é o dia de finalização da tarefa. O custo $T(S)$ de uma solução S é dado pela soma dos atrasos, ponderados pelos custos por dia de atraso em cada máquina, descrito em (1).

$$T(S) = \sum_{j=1}^n w_j T_j = \sum_{j=1}^n w_j \max\{C_j - d_j, 0\} \quad (1)$$

Este problema é dito *parallel machines total weighted tardiness problem*, e é denotado por $Pm||\sum w_j T_j$ segundo Graham et al (1979). Doravante será utilizada a notação de Graham et al (1979) para representar problemas desta classe. O problema estudado neste trabalho é do tipo *NP-hard* o que significa que não se conhece um algoritmo com complexidade polinomial para resolvê-lo (Lenstra et al. 1977; Du e Leung, 1990). Recentemente, Mensendiek et al. (2015) apresentaram uma formulação matemática e um algoritmo *branch-and-bound* para resolver o problema de máquinas paralelas com data fixa de entrega para minimizar o atraso total, e propuseram uma metaheurística Busca Tabu baseada em assinalamento e um Algoritmo Genético Híbrido que representa uma solução por meio de uma sequencia de tarefas.

Outros trabalhos relacionados ao problema são o de Anghinolfi e Paolucci (2007) que propõem uma metaheurística que envolve a Busca Tabu, *Simulated Annealing* e *Variable Neighborhood Search* para o $P||\sum T_j$ e Bilge et al. (2004) que apresentam uma Busca Tabu para o $P|_{S_{ij}}|\sum T_j$ considerando o tempo de preparação dependente da sequência de execução das tarefas. Rodrigues et al., (2008) tratam especificamente do $Pm||\sum w_j T_j$, e representam o problema por meio de uma única sequência de tarefas, o que diminui muito o tempo de processamento. A sequência única é otimizada empregando a metaheurística *Iterated Local Search* - ILS (Lourenço et al., 2003) com movimentos de inserção e troca da posição de tarefas (*generalized pairwise interchange* - GPI). A combinação destes movimentos é melhorada por meio de um critério específico de desempate.

Embora a vizinhança GPI seja facilmente adaptada ao ambiente de máquinas paralelas, ela não se aplica à busca GPI *dynasearch*. A *dynasearch* é uma busca em vizinhança de grande porte para o sequenciamento de tarefas em uma única máquina. Ela foi proposta por Congram et al. (2002) para o $1||\sum w_j T_j$, e utiliza a Programação Dinâmica para pesquisar uma vizinhança de tamanho exponencial em tempo de processamento polinomial. A *dynasearch* realiza uma série de trocas independentes que podem levar à melhoria da solução, enquanto as buscas clássicas fazem apenas um movimento de inserção ou troca por iteração. Assim, ela é capaz de realizar a busca em um espaço muito mais amplo em um tempo de processamento semelhante.

Della Croce et al. (2012) apresentam uma metaheurística ILS juntamente com a *dynasearch* em cada máquina para o $Pm||\sum w_j T_j$ e utiliza uma busca em vizinhança de grande porte (*Very Large-scale Neighborhood Search*-VLNS) proposta por Ahuja et al. (2002) para fazer o particionamento entre as tarefas. Para cada par de máquinas (m_1, m_2) , é computada a maior diminuição Δ_{m_1, m_2} que ocorre no atraso, devido aos movimentos de inserção e troca de tarefas entre as máquinas. Posteriormente é construído o grafo de melhoria $G = (M, E)$, onde $E = \{\{m_1, m_2\}: \Delta_{m_1, m_2} > 0\}$. Uma solução vizinha é obtida encontrando um emparelhamento máximo (*maximum matching*) em G e executando os movimentos associados às arestas do emparelhamento. O sequenciamento das tarefas em cada máquina é realizado pela busca *swap dynasearch* proposta por Congram et al. (2002).

Neste trabalho foi implementado o algoritmo proposto por Della Croce et al. (2012) e também uma segunda versão de busca VLNS entre máquinas que, diferentemente de Della Croce et al. (2012), considera a troca de tarefas entre várias máquinas e aplica um algoritmo de caminho mínimo para explorar a vizinhança (Ahuja et al., 2000). As duas versões do ILS utilizam a busca *dynasearch* para realizar o sequenciamento das tarefas em cada máquina. As versões foram testadas com instâncias *benchmark* da literatura, mostrando a eficiência de cada versão do ILS, combinado com a *dynasearch*.

Este trabalho está dividido da seguinte forma: na Seção 2 são apresentados os métodos de busca local para o problema, em suas duas etapas. Na Seção 3 são apresentadas as duas versões da metaheurística ILS e na Seção 4, os resultados dos testes computacionais. A Seção 5 contém as conclusões do trabalho.

2 Método de busca local para o problema

O $Pm||\sum w_j T_j$ é composto de duas etapas: *i*) a particionamento das tarefas entre as diferentes máquinas e *ii*) o sequenciamento das tarefas de cada máquina. Na primeira etapa foram aplicadas, neste trabalho, duas técnicas de busca em vizinhança de grande porte. A segunda etapa foi resolvida com apenas uma técnica de busca em vizinhança de grande porte, a *dynasearch*. A seguir são apresentadas cada uma destas técnicas para resolver o problema.

2.1 Particionamento das Tarefas via VLNS com Ciclos Negativos

A busca VLNS (Ahuja et al. 2002), é uma generalização da vizinhança de realocação e troca aos pares, na qual uma solução vizinha é obtida realizando uma troca cíclica ou uma troca em cadeia dos elementos da solução de um problema de particionamento de conjuntos. A vizinhança de troca cíclica envolve a troca aos pares, mas também permite que tarefas de três ou mais máquinas estejam envolvidas na troca. Considerando o caso de três máquinas e de uma troca cíclica, uma tarefa da máquina 1 é realocada para a máquina 2, que por sua vez tem uma tarefa realocada para a máquina 3, que finalmente tem uma tarefa realocada para a máquina 1. No caso de uma troca em cadeia, a máquina 3 não realoca qualquer tarefa para a máquina 1 e esta terá uma tarefa a menos, assim como a máquina 3 contará com uma tarefa a mais do que havia antes do movimento.

Para realizar uma busca eficiente na vizinhança de troca cíclica e em cadeia, é necessário construir um grafo direcionado $G(S)$, de uma dada solução S , denominado *grafo de melhoria*. Considerando n tarefas e m máquinas, seja $S[j]$ a máquina que contém a tarefa j , então, $G(S) = (N, E)$ é um grafo direcionado com N contendo um nó para cada tarefa $i = 1, \dots, n$, um nó para cada máquina $j = n+1, \dots, n+m$, e um super-nó $t = n+m+1$. O conjunto E contém os seguintes tipos de arcos:

1. (i, j) ligando as tarefas i e j que representa a substituição da tarefa j pela i na máquina $S[j]$. O custo deste tipo de arco é dado por $c(\{i\} \cup S[j] \setminus \{j\}) - c(S[j])$;
2. (i, m_j) ligando a tarefa i à máquina m_j , $m_j \neq S[i]$, representando a inserção de i em m_j sem que qualquer tarefa seja retirada de m_j . O custo do arco é dado por $c(\{i\} \cup m_j) - c(m_j)$;
3. (t, j) do super-nó t para cada tarefa j , que considera a retirada da tarefa j da máquina $S[j]$ sem que qualquer tarefa seja inserida em $S[j]$. O custo deste arco é $c(S[j] \setminus \{j\}) - c(S[j])$;
4. (m_j, t) de cada máquina m_j para o super-nó t , para permitir a formação de ciclos. Esse tipo de arco tem custo zero.

Um ciclo negativo em $G(S)$ corresponde a uma troca cíclica que melhora o valor da solução S . Esta é uma maneira eficiente de fazer uma busca na vizinhança de S . Portanto, basta encontrar um ciclo negativo no grafo de melhoria $G(S)$ para se obter um vizinho melhor. Neste trabalho foi implementado o algoritmo *walk to the root* (Cherkassky e Goldberg, 1999), com complexidade $O(n^2m)$, para encontrar os ciclos negativos. Uma vez encontrado um ciclo negativo, as trocas são realizadas, e a solução e o grafo de melhoria são atualizados. O processo é repetido até que nenhum ciclo negativo seja encontrado no grafo de melhoria. Neste caso a solução corrente é um ótimo local segundo esta vizinhança. Este procedimento foi implementado para realizar o particionamento das tarefas entre as máquinas. Esta busca será denominada doravante VLNS-CN.

2.2 Particionamento das Tarefas via VLNS com Matching

Neste procedimento de busca em vizinhança de grande porte, foi utilizado um algoritmo de *matching* com peso máximo (*maximum weighted matching*). O grafo de melhoria é construído a partir de uma dada solução S , sendo que para cada par de máquinas com as sequências de tarefas σ_1 e σ_2 são realizados os seguintes movimentos:

- a) extrair uma tarefa j de σ_1 e inseri-la em σ_2
- b) extrair uma tarefa j de σ_2 e inseri-la em σ_1
- c) extrair as tarefas $i \in \sigma_1, j \in \sigma_2$ e inserir i em $\sigma_2 - \{j\}$ e j em $\sigma_1 - \{i\}$

Após explorar todas os movimentos utilizando os movimentos a), b) e c) nas sequências σ_1 e σ_2 é possível definir a vizinhança, de tamanho não-polinomial em relação ao número de máquinas, e pesquisar esta vizinhança em tempo polinomial, aplicando um algoritmo de *matching* com peso máximo, da seguinte forma:

1. para cada par de máquinas (m_1, m_2) , calcular a diminuição máxima do atraso Δ_{m_1, m_2} obtida ao se realizar os movimentos a), b) e c) nas sequências σ_1 e σ_2 , para todo $i, j \in \{\sigma_1\} \cup \{\sigma_2\}$.
2. construir o grafo de melhoria $G(M, E)$ onde M é o conjunto das máquinas e $E = \{(m_1, m_2) : \Delta_{m_1, m_2} > 0\}$
3. a próxima solução será obtida ao aplicar o *matching* em G e executar os movimentos relacionados às arestas pertencentes ao *matching*.

É importante ressaltar que a realização dos movimentos a), b) e c) necessita de $O(n^3)$ operações e a pesquisa nessa vizinhança é rápida em termos computacionais, sendo essa técnica bastante útil principalmente quando o número de máquinas aumenta (Della Croce et al., 2012).

Como o algoritmo do *matching* não seleciona arestas que podem piorar o custo da solução corrente, é garantido que sempre que o problema possui um número par de máquinas, poderá ocorrer o emparelhamento perfeito. Também é garantido que para qualquer número de máquinas e qualquer número de tarefas, ocorrerá o emparelhamento máximo quando não houver emparelhamento perfeito (Bondy e Murty, 1976). Isso garante que o algoritmo conseguirá realizar a máxima melhoria possível no grafo gerado pelos passos 1, 2 e 3 através dos movimentos a), b) e c), descritos acima. Esta busca será denominada neste trabalho VLNS-M.

2.3 Sequenciamento das Tarefas em cada máquina via Dynasearch Swap

Seja $\sigma = (\sigma(1), \dots, \sigma(n))$ uma permutação que define a ordem de processamento das tarefas de uma dada máquina, sendo $\sigma(i)$ a tarefa na posição i , $i = 1, \dots, n$. A vizinhança *Swap* de uma permutação σ compreende todas as sequências que podem ser obtidas pela troca de quaisquer duas tarefas $\sigma(i)$ e $\sigma(j)$, $1 \leq i < j \leq n$. A vizinhança do tipo *Dynasearch Swap* de σ é uma permutação obtida por uma série de trocas independentes. Dois movimentos que trocam a tarefa $\sigma(i)$ com $\sigma(j)$ e a tarefa $\sigma(k)$ com $\sigma(l)$, são independentes se $\max\{i, j\} < \min\{k, l\}$ ou $\min\{i, j\} > \max\{k, l\}$. A vizinhança *Dynasearch Swap* consiste de todas as soluções que podem ser obtidas a partir de σ por uma série de pares de movimentos de trocas independentes. Esta vizinhança tem tamanho $2^{n-1} - 1$, ou seja, ela é exponencial.

Uma forma eficiente de encontrar o melhor conjunto de trocas independentes de uma permutação σ é utilizar um algoritmo de Programação Dinâmica. Este algoritmo adota o esquema de enumeração *forward* no qual as tarefas são adicionadas ao final da sequência parcial e são trocadas de posição com as demais tarefas. Define-se que para uma sequência parcial estar no estado (k, σ) , $k = 1, \dots, n$, ela pode ser obtida da sequência parcial $(\sigma(1), \dots, \sigma(k))$ aplicando uma série de movimentos independentes. Para encontrar a melhor sequência na vizinhança *Dynasearch Swap* de σ , que define o estado (n, σ) , é necessário encontrar aquela que tem valor objetivo mínimo entre todas as sequências neste estado. Este é o princípio da Programação Dinâmica, utilizado para encontrar o melhor vizinho da estrutura *Dynasearch Swap*.

Seja σ_k a sequência parcial com a soma mínima dos atrasos ponderados para as tarefas $\sigma(1), \dots, \sigma(k)$ entre as sequências parciais no estado (k, σ) . Seja também, $F(\sigma_k)$ a soma dos atrasos ponderados para as tarefas $\sigma(1), \dots, \sigma(k)$ em σ_k . Esta sequência parcial é obtida a partir de uma outra sequência parcial σ_i que tem valor objetivo mínimo entre todas sequências parciais em algum estado prévio (i, σ) , $0 \leq i < k$, adicionando a tarefa $\sigma(k)$ no final da sequência se $i = k - 1$, ou adicionando primeiro as tarefas $\sigma(i+1), \dots, \sigma(k)$ e então trocando de posição as tarefas $\sigma(i+1)$ e $\sigma(k)$ se $0 \leq i < k - 1$. Esta recursividade é utilizada no algoritmo de Programação Dinâmica até que seja obtida a melhor solução na vizinhança *Dynasearch Swap*. O processo é repetido para uma série de soluções iniciais distintas, guardando sempre a melhor solução encontrada.

3. A Metaheurística ILS para o resolver o $Pm||\sum w_j T_j$

A metaheurística ILS é inicializada com uma solução gerada pelo método *Earliest Due Date* - EDD (Baker, 1984) na linha 1, e tem duas heurísticas de busca local. A `dynasearch_swap(S, N1)`, na linha 4 do Algoritmo 1, tenta melhorar o custo de cada máquina pela vizinhança *Dynasearch Swap*. A busca `very_large_neighborhood_search(S1, N2)`, na linha 6 do Algoritmo 1, considera movimentos entre máquinas do tipo *n-optimal*, ou seja, utilizando as buscas VLNS. Na linha 19 ocorre a perturbação intra-máquinas com a função `kick1(S)`, que modifica as posições das tarefas em máquinas escolhidas aleatoriamente. Posteriormente, na linha 22, é realizada a perturbação entre-máquinas `kick2(S)`, que faz a troca de tarefas escolhidas entre pares de máquinas tomadas aleatoriamente.

```
Iterated Local Search (N1, N2, T(), EDD(), Tempo, MaxSemMelhora)
1. S* = S = EDD();
2. IterCont = 0;
3. enquanto tempo de processamento < Tempo faça
4.     S1 = dynasearch_swap(S, N1);
5.     Repita
6.         S2 = very_large_neighborhood_search(S1, N2);
7.         se T(S2) < T(S1) então
8.             S1 = S2;
9.         fim_se;
10.    até que N2 não melhore S1
11.    se T(S1) < T(S*) então
12.        S* = S1;
13.        interCont = 0;
14.    senão
15.        interCont = interCont + 1;
16.    fim_se;
17.    se N2 falhar em melhorar S1 então
18.        se iterCont > MaxSemMelhora então
19.            S = kick1(S*);
20.            interCont = 0;
21.        senão
22.            S = kick2(S2);
23.        fim_se;
24.    fim_se;
25. fim_enquanto;
26. retorna S*;
```

Algoritmo 1. Pseudocódigo da implementação do ILS

O Algoritmo 1 foi testado em duas versões, sendo que em ambas, a busca local em cada máquina é realizada pelo procedimento *Dynasearch Swap*. Na primeira versão, denominada ILS1, a busca local em várias máquinas (linha 6 do Algoritmo 1) é realizada pelo VLNS-CN. Por outro lado, na segunda versão, denominada ILS2, esta busca é substituída pelo procedimento VLNS-M.

4. Testes Computacionais

Foi utilizado um computador com processador Intel (R) Pentium (R) N3540 @ 2.16 GHz e 4 GB de memória RAM para realizar os testes computacionais. Inicialmente foram resolvidos problemas cuja solução ótima é conhecida, verificando a eficiência das versões do ILS. Posteriormente foram utilizados problemas maiores, cujas soluções ótimas não são conhecidas. Cada problema foi resolvido 5 vezes, com tempo de processamento de 15 minutos, independentemente da quantidade de tarefas e de máquinas do problema.

4.1 Comparação entre o ILS1 e o ILS2 para problemas com o ótimo conhecido

Os resultados apresentados na Tabela 1 são de problemas com 20 tarefas, e o número de máquinas $m = 2, 4, \dots, 10$. Na Tabela 1, denomina-se ILS1 à primeira versão e ILS2 à segunda versão do ILS. Cada problema foi contabilizado o número de vezes que cada versão atingiu a solução ótima. Os parâmetros R e T , apresentados na Tabela 1, são o *due date range* e o *tardiness fator* respectivamente, que caracterizam e determinam a dificuldade de cada instância (Crauwels et al. 1998).

Na Tabela 1, a linha %ot corresponde ao percentual da diferença entre a melhor solução obtida e a solução ótima do problema. A linha QT contém o número de vezes que a versão atingiu a solução ótima nas 5 rodadas. Tomando como exemplo $m = 2$, a versão ILS1 e o problema número 8, este foi gerado para $R = 0,6$, $T = 0,6$ e o % da diferença entre a melhor solução obtida e a solução ótima foi igual a 0,45%. Neste caso, o ILS1 não alcançou a solução ótima em nenhuma das 5 rodadas, conforme o valor zero na linha QT. Por outro lado, a versão ILS2 alcançou a solução ótima nas 5 rodadas, obtendo %ot igual a 0 e QT igual a 5.

O ILS1, na Tabela 1, conseguiu chegar à solução ótima na maioria dos problemas com 2 e 4 máquinas e em todos os problemas com 6 máquinas. Contudo, alcançou o ótimo em apenas 6 dos 15 problemas com 8 máquinas e em apenas 8 dos 15 problemas com 10 máquinas. Este resultado pode indicar que uma quantidade muito baixa de tarefas por máquinas compromete o desempenho das IL1. Já o ILS2 obteve a solução ótima em todos os problemas testados em todas as 5 execuções de cada problema. Como as duas metaheurísticas utilizam o *Dynasearch*, percebe-se que o desempenho do ILS2 se deve ao procedimento de busca entre máquinas, que nesta versão utiliza o VLNS-M.

Tabela 1 - Resultados obtidos para $n = 20$ e $m = 2, 4, 6, 8$ e 10 com soluções ótimas conhecidas.

Problema	#	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
		R	0,2	0,2	0,2	0,4	0,4	0,4	0,6	0,6	0,6	0,8	0,8	0,8	1	1	1
		T	0,2	0,6	1	0,2	0,6	1	0,2	0,6	1	0,2	0,6	1	0,2	0,6	1
$m = 2$	ILS1	%ot	0	0	0	0	0	0	0,45	0	0	0	0,15	0,04	0	0	
	ILS2	QT	5	5	5	5	5	5	5	0	5	5	5	0	0	5	5
$m = 4$	ILS1	%ot	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,53	0	0
	ILS2	QT	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
$m = 6$	ILS1	%ot	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	ILS2	QT	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
$m = 8$	ILS1	%ot	0	0	0	0	0,05	0	2,2	0,12	0,27	0,55	0,43	0,11	0	0,5	0,43
	ILS2	QT	5	5	5	5	4	5	0	0	0	0	0	0	5	0	0
$m = 10$	ILS1	%ot	2,56	0	0	0	0	0	0,26	0	0	0,69	1,30	0,11	0	0,63	1,30
	ILS2	QT	0	5	5	5	5	5	0	5	5	0	0	0	5	0	0
		%ot	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		QT	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5

Na Tabela 1, pode-se observar que o número de soluções ótimas encontradas pelo ILS1 aumentou quando m aumentou de 2 para 4 e depois para 6. Posteriormente, houve uma queda acentuada quando m passou para 8 e uma leve recuperação quando $m = 10$. Desta forma, há evidências que o ILS1 obtém seus

melhores resultados nos problemas em que cada máquina deve realizar um grande número de tarefas. Resta destacar que, embora o ILS1 não tenha encontrado a solução ótima para a maioria dos problemas com 20 tarefas e 8 máquinas, as soluções obtidas são muito próximas dos valores ótimos, variando entre 0,05% e 2,2% do ótimo e em média 0,98% da solução ótima para $m = 10$. Já o ILS2 se mostra mais eficiente em todos os cenários, independentemente da quantidade de tarefas em cada máquina.

4.2 Comparação entre o ILS1 e o ILS2 para problemas sem solução ótima conhecida

As versões ILS1 e ILS2 também foram testadas para problemas cujas soluções ótimas não são conhecidas. Os dez problemas contam com 50 tarefas e o número de máquinas variando entre 2 e 10, ou seja, $m = 2, 4, \dots, 10$. Na Tabela 2 são apresentadas as melhores soluções encontradas para cada problema (nas colunas), e para cada versão (nas linhas), após 10 execuções. A linha “Min” contém o valor da função objetivo, a linha “DP” corresponde ao desvio padrão das 10 soluções e na linha “%Dif” é apresentada a diferença percentual do valor da FO das duas versões, ou seja, $\%Dif = (ILS1 - ILS2)/ILS2$. Esta informação mostra que, embora a versão ILS2 obtenha soluções melhores do que o ILS1 em várias instâncias, esta superioridade é muito pequena em termos absolutos e percentuais. Os valores destacados em verde correspondem aos melhores resultados e aqueles em rosa, aos piores resultados. Nos problemas sem destaque houve empate entre as duas versões. A coluna S* mostra o total de vitórias de cada versão.

Tabela 2 - Resultados obtidos para problemas com $n = 50$ e $m = 2, 4, 6, 8$ e 10 sem soluções ótimas conhecidas

	Prob	#	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	S*
$m = 2$	ILS1	Min	5795	37999	30	14339	103136	3372	40135	0	9026	62996	1
		DP	0,00	2,51	0,00	2,68	0,45	0,00	6,88	0,00	26,43	4,55	
	ILS2	Min	5795	37999	30	14339	103125	3372	40120	0	9028	62992	3
		DP	0,00	1,60	0,00	0,00	1,60	0,00	7,40	0,00	26,78	5,04	
	%Dif	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0004	0,0000	-0,0002	0,0001	
$m = 4$	ILS1	Min	3434	20992	59	8423	55755	2287	22984	0	6315	34433	2
		DP	0	2,77	0	3,85	2,3	0,89	17,22	0	10,01	10,55	
	ILS2	Min	3434	20985	59	8420	55757	2287	22977	0	6322	34432	4
		DP	0	3,37	0	3,26	1,2	0	16,29	0	10,42	4,71	
	%Dif	0,0000	0,0003	0,0000	0,0004	0,0000	0,0000	0,0000	0,0003	0,0000	-0,0011	0,0000	
$m = 6$	ILS1	Min	4692	17736	1232	9752	41081	4794	20217	507	8767	26492	2
		DP	0,84	3,05	0,89	10,67	1,52	1,48	3,13	2,92	5,94	2,41	
	ILS2	Min	4692	17734	1232	9739	41080	4790	20221	507	8754	26493	5
		DP	0,00	2,40	0,00	6,76	2,71	2,28	5,31	1,26	9,48	1,60	
	%Dif	0,0000	0,0001	0,0000	0,0013	0,0000	0,0008	-0,0002	0,0000	0,0015	0,0000		
$m = 8$	ILS1	Min	2276	12972	115	5783	32251	1800	14713	0	5272	20488	0
		DP	1,30	5,34	1,10	6,91	1,64	8,51	5,86	0,00	7,57	2,30	
	ILS2	Min	2269	12971	110	5769	32248	1792	14696	0	5254	20483	9
		DP	2,24	1,33	1,41	2,79	0,89	5,42	8,52	0,00	5,46	2,24	
	%Dif	0,0031	0,0001	0,0455	0,0024	0,0001	0,0045	0,0012	0,0000	0,0034	0,0002		
$m = 10$	ILS1	Min	2113	11369	165	5635	27568	1908	13162	0	5386	17807	0
		DP	3,21	0,84	0,84	7,54	1,1	10,08	3,51	0	6,3	2,17	
	ILS2	Min	2112	11361	165	5624	27568	1876	13162	0	5378	17805	6
		DP	2,28	2,23	0	1,9	1,6	15,56	3,83	0	6,37	2,28	
	%Dif	0,0005	0,0007	0,0000	0,0020	0,0000	0,0171	0,0000	0,0000	0,0000	0,0015	0,0001	

É possível verificar que a versão ILS2 foi mais eficiente na resolução do problema com 50 tarefas para qualquer quantidade de máquinas e que o desempenho da versão ILS1 diminui na medida em que o número de máquinas aumenta. Este é outro indício de que a diminuição do número de tarefas por máquina prejudica a eficiência do ILS1. Por outro lado, ainda que a versão ILS1 não produza as melhores soluções, seus resultados são extremamente competitivos, uma vez que na grande maioria dos problemas testados, a diferença percentual é da ordem de 10^{-3} a 10^{-4} , em relação aos resultados obtidos pelo ILS2.

5 Conclusões

Neste trabalho foram apresentadas duas versões da metaheurística ILS que utilizam busca em vizinhança de grande porte nas duas etapas de otimização do problema, ou seja, no particionamento das tarefas entre as máquinas e no sequenciamento destas tarefas em cada máquina. A primeira versão é uma implementação inédita para o problema, que utiliza um grafo de melhoria que permite a realocação *em cadeia* das tarefas entre as máquinas. Neste caso a busca é feita por um algoritmo de detecção de ciclos negativos. A segunda versão, a mais eficiente, é a um algoritmo proposto na literatura que utiliza um algoritmo de *matching* para realizar o particionamento das tarefas entre as máquinas.

Embora a versão proposta não tenha sido a mais eficiente, é possível verificar a sua competitividade tendo em vista a pequena diferença nas soluções obtidas. Desta forma, este trabalho abre uma frente de pesquisa tendo como continuidade o aprimoramento da versão proposta, que se mostra promissora.

Agradecimentos

Os autores agradecem à UFOP, e à FAPEMIG pelo apoio recebido para a realização deste trabalho.

Referências

1. Ahuja, R. K.; Ergun, O.; Orlin, J. B.; Punnen, A. P. A survey of very large-scale neighborhood search techniques. *Discrete Applied Mathematics*, v. 123, p. 75 – 102, 2002.
2. Ahuja, R. K.; Orlin, J. B.; Sharma, D. Very large-scale neighborhood search. *International Transactions in Operational Research*, v. 7, n. 4-5, p. 301-317, 2000.
3. Anghinolfi, D.; Paolucci, M. Parallel machine total tardiness scheduling with a new hybrid metaheuristic approach. *Computers & Operations Research*, v. 34, n. 11, p. 3471-3490, 2007.
4. Baker, K. R. Sequencing rules and due-date assignments in a job shop. *Management Science*, v. 30, n. 9, p. 1093–1104, 1984.
5. Bilge, Ü.; Kiraç, F.; Kurtulan, M.; Pekgün, P. A tabu search algorithm for parallel machine total tardiness problem. *Computers & Operations Research*, v. 31, n. 3, p. 397-414, 2004.
6. Bondy, J. A.; Murty, U. S. R. *Graph theory with applications*, v. 290. London: Macmillan, 1976.
7. Cherkassky, B. V.; Goldberg, A. V. Negative-cycle detection algorithms. *Mathematical Programming*, v. 85, n. 2, p. 277-311, 1999.
8. Congram, R. K.; Potts, C. N.; Van de Veldes, S. L. An iterated Dynasearch algorithm for the single-machine total weighted tardiness scheduling problem. *INFORMS Journal on Computing*, v. 14, n. 1, p. 52-67, 2002.
9. Crauwels, H. A. J.; Potts, C. N.; Van Wassenhove, L. N. Local search heuristics for the single machine total weighted tardiness scheduling problem. *INFORMS Journal on computing*, v. 10, n. 3, p. 341-350, 1998.
10. Dell Croce, F.; Garaix, T.; Grosso, A. Iterated local search and very large neighborhoods for the parallel-machines total tardiness problem. *Computers & Operations Research*, v. 39, n. 6, p. 1213–1217, 2012.
11. Du, J.; Leung, J. Y. T. Minimizing total tardiness on one machine is NP-hard. *Mathematics of Operations Research*, v. 15, n. 3, p. 483-495, 1990.
12. Graham, R. L.; Lawler, E. L.; Lenstra, J. K.; Kan, A. R. Optimization and approximation in deterministic sequencing and scheduling: a survey. In *Annals of discrete mathematics*, v. 5, p. 287-326, 1979.
13. Lenstra, J. K.; Kan, A. H. G. R.; Brucker, P. Complexity of machine scheduling problems. *Annals of Discrete Mathematics*, v. 1, p. 343–362, 1977.
14. Lourenço, H. R.; Martin, O. C.; Stützle, T. Iterated local search. In: Glover, F.; Kochenberger, G. A. (Eds.) *Handbook of Metaheuristics*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2003. cap. 11, p. 321-353.
15. Mensendiek, A.; Gupta, J. N.; Herrmann, J. Scheduling identical parallel machines with fixed delivery dates to minimize total tardiness. *European Journal of Operational Research*, v. 243, n. 2, p. 514-522, 2015.
16. Rodrigues, R.; Pessoa, A.; Uchoa, E.; Aragão, M. P. Heuristic algorithm for the parallel machine total weighted tardiness scheduling problem. *Relatório de Pesquisa*, v. 8, n. 10, Universidade Federal Fluminense, Niterói, RJ, 2008.

Modelo para la Distritación y Asignación de Escaños de la Reforma al Sistema Electoral Chileno

Rodrigo Rebolledo Vega, Gustavo Chávez Errázuriz, Óscar Cornejo Zúñiga
Departamento de Ingeniería Industrial, Universidad Católica de la Santísima Concepción,
Concepción, Chile
rrebolledo@ucsc.cl, grchavez@ing.ucsc.cl, ocornejo@ucsc.cl

Carlos Obreque Niñez
Departamento de Ingeniería Industrial, Universidad del Bío-Bío, Concepción, Chile
cobreque@ubiobio.cl

Abstract

La representatividad de la geografía electoral del Sistema Binominal chileno, siempre fue un tema problemático a la hora de las elecciones. Si bien la Reforma del año 2015 aborda en mejor medida las distorsiones que el Sistema Binominal manifestaba, aún sigue expresando problemas de representatividad población-escaño. Bajo este escenario, se introduce un modelo de programación matemática, para crear los distritos y asignar los escaños de la Cámara de Diputados de Chile, obteniendo mejoras significativas en tres indicadores para medir la representatividad.

Keywords: Representatividad, Distritación Electoral, Asignación de Escaños, Malapportionment.

1 Introducción

La representatividad de un sistema electoral, es el diseño del mapa electoral y su respectiva asignación de escaños. Una apropiada representatividad, es señal característica de naciones que poseen sanas democracias. Uno de los requisitos fundamentales de la representatividad, radica en el diseño del mapa electoral, si el mapa electoral logra reflejar con un aceptable nivel el principio de una “persona, un voto” (Dahl, 1971), podemos decir entonces que el sistema electoral es representativo.

El sistema electoral que se encargaba de la elección de representantes en el Congreso Chileno, era el Sistema Binominal. En éste, la representatividad era fuertemente cuestionada, y esto, se debía principalmente al mal diseño de su mapa electoral, en el cual, se observaban importantes diferencias de población en sus 60 distritos constituyentes (Navia, 2006), a los cuales se les asignaban 2 diputados. Estas diferencias de población tenían fuertes distorsiones en la proporcionalidad del voto, manifestado en sus distritos de baja población, un poder de voto de hasta ocho veces más fuerte que el voto de una persona de un distrito que agrupaba una alta población. Esta desproporcionalidad en el voto, violaba completamente el principio de representatividad de un sistema electoral. Durante varios años se intentó poner fin al Sistema Binominal (Gamboa, 2009) y finalmente en el año 2015 se modifica con la Reforma al Sistema Electoral (Bachelet, 2014). La Reforma, terminó con el Binominal en su totalidad y mejoró varios aspectos demandados desde el nacimiento de éste, con la creación de un nuevo mapa electoral diametralmente distinto al de su antecesor, y el uso del Sistema Proporcional *D'Hondt* para elegir a los Diputados y Senadores.

En este trabajo, el enfoque para desarrollar un nuevo mapa electoral y su respectiva asignación de escaños, es a través de la Programación Matemática que permite agrupar a todas las comunas de Chile en distritos, y asignarle escaños a cada uno de ellos de una manera más representativa (proporcional) a su

población. Este enfoque, no se ha manifestado en ninguna propuesta de Reforma de (re)distribución, ya que tradicionalmente el problema de distribución en Chile, se resuelve mediante habilidades de elaboración de mapas basada en criterios básicos como de geografía y una cuestionada proporcionalidad en la fuerza del voto (Guevara, 2007; Rojas y Navia, 2005; Valenzuela y Siavelis, 1991).

2 Modelo para la distribución y asignación de escaños.

2.1 Indicadores de representación electoral

Con excepción de los sistemas de distrito único, todos los sistemas electorales de los regímenes democráticos existentes están, en alguna medida, sobre o sub-representados distritalmente, algunos lo están por imposibilidad matemática; a veces es muy difícil que un distrito reciba exactamente una cantidad de escaños proporcional a su población o electores¹, por imposibilidad geográfica; a veces existen zonas que están en lejanía territorial y no pueden ser agrupadas o presentan escasa población o por representatividad política obligada; existen zonas de muy baja población, que obligadamente necesitan escaños adicionales, a pesar de que esto no se justifique por su escasa población.

Se puede calcular la proporcionalidad del mapa electoral de un país a partir de la diferencia entre el porcentaje de escaños y el porcentaje de población, a través de sus distritos constituyentes. La agregación de las diferencias distritales arroja un coeficiente de *Malapportionment (Map)* del sistema electoral. El indicador de *Map* es una variante del índice de proporcionalidad de Loosemore y Hanby (1971), en el cual en lugar de calcular la diferencia entre votos y escaños de los partidos, la diferencia se calcula entre los porcentajes de población y de escaños de un distrito (Reynoso, 2004).

$$Map = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^D | \%E_i - \%P_i | \quad (1)$$

dónde: D es el número de distritos, $\%E_i$ es el porcentaje de escaños de un distrito, $i = 1, \dots, D$, $\%P_i$ es el porcentaje de población de un distrito, $i = 1, \dots, D$.

Un segundo indicador es el *Desvío (Advantage Ratio)*, que consiste en calcular para cada distrito la razón entre el porcentaje de escaños y el porcentaje de población, que ese multiplica por 100, y al resultado anterior se le resta 100. Los distritos subrepresentados obtienen un valor negativo y los sobrerrepresentados uno positivo (Reinoso, 2001).

$$Desvío_i = \left[\frac{\%E_i}{\%P_i} * 100 \right] - 100 \quad i = 1, \dots, D \quad (2)$$

Un tercer indicador llamado *sobrerrepresentado* es de tipo binario, y toma el valor 1 cuando el distrito esta sobrerrepresentado y 0 cuando el distrito esta subrepresentado (Reinoso, 2001).

Este trabajo utiliza los indicadores antes expuestos para medir la representatividad de la fuerza del voto en los mapas electorales del Sistema Binominal, de la Reforma de 2015 y el propuesto en este trabajo, con la finalidad de compararlos entre sí, e identificar cual es el más representativo en función de la proporcionalidad población-escaño. Varios autores (Samuels y Snyder, 2001; Reynoso, 2002; y Cosano, 2009), señalan que el *Map* no debe ser muy alto. Reynoso (2002), dice que no debe superar de 6, pudiendo variar en cada país, se puede justificar cierta proporción del elevado *Map* a que algunas naciones presenten imposibilidades territoriales o matemáticas, pero no se justifica en su totalidad. El Consejo de la Comisión Europea para la Democracia por el Derecho (comúnmente conocida como la Comisión de Venecia), estableció un código de buenas prácticas en materia electoral, la cual establece las

¹ Los diversos trabajos sobre el tema utilizan la población y los electores para el distritaje y/o el cálculo de indicadores. En este en particular se decidió utilizar la población debido a que el Proyecto de Ley de la Reforma al Sistema Binominal lo justificaba en base a las poblaciones de los respectivos distritos.

directrices en cuanto a muchos aspectos en estas materias (Comisión Europea para la Democracia por el Derecho, 2002). En ella, se afirma que cada sistema de gobierno debe determinar una tolerancia de *Map*, según la cual, la asignación de escaños se puedan llevar a cabo sin producir distorsiones en el principio de “una persona, un voto”. El *Map* permitido depende de cada nación, aunque rara vez debe exceder de 10 y nunca de 15, excepto en circunstancias muy excepcionales como una unidad administrativa demográficamente débil y que es de la misma importancia que otras unidades, a la cual, forzosamente se le debe otorgar escaños adicionales.

2.2 Modelo de Programación Matemática

Este modelo combina dos problemáticas antes estudiadas como es la (re)distritación (Hess y Weaver, 1965; Tasnádi, 2011; Bozkaya et al. 2011), y la asignación de escaños, en donde, una vez definidos los distritos, se busca asignar los escaños a cada distrito con objetivos como pueden ser la representatividad del voto de la población (Girón, 2007). El procedimiento estándar de problema de distritación es definir el área de interés y las unidades básicas indivisibles. En este trabajo, se definirá a la comuna² como unidad básica indivisible, donde I es el número de comunas. Cada unidad se debe asignar a uno y sólo uno de los distritos. El área de interés contiene un total de D distritos. Un plan de distritación es el conjunto de D distritos que abarcan el área de interés.

La contigüidad y la compacidad son esenciales a la hora de la construcción de distritos, la primera se refiere a que no se pueden crear distritos con comunas desconectadas entre sí, y la segunda en que se deben crear formas regulares de distritos. El modelo propuesto aquí, no las garantiza explícitamente, pero utiliza la compacidad como una herramienta para promover la contigüidad. Es extraño que la contigüidad no se cumpla, si es el caso, se han de realizar las respectivas correcciones posteriores a la ejecución del modelo.

Cada comuna tiene una población p_i , $i = 1, \dots, I$, y una distancia a cada una de las otras comunas d_{ij} $i = 1, \dots, I, j = 1, \dots, J$, donde J es el número de posibles centros de distrito³, el cual está compuesto por las mismas comunas que serán seleccionadas como centros de distrito en este caso. Se define el conjunto R como los pares de comunas que pertenecen a una misma región debido a que no se pueden crear distritos con comunas de distintas regiones, S es el número de escaños a asignar, P es la población total del país. S_r es el número de escaños a asignar en la región $r = I, II, \dots, XV$, valores que se determinan por un modelo previo de Restos Mayores (Girón, 2007), que busca minimizar la máxima diferencia entre los escaños que le corresponden de forma proporcional a la región y los asignados.

Se define la variable x_{ij} , $i = 1, \dots, I, j = 1, \dots, J, (i, j) \in R$, como la variable que lleva a cabo la distritación del país. La variable toma el valor 1 si la comuna i se asigna al centro de distrito j . Y se define la variable s_j , $j = 1, \dots, J$, como la cantidad de escaños asignados al posible centro de distrito de la comuna j . Para un

centro de distrito j' , $\sum_{\substack{i=1 \\ (i,j') \in R}}^I p_i x_{ij'}$ es la población del distrito, para que el número de escaños s_j sea

exactamente proporcional a la población de un distrito, se debería cumplir (3). Como (3) es generalmente un número fraccionario, hay que redondearlo de algún modo y, por lo tanto, se define s_j como una variable entera positiva.

² Una comuna es la división administrativa menor y básica de Chile.

³ Las distancias d_{ij} son medidas a partir de sus respectivos centroides, a través del sistema de información geográfico ArcGis 10.3 (ESRI, 2012). ArcGis genera los centroides de todas las comunas para después calcular las distancias entre ellas.

$$s_j = \frac{S}{P} \sum_{\substack{i=1 \\ (i,j) \in R}}^I p_i x_{ij} \quad j = 1, \dots, J \quad (3)$$

La variable auxiliar z_{ij} , $i = 1, \dots, I, j = 1, \dots, J, (i, j) \in R$ toma el valor 1 si los escaños que se asignan al centro de distrito i son mayores que al centro de distrito j , y 0 en caso contrario, $i = 1, \dots, I, j = 1, \dots, J, (i, j) \in R$.

La función objetivo del modelo (4), minimiza la distancia ponderada por población de cada centro de distrito sumado a través de todos los distritos de cada región. Si bien no se considera explícitamente los indicadores de proporcionalidad en la función objetivo estos son forzados a través de las restricciones.

$$\text{Min} \left(\sum_{i=1}^I \sum_{\substack{j=1 \\ (i,j) \in R}}^J p_i d_{ij} x_{ij} \right) \quad (4)$$

s/a

$$\sum_{j=1}^J x_{jj} = D \quad (5)$$

$$\sum_{j=1}^J x_{ij} = 1 \quad i = 1, \dots, I \quad (6)$$

$(i, j) \in R$

$$x_{ij} \leq x_{jj} \quad i = 1, \dots, I, j = 1, \dots, J, (i, j) \in R \quad (7)$$

$$\text{Max}_{\substack{j=1, \dots, J \\ x_{jj}=1}} \left(\left| s_j - \frac{S}{P} \sum_{\substack{i=1 \\ (i,j) \in R}}^I p_i x_{ij} \right| \right) \leq 0,999 \quad (8)$$

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \in r}}^J s_j = S_r \quad r = I, II, \dots, XV \quad (9)$$

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \in XI}}^J x_{jj} \leq \sum_{\substack{j=1 \\ j \in XI}}^J x_{jj} \leq \sum_{\substack{j=1 \\ j \in XV}}^J x_{jj} \leq \dots \leq \sum_{\substack{j=1 \\ j \in V}}^J x_{jj} \leq \sum_{\substack{j=1 \\ j \in VIII}}^J x_{jj} \leq \sum_{\substack{j=1 \\ j \in RM}}^J x_{jj} \quad (10)$$

$$s_i - s_j \leq M z_{ij} \quad i = 1, \dots, I, j = 1, \dots, J, (i, j) \in R \quad (11)$$

$$\text{Si } z_{ij} = 1 \rightarrow \sum_{\substack{k=1 \\ (k,i) \in R}}^I p_k x_{ki} \geq \sum_{\substack{l=1 \\ (l,j) \in R}}^I p_l x_{lj}, \quad i = 1, \dots, I, j = 1, \dots, J, (i, j) \in R \quad (12)$$

$$3x_{jj} \leq s_j \leq 8x_{jj} \quad j = 1, \dots, J \quad (13)$$

$$x_{ij} \text{ binaria} \quad i = 1, \dots, I, j = 1, \dots, J, (i, j) \in R \quad (14)$$

$$s_j \text{ entera} \quad j = 1, \dots, J \quad (15)$$

$$z_{ij} \text{ binaria} \quad i = 1, \dots, I, j = 1, \dots, J, (i, j) \in R \quad (16)$$

El primer conjunto de restricciones buscan una correcta distritación. En (5) se construye D distritos. En (6) cada comuna se debe asignar a un centro de distrito. (7) permite que se asigne una comuna a un posible centro de distrito si éste último se elige como uno de los centros de distrito. Las siguientes

restricciones del modelo tienen la finalidad de asignación de escaños. (8) busca que la máxima diferencia en valor absoluto entre los escaños asignados al centro de distrito j activo y los que proporcionalmente deberían ser asignados por población sean menor que 1, si bien esta restricción es no-lineal esta es linealizada. (9) fuerza a que en cada región se asignen S_r escaños. (10) exige que se construyan más distritos en las regiones más pobladas. (11) y (12) obligan que en cada región si un distrito recibe más escaños tenga más población. En (11) la variable binaria z_{ij} es igual a 1 si los escaños asignados al centro de distrito i son mayores que al centro de distrito j , y 0 en caso contrario. Si $z_{ij} = 1$ a través de la restricción lógica (12) obliga la población del centro de distrito i sea mayor o igual que la población del centro de distrito j , donde M es un número suficientemente grande. (13) obliga a asignar un mínimo y máximo de escaños a una comuna centro de distrito activa. La cota mínima y máxima esta restricción, se debe que la cantidad de escaños de un distrito debe oscilar en el rango de 3 a 8 diputados. Y finalmente las restricciones de la naturaleza de las variables (14), (15) y (16).

3 Resultados

Chile está dividido en 15 regiones, que a su vez, están subdivididas en 346 comunas. De acuerdo al mapa de la Reforma del año 2015, la aplicación del modelo se hizo con los parámetros vigentes en el sistema nuevo, asignar 155 escaños a distribuir en 28 distritos de diputados. El modelo fue implementado en AMPL/CPLEX 12.6. La primera solución óptima produjo discontinuidades en las regiones V y Metropolitana; para solucionar esto se agregaron restricciones que impiden esta discontinuidad, produciendo sólo un problema de compacidad para la región IX, el cual se solucionó a través de una restricción que evitaba esta (tabla 1). Las figuras 1 y 2 muestran los distritos iniciales y finales para las regiones RM y IX.

Tabla 1 Soluciones para generar contigüidad y compacidad

Motivo de la incorporación	Variación solución inicial	Tiempo de ejecución [seg]
Ejecución inicial	-	118,40
Contigüidad - V Región	0,04%	145,44
Contigüidad - V Región	0,20%	91,32
Contigüidad - RM	0,20%	87,99
Contigüidad - RM	0,21%	102,90
Contigüidad - RM	0,21%	109,64
Contigüidad - RM	0,22%	141,53
Compacidad - IX Región	0,25%	204,60

Fuente: Elaboración propia a partir de resultados de AMPL/CPLEX 12.6

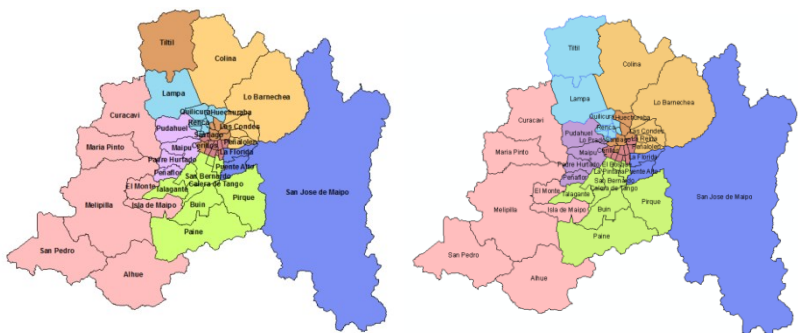


Figura 1 Región Metropolitana Región sin y con contigüidad

Fuente: Elaboración propia en ArcGis 10.3 a partir de resultados de AMPL/CPLEX 12.6

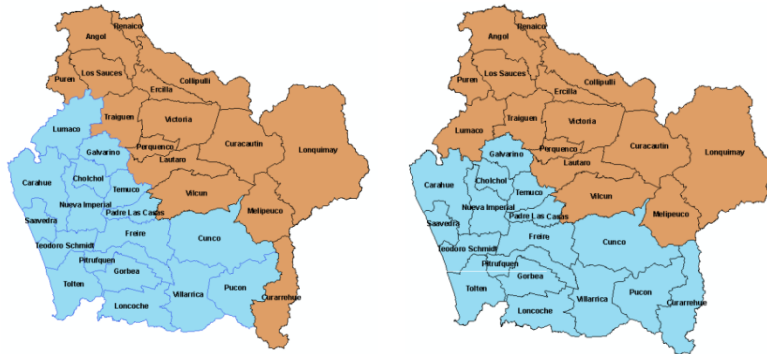


Figura 2: IX Región sin y con compacidad para distrito 23
Fuente: Elaboración propia en ArcGis a partir de resultados de AMPL/CPLEX 12.6

Tabla 2 Cálculo del Map del mapa electoral propuesto

Región	Distrito	Esaños	%E	Población	%P	Población por esaño	%E-%P
XI*	27	3	1,94%	99.609	0,60%	33.203	1,34%
XII*	28	3	1,94%	159.341	0,96%	53.114	0,98%
XV*	1	3	1,94%	213.816	1,29%	71.272	0,65%
RM	15	3	1,94%	231.980	1,40%	77.327	0,54%
VIII	22	3	1,94%	247.867	1,49%	82.622	0,44%
IX	23	3	1,94%	272.821	1,64%	90.940	0,29%
XIV	25	4	2,58%	364.592	2,19%	91.148	0,39%
VII	17	3	1,94%	286.395	1,72%	95.465	0,21%
III*	4	3	1,94%	292.054	1,76%	97.351	0,18%
I*	2	3	1,94%	300.021	1,80%	100.007	0,13%
IV	5	7	4,52%	707.654	4,26%	101.093	0,26%
VIII	19	4	2,58%	429.633	2,58%	107.408	0,00%
II	3	5	3,23%	547.463	3,29%	109.493	-0,07%
RM	14	8	5,16%	877.099	5,27%	109.637	-0,11%
VI	16	8	5,16%	877.784	5,28%	109.723	-0,12%
RM	13	8	5,16%	887.601	5,34%	110.950	-0,18%
V	6	7	4,52%	780.952	4,70%	111.565	-0,18%
RM	8	8	5,16%	906.185	5,45%	113.273	-0,29%
RM	12	8	5,16%	907.800	5,46%	113.475	-0,30%
VII	18	6	3,87%	681.941	4,10%	113.657	-0,23%
X	26	7	4,52%	798.141	4,80%	114.020	-0,28%
VIII	20	3	1,94%	349.017	2,10%	116.339	-0,16%
VIII	21	8	5,16%	945.481	5,69%	118.185	-0,52%
V	7	8	5,16%	947.412	5,70%	118.427	-0,54%
RM	9	8	5,16%	955.225	5,74%	119.403	-0,58%
RM	10	8	5,16%	957.957	5,76%	119.745	-0,60%
RM	11	8	5,16%	961.838	5,78%	120.230	-0,62%
IX	24	5	3,23%	640.244	3,85%	128.049	-0,62%
							Map = 5,41 ⁴

Fuente: Elaboración propia a partir del Censo 2012 (INE, 2012) y de resultados de AMPL/CPLEX 12.6

⁴ Valor calculado a partir de la suma de los valores absolutos de %E-%P.

En la tabla 2 muestra las poblaciones por escaños y el *Map* del mapa electoral propuesto, que se obtuvo de la solución del modelo de distritación y asignación de escaños. Descontando las regiones en donde la población no supera el 1,93% (3/155), a los cuales se les asigna un distrito único con 3 diputados (con asterisco en la tabla 2). El distrito 24 de la IX Región es el más castigado, con 128.049 habitantes por escaño, y el distrito 16 de la Región Metropolitana el más favorecido, con 77.327 habitantes por escaño. En contraste este mínimo y máximo eran de 71.435 habitantes por escaño en el distrito 22 de la Región IX y 169.539 habitantes por escaño en el distrito 8 de la Región Metropolitana, en la Reforma del 2015.

La tabla 3 muestra los valores de los indicadores para el Sistema Binominal, la Reforma del 2015 y el distritaje propuesto, en donde se puede apreciar la mejora respecto de los tres indicadores. El *Map* se reduce de 10,57 a 5,41. El *Desvío* para el Binominal era de 0 debido a que como se asignaban 2 diputados por distritos la sumatoria de distritos sobrerrepresentados era igual a la de distritos subrepresentados, pero con signo opuesto. Para poder realizar una comparación en la tabla 3 se agregan entre paréntesis los valores de desviaciones estándar, en donde, se aprecia un aumento de esta para la Reforma, cifra que se ve reducida con el mapa propuesto por este trabajo. Respecto al indicador *Sobrerrepresentados* la Reforma aumentó el porcentaje de estos de un 46,66% a un 60,71%, sin embargo, el mapa propuesto por este trabajo lo reduce a un 39,28%.

Tabla 3 Valores de indicadores para la Reforma del 2015 y el distritaje propuesto

Distritación	<i>Map</i>	<i>Desvío</i>	<i>Sobrerrepresentados</i>
Sistema Binominal	17,79	0,00 (49,38)	28/60
Reforma 2015	10,57	19,33 (51,55)	17/28
Modelo	5,41	14,49 (47,61)	11/28

Fuente: Elaboración propia a partir del Censo 2012 (INE, 2012) y de resultados de AMPL/CPLEX 12.6

4 Conclusiones

La programación matemática puede ser una herramienta muy útil para la construcción de mapas electorales que busquen la representatividad de población-escaño. El mapa electoral generado por el modelo produjo una distritación que mejora significativamente los indicadores de representatividad. El *Map* del mapa propuesto es de 5,41, que en comparación con el de la Reforma del año 2015 que era 10,57, está dentro de los estándares definidos internacionalmente. Además el mapa redujo los indicadores de *Desvío*, y distritos *Sobrerrepresentados* que se redujeron de 17 a 11.

Referencias

1. Bachelet, M. *Mensaje de S.E. La Presidenta de la República con el que inicia un Proyecto de Ley que sustituye el Sistema Electoral Binominal por un Sistema Electoral Proporcional Inclusivo y fortalece la representatividad del Congreso Nacional N° 076-362*, Santiago, Biblioteca del Congreso Nacional, 2014.
2. Bozkaya, B., Erkut E., Haight D., y Laporte, G. Designing New Electoral Districts for the City of Edmonton, *Interfaces*, 41 (6), pp. 534 – 547, 2011.
3. Comisión Europea para la Democracia por el Derecho. *Código de Buenas Prácticas en Materia Electoral. Directrices e Informe Explicativo*, 2002.
4. Cosano, P. La Desigualdad y el Valor de un Voto: El Malapportionment de las Cámaras Bajas en Perspectiva Comparada, *Revista de Estudios Políticos (nueva época)*, Núm. 143, Madrid, enero-marzo, págs. 165-188, 2009.
5. Dahl, R. *Poliarchy*, Yale University Press, 1971.
6. ESRI. *Tutorial de Edición. ArcGIS 10.0*, 2012.

7. Gamboa, R. *Los Proyectos Legislativos de Reforma al Sistema Binominal: 1990-2007*. Instituto de Estudios Internacionales, Universidad de Chile, 2009.
8. Girón González-Torre, F., y Herránz, J. Las Matemáticas de los Sistemas Electorales, *Revista Real Academia de Ciencias Exactas Físicas y Naturales*, vol. 101, no. 1, pp. 21-33, 2007.
9. Guevara, G. *Proporcionalidad Territorial en el Mapa Electoral Chileno: Una Aproximación a la Geografía de la Representación a partir de la Elección Parlamentaria 2005*, Memoria Para Optar al Título Profesional de Geógrafo, Universidad de Chile, 2007.
10. Hess, S., y Weaver, J. A. Procedure for Nonpartisan Districting: Development of Computer Technique, *The Yale Law Journal*, Vol. 73, No. 2 (Dec., 1963), pp. 288-308, 1965.
11. Instituto Nacional de Estadísticas-INE. *Resultados Preliminares Censo de Población y Vivienda 2012*, 2012.
12. Loosemore, J. y Hanby, V. The Theoretical Limits of Maximun Distortion: Some Analytic Expressions for Electoral Systems, *British Journal of Political Science*, Vol. 1, No. 4 (Oct., 1971), pp. 467-477, 1971.
13. Navia, P. *Principios rectores para una reforma electoral*, Expansiva, 2006.
14. Reynoso, D. Distritos y escaños en Brasil: antecedentes, diagnóstico y consecuencias partidarias del malaportionamiento, *Política y gobierno*; Vol. VIII, núm 1, pp. 167-191, 2001.
15. Reynoso, D. ¿Es tan Malo el Malapportionment? Sobrerrepresentación Distrital, Bicameralismo y Heterogeneidad, *República. Política y Sociedad*, Año 1, núm. 1, Universidad de Guadalajara, pp. 55-64, 2002.
16. Reynoso, D. La sobrerrepresentación distrital electoral en Sonora y Sinaloa, 1994-2004: sus efectos en perspectiva comparada, *Región y sociedad*, 16(29), pp. 145-168, 2004.
17. Rojas, P., Navia, P. Representación y Tamaño de los Distritos Electorales en Chile, 1988-2004. *Documentos de trabajo ICSO*, 2005.
18. Samuels, D., y Snyder, R. The Value of a Vote: Malapportionment in Comparative Perspective, *British Journal of Political Science*, Volume 31, No 4 October 2001, pp. 651-671, 2001.
19. Tasnádi, A. The Political Districting Problem: A Survey, *Society and Economy*, vol. 33, n° 3, pp. 543-554, 2011.
20. Valenzuela, A., Siavelis, M. Ley electoral y estabilidad democrática. Un ejercicio de simulación para el caso de Chile, *Estudios Públicos* N° 43, Centro de Estudios Públicos, 1991.

Maximização da lucratividade de uma confecção utilizando programação linear como ferramenta de auxílio à tomada de decisão

Priscila da Cunha Jácome Vidal
Universidade Federal Rural do Semi-Árido - UFRSA
priscila.jacome@ufersa.edu.br

Háilson Fernandes Bezerra Dantas
Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN
halison_fernandes@hotmail.com

Ciro José Jardim de Figueiredo
Universidade Federal Rural do Semi-Árido - UFRSA
ciro.figueiredo@ufersa.edu.br

Izaac Paulo Costa Braga
Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN
izaac_braga@hotmail.com

Resumo

O presente trabalho consiste em um estudo de caso realizado no setor de confecções, no qual foi proposto um modelo de programação linear cujo objetivo é maximizar a lucratividade operacional da organização. Na construção do modelo, foram considerados os 19 tipos de produtos que compõem o *mix* atual, que são as variáveis de decisão, estas variáveis estão sujeitas à 9 restrições do processo. A coleta de dados, para construção do modelo, se deu através de visitas a empresa e conversa com os gestores. Os resultados apontam que os produtos Camisola de botões (adulto), Camisola normal (adulto) e *Baby doll*, adulto e infantil, possuem o maior potencial de geração de lucro e, assim, devem ter prioridade na produção e comercialização. Por outro lado, a produção da Calcinha PV e da Calcinha de *cotton*, ambas infantil, têm uma baixa na lucratividade. Por fim, constatou-se com o *mix* proposto pelo modelo um aumento de 9,04% do Lucro Operacional.

Palavras-chave: Confecção; Mix de produtos; Programação linear.

1 Introdução

No ambiente competitivo em que as organizações estão inseridas, é travada uma verdadeira batalha para alcançar um maior número de clientes e, por sua vez, se manterem firmes no mercado. Assim, uma tomada de decisão fundamentada em métodos científicos garante que as organizações alcancem mais facilmente os seus objetivos.

O processo de tomada de decisão, segundo Lachtermarcher (2009), caracteriza a identificação de um problema ou uma possível oportunidade e a definição de um plano de ação para resolvê-lo ou aproveitá-la. Andrade (2009) afirma que a tomada de decisão tem início quando um problema é identificado e é finalizado com a sua solução. Ou seja, no meio organizacional o processo de decisão inicia-se quando

uma pessoa identifica sinais de que alguma coisa está saindo do estado normal desejado ou planejado. Sendo assim, é demasiadamente importante que a tomada de decisão seja fundamentada em dados reais e informações confiáveis, pois uma decisão tomada erroneamente pode levar uma organização à falência.

Geralmente, o processo de tomada de decisão é realizado analisando, dentre outros fatores, os resultados econômicos e financeiros do exercício de uma organização. Nesse sentido, Martins (2010) expõe que um grande aliado na hora de se tomar decisão é o método de custeio direto ou variável, pois o mesmo possibilita um retorno de informações mais rapidamente pelo fato deste método considerar os custos fixos como despesas do período, contabilmente falando.

A Pesquisa Operacional (PO) vem se destacando dentre as ferramentas que auxiliam e fundamentam a tomada de decisão. Para Pavan (2010), a PO classifica-se como uma metodologia que objetiva a estruturação de processos utilizando modelos matemáticos ou um conjunto de técnicas quantitativas visando a otimização. O autor acrescenta que as bases da PO estão firmadas na matemática, análise de sistemas e na estatística. Arenales *et al.* (2011) corrobora afirmando que a utilização da PO é vista frequentemente no âmbito das engenharias, economia, estatística, ciências da administração, ciências da computação, matemática e etc.

Uma das aplicações mais conhecidas da pesquisa operacional é a determinação do *mix* ideal de produtos. Considerando esta abordagem e tomando como base os artigos de Cassel e Antunes Jr (2006) e Vaccaro *et al.* (2006), esse artigo tem como objetivo propor um modelo de programação linear para determinar um *mix* de produtos ideal que maximize a lucratividade de uma confecção localizada no Rio Grande do Norte, posteriormente, o modelo será implementado e validado através do *software* Xpress-MP.

Além desta introdução, serão apresentados o método de pesquisa, posteriormente, os resultados deste trabalho e as discussões, e por fim, as conclusões.

2 Método de pesquisa

Para realização deste trabalho, foi necessária uma pesquisa bibliográfica com o objetivo de fundamentar os métodos adotados. Além disso, este trabalho é classificado como um estudo de caso, já que aborda, de forma abrangente, uma situação específica com o objetivo de conhecê-la amplamente. Ademais, esta pesquisa possui natureza aplicada, com abordagem quantitativa, cujos objetivos são exploratórios (Gil, 2002).

Para que fosse possível determinar o *mix* ideal que maximiza a lucratividade da organização, foi necessário elencar as restrições do processo e modelar matematicamente a operacionalização da confecção.

Diante do exposto, foram necessárias visitas à organização e conversas com os gestores para que os dados necessários fossem coletados. As visitas objetivaram identificar as restrições do processo produtivo e as condições de funcionamento da organização, além da coleta de dados em si.

Após a coleta dos dados, foram calculadas as Margens de Contribuição Unitárias de cada produto, estes valores irão compor a função objetivo, essa será orientada à maximização. O cálculo das margens foi realizado utilizando-se do método de Custeio Direto/Variável.

Por fim, na modelagem proposta é abarcada 19 variáveis que representam cada um dos produtos presentes no *mix* atual da empresa. Estas variáveis estão sujeitas à 9 restrições do processo que incluem material direto, mão de obra direta, ponto de equilíbrio contábil, condições de mercado e estoque. A construção do algoritmo e solução do problema foram realizadas por meio do *software* Xpress-MP.

3 Modelagem matemática

3.1 Levantamento das variáveis de decisão

A empresa estudada possui um *mix* bastante variado, sendo ele composto por 19 tipos produtos: 7 modelos de calcinhas, 7 modelos de cuecas, 2 modelos de *baby doll*, 2 modelos de camisolas e 1 modelo de sutiã. A modelagem proposta neste estudo abarca todas as 19 categorias do *mix* de produtos atual da organização. As variáveis de decisão utilizadas dizem respeito à quantidade a ser produzida de cada item do *mix*.

Após a observação da estrutura e a sequência das etapas de produção, foram coletados os tempos médios necessários para o desenvolvimento de cada atividade. Este dado é importante para construção da restrição do tempo de produção disponível mensal.

Para obtenção das Margens de Contribuição Unitárias (MCU) dos produtos, o método de custeio Direto/Variável foi utilizado. O cálculo da MCU requer um rateio dos materiais utilizados na fabricação de cada produto. Este rateio, acrescido do valor de mão de obra direta (MOD), resulta, portanto, no custo de produção. Os valores das MCU, irão compor a função objetivo do problema e são obtidas pela diferença entre o preço de venda e o custo de produção. A Tabela 1 apresenta as variáveis de decisão e as margens de contribuição unitária de cada produto. A sessão seguinte irá detalhar a modelagem do problema e descrever o funcionamento das restrições.

Tabela 1 - Margens de contribuição unitária dos produtos e as variáveis de decisão

PRODUTO	VARIÁVEL	CP	PV	MCU
Calcinha de cós (Adulto)	X1	R\$ 4,04	R\$ 5,00	R\$ 0,96
Calcinha simples (Adulto)	X2	R\$ 2,50	R\$ 4,20	R\$ 1,70
Calcinha dois laços (Adulto)	X3	R\$ 3,71	R\$ 5,10	R\$ 1,39
Calcinha de viés (Adulto)	X4	R\$ 3,56	R\$ 4,90	R\$ 1,34
Calcinha PV (infantil)	X5	R\$ 2,94	R\$ 2,95	R\$ 0,01
Calcinha <i>Cotton</i> (infantil)	X6	R\$ 3,10	R\$ 3,15	R\$ 0,05
Calçola Pala	X7	R\$ 4,71	R\$ 5,30	R\$ 0,59
Cueca de cós (Adulto)	X8	R\$ 3,71	R\$ 5,00	R\$ 1,29
Cueca de algodão (Adulto)	X9	R\$ 2,61	R\$ 4,20	R\$ 1,59
Cueca PV (Infantil)	X10	R\$ 1,89	R\$ 2,70	R\$ 0,81
Cueca de cós (Infantil)	X11	R\$ 2,81	R\$ 3,65	R\$ 0,84
Cueca box algodão (Adulto)	X12	R\$ 4,56	R\$ 9,00	R\$ 4,44
Cueca box microfibra (Adulto)	X13	R\$ 5,31	R\$ 9,35	R\$ 4,04
Cueca box microfibra (Infantil)	X14	R\$ 3,72	R\$ 5,75	R\$ 2,03
<i>baby doll</i> (Adulto)	X15	R\$ 7,60	R\$ 21,40	R\$ 13,80
<i>baby doll</i> (Infantil)	X16	R\$ 4,81	R\$ 15,90	R\$ 11,09
Camisola normal (Adulto)	X17	R\$ 6,93	R\$ 21,40	R\$ 14,47
Camisola de botões (Adulto)	X18	R\$ 8,35	R\$ 26,85	R\$ 18,50
Sutiã simples	X19	R\$ 4,47	R\$ 5,40	R\$ 0,93

Fonte: Autoria Própria (2018)

3.2 Definição das restrições

Os parâmetros utilizados nesse modelo foram definidos juntamente com a administração da organização para que o modelo retrate, de fato, a realidade. Dessa forma, foram determinados 14 parâmetros diferentes. A descrição de cada um deles bem como suas respectivas representações, estão descritos na Tabela 2.

Tabela 2 – Parâmetros adotados na modelagem

Código	Definição
$MCUi$	Margem de Contribuição unitária para o produto i
Xi	Quantidade do produto i a ser produzida
$TCri$	Tempo de corte do produto i
$TCsi$	Tempo de costura do produto i
TEi	Tempo de embalagem do produto i
F_1	Tempo disponível do cortador
F_p	Tempo disponível das costureiras
F_2	Tempo disponível do embalador
M_{ji}	Quantidade do material j para o produto i
ME_i	Quantidade de material i em estoque
Pi	Produção mínima mensal do produto i
Vi	Venda máxima esperada para o produto i
$PE_{contábil}$	Valor monetário do ponto de equilíbrio contábil
S_p	Valor mínimo esperado para o exercício do mês p

Fonte: Autoria Própria (2018)

O modelo de PL construído objetiva maximizar a lucratividade de uma confecção. Essa lucratividade diz respeito ao Lucro Operacional Antes do Imposto de Renda (LAIR). Sendo assim, a função objetivo, apresentada pela Equação 1, visa a maximização do produto das margens de contribuição unitária pela quantidade a ser produzida.

$$\text{Maximizar } (L) \sum_{i=1}^{19} MCUi * Xi \quad (1)$$

No tocante as restrições, elas foram definidas mediante conversas e questionários informais junto à administração da organização. Foram estruturadas 8 restrições que envolvem variáveis do processo como mão de obra, material direto e tempos de atividades. Além disso, algumas condições do mercado foram utilizadas, mesmo que minimamente.

As Equação 3, 4 e 5 representam as restrições de tempo. Os parâmetros utilizados para estas restrições foram a carga horária de trabalho dos funcionários excluindo-se os tempos de intervalo, almoço e demais paradas não programadas.

A Equação 3 corresponde à restrição do corte das malhas, onde cada peça produzida é multiplicada pelo seu respectivo tempo de corte (TCi). O somatório dos tempos das peças a serem produzidas devem ser inferior ao tempo de trabalho que o funcionário de corte empenha mensalmente.

$$\sum_{i=1}^{19} TCi * Xi \leq F_1 \quad (3)$$

A Equação 4 é composta pela multiplicação do tempo de produção (TPi) de cada item pela sua quantidade a ser fabricada. Um detalhe importante é que, neste caso, o tempo total disponível refere-se ao tempo de trabalho dos 11 funcionários da produção. Todos eles estão aptos a desempenhar multitarefas e podem atuar em qualquer operação da fábrica.

$$\sum_{i=1}^{19} TPi * Xi \leq F_p \quad (4)$$

Seguindo a mesma linha das equações anteriores, a Equação 5 traz o produto entre o tempo de embalagem (TEi) das peças e as quantidades a serem fabricadas. Mais uma vez, o tempo máximo para esta atividade é referente ao tempo de trabalho de um funcionário específico.

$$\sum_{i=1}^{19} TEi * Xi \leq F_2 \quad (5)$$

A produção mínima mensal esperada de cada produto é abarcada pela Equação 6. Na modelagem, foram consideradas como parâmetro mínimo as vendas efetivadas de cada produto no mês de julho de 2016.

$$Xi \geq Pi, \quad \forall i = 1, \dots, 19 \quad (6)$$

Assim como se espera uma venda mínima, representada pela Equação 6, há também uma capacidade máxima de produção. A Equação 7 garante que a quantidade dos produtos definida pelo modelo não ultrapasse a capacidade de atendimento do mercado da organização. A venda máxima possível refere-se às peças produzidas no mês do exercício somadas às peças finalizadas do estoque. Os valores fixados nesta restrição foram repassados pela administração da organização.

$$Vi \leq Xi, \quad \forall i = 1, \dots, 19 \quad (7)$$

Considerando que os gastos fixos totais dos períodos são praticamente os mesmos, foi considerada, na modelagem, uma restrição referente ao ponto de equilíbrio contábil, apresentada pela Equação 8. Esta equação irá garantir que o *mix* ideal definido pelo modelo garanta que, no mínimo, a organização não saia no prejuízo.

$$S_p \geq PE_{contábil} \quad (8)$$

A Equação 9 faz com que o modelo subordine a quantidade a ser produzida de acordo com a quantidade de material em estoque. Para a produção do atual *mix* é necessário manter um estoque de 17 tipos de materiais, são eles: *cotton*, algodão, microfibrã, PV, elástico, cós, viés, alça de sutiã, regulador de alça, colchetes, botões, laços para calcinha, laços para camisola, linhas, embalagens, etiquetas de composição, código de barra e logomarca. Para modelar esta restrição, foi tabulada a quantidade de cada material necessária para produção de cada um dos 19 produtos.

$$\sum_{i=1}^{17} M_{ji} * Xi \leq ME_i \quad (9)$$

A Equação 10 irá garantir que o modelo retorne para o tomador de decisão valores inteiros, já que o problema trabalhado aborda produtos indivisíveis. A Equação 11 diz respeito a restrição de não negatividade.

$$Xi \in Z^*, \quad \forall i = 1, \dots, 19 \quad (10)$$

$$Xi \geq 0, \quad \forall i = 1, \dots, 19 \quad (11)$$

4 Resultados e discussões

O método proposto neste trabalho foi construído com o objetivo de alocar os recursos de material e de mão de obra de forma mais eficaz, visando maximizar a lucratividade da organização. A adequação do *mix* e as comparações com os resultados encontrados serão discutidas abaixo.

4.1 *Mix* atual

A fim de fazer uma análise comparativa do *mix* do modelo proposto com o *mix* praticado pela empresa, foi descrito o resultado do exercício do mês de julho com o *mix* atual da empresa. Pode-se observar que a organização apresentou um resultado positivo e satisfatório. O *mix* de produção e as vendas praticadas no mês de julho totalizaram um montante de R\$ 55.808,93 em MCU e R\$ 53.208,24 em lucro operacional, excluindo-se a dedução do imposto de renda.

4.2 *Mix* proposto

Os resultados obtidos pelo modelo proposto mostraram ser possível atender as demandas mínimas esperadas pela administração. Os resultados apontam que, considerando as condições de produção atual, as quantidades de alguns produtos poderiam ser aumentadas. De acordo com modelo, o produto que merece maior atenção no ajuste do *mix* é a Cueca box (adulto), cuja produção deverá ser aumentada em 72,46%.

Vale salientar que as variáveis de decisão X1, X5, X6, X7, X10, X11 e X19 não tiveram alteração na quantidade a ser produzida em relação ao *mix* atual. A Tabela 2 expõe a quantidade percentual do aumento da quantidade a ser produzida com o modelo proposto.

Tabela 1 - Alteração na quantidade produzida proposta pelo modelo

Produto – Variável	Aumento na produção (%)	Produto	Aumento na produção (%)
Calcinha simples (Adulto) - X2	6,94	Cueca box microfibra (Adulto) – X13	11,31
Calcinha microfibra (Adulto) – X3	3,94	Cueca box microfibra (Infantil)- X14	11,68
Calcinha de viés (Adulto)- X4	2,17	<i>baby doll</i> (Adulto)- X15	34,88
Cueca de cós (Adulto) – X8	4,71	<i>baby doll</i> (Infantil)- X16	42,86
Cueca de algodão (Adulto)- X9	28,69	Camisola normal (Adulto) – X17	65,22
Cueca box algodão (Adulto) - X12	72,46	Camisola de botões (Adulto) – X18	48,39

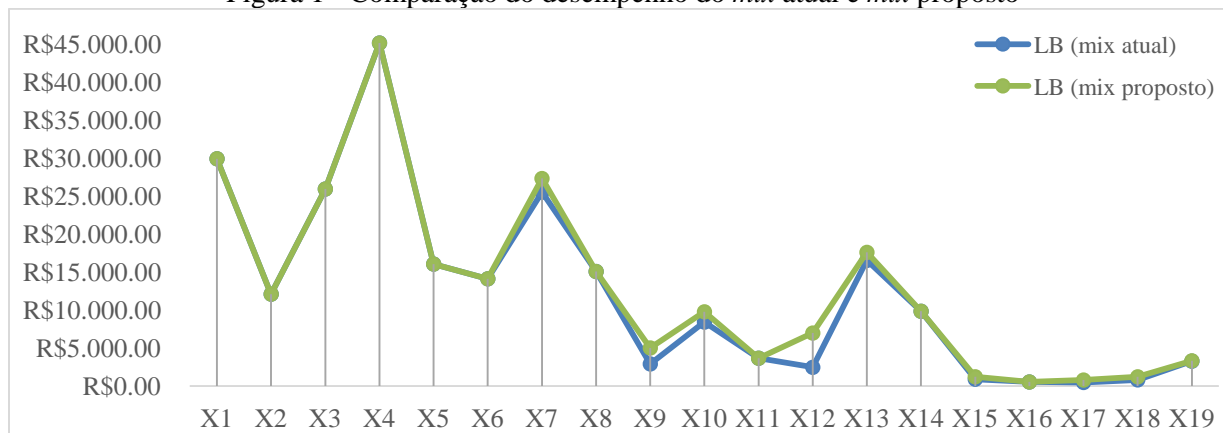
Fonte: Autoria Própria (2018)

É válido destacar que o produto Cueca box (adulto), apontado pelo modelo como principal foco no aumento da produção, não possui a maior MCU do *mix* atual. O enfoque dado pelo modelo a este produto é explicado pela restrição de venda máxima, pois o parâmetro adotado pela Cueca box é superior ao dos produtos com maior MCU.

Outras alterações propostas dizem respeito aos produtos Camisola normal (adulto), Camisola de botões (adulto) e os modelos adulto e infantil do produto *baby doll*. A proposta de aumento foi considerável e facilmente compreendida, já que estes produtos possuem maior MCU.

Considerando um cenário em que as quantidades encontradas para o novo *mix* fossem absorvidas em sua totalidade pelo mercado, é possível descrever o resultado do exercício. A comercialização das quantidades propostas acarretaria um aumento de 7,24% no somatório total das MCU, resultando em um montante de R\$ 60.166,01, quando comparado ao somatório das MCU do mês de julho. Quanto ao LAIR, o aumento seria de 9,04%, ou seja, o valor do LAIR seria R\$ 58.500,90. A Figura 1 ilustra um gráfico comparativo do lucro bruto (LB) com o *mix* atual e o *mix* proposto.

Figura 1 - Comparação do desempenho do *mix* atual e *mix* proposto



Fonte: Autoria Própria (2018)

Embora os resultados obtidos sejam estimulantes, é interessante destacar que os mesmos ainda poderiam ser melhores, haja vista que o gargalo deste problema é a restrição de venda máxima. Desta forma, produtos com MCU elevadas têm suas quantidades de produção reduzidas, fazendo com que os demais produtos compensem a utilização dos recursos.

Uma medida necessária para otimizar, ainda mais, este caso seria investir em *marketing* para fortalecer e expandir o mercado para os produtos Camisola normal (adulto), Camisola de botões (adulto) e os modelos adulto e infantil do produto *baby doll*, cujas margens unitárias são valores consideráveis.

Outra questão que deve ser levantada é o fato de que alguns produtos retornam margens insatisfatórias para a organização. Esse é o caso do produto Calcinha PV (infantil) e Calcinha Cotton (infantil) cujas margens são R\$ 0,01 e R\$ 0,05, respectivamente. Sendo assim, é necessário que a organização estude a viabilidade financeira destes produtos e decidam se a comercialização dos mesmos compensa ou não. Constatou-se que a restrição de venda mínima impediu o alcance de resultados melhores, já que para atender a uma demanda mínima, produtos como a Calcinha PV (infantil) e a Calcinha Cotton (infantil) não puderam ser retirados do *mix*.

Além de identificar as quantidades ideais de um novo *mix*, o modelo permitiu um melhor planejamento dos recursos, mediante uma análise panorâmica da utilização dos mesmos. Em relação às restrições referentes ao de tempo de trabalho dos funcionários, não houve gargalo nem, tampouco, indisponibilidade. Os funcionários de corte e embalagem possuem salários fixos, assim, é interessante que se conheça a utilização dos mesmos. Para produção das quantidades orientadas pelo modelo, a utilização do funcionário de corte foi de 99,61%, enquanto a utilização da funcionária de embalagem foi de 81,90%. Os demais funcionários incluídos nos custos diretos de produção recebem por produtividade e, desta forma, dispensam análises de utilização.

O estoque de materiais da organização mostrou-se eficiente no atendimento às variações das demandas. As quantidades propostas para o novo *mix* não foram afetadas pela restrição de utilização dos materiais, pois o estoque conseguiria suportar e, inclusive, sobressair as novas necessidades. Por fim, a

restrição do ponto de equilíbrio contábil confirma a validade do *mix* proposto, pois o valor mínimo esperado para que a organização não opere em prejuízo foi superado em 4,88%.

5 Conclusões

Com o intuito de otimizar a produção de uma confecção de moda íntima, este trabalho se propôs a idealizar um modelo de PL cujo objetivo é maximizar a lucratividade operacional da organização. Na construção do modelo, foram abarcadas as restrições de material direto, mão de obra direta, ponto de equilíbrio contábil, condições de mercado e estoque.

A mensuração das MCU permitiu identificar quanto, em valores monetários, os produtos comercializados contribuem para a formação do lucro operacional da organização. Assim, os valores calculados para as MCU foram usados como parâmetro de priorização na produção do *mix*. Esta etapa, além de crucial para a conclusão deste trabalho, mostrou resultados muito importantes para a organização, pois identificou que a comercialização de alguns produtos deve ser revista.

Ao término deste trabalho, foi possível definir as quantidades ideais de produção e propor um *mix* que aumenta em 7,24% o somatório total das MCU e 9,09% do valor do LAIR. Estas informações são de grande valia para a organização, pois poderão fundamentar a alocação dos recursos e otimizar o processo produtivo como um todo. Assim, destaca-se que a organização possui potencial para aumentar o lucro da confecção sem alterar os recursos utilizados atualmente.

Referências

1. ANDRADE, E. L. **Introdução à pesquisa operacional: métodos e modelos para análise de decisões**. 4 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009.
2. ARENALES, M. **Pesquisa Operacional**. Rio de Janeiro: Elsevier: ABEPRO, 2011.
3. CASSEL, R. A.; ANTUNES JR, J. A. V. **Maximização da lucratividade em produção conjunta: um caso na indústria frigorífica**. Produção. 2006, v. 16, n. 2, p.244-257.
4. GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4.ed. São Paulo: Atlas, 2002.
5. LACHTERMARCHER, G. **Pesquisa operacional na tomada de decisões**. 4. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2009.
6. MARTINS, E. **Contabilidade de custos**. 10. ed. São Paulo: Atlas, 2010.
7. PAVAN, A. R. **Caderno de Pesquisa Operacional Dom Alberto**. Santa Cruz do Sul: Faculdade Dom Alberto, 2010.
8. VACCARO, G. L. R. et al. **Um estudo da implantação de um otimizador de mix para o setor agropecuário**. Gestão & Produção. 2006, v. 13, n. 2, p.283-295.

Metaheuristic approach to land use optimization balancing productivity and environmental protection

Antonio Mauttone, Lourdes Cairelli, Francisco Paroli
Facultad de Ingeniería, Universidad de la República
mauttone@fing.edu.uy, lufcaip@gmail.com, francisco.paroli@gmail.com

Lorena Rodríguez-Gallego
Centro Universitario Regional del Este, Universidad de la República
dunachirca@gmail.com

Abstract

We propose a combinatorial optimization approach to the problem of land use allocation for productive land from the perspective of a regulatory authority. Given a grid of spatial units, the problem consists of assigning a land use to each unit, maximizing a measure of overall suitability and respecting a threshold of externalities. Since the land usually belongs to different owners, spatially compact allocations are mandatory. We propose a metaheuristic which balances objectives of productivity and compactness. The algorithm combines two constructive components and three local search procedures, which have complementary goals regarding the exploration of the search space. The methodology is tested with real data from the basin of Laguna de Rocha, Uruguay, comprising more than 90,000 spatial units. The experiments are aimed to study the accuracy of the approximation, the trade-off between productivity and compactness and the sensitivity of results to changes in problem parameters.

Keywords: land use optimization; metaheuristics; land use compactness.

1 Introduction and motivation

Land use optimization problems arise in several contexts, ranging from urban and environmental planning [9, 10] to production management [7]. In the most general case, the problem entails allocating a land use (taken from a discrete set) to each spatial unit of a study region. Usually, a specific allocation produces a utility which is to be maximized and a disutility which is to be minimized or respected at a given level. Moreover, the allocation may need to respect spatial constraints which may be imposed by the characteristics of the study region, adjacencies or land ownership. This has motivated the development of several models and algorithms for land use optimization [12].

Laguna de Rocha (Uruguay) is a subtropical coastal lagoon with a surface area of 72 km² and a larger catchment surface area (1214 km²). Due to its outstanding biodiversity it belongs to a Biosphere Reserve and to the National System of Protected Areas. As is occurring worldwide, this watershed has undergone an increase in the area occupied by intensive agriculture and afforestation, which favors a eutrophication process that threatens water quality due to agriculture runoff [15]. Previous works showed that phosphorus is the nutrient that has increased the most [2] and it is an appropriate indicator of the eutrophication process. If phosphorus increases due to land use exports, cyanobacterial blooms may be favored, thus threatening biodiversity, fisheries and other human activities.

In this work, we propose an optimization model and a heuristic resolution algorithm to be applied to the case of Laguna de Rocha, conceived to support decisions of regulatory authorities. The model allocates three different uses (agriculture, afforestation and cattle raising/conservation) to each spatial unit (called pixel) of the study region, seeking to maximize a measure of suitability, while minimizing the total phosphorous exportation [15]. Land suitability is defined as the fitness of a particular area for a specific use relative to the needs and potential of social factors [6], and it was used as a proxy of productivity for the purposes of this work. Since the model is conceived to support decisions of a regulatory authority over spatial units potentially belonging to different owners, pixels with the same land use cannot be scattered across the study region. Thus, spatially compact allocations are relevant in this context. In general terms, a compact allocation comprises clusters of minimum size, where a cluster is defined as a set of spatially contiguous pixels with the same land use (see figure 1 for an example).

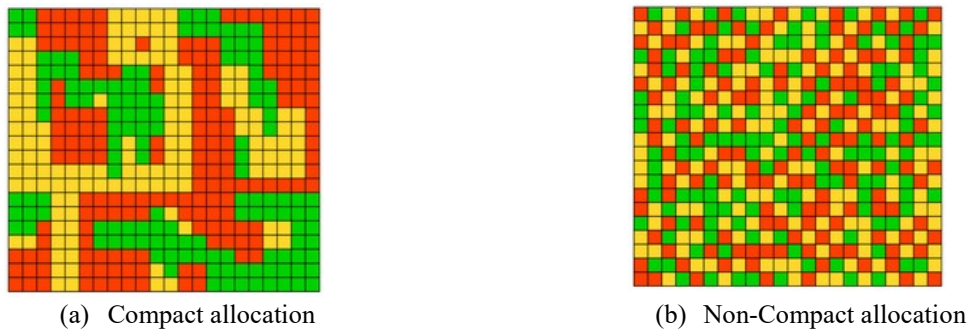


Figure 1: Illustrative example of compactness.

We extend the model proposed in [3, 8] to support compact allocations. Our measure of compactness includes both local and global properties of a given allocation, which lead to compact solutions. We propose a GRASP (Greedy Randomized Adaptive Search Procedures) inspired metaheuristic [11] which seeks to balance objectives of overall suitability and compactness maximization, subject to a maximum allowable phosphorous exportation. The proposed methodology is applied to the real case of Laguna de Rocha.

Exact approaches to land use optimization are scarce. In [1], the authors propose several integer programming formulations which minimize a cost measure while maximizing compactness. The methodology supports problem instances comprising up to 30×30 pixels. Latest improvements on integer solvers and computer speed could enable for solving larger cases using these models. A similar problem is tackled in [16], where a genetic algorithm is proposed, considering the following aspects for defining compactness: (i) numbers of clusters for each land use, (ii) relative magnitude of the largest cluster for each land use, and (iii) number of neighbors having the same land use. More recently, a parallel genetic algorithm incorporating new compactness measures is proposed in [17], solving a case with more than 80,000 pixels.

Our contribution with respect to existing work is threefold:

- (i) A new metaheuristic not yet applied to land use optimization is proposed, based on ideas from GRASP. This algorithm performs an efficient trajectory-based search, changing pixels one by one, as opposite to the existing population-based methods [5].
- (ii) The accuracy of the metaheuristic is studied, by comparing against exact results when ignoring compactness. This is not usual in land use optimization algorithms, and it provides a reference with respect to optimal results. This issue is relevant when working with heuristics [13].
- (iii) We apply our methodology to a relevant real case in Uruguay, where multiple pressures are present regarding trade-off levels between productivity and conservation. From the point of view of the optimization algorithm, this case poses a challenging instance which size (more than 90,000 pixels) is comparable to the largest instances existing on the literature about the problem.

2 Definitions, notation and problem formulation

In order to state the problem to be solved, we consider the following definitions and notation:

- $I = \{1 \dots n \times n\}$ is the set of pixels of equal size, organized as a square grid which constitutes a partition of the study region.
- $J = \{A, F, G\}$ is the set of possible land uses for each pixel, where A stands for agriculture, F for afforestation and G for cattle raising/conservation (extensive cattle raising is compatible with natural grasslands conservation in Uruguay).
- K is the set of borders between any pair of adjacent pixels, considering both vertical and horizontal adjacencies (see figure 2 for an explanation using a 4×4 illustrative case).
- $s_{ij} \in [0,1]$ is the suitability value of pixel $i \in I$ for land use $j \in J$.
- S_{\min} is the minimum suitability value in the dataset.
- $p_j \geq 0$ is the phosphorous exported by a pixel with land use $j \in J$.
- P_{\max} is the maximum allowable amount of phosphorous.
- $a(k)$ is an index in K defined as

$$\begin{aligned} & k \bmod (2n - 1) + [(k \operatorname{div} (2n - 1)) \times n] && \text{if } k \bmod (2n - 1) \in \{1 \dots (n - 1)\}, \\ & (k \bmod (2n - 1)) - (n - 1) + [(k \operatorname{div} (2n - 1)) \times n] && \text{if } k \bmod (2n - 1) \in \{n \dots (2n - 1)\}, \end{aligned}$$
 where operators div and mod return the quotient and the remainder respectively of the integer division.
- $b(k)$ is an index in K defined as

$$\begin{aligned} & a(k) + 1 \text{ if } k \bmod (2n - 1) \in \{1 \dots (n - 1)\}, \\ & a(k) + n \text{ if } k \bmod (2n - 1) \in \{n \dots (2n - 1)\}. \end{aligned}$$
- x_{ij} is a binary variable which takes value 1 if land use $j \in J$ is allocated to pixel $i \in I$, and 0 otherwise.
- $C(x)$ is the set of clusters in the grid defined by the values of x variables, where a cluster is defined as a set of adjacent pixels in the grid, with the same land use.
- C_{\min} is the minimum allowable cluster size.
- y_{kj} is a binary variable which takes value 1 if the pair of adjacent pixels corresponding to border $k \in K$ have the same land use $j \in J$ and 0 otherwise.
- z is a nonnegative integer variable which counts the number of pixels in clusters of $C(x)$ whose size is larger than C_{\min} .
- $\alpha \in [0,1]$ is a parameter which weights both terms of the objective function.

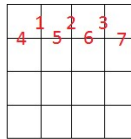


Figure 2: Illustrative example for defining local compactness.

The optimization problem formulated by equations (1)-(8) is based on the model proposed in [4], which is extended to support compact allocations. Objective function (1) maximizes both overall suitability and compactness, establishing the trade-off between both terms by means of coefficient α . Constraint (2) states the upper limit on phosphorous exportation, whereas constraint (3) state that exactly one land use must be allocated to each pixel. Constraint (4) prohibits some land uses at specific pixels. Local compactness is

represented by constraint (5), which defines feasible values for y variables. Finally, constraints (6)-(8) state the domains of decision variables. Formulation (1)-(8) is binary linear, except for the expressions which involve variable z .

$$\max \quad \alpha \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} s_{ij} x_{ij} + (1 - \alpha) \left(\left(\sum_{k \in K} \sum_{j \in J} y_{kj} + z \right) / 2 \right) \quad (1)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} p_j x_{ij} \leq P_{max} \quad (2)$$

$$\sum_{j \in J} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in I \quad (3)$$

$$x_{ij} \leq s_{ij} + 1 - S_{min} \quad \forall i \in I, j \in J \quad (4)$$

$$2y_{kj} \leq x_{a(k)j} + x_{b(k)j} \quad \forall k \in K, j \in J \quad (5)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i \in I, j \in J \quad (6)$$

$$y_{kj} \in \{0,1\} \quad \forall k \in K, j \in J \quad (7)$$

$$z \in N \quad (8)$$

3 GRASP resolution

Due to the implicit definition of variable z and because of the combinatorial complexity of the whole problem, we address its resolution heuristically by an algorithm inspired in the GRASP metaheuristic [11]. The original methodology combines a greedy randomized construction, followed by a local search which seeks to improve the solution. This sequence is repeated a given number of times (GRASP iteration), each one providing a different starting point (a random sample in the search space) for the local search.

Motivated by the data of our case study, we proposed two constructive algorithms which are expected to be complementary, namely:

- **Construction 1:** For each pixel $i \in I$, we consider the land use $j \in J$ with maximum suitability value s_{ij} . We sort the pixels according to that value and we assign land uses based on the resulting ordering. For each pixel considered in that way, we assign the land use with maximum suitability with probability 0.5. In the complementary case (with probability 0.5 as well), we assign a land use from J randomly. This construction may lead to solutions which phosphorous exportation values are close to P_{max} , therefore, they will be difficult to improve during the local search.
- **Construction 2:** In order to amend the pointed drawback of the previous constructive procedure, we proposed a post-processing which changes the assignment of a given number of pixels, by the land use with the best suitability/phosphorous ratio. We note that given the data of our case study, if we would consider the construction only in terms of suitability/phosphorous ratio, we would obtain solutions with very low overall suitability. This is because one of the land uses of J with highest suitability, also has the highest phosphorous export, therefore it would rank at the tail of the list.

By combining both constructions, we seek to obtain a good balance between initial solutions with high suitability and able to be improved.

For the local search phase, we proposed three procedures which are applied randomly, each one tackling a specific problem feature, namely, (i) overall suitability maximization, (ii) local compactness

maximization, and (iii) global compactness maximization, which are depicted as follows:

- Local search 1: At each step, it changes the allocation of a given number of pixels (determined randomly) to the land use with maximum suitability, respecting the phosphorous threshold P_{\max} .
- Local search 2: At each step, it changes the allocation of a given number of pixels (determined randomly) in such a way that maximizes the values of y_{kj} variables (adjacent pixels with same land use), respecting the overall phosphorous threshold P_{\max} .
- Local search 3: At each step, a pixel is selected randomly, and its allocation is replicated for all its adjacent pixels. This procedure is applied recursively in depth, until a maximum level of recursion (a parameter of the algorithm) is reached, otherwise, all the grid would potentially result with the same allocation. In every case, the overall phosphorous threshold P_{\max} is respected.

At each GRASP iteration, after the construction phase, one local search procedure is selected randomly with uniform probability.

4 Computational experiments

All the experiments were carried out using the problem instance of Laguna de Rocha, comprising 95,939 pixels. Suitability values s_{ij} range in $[0,1]$, where 0 means that land use j cannot be allocated to pixel i . Phosphorous export values p_j are 2.60 for A , 0.29 for F and 0.24 for G (see [15] for references). We conducted a set of experiments in order to study the behavior of the proposed metaheuristic on the following aspects: (i) accuracy of the approximation, (ii) trade-off between overall suitability and compactness, (iii) sensitivity with respect to suitability parameters. All runs were performed by setting 100 GRASP iterations, minimum cluster size $C_{\min} = 100$ and maximum depth in local search 3 equal to 10 levels.

For the first experiment, we ignore the compactness objective by setting $\alpha = 1$ and we compare against exact solutions from [3], for different levels of P_{\max} . Table 1 shows for several values of P_{\max} (imposed in constraint (2)), the objective value (expression (1) with $\alpha = 1$) for both exact and heuristic methods, and the percentage *Gap* of the heuristic with respect to the exact result. We can observe very low *Gap* values, always below 1% (0.41 in average) which shows that when ignoring compactness, the proposed metaheuristic is very accurate. Hopefully, this accuracy would hold when considering compactness, i.e., values $\alpha < 1$. We can observe that as P_{\max} increases, so does the *Gap*, since the size of the search space increases, becoming more difficult to explore.

Table 1: Accuracy of the metaheuristic when ignoring compactness for different P_{\max} thresholds.

P_{\max} (kg P year ⁻¹)	S (exact)	S (heuristic)	<i>Gap</i>
11,982	42,262	42,262	0.00
15,170	43,621	43,573	0.11
25,000	46,670	46,647	0.05
32,174	48,894	48,824	0.14
40,000	51,322	51,231	0.18
50,000	54,424	54,289	0.25
57,741	55,501	55,060	0.79

In the second experiment, we study the relationship between suitability and compactness, for different levels of the phosphorous threshold P_{\max} . Figure 3 plots objective values of the exact method (green dots) and the heuristic one (red dots) with respect to the level of phosphorous, for both low (Figure 3a) and high (Figure 3b) requirements of compactness in the heuristic. As we can expect, by imposing more compactness requirements, the overall suitability decreases. The difference is higher for large values of phosphorous level since there are more chances of finding compact (less suitable) land use allocations.

The land use allocations obtained for different compactness requirements are shown in Figure 4 where A , F and G are represented by green, red and brown colors respectively. Figure 4a corresponds to the parameter configuration which ignores compactness. In this case, the allocation of agriculture is scattered across the study region. The solution with moderate compactness requirement is shown in Figure 4b. In this case, the agriculture is allocated into a more compact group of pixels at the bottom of the region.

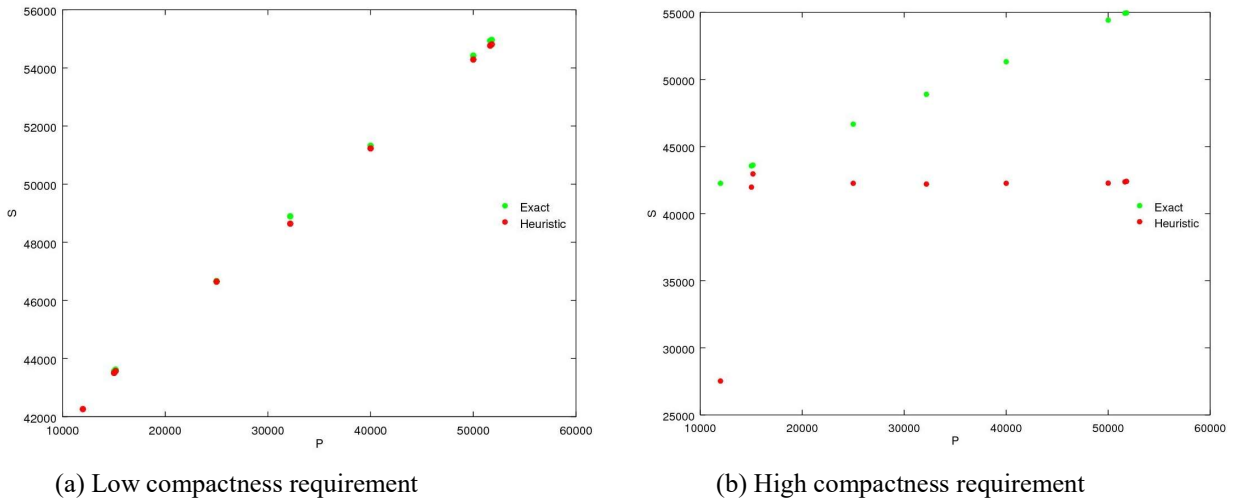


Figure 3: Overall suitability along a gradient of P_{\max} thresholds, according to different requirements of compactness.

Finally, in the third experiment we study the sensitivity of results with respect to changes in problem parameters, particularly s_{ij} values. The estimation of these values follows a complex procedure, which involves several sources of information, measurements and modelling [14]. Also, the number of s_{ij} parameters is $|I| \times |J|$, which may be particularly large (for this study case, that number is close to 300,000). Therefore, we might expect that these values could be subject to errors or differences according to the estimation method used. For that reason, we study the sensitivity of results (both objective values and solutions) with respect to those parameters. To do that, we perturbed each s_{ij} by modifying its value randomly in the range 0% to 20%. Then, we run the metaheuristic algorithm for three different values of α (different trade-off levels between overall suitability and compactness), and we observed the absolute value of the relative change of results obtained with the perturbed data, with respect to the original one. Table 2 shows the percentage change in overall suitability S (relative to the original suitability) and the percentage change of the number of pixels allocated to each land use, relative to the total number of pixels. We can see that changes are very small, meaning that results are not very sensitive to significant changes (20% in average) in the main input parameters.

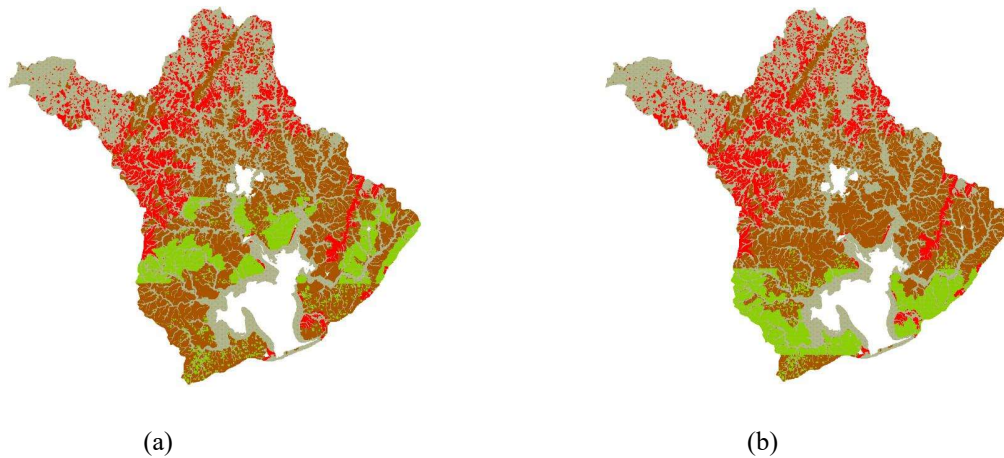


Figure 4: Land use allocations for different requirements of compactness. A , F and G are represented by green, red and brown colors respectively. The grey color represents pixels that do not enter to the optimization model.

Table 2: Sensitivity of results according to changes in suitability parameters. The percentage of change compared to the original analysis is indicated.

α	% overall S	% pixels A	% pixels G	% pixels F
0.0	1.20	1.15	0.59	0.56
0.5	3.93	0.05	2.17	2.13
1.0	1.97	0.01	0.37	0.36

5 Conclusions and future work

We have proposed a new model and a new solution algorithm for a land use optimization problem, aimed to balance objectives of suitability and compactness while respecting a threshold on the externalities produced by the allocation. Compactness is obtained by combining both local and global properties of the solutions. The mathematical model is mostly integer linear, except for the variable which expresses global compactness. For that reason, a metaheuristic inspired in GRASP is proposed as solution method. The algorithm combines two constructive and three local search procedures. The methodology is applied to a real case which is relevant due to the productive and environmental value which entails, and due to the challenge that it poses from the viewpoint of its computational resolution. Several computational experiments are conducted in order to study the behavior of the metaheuristic regarding its accuracy, ability for producing trade-off solutions and the sensitivity of results to changes in problem parameters.

More computational experiments are needed in order to configure the parameters of compactness, for obtaining specific results according to potential requirements of regulatory authorities, e.g. regarding number and size of clusters.

Acknowledgements

The authors would like to thank Prof. Claudio Risso for suggesting the modeling of local compactness in formulation (1)-(8).

References

1. J. Aerts, E. Eisinger, G. Heuvelink and T. Stewart. Using Linear Integer Programming for Multi-Site Land-Use Allocation. *Geographical Analysis*, 35(2):148-169, 2003.
2. L. Aubriot, D. Conde, S. Bonilla, V. Hein and A. Brito. Vulnerabilidad de una laguna costera en una Reserva de Biosfera: indicios recientes de eutrofización. In I. Vila and J. Pizarro (editors), *Tercer Taller Internacional de Eutrofización de Lagos y Embalses, CYTED XVIII*, pp. 65–85, Chile, 2005.
3. A. Barletta. Modelos de optimización y multiatributo para la asignación de usos del suelo en la cuenca de la Laguna de Rocha. Undergraduate Project in Biological Sciences, *Universidad de la República*, 2017.
4. A. Barletta, C. Cabrera, A. Mauttone and L. Rodríguez-Gallego. Multi-objective optimization for land use allocation in the basin of Laguna de Rocha. In H. Cancela, L. Plà-Aragónés, A. Mauttone and A. Pagès-Bernaus (editors), *Proceedings of the First International Conference on Agro Big Data and Decision Support Systems in Agriculture*, pp. 227–229, Uruguay, 2017.
5. C. Blum and A. Roli. Metaheuristics in combinatorial optimization: Overview and conceptual comparison. *ACM Computing Surveys*, 35(3):268-308, 2003.
6. L. Bojórquez-Tapia, E. Ongay-Delhumeau, E. Ezcurra (1994) Multivariate approach for suitability assessment and environmental conflict resolution. *Journal of Environmental Management*, 41:187-198.
7. V. Butsic and T. Kuemmerle. Using optimization methods to align food production and biodiversity conservation beyond land sharing and land sparing. *Ecological Applications*, 25(3):589-595, 2015.
8. C. Cabrera. Optimización de usos de suelo para prevenir floraciones nocivas de fitoplancton en el Área Protegida Laguna de Rocha. Master Thesis in Geosciences, *Universidad de la República–PEDECIBA*, 2015.
9. K. Cao, B. Huang, S. Wang and H. Lin. Sustainable land use optimization using Boundary-based Fast Genetic Algorithm. *Computers, Environment and Urban Systems*, 36(3):257-269, 2012.
10. D. Caparros-Midwood, S. Barr, R. Dawson. Optimised spatial planning to meet long term urban sustainability objectives. *Computers, Environment and Urban Systems*, 54:154-164, 2015.
11. T. Feo and M. Resende. Greedy Randomized Adaptive Search Procedures. *Journal of Global Optimization*, 6(2):109–133, 1995.
12. M-M Memmah, F. Lescourret, X. Yao and C. Lavigne. Metaheuristics for agricultural land use optimization. A review. *Agronomy for Sustainable Development*, 35(3):975–998, 2015.
13. A. Moilanen. Two paths to a suboptimal solution – once more about optimality in reserve selection. *Biological Conservation*, 141(7):1919-1923, 2008.
14. L. Rodríguez-Gallego, M. Achkar and D. Conde. Land suitability assessment in the catchment area of four Southwestern Atlantic coastal lagoons: Multicriteria and optimization modeling. *Environmental Management*, 50(1):140–152, 2012.
15. L. Rodríguez-Gallego, M. Achkar, O. Defeo, L. Vidal, E. Meerhoff and D. Conde. Effects of land use changes on eutrophication indicators in five coastal lagoons of the Southwestern Atlantic Ocean. *Estuarine, Coastal and Shelf Sciences*, 188:116–126, 2017.
16. T. Stewart, R. Janssen and M. van Herwijnen. A genetic algorithm approach to multiobjective land use planning. *Computers & Operations Research*, 31(14):2293-2313, 2004.
17. J. Porta, J. Parapar, R. Doallo, F. Rivera, I. Santé and R. Crecente. High performance genetic algorithm for land use planning. *Computers, Environment and Urban Systems*, 37:45-58, 2013.

Algoritmo de Dijkstra para generar rutas alternas de camino mínimo para el desvío vehicular en el Centro de Lima

Ricra Tamba Oksana

oksana.ricra@unmsm.edu.pe

Mejía Villanueva Elsa

11140443@unmsm.edu.pe

Mg. Berger Vidal Esther

esther_berger_v@yahoo.es

Mg. Oré Luján José.

Jcorel@hotmail.es

Resumen

En este artículo se presenta que el trabajo empírico realizado por los policías de la Unidad de Servicios Especiales (USE) de la Policía Nacional del Perú (PNP), exactamente en la generación de rutas alternas de desvío vehicular en el Centro de Lima, en casos donde se cierra las avenidas principales ante situaciones de concentración de multitudes y disturbios civiles, puede estudiarse mediante el uso de la Investigación Operativa, generando resultados óptimos.

En un inicio se buscó demostrar analíticamente que las rutas empíricas que asignaba la USE para el desvío vehicular eran las factibles, pero en el transcurso de desarrollo del trabajo se originan otras rutas óptimas, donde finalmente se hace comparaciones para ver el porcentaje de acierto que presentó la USE.

El modelo matemático que se empleó para la solución fue el Algoritmo de Dijkstra que corresponde a la Teoría de Grafos específicamente a Camino mínimo; además por el número extendido de nodos y arcos se usó el software libre GRAFOS para la solución.

Palabras claves: Teoría de grafos, Rutas de camino mínimo, Algoritmo de Dijkstra, Desvío vehicular, Centro de Lima.

Abstract

This article presents the empirical work done by the police of the Special Services Unit (USE) of the National Police of Peru (PNP), exactly in the generation of alternate routes of vehicular diversion in the Lima Center, in cases where the main avenues are closed in situations of crowd concentration and civil disturbances, it can be studied through the use of Operational Research, generating optimal results.

Initially, it was sought to demonstrate analytically that the empirical routes assigned by USE for vehicular diversion were feasible, but in the course of development of the work other optimal routes originate, where finally comparisons are made to see the percentage of success that presented the USE.

The mathematical model that was used for the solution was the Dijkstra Algorithm that corresponds to the Theory of Graphs specifically to Minimum Path; In addition, due to the extended number of nodes and arcs, free software GRAFOS was used for the solution.

Keywords: Graph theory, minimum path routes, Dijkstra Algorithm, vehicular detour, Lima Center.

1. Introducción

Este trabajo fue motivado por un proyecto del Coronel de la USE de la PNP para conferir los resultados empíricos que ellos tenían sobre generar rutas alternas basado en datos históricos y que no existía una técnica formal analítica en ese momento que les garantice que esas rutas eran óptimas.

Como se sabe en los últimos años se ha incrementado el terrible congestionamiento vial en la ciudad de Lima, además lo hacen más complicado casos como: manifestaciones sociales, desplazamiento de delegaciones y demás situaciones que involucren concentración de multitudes, por lo que las diferentes instituciones del estado como la PNP han buscado alternativas de solución basadas en su experiencia; ello los ha llevado a tener soluciones aceptables y otras no.

Se utilizó la Investigación Operativa ya que se puede aplicar a este tipo de problemas. Lo que busca esta disciplina es optimizar recursos, y en este trabajo el objetivo es encontrar la ruta más corta en un tiempo mínimo. Dentro de la Investigación Operativa se encuentra la Teoría de Grafos, un tema muy importante que ayudó a resolver mediante algoritmo de camino mínimo específicamente Algoritmo de Dijkstra que se corrió en el software libre GRAFOS por la cantidad de escenarios a estudiar.

A diferencia de otros artículos de caminos mínimo resuelto por Algoritmo de Dijkstra, el presente trabajo de investigación tiene una aplicación distinta y novedosa por lo que se ha podido revisar dentro de la literatura de habla hispana.

2. Aspectos Teóricos

2.1. USE-PNP

Dentro de la División de Servicios Especiales de la Región Policial Lima (DIVSERESP) se encuentra la Unidad de Servicios Especiales (USE). Esta establece los lineamientos para la preparación especializada e intervención del personal de la Policía Nacional del Perú, en control de multitudes y disturbios civiles, para lograr uniformidad en los procedimientos y respeto irrestricto de los derechos humanos, que permitan un eficaz y eficiente servicio policial de garantizar, mantener y restablecer el orden público.

2.2. Problema de la Ruta más corta y solución con Algoritmo de Dijkstra

El problema del camino mínimo consiste en determinar la ruta más corta entre el nodo del punto de origen y cada uno de los otros nodos en la red. Se presentan los algoritmos más conocidos de búsqueda de la ruta más corta como: Algoritmo Dijkstra, Algoritmo Floyd y Algoritmo de Bellman Ford, siendo principalmente de estudio el Algoritmo Dijkstra.

3. Desarrollo del método y resultados

En el presente artículo se decidió utilizar los algoritmos que minimicen el **camino**, es decir, en el artículo se busca minimizar el tiempo que transcurre de un punto de la ciudad (intersección de avenidas) a otro.

En esta ocasión el proyecto abarca el estudio de las calles principales hacia el Centro de Lima, siendo las tres avenidas más importantes: Av. Abancay, Av. Alfonso Ugarte y Av. Tacna, que cruzan el Río Rímac y son la unión de los conos Norte y Oeste a Lima Centro, tanto de ida como de regreso.

En el cuadro 1 se puede apreciar que los nodos que conforman el grafo son las intersecciones de las principales avenidas del centro de Lima y en el cuadro 2 se muestran las rutas y tiempo en el recorrido obtenidos por Google Maps con una varianza de dos minutos

3.1. Primer escenario: Planteamiento de rutas de ingreso y salida del Centro del Lima cuando se cierra la Av. Abancay

Cuadro 1: Topología de acuerdo a los cruces

INTERSECCIONES	NOMBRE NODO
Av. Caquetá – Av. F. Pizarro	A
Av. A. Ugarte – P. Colón	B
Jr. Virú – Av. Tacna	C
Av. Tacna – Emancipación	D
Av. Tacna – Av. Nicolás de Piérola	E
Av. Wilson – Av. Grau	F
Av. Abancay – Jr. Amazonas	G
Jr. Amazonas – Jr. Lampa	H
Jr. Lampa – Jr. Ancash	I
Jr. Ancash – Jr. Azángaro	J
Jr. Lampa – Jr. Puno	K
Jr. Azángaro – Jr. Puno	L
Av. Abancay – Jr. Cuzco	M
Jr. Azángaro – Av. Nicolás de Piérola	N
Av. Abancay – Av. Nicolás de Piérola	O
Av. Abancay – Av. Grau	P
Jr. Cuzco – Jr. Ayacucho	R
Jr. Cuzco – Jr. Andahuaylas	S
Jr. Ayacucho – Jr. Amazonas	T
Jr. Andahuaylas – Jr. Amazonas	U
Jr. Abancay – Jr. Puno	V

Cuadro 2: Rutas y tiempo en el recorrido obtenidos por Google Maps con una varianza de dos minutos

RUTA	TIEMPO (minutos)
A – B	25
A – C	18
B – F	5
C – D	7
D – E	2
D – K	16
E – N	20
E – F	4
F – P	25
G – H	5
H – I	2
I – J	3
I – K	10
J – L	8
K – L	5
L – V	4

Al cerrarse la Av. Abancay, por motivo de conflictos o situaciones que alteran el orden público, se establecieron rutas alternas de desvío para el transporte tanto privado como público que vienen del cono Norte y del Oeste (SJL) y hacen recorrido ida y vuelta por toda la Av. Abancay; teniendo las siguientes rutas de entrada al Centro de Lima:

Ingreso:

- a) G – H – I – K – L – V – O – P = 31 minutos (Amazonas-Lampa-Puno-Abancay)
- b) G – H – I – K – L – N – O – P = 33 minutos (Amazonas-Lampa-Puno-Azángaro-Nicolás de Piérola-Abancay)
- c) **G – H – I – J – L – V – O – P = 27 minutos (Amazonas-Lampa-Ancash-Azángaro-Puno-Abancay)**
- d) G – H – I – J – L – N – O – P = 29 minutos (Amazonas-Lampa-Ancash-Azángaro- Nicolás de Piérola -Abancay)

Salida:

- a) **P – O – M – R – T – G = 28 minutos (Abancay-Cuzco-Ayacucho-Amazonas-Abancay)**
- b) P – O – M – R – S – U – T – G = 39 minutos (Abancay-Cuzco-Andahuaylas-Amazonas-Abancay)

En la figura 1 se muestran los puntos críticos donde fluyen los desvíos principales que fueron tomados de las entrevistas a los involucrados, siendo estos los comandantes y el coronel de la USE.

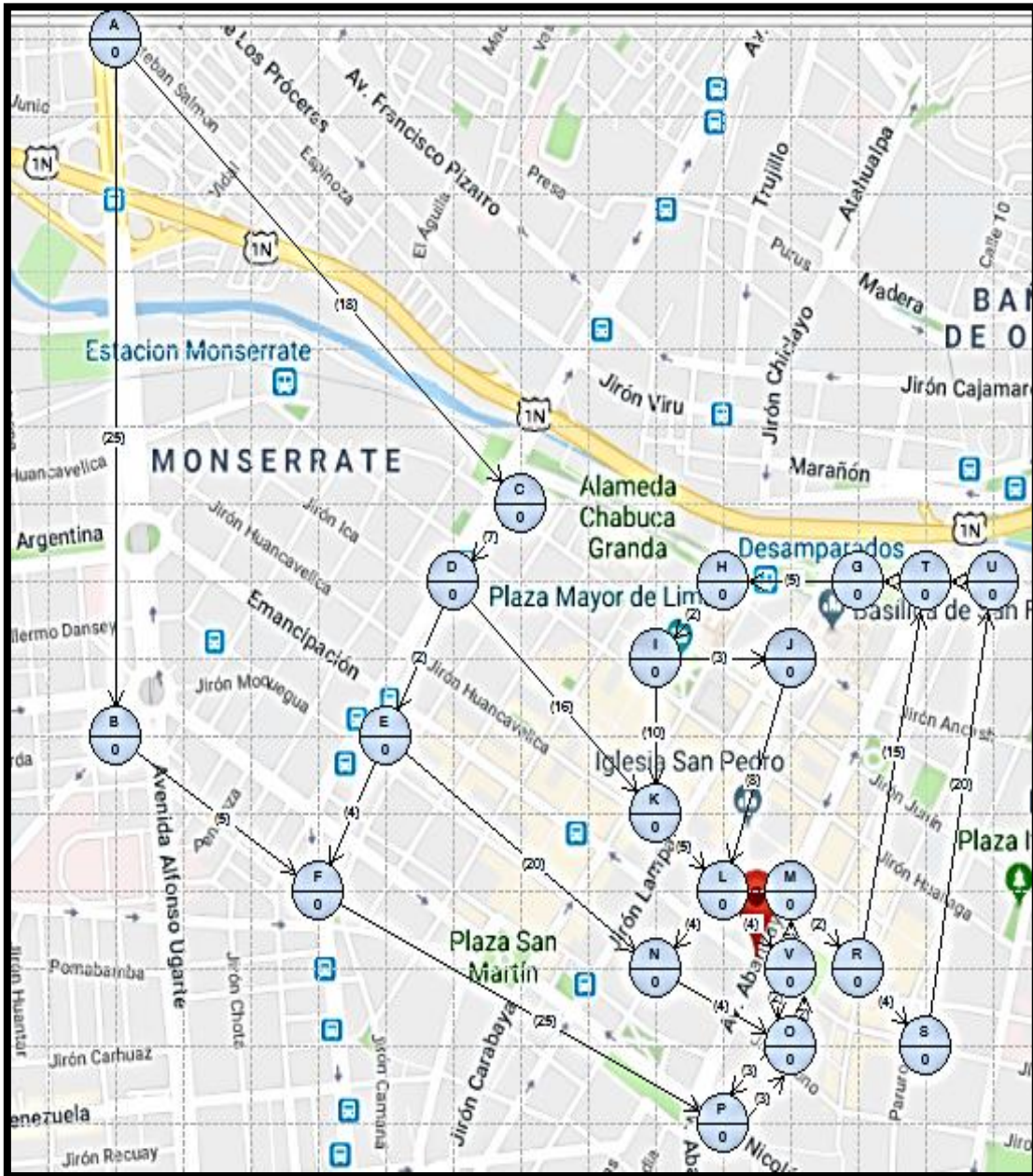
3.1.1 Interpretación y recomendación:

3.1.1.1 Ingreso:

Las rutas nos indican que ya no podemos entrar por la Av. Abancay desde Jr. Amazonas hasta Jr. Cuzco, entonces el desvío es por el Jr. Amazonas. Aplicando el Algoritmo de Dijkstra en el software libre Grafos versión 1.3.5(cc) 2003-2012, resulta que la ruta con un tiempo mínimo de recorrido es 27 minutos y es la ruta factible a utilizar como se observa en la figura 2, lo que nos indica que se puede ingresar - **nodo G** - por el Jr. Amazonas - **nodo H** , luego doblar por el Jr. Lampa - **nodo I**, para pasar por Jr. Ancash - **nodo J** – y doblar por Jr. Azángaro hasta Jr. Puno – **nodo L** y seguir una cuadra hasta que llegue a la Av. Abancay - **nodo V, O, P**, finalmente seguir el camino por toda la Av. Abancay

como se hace habitualmente. Por lo tanto se recomienda hacer estos desvíos, sin ningún cambio de dirección de vías, para seguir con el flujo vehicular, generando menor malestar en la ciudadanía.

Figura n°1: Nodos y rutas de entrada y salida al Centro de Lima, cuando se cierra la Av. Abancay mediante programa GRAFOS.



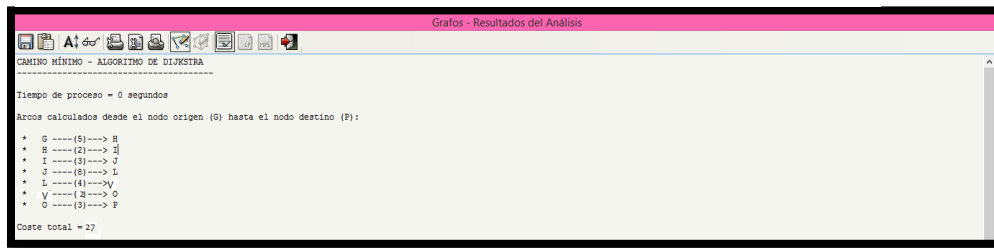
3.1.1.2 Salida:

Las rutas nos indican que ya no podemos salir por la Av. Abancay desde Jr. Cuzco hasta Jr. Amazonas, entonces el desvío es por el Jr. Cuzco recorriendo todas las intersecciones mostradas en la figura anterior.

Aplicando el Algoritmo de Dijkstra en el software Grafos, resulta que la ruta con un tiempo mínimo de recorrido es 28 minutos y es la ruta factible a utilizar, lo que nos indica que se puede ingresar por todo Abancay desde Grau hasta Cuzco- **Nodo P, O, M**, para luego hacer el respectivo giro de Cuzco hacia Ayacucho -**Nodo R**, posteriormente doblar por Amazonas- **Nodo T**, seguir firmemente hasta encontrarse con la Av. Abancay- **Nodo G**.

Por lo tanto se recomienda hacer estos desvíos, con cambio de dirección de vías en Jr. Cuzco y Jr. Amazonas para seguir con el flujo vehicular.

Figura n°2: Resultados mediante programa GRAFOS, ruta de ingreso



3.2.Segundo escenario: Planteamiento de rutas de ingreso y salida del Centro del Lima cuando se cierra la plaza Dos de Mayo de la Av. Alfonso Ugarte

Al cerrarse la plaza Dos de Mayo, por motivo ya mencionados; se establecieron rutas alternas de desvío como se muestra en la figura 3, además este escenario no es impedimento para desviarse por el puente, el problema se presenta para los vehículos que ingresan y salen del Callao hacia el Centro de Lima; teniendo las siguientes rutas de salida del Centro de Lima hacia el Callao:

Cuadro 3: Topología de acuerdo a los cruces

INTERSECCIONES	NOMBRE NODO
Av. Colonial – Jr. Ascope	A
Jr. Ascope – Francisco Retes	B
Francisco Retes– Jr. Zorritos	C
Jr. Zorritos – Av. Alfonso Ugarte	D
Jr. Zorritos – Iquique	E
Iquique – Jr. Carhuaz	F
Jr. Carhuaz – Av. Alfonso Ugarte	G
Iquique – Av. Bolivia	H
Av. Bolivia – Av. Alfonso Ugarte	I
Av. Venezuela – Av. Wilson	J
Av. Wilson – Av. Nicolás de Piérola	K
Av. Tacna – Emancipación	L
Emancipación – Av. Argentina	M
Av. Wilson – Av. Tacna	N
Jr. Cañete – Jr. Zepita	O
Jr. Cañete – Emancipación	P

Cuadro 4: Rutas y tiempo en el recorrido obtenidos por Google Maps con una varianza de dos minutos

RUTA	TIEMPO (minutos)
J – N	10
N – O	7
N – K	3
O – P	5
K – L	3
L – P	2
P – M	5
A – B	5
B – C	3
C – E	7
E – D	4
E – F	5
F – G	5
H – I	3
F – H	7

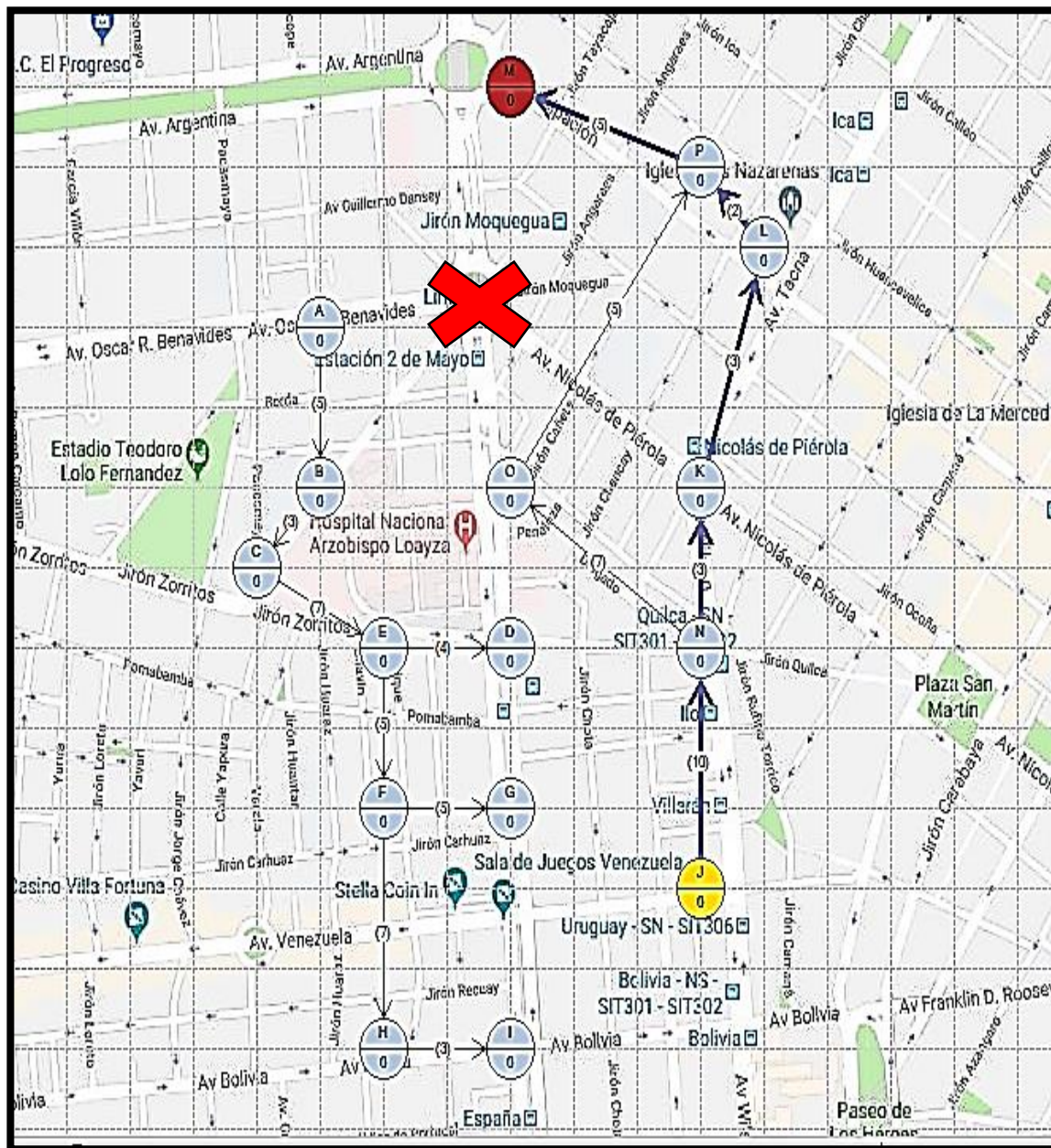
Centro de Lima hacia el Callao:

- a) J – N – K – L – P – M = 23 minutos (Venezuela-Wilson-Tacna-Emancipación-Argentina)
- b) J – N – O – P – M = 27 minutos (Venezuela-Wilson-Tacna-Cañete-Zepita-Emancipación-Argentina)

Callao hacia el centro de Lima:

- a) A – B – C – E – D = 19 minutos(Colonial-Ascope-Francisco Retes-Zorritos-Alfonso Ugarte)
- b) A – B – C – E – F – G = 25 minutos (Colonial-Ascope-Francisco Retes-Zorritos-Iquique-Carhuaz-Alfonso Ugarte)
- c) A – B – C – E – F – H – I = 20 minutos (Colonial-Ascope-Francisco Retes-Zorritos-Iquique-Bolivia-Alfonso Ugarte)

Figura N°3: Nodos y rutas del Centro del Lima hacia el Callao y viceversa cuando se cierra la Plaza dos de mayo y entrada del Callao hacia el centro de Lima



3.2.1 Interpretación y recomendación:

3.2.1.1. Centro de Lima hacia el Callao

Ambas rutas indican que ya no se puede salir por la Av. Colonial (Av. Oscar R Benavides) para dirigirse hacia el Callao, entonces la salida es por la Av. Argentina recorriendo todas las intersecciones mostradas en la figura anterior. Pero también está la alternativa de salir del Centro de Lima hacia el Callao desde Av. Wilson por toda la Av. Venezuela (Av. Uruguay).

Aplicando el Algoritmo de Dijkstra en el software Grafos, resulta que la ruta con un tiempo mínimo de recorrido es J – N – K – L – P – M por tener un tiempo de 23 minutos y es la ruta factible a utilizar, lo que nos indica que se puede ingresar desde la intersección de la Av Wilson con Av. Venezuela - **nodo J** - por la Av. Wilson - **nodo N** , luego doblar por toda la Av. Tacna - **nodo L** , doblar hacia Emancipación pasar por el - **nodo P** - y terminar en la Plaza Unión - **nodo M** , para luego poder girar y retirarse por la Av. Argentina.

3.2.1.2. Callao hacia el centro de Lima

Las tres rutas indicaron que ya no se puede ingresar por la Av. Colonial (Av. Oscar R Benavides) y pasar por la Plaza Dos de Mayo para dirigirse hacia el Centro de Lima, entonces el desvío es por el Jr. Ascope, por lo que para cualquiera de las tres rutas, se recomienda todas las intersecciones mostradas en la figura 3. Aplicando el Algoritmo de Dijkstra en el software Grafos, ya estudiado anteriormente, resulta que la ruta con un tiempo mínimo de recorrido es A – B – C – E – D con 19 minutos y es la ruta factible a utilizar, lo que nos indica que se puede desviar por la derecha - **nodo A** - por Jr. Ascope, luego doblar por Francisco Retes - **nodo B**, posteriormente doblar por Jr. Zorritos – **nodo C** -Jr Zorritos y seguir defrente por todo el Jirón, pasando por el **nodo E**-Iquique y **nodo D**-Alfonso Ugarte.

Por lo tanto se recomienda seguir por la Av. Colonial y hacer estos desvíos, sin ningún cambio de dirección de vías, para seguir con el flujo vehicular, generando menor malestar en la ciudadanía y además se recomienda despejar la vía y mantenerla libre, para lograr un mejor flujo vehicular.

3.3.Tercer escenario: Planteamiento de rutas de ingreso y salida del Centro del Lima cuando se cierra la Av. Tacna

Cuadro 5: Topología de acuerdo a los cruces

INTERSECCIONES	NOMBRE NODO
Av. Tacna- Conde Superunda	A
Conde Superunda-Jr. Chancay	B
Jr. Chancay-Jr. Ica	C
Jr. Ica- Jr. Angaraes	D
Jr. Angaraes-Jr. Moquegua	E
Jr. Angaraes-Jr. Chancay	F
Av. Wilson-Av. Nicolás de Piérola	G
Av. Nicolás de Piérola- Jr. Chancay	H
Jr. Chancay- Jr. Chota	I
Jr. Chota- Av. Bolivia	J
Av. Bolivia-Av. Wilson	K
Jr. Conde Superunda-Ruffino Torrico	L
Av. Wilson- Jr. Ruffino Torrico	M
Jr. Ruffino Torrico- Av. Nicolás de Piérola.	N
Jr. Ruffino Torrico-Emancipación	O
Emancipación-Jr. Camaná	P
Jr. Camaná-Av. Nicolás de Piérola	Q

Cuadro 6: Rutas y tiempo en el recorrido obtenidos por Google Maps con una varianza de dos minutos

RUTA	TIEMPO (minutos)
A-B	2
B-C	3
C-D	3
D-E	4
C-F	4
E-F	3
F-H	2
H-G	2
H-I	2
G-M	2
M-N	1
N-Q	3
Q-P	8
M-K	5
I-J	6
J-K	3
P-O	2
O-L	4
A-L	2

Rutas de ingreso al Centro de Lima

- A – B – C – F – H – G – M – K = 20 minutos (Av. Tacna-Conde Superunda-Chancay-Nicolás de Piérola-Wilson)
- A – B – C – D – E – F – H – G – M – K = 25 minutos (Av. Tacna-Conde Superunda-Chancay-Ica-Angaraes-Moquegua-Chancay-Nicolás de Piérola-Wilson)

Rutas de salida del centro de Lima

- K – M – N – O – L – A = 18 minutos (Wilson-Ruffino Torrico -CondeSuperunda-Tacna.)
- K – M – N – Q – P – O – L – A = 25 minutos (Wilson-Ruffino Torrico – Nicolás de Piérola-Camaná- Emancipación- Ruffino Torrico -CondeSuperunda-Tacna.)

4. Conclusiones

Se muestra el siguiente cuadro comparativo con respecto a las rutas establecidas por la USE y las rutas propuestas por el Algoritmo de Dijkstra.

Se observa como en algunas rutas coinciden las rutas empíricas con las analíticas, siendo las rutas halladas por el algoritmo de Dijkstra las óptimas.

	Rutas establecidas por la USE	Rutas propuestas por el Algoritmo de Dijkstra
Escenario 1 Cierre de la AV. Abancay	<ul style="list-style-type: none"> • G – H – I – J – L – V – O – P = 27 minutos (Amazonas-Lampa-Ancash-Azángaro-Puno-Abancay) • P – O – M – R – S – U – T – G = 39 minutos (Abancay-Cuzco-Andahuaylas-Amazonas-Abancay) 	<ul style="list-style-type: none"> • G – H – I – J – L – V – O – P = 27 minutos (Amazonas-Lampa-Ancash-Azángaro-Puno-Abancay) • P – O – M – R – T – G = 28 minutos (Abancay-Cuzco-Ayacucho-Amazonas-Abancay)
Escenario 2 Cierre de la Plaza dos de mayo	<ul style="list-style-type: none"> • J – N – O – P – M = 27 minutos (Venezuela-Wilson-Tacna-Cañete-Zepita-Emancipación-Argentina) • A – B – C – E – F – G = 25 minutos (Colonial-Ascope-Francisco Retes-Zorritos-Iquique-Carhuaz-Alfonso Ugarte) • A – B – C – E – F – H – I = 20 minutos (Colonial-Ascope-Francisco Retes-Zorritos-Iquique-Bolivia-Alfonso Ugarte) 	<ul style="list-style-type: none"> • J – N – K – L – P – M = 23 minutos (Venezuela-Wilson-Tacna-Emancipación-Argentina) • A – B – C – E – D = 19 minutos (Colonial-Ascope-Francisco Retes-Zorritos-Alfonso Ugarte)
Escenario 3 Cierre de la AV. Tacna	<ul style="list-style-type: none"> • A – B – C – F – H – G – M – K = 20 minutos (Av. Tacna-Conde Superunda-Chancay-Nicolás de Piérola-Wilson) • A – B – C – D – E – F – H – G – M – K = 25 minutos (Av. Tacna-Conde Superunda-Chancay-Ica-Angaraes-Moquegua-Chancay-Nicolás de Piérola-Wilson) • K – M – N – Q – P – O – L – A = 25 minutos (Wilson-Ruffino Torrico – Nicolás de Piérola-Camaná-Emancipación- Ruffino Torrico - CondeSuperunda-Tacna.) 	<ul style="list-style-type: none"> • A – B – C – F – H – G – M – K = 20 minutos (Av. Tacna-Conde Superunda-Chancay-Nicolás de Piérola-Wilson) • K – M – N – O – L – A = 18 minutos (Wilson-Ruffino Torrico -CondeSuperunda-Tacna.)

Tener en cuenta que la solución se efectúa en el software libre Grafos versión 1.3.5 (cc) 2003-2012 y se utiliza el Algoritmo de Dijkstra ya que con los demás algoritmos que presenta el programa el resultado es el mismo.

Como investigaciones futuras contemplamos la extensión del problema con más factores que involucren variables como el tráfico en tiempo real, así como determinar rutas mínimas en más sectores del centro de Lima.

Referencias

1. Hillier, F., Liberman, G. J., *Introducción a la Investigación de Operaciones*.-GrawHill, 1991.
2. Mokhtar S. Bazraa, Jhon J. Jarvis, Hanif *Programación lineal y flujo en redes*, Limusa, 1998.
3. Prawda W. Juan, *Métodos y Modelos de Investigación de Operaciones Vol 2*.-Limusa 1980.
4. Región Policial de Lima. Recuperado de https://www.pnp.gob.pe/direcciones_policiales/regpol-lima/DIVSERESP.html
5. Rodríguez Villalobos, A. (2016). Grafos - Software para la construcción, edición y análisis de grafos. Recuperado de <http://personales.upv.es/arodrigu/Grafos/ayuda/Grafos%20-%20Manual%20de%20Usuario.pdf>
6. Taha, H. A., *Investigación de Operaciones*. Prentice Hall, 2004.

Optimización en la recolección no convencional de residuos sólidos en los distritos de Lima Metropolitana

Brillith Dianira Suarez Solis
Universidad Antonio Ruiz de Montoya, Lima, Perú
iepvdsuarez@gmail.com

Luis Enrique Gerova Ampuero.
Universidad Antonio Ruiz de Montoya, Lima, Perú
luisenriqueampuero15@gmail.com

Miguel Angel Taype Llaique
Universidad Antonio Ruiz de Montoya, Lima, Perú
taypemiguel3015@gmail.com

Kelly Fiorela Chuquihuanca Pintado
Universidad Antonio Ruiz de Montoya, Lima, Perú
kellyfiorela0307@gmail.com

Resumen

En este artículo, proponemos una solución al problema del recojo de residuos sólidos en zonas poco accesibles de Lima Metropolitana. Las características de estas zonas son no contar con vías accesibles a un camión de recolección de residuos, tener terreno elevado y viviendas muy alejadas. Este trabajo se ha realizado en el distrito de Villa María del Triunfo. Usando información de la municipalidad del distrito y del INEI. Se realizó un modelo de asignación de un número de contenedores para cada zona no accesible (cerros), que estaría ubicado en la zona baja y accesible para los camiones recolectores. Al tener ubicados los lugares de los contenedores, usamos el modelo de ruteo de vehículos para establecer las rutas y frecuencias por donde circularán los camiones recolectores. El logro significativo para el distrito, es la reducción del 25% en el tiempo de recojo al comparar con el tiempo de la empresa concesionaria de la municipalidad. Esta modelación puede ser aplicada a los diferentes distritos que cuentan con similares problemas.

Palabras clave: residuos sólidos, zonas no accesibles, contenedores

1. Introducción

En la ciudad de Lima uno de los problemas principales es la recolección de residuos sólidos. Cada año este problema toma más fuerza debido a que la población va en aumento y por ende la producción de basura. Muchos de los municipios tienen problemas a la hora de hacer la logística del recojo, en muchas ocasiones no se llega a recoger todo lo producido. Lo anterior genera que la población deje su basura en lugares públicos como en las principales avenidas, cerca de colegios, hospitales, etc.

La concentración de basura en espacios públicos se vuelve un foco infeccioso muy peligroso para la salud humana. El calor, la humedad y los desechos en su mayoría orgánico, genera putrefacción, proliferación de bacterias y por supuesto mal olor. Esto empeora aún con la presencia de animales como roedores, insectos, entre otros, que proliferan y afectan a las viviendas aledañas a estos cúmulos de residuos.

Por otro lado, las municipalidades de Lima Metropolitana han disminuido el presupuesto destinado a la actividad de recolección de residuos. Esto ha empeorado la situación actual llevando a los distritos

ser declarados en emergencia sanitaria. Por ejemplo, en el 2014 DIGESA “Dirección General de Salud Ambiental” declaró en emergencia sanitaria a 4 distritos entre ellos Comas, Rímac, San Juan de Miraflores y Villa María del Triunfo por la excesiva acumulación de basura en sus calles (El Comercio, 2014). Ante esto el MINSA “Ministerio de Salud” insta a estas municipalidades a realizar el recojo respectivo y oportuno de los residuos en menos de 30 días. Por lo tanto, realizar estos trabajos demanda de una inversión aún mayor de tiempo, de dinero y de equipos.

A pesar de que en varias oportunidades distritos de Lima Metropolitana han sido declarados en estado de emergencia sanitaria, poco o nada se ha hecho para amenguar y solucionar el problema de la contaminación causada por la falta de recolección de residuos sólidos. Es por ello que en este trabajo nos centraremos en el distrito Villa María del Triunfo, el cual es el principal afectado.

En nuestra investigación hemos encontrado muchos trabajos referidos al mismo tema. Por ejemplo, encontramos la tesis “Optimización de rutas en una empresa de recojo de residuos sólidos en el distrito de los Olivos” realizada por José Taquia. Esta investigación plantea soluciones para el problema de ruteo de la empresa concesionaria, aplicando métodos de optimización y sectorización de rutas. En la sectorización de rutas, se definen las rutas necesarias en el distrito y los recursos necesarios para poder implementarlas. También, se maximiza la capacidad de la flota disponible y la reducción de un 20% en el tiempo total de viajes. Estas metodologías pueden aplicarse en los diferentes distritos de la ciudad de Lima con el mismo problema. También hemos encontrado la tesis “Planificación y optimización de flotas de vehículos para la recogida de residuos urbanos” que se centra en el problema del costo de transporte para el recojo de residuos sólidos en la provincia de Huelva (España). Esta investigación plantea las soluciones de intentar optimizar todas las rutas de recorrido de cada vehículo para que ésta recorra el menor kilómetro posible. El método que usaron para realizar esta optimización es la Programación Lineal Entera Mixta.

Nuestro aporte se diferencia de las anteriores tesis porque analiza 2 factores que hacen difícil la tarea de recoger los residuos sólidos en el distrito de Villa María del Triunfo. El primer factor es que en este distrito muchos pobladores viven en zonas muy altas, en cerros muchas veces muy empinados. Muchos de los barrios de estas zonas altas no cuentan con calles y solo se accede por empinadas escaleras de concreto. El segundo factor es que no existen contenedores en las zonas bajas para dejar la basura. Estos dos factores han generado que los pobladores no encuentren otro lugar más apropiado para arrojar su basura que en las avenidas principales o muchas veces en acantilados cerca a sus viviendas. Al hacer un recorrido por la zona hemos podido observar que la basura es arrojada en las mañanas cuando los pobladores se dirigen al trabajo y también en horas de las noches.

El presente estudio se enfocará en Nueva Esperanza que es la Zona 4. Este Barrio pertenece al Distrito de Villa María del Triunfo.

2. Descripción General

En la actualidad según una nota de prensa del Instituto Nacional de Estadística e Informática (2018), el distrito de Villa María del Triunfo es uno de los distritos más poblados de Lima con una población de 474 mil habitantes. Este distrito se divide en siete Zonas, la Zona 4 que es Nueva Esperanza cuenta con una población de 31050 mil habitantes. Además, según el “Sexto Informe Nacional de Residuos Sólidos de la Gestión del Ámbito Municipal y No Municipal 2013” presentado por el Ministerio del Ambiente en Lima se genera 0.591 Kg/hab./día. Asimismo, en una noticia presentada en septiembre del 2016 por Radio Programa del Perú Noticias (RPP) indica que según, el viceministro de Gestión Ambiental, Marcos Alegre en Lima se genera 1 Kg/hab/día.

2.1. Problema en la Gestión de Residuos

Retraso en el cronograma de recolección de basura, el cual conlleva que los residuos se encuentren en la calle.

3. Descripción del Modelo:

3.1. Ubicación de los contenedores de residuos

Consideraremos el uso de contenedores de 4 ruedas de una capacidad de 1.1m³ con una carga útil de 500 kg. En la cual hemos identificado 31 puntos donde los pobladores dejan sus residuos sólidos, en cada punto se colocarán dos contenedores. Estos están aledaños a la avenida “26 de noviembre”. Una razón para tomar esta decisión es porque hay mucha concurrencia de pobladores por ser una avenida principal. También, se considerará el uso de camiones compactadores con una capacidad de carga de 16 m³.

4. Modelamiento Matemático

El modelamiento matemático adecuado para este problema es el Agente Viajero (TSP). El algoritmo usado es Clarke-Wright, el cual es bien conocido en el enrutamiento de vehículos. El algoritmo se ha implementado por VRP Solver. Esto porque se dispone de un solo vehículo para cada Subsector. Este, deberá pasar de tramo en tramo dentro de cada subsector al costo mínimo posible. El costo mínimo en este problema es la distancia entre los puntos elegidos donde serán colocados los contenedores. Con ello encontrar la ruta óptima de recolección de residuos sólidos.

El problema lo formulamos como sigue:

Función Objetivo:

$$\text{Min } Z = \sum_{(i,j) \in E} c_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

Restricciones:

$$\sum_{j \in \Delta+(i)} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in V \quad (2)$$

$$\sum_{i \in \Delta-(j)} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in V \quad (3)$$

$$\sum_{i \in S, j \in \Delta+(i)/S} x_{ij} \geq 1 \quad \forall S \subset V \quad (4)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in E$$

c_{ij} : representa los costos de ir desde un punto a otro, este costo es la distancia en metros.

x_{ij} : es una variable binaria que se activa si el costo de activar ese tramo es menos costoso que los otros.

Con la función objetivo (1) buscamos Minimizar todo el recorrido realizado por los camiones contenedores. Con la restricción (2) se busca que de todos los puntos solo se llegue una vez. Así también con la restricción (3) se busca que solo se salga de ese punto una vez. estas dos restricciones sirven para que el contenedor pase por cada uno de los puntos solo una vez.

5. Resultados

Para hallar cual es la ruta óptima por donde tendrá que ir el camión recolector de residuos, se han hallado la latitud y longitud de cada una de las 31 ubicaciones donde se colocarán los contenedores de residuos. Además, de tener en cuenta la carga útil de cada uno de ellos. Asimismo, se tomará en cuenta la capacidad de carga del camión y la distancia máxima de recorrido de cada recolector.

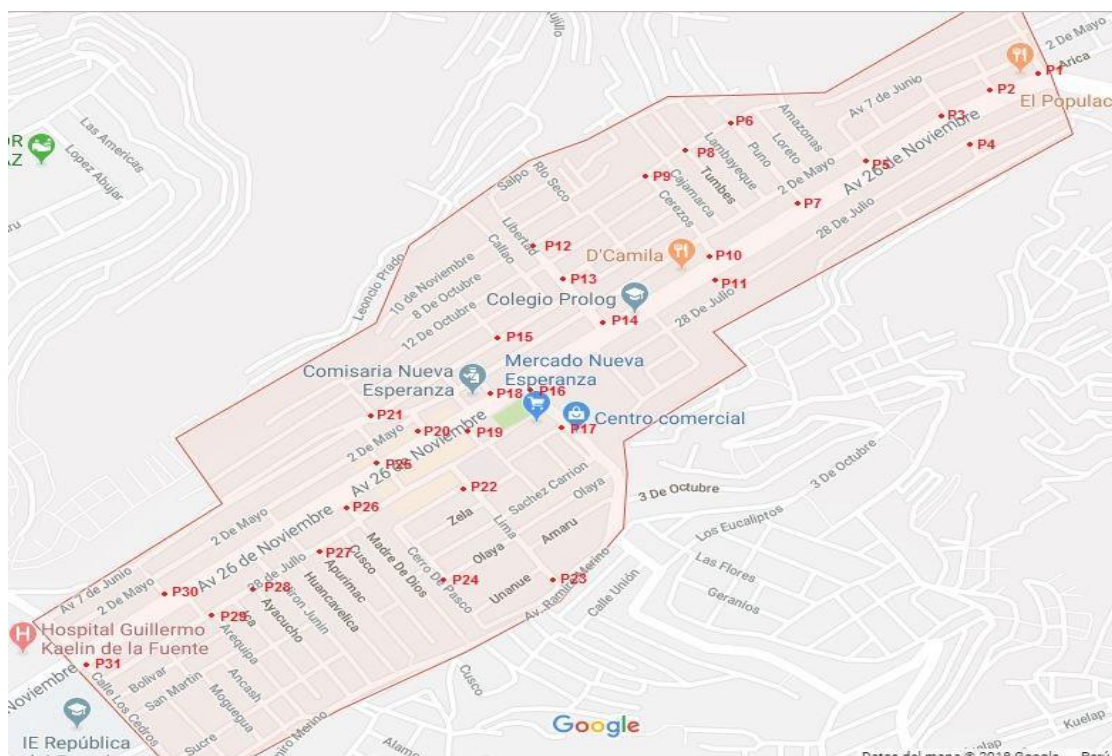


Figura 1 - Ubicación de los contenedores de residuos

ITEM	LATITUD	LONGITUD	DEMANDA
0	-12.167054	-76.924806	0
1	-12.167012	-76.924885	1000
2	-12.167362	-76.925612	1000
3	-12.167755	-76.926307	1000
4	-12.168285	-76.925963	1000
5	-12.168603	-76.927494	1000
6	-12.167929	-76.929542	1000
7	-12.169337	-76.928549	1000
8	-12.168446	-76.930223	1000
9	-12.168886	-76.930845	1000
10	-12.170294	-76.929811	1000
11	-12.170702	-76.929857	1000
12	-12.170101	-76.93255	1000
13	-12.170717	-76.93208	1000
14	-12.17151	-76.93148	1000
15	-12.171733	-76.933081	1000
16	-12.172667	-76.932595	1000
17	-12.173334	-76.932133	1000
18	-12.172786	-76.933172	1000
19	-12.173401	-76.933566	1000
20	-12.173419	-76.934155	1000
21	-12.173182	-76.93494	1000
22	-12.174386	-76.9336	1000
23	-12.176082	-76.932184	1000
24	-12.175995	-76.933881	1000
25	-12.173924	-76.934895	1000
26	-12.174735	-76.935367	1000
27	-12.175528	-76.935795	1000
28	-12.176242	-76.936736	1000
29	-12.176672	-76.936379	1000
30	-12.176358	-76.938138	1000
31	-12.177564	-76.939276	1000

Tabla 1 - Latitud, longitud y demanda de cada ubicación de los contenedores

Después, de hallar la latitud y longitud de cada punto donde se colocarán los contenedores se insertará todos los datos en el VRPsolver agregando la capacidad de cada camión recolector y la distancia límite del camión. Esto, para hallar la distancia de un punto a otro y encontrar cual es la ruta óptima.

VRP Solver

Load Data From File:

Cust #	Longitude	Latitude	Demand
1	-12.167054	-76.924806	0
2	-12.167012	-76.924885	1000
3	-12.167362	-76.925612	1000
4	-12.167755	-76.926307	1000
5	-12.168285	-76.925963	1000
6	-12.168603	-76.927494	1000
7	-12.167929	-76.929542	1000
8	-12.169337	-76.928549	1000
9	-12.168446	-76.930223	1000
10	-12.168886	-76.930845	1000
11	-12.170294	-76.929811	1000
12	-12.170702	-76.929857	1000
13	-12.170101	-76.93255	1000
14	-12.170717	-76.93208	1000
15	-12.17151	-76.93148	1000
16	-12.171733	-76.933081	1000
17	-12.172667	-76.932595	1000
18	-12.173334	-76.932133	1000
19	-12.172786	-76.933172	1000
20	-12.173401	-76.933566	1000
21	-12.173419	-76.934155	1000
22	-12.173182	-76.93494	1000
23	-12.174386	-76.9336	1000
24	-12.176082	-76.932184	1000
25	-12.175995	-76.933881	1000
26	-12.173924	-76.934895	1000
27	-12.174735	-76.935367	1000
28	-12.175528	-76.935795	1000
29	-12.176242	-76.936736	1000
30	-12.176672	-76.936379	1000
31	-12.176358	-76.938138	1000
32	-12.177564	-76.939276	1000

Truck Capacity:

Truck Distance Limit:

VRP Solver v1.3 (c) 2004 Lawrence V. Snyder, Lehigh University

Figura 2 - Datos en VRPsolver

Distances

Distance Preferences
 Euclidean Great Circle Round Distances to Nearest Integer

Generate Distances

Load From File: Browse...

Save Distances

Distance matrix reflects current settings.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
1	0.00	0.01	0.06	0.10	0.08	0.19	0.33	0.26	0.37	0.42	0.35	0.35	0.54	0.51	0.47	0.58	0.54	0.52	0.58	0.61	0.65	0.71	0.62	0.53	0.64	0.70	0.74	0.77	0.84	0.81	0.93	1.01
2	0.01	0.00	0.05	0.10	0.08	0.18	0.32	0.26	0.37	0.41	0.34	0.35	0.53	0.50	0.46	0.57	0.54	0.51	0.58	0.61	0.65	0.70	0.61	0.52	0.64	0.70	0.73	0.76	0.83	0.81	0.93	1.01
3	0.06	0.05	0.00	0.05	0.03	0.13	0.27	0.21	0.32	0.36	0.29	0.30	0.48	0.45	0.41	0.52	0.49	0.46	0.53	0.56	0.60	0.65	0.56	0.47	0.59	0.65	0.68	0.71	0.78	0.76	0.88	0.96
4	0.10	0.10	0.05	0.00	0.03	0.08	0.22	0.16	0.27	0.31	0.25	0.25	0.43	0.40	0.36	0.47	0.44	0.41	0.48	0.51	0.55	0.60	0.51	0.43	0.54	0.60	0.63	0.67	0.73	0.71	0.83	0.91
5	0.08	0.08	0.03	0.03	0.00	0.11	0.25	0.18	0.29	0.34	0.27	0.27	0.46	0.42	0.38	0.49	0.46	0.43	0.50	0.53	0.57	0.62	0.54	0.45	0.56	0.62	0.66	0.69	0.75	0.73	0.85	0.93
6	0.19	0.18	0.13	0.08	0.11	0.00	0.14	0.07	0.19	0.23	0.16	0.17	0.35	0.32	0.28	0.39	0.36	0.33	0.40	0.43	0.47	0.52	0.43	0.34	0.46	0.52	0.55	0.58	0.65	0.63	0.74	0.83
7	0.33	0.32	0.27	0.22	0.25	0.14	0.00	0.07	0.05	0.09	0.04	0.05	0.21	0.18	0.15	0.25	0.22	0.20	0.26	0.29	0.33	0.38	0.30	0.22	0.32	0.38	0.42	0.45	0.51	0.49	0.61	0.69
8	0.26	0.26	0.21	0.16	0.18	0.07	0.07	0.00	0.12	0.16	0.09	0.09	0.28	0.24	0.21	0.32	0.28	0.26	0.32	0.35	0.39	0.45	0.36	0.27	0.38	0.44	0.48	0.51	0.58	0.55	0.67	0.75
9	0.37	0.37	0.32	0.27	0.29	0.19	0.05	0.12	0.00	0.04	0.04	0.04	0.16	0.13	0.10	0.20	0.18	0.15	0.21	0.24	0.28	0.33	0.25	0.18	0.28	0.33	0.37	0.40	0.47	0.44	0.56	0.64
10	0.42	0.41	0.36	0.31	0.34	0.23	0.09	0.16	0.04	0.00	0.07	0.07	0.12	0.09	0.06	0.16	0.13	0.11	0.17	0.20	0.24	0.29	0.21	0.15	0.24	0.29	0.33	0.36	0.42	0.40	0.52	0.60
11	0.35	0.34	0.29	0.25	0.27	0.16	0.04	0.09	0.04	0.07	0.00	0.01	0.19	0.16	0.12	0.23	0.20	0.17	0.24	0.26	0.30	0.36	0.27	0.19	0.29	0.36	0.39	0.42	0.49	0.46	0.58	0.66
12	0.35	0.35	0.30	0.25	0.27	0.17	0.05	0.09	0.04	0.07	0.01	0.00	0.19	0.15	0.11	0.22	0.19	0.16	0.23	0.26	0.30	0.35	0.26	0.18	0.29	0.35	0.39	0.42	0.48	0.46	0.58	0.66
13	0.54	0.53	0.48	0.43	0.46	0.35	0.21	0.28	0.16	0.12	0.19	0.19	0.00	0.03	0.08	0.04	0.04	0.06	0.06	0.09	0.12	0.17	0.10	0.10	0.13	0.17	0.21	0.24	0.30	0.28	0.40	0.48
14	0.51	0.50	0.45	0.40	0.42	0.32	0.18	0.24	0.13	0.09	0.16	0.15	0.03	0.00	0.04	0.07	0.05	0.04	0.08	0.11	0.15	0.20	0.12	0.08	0.15	0.20	0.24	0.27	0.33	0.31	0.43	0.51
15	0.47	0.46	0.41	0.36	0.38	0.28	0.15	0.21	0.10	0.06	0.12	0.11	0.08	0.04	0.00	0.11	0.08	0.05	0.12	0.15	0.19	0.24	0.15	0.09	0.18	0.24	0.27	0.30	0.37	0.35	0.47	0.55
16	0.58	0.57	0.52	0.47	0.49	0.39	0.25	0.32	0.20	0.16	0.23	0.22	0.04	0.07	0.11	0.00	0.04	0.07	0.02	0.04	0.08	0.13	0.05	0.09	0.09	0.13	0.16	0.20	0.26	0.24	0.36	0.44
17	0.54	0.54	0.49	0.44	0.46	0.36	0.22	0.28	0.18	0.13	0.20	0.19	0.04	0.05	0.08	0.04	0.00	0.03	0.04	0.07	0.11	0.16	0.07	0.06	0.10	0.16	0.19	0.23	0.29	0.27	0.39	0.47
18	0.52	0.51	0.46	0.41	0.43	0.33	0.20	0.26	0.15	0.11	0.17	0.16	0.06	0.04	0.05	0.07	0.03	0.00	0.07	0.10	0.14	0.19	0.10	0.04	0.13	0.19	0.22	0.26	0.32	0.30	0.42	0.50
19	0.58	0.58	0.53	0.48	0.50	0.40	0.26	0.32	0.21	0.17	0.24	0.23	0.06	0.08	0.12	0.02	0.04	0.07	0.00	0.03	0.07	0.12	0.04	0.09	0.07	0.12	0.15	0.19	0.25	0.23	0.35	0.43
20	0.61	0.61	0.56	0.51	0.53	0.43	0.29	0.35	0.24	0.20	0.26	0.26	0.09	0.11	0.15	0.04	0.07	0.10	0.03	0.00	0.04	0.09	0.02	0.10	0.05	0.09	0.13	0.16	0.22	0.20	0.32	0.40
21	0.65	0.65	0.60	0.55	0.57	0.47	0.33	0.39	0.28	0.24	0.30	0.30	0.12	0.15	0.19	0.08	0.11	0.14	0.07	0.04	0.00	0.05	0.04	0.14	0.04	0.05	0.09	0.12	0.18	0.16	0.28	0.36
22	0.71	0.70	0.65	0.60	0.62	0.52	0.38	0.45	0.33	0.29	0.36	0.35	0.17	0.20	0.24	0.13	0.16	0.19	0.12	0.09	0.05	0.00	0.09	0.20	0.09	0.01	0.04	0.07	0.13	0.11	0.23	0.31
23	0.62	0.61	0.56	0.51	0.54	0.43	0.30	0.36	0.25	0.21	0.27	0.26	0.10	0.12	0.15	0.05	0.07	0.10	0.04	0.02	0.04	0.09	0.00	0.10	0.03	0.09	0.12	0.15	0.22	0.20	0.31	0.40
24	0.53	0.52	0.47	0.43	0.45	0.34	0.22	0.27	0.18	0.15	0.19	0.18	0.10	0.08	0.09	0.09	0.06	0.04	0.09	0.10	0.14	0.20	0.10	0.00	0.12	0.19	0.22	0.25	0.31	0.29	0.41	0.49
25	0.64	0.64	0.59	0.54	0.56	0.46	0.32	0.38	0.28	0.24	0.29	0.29	0.13	0.15	0.18	0.09	0.10	0.13	0.07	0.05	0.04	0.09	0.03	0.12	0.00	0.08	0.10	0.13	0.20	0.17	0.29	0.37
26	0.70	0.70	0.65	0.60	0.62	0.52	0.38	0.44	0.33	0.29	0.36	0.35	0.17	0.20	0.24	0.13	0.16	0.19	0.12	0.09	0.05	0.01	0.09	0.19	0.08	0.00	0.03	0.07	0.13	0.11	0.23	0.31
27	0.74	0.73	0.68	0.63	0.66	0.55	0.42	0.48	0.37	0.33	0.39	0.39	0.21	0.24	0.27	0.16	0.19	0.22	0.15	0.13	0.09	0.04	0.12	0.22	0.10	0.03	0.00	0.03	0.10	0.08	0.19	0.27
28	0.77	0.76	0.71	0.67	0.69	0.59	0.45	0.51	0.40	0.36	0.42	0.42	0.24	0.27	0.30	0.20	0.23	0.26	0.19	0.16	0.12	0.07	0.15	0.25	0.13	0.07	0.03	0.00	0.07	0.04	0.16	0.24
29	0.84	0.83	0.78	0.73	0.75	0.65	0.51	0.58	0.47	0.42	0.49	0.48	0.30	0.33	0.37	0.26	0.29	0.32	0.25	0.22	0.18	0.13	0.22	0.31	0.20	0.13	0.10	0.07	0.00	0.03	0.10	0.18
30	0.81	0.81	0.76	0.71	0.73	0.63	0.49	0.55	0.44	0.40	0.46	0.46	0.28	0.31	0.35	0.24	0.27	0.30	0.23	0.20	0.16	0.11	0.20	0.29	0.17	0.11	0.08	0.04	0.03	0.00	0.12	0.20
31	0.93	0.93	0.88	0.83	0.85	0.74	0.61	0.67	0.56	0.52	0.58	0.58	0.40	0.43	0.47	0.36	0.39	0.42	0.35	0.32	0.28	0.23	0.31	0.41	0.29	0.23	0.19	0.16	0.10	0.12	0.00	0.08
32	1.01	1.01	0.96	0.91	0.93	0.83	0.69	0.75	0.64	0.60	0.66	0.66	0.48	0.51	0.55	0.44	0.47	0.50	0.43	0.40	0.36	0.31	0.40	0.49	0.37	0.31	0.27	0.24	0.18	0.20	0.08	0.00

Figura 3 - Distancias

En la Figura 3 se encuentran las distancias que hay de un punto a otro. El punto numero 1 es el punto de donde parten los recolectores de sólidos.

Solution

Map Text

ROUTE 1

Stop	Weight	Distance
1	0	0.01
2	1000	0.05
3	1000	0.05
4	1000	0.22
7	1000	0.05
9	1000	0.04
10	1000	0.06
15	1000	0.04
14	1000	0.05
17	1000	0.03
18	1000	0.16
12	1000	0.01
11	1000	0.09
8	1000	0.07
6	1000	0.11
5	1000	0.08
Total: 15000.00		1.12

Figura 4 - Ruta 1

ROUTE 2

Stop	Weight	Distance
1	0	0.53
24	1000	0.10
23	1000	0.03
25	1000	0.17
30	1000	0.20
32	1000	0.08
31	1000	0.10
29	1000	0.07
28	1000	0.03
27	1000	0.03
26	1000	0.01
22	1000	0.05
21	1000	0.04
20	1000	0.03
19	1000	0.02
16	1000	0.04
13	1000	0.54
Total: 16000.00		2.08

Figura 5 - Ruta 2

La Figura 4 muestra cual es la primera ruta que tiene un recorrido de 1.12 Km. Esta primera ruta empieza del punto 1 de donde parten los camiones, continua por el punto 2,3,4,7 y 9. Luego continua por los puntos 10, 15,14,17,18,12,11,8,6 y 5. En este recorrido se recolecta 15 m3.

En la Figura 5 se muestra la ruta 2 que tiene un recorrido de 2.08 Km. En esta ruta se hace el recojo de 16 m3 de residuos sólidos.

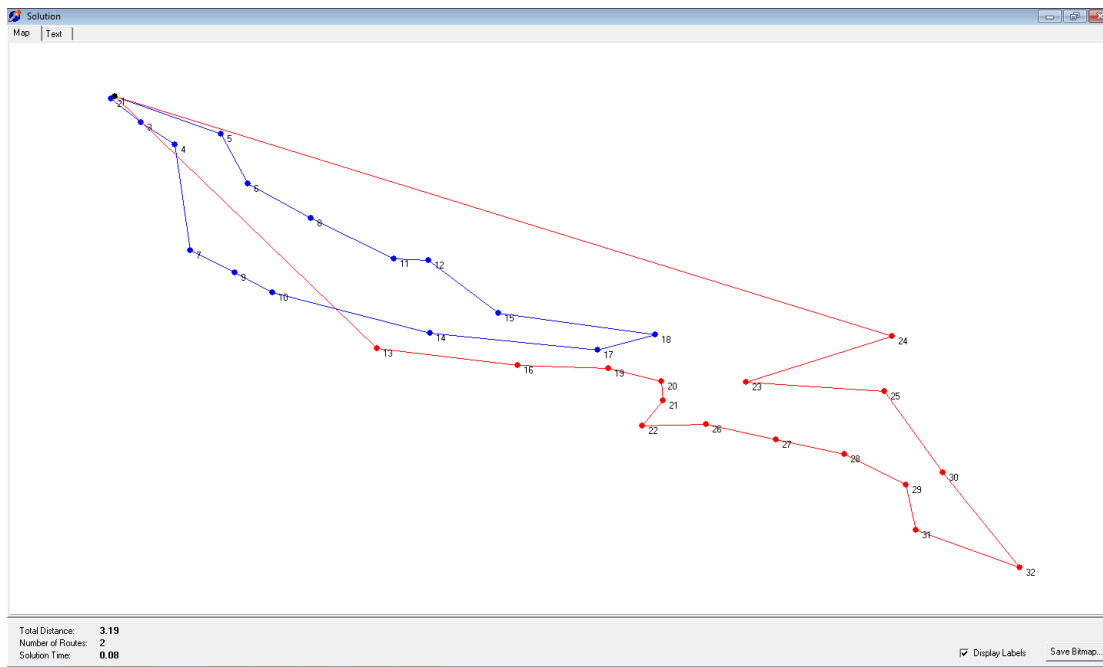


Figura 6 - Mapa de rutas

En la Figura 6 se muestran las dos rutas optimas debido a que, se necesitarán dos camiones que partirán de un solo punto para recolectar todos los residuos sólidos.

6. Conclusión

En esta investigación, nos hemos enfocado en resolver el problema de retraso en el cronograma de recolección de basura. Para lograr esto, el modelo introduce restricciones de capacidad de carga del camión y el límite de distancia de recorrido, con ello VRP solver busca la ruta óptima en donde el camión solo pasa una vez por cada punto. Con ello, se garantiza a los habitantes que el camión recogerá todos los residuos sólidos acumulados en los contenedores en el menor tiempo y optimizando los recursos. Este objetivo, se logrará con dos vehículos de 16 m3 de capacidad de carga cada uno de ellos tendrá una ruta optima y en conjunto cumplirán con recolectar los residuos sólidos de toda la zona de Nueva Esperanza, en el cual se ha identificado 31 puntos donde habrá dos contenedores de 500 Kg de carga útil cada una. Finalmente, destacamos que estos métodos de recolección no solo reducen los índices de contaminación, sino también resultan ahorros económicos para la gestión del Distrito.

7. Referencias

1. "Basura en Lima: declaran en emergencia sanitaria a 4 distritos", El comercio, 12 de diciembre del 2014, recuperado de: <https://elcomercio.pe/lima/basura-lima-declaran-emergencia-sanitaria-4-distritos-313400>

2. Instituto Nacional de Estadística e Informática,(2016), “Cerca de 10 millones de personas viven en Lima Metropolitana”. Recuperado de: <https://www.inei.gob.pe/prensa/noticias/cerca-de-10-millones-de-personas-viven-en-lima-metropolitana-8818/>
3. MINAN (2013), “Sexto Informe Nacional De Residuos Sólidos De La Gestión Del Ámbito Municipal y No Municipal 2013”. Recuperado de: <http://redrrss.minam.gob.pe/material/20160328155703.pdf>
4. Taquia J,(mayo del 2013) “Optimización de rutas en una empresa de recojo de residuos sólidos en el distrito de los Olivos”. Recuperado de: http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/123456789/4603/TAQUIA_JOSE_OPTIMIZACION_RUTAS.pdf?sequence=1

Análise e previsão do tempo de execução de rotas de veículos no tráfego utilizando algoritmos de aprendizado de máquina em fluxo de dados

Angelica de S. Pinto

Instituto de Ciência e Tecnologia, Universidade Federal Fluminense, Rio das Ostras, RJ
angelicasousa@id.uff.br

Flavia Bernardini

Instituto de Computação, Universidade Federal Fluminense, Niterói, RJ
fcbernardini@ic.uff.br

Jose Santos Lopes

Instituto de Ciência e Tecnologia, Universidade Federal Fluminense, Rio das Ostras, RJ
jlopes@id.uff.br

Patrick Moratori

Instituto de Ciência e Tecnologia, Universidade Federal Fluminense, Rio das Ostras, RJ
pmoratori@id.uff.br

Edwin Benito Mitacc Meza

Instituto de Ciência e Tecnologia, Universidade Federal Fluminense, Rio das Ostras, RJ
emitacc@id.uff.br

Resumo

O tempo de execução das rotas no tráfego diário de veículos nas grandes cidades muda diariamente, impactando no dia a dia de todos que moram nessas cidades. Analisar com o objetivo de compreender tais dados e prever o tempo de execução dessas rotas é importante para evoluir no entendimento do comportamento do tráfego de veículos. Por outro lado, devido à enorme quantidade de dados gerados neste contexto, é necessário utilizar novas formas de lidar com esses dados. Assim, este trabalho tem como objetivo apresentar uma metodologia visando analisar e prever o tempo de execução de rotas a partir de dados reais de tráfego. Numa primeira análise, com os dados coletados, observou-se a existência de outliers nos dados, bem como uma possibilidade efetiva do uso da aprendizagem de máquina no fluxo de dados. Os resultados alcançados foram significantes para o problema de predição aqui tratado.

Keywords: aprendizado de máquina; fluxo de dados; tráfego de veículos.

1 Introdução

O grande avanço das tecnologias da informação e comunicação tem trazido, ao longo dos últimos anos, grandes benefícios aos seus usuários, tanto no nível das grandes empresas, quanto no nível dos usuários privados. Assim, uma das principais tarefas para os quais os computadores são utilizados é a otimização de recursos para aumentar a eficiência e o desempenho das técnicas correspondentes, que se podem traduzir em melhorias econômicas no médio prazo. Especificamente, a otimização de rotas em meios de transporte é uma das grandes economias alcançadas graças ao uso dessas técnicas. Contudo, nos últimos anos houve um aumento na complexidade das operações de transporte, em que o tempo de viagem, ou execução de rotas, entre dois pontos não é mais um fator constante. Variáveis como condições climáticas, dia da semana e horário influenciam no bom andamento do fluxo de transportes e conseqüentemente na hora da chegada no destino desejado. É importante ressaltar que, do ponto de vista da mobilidade urbana, estas variáveis provocam o chamado congestionamento, que causa perda de tempo, prejudica a saúde e atrapalha o crescimento do país [10]. Mas, por outro lado, o tempo de viagem pode fornecer ao condutor a opção de utilizar as rotas em horários alternativos, e em diferentes dias da semana. Isso conseqüentemente pode melhorar as condições de trânsito, pois o tráfego pode se tornar mais equilibrado, reduzindo assim o congestionamento.

O Waze é um sistema colaborativo, ou seja, compartilha informações em tempo real sobre o trânsito. No entanto, esse sistema depende da inclusão das informações de seus condutores, e necessita que o aparelho de celular esteja ligado para capturar informações de rotas enquanto esses dirigem para melhorar seus resultados. Outro aplicativo que também exibe o tempo de execução de uma determinada rota é o Google Maps. Esse sistema prevê o tempo de viagem, mas sua estrutura interna ainda é desconhecida, ou seja, não fica claro como é realizado o cálculo de suas predições. Ainda, há relatos individuais de erro na predição do tempo da viagem, o que abre espaço para novas explorações. Alguns problemas são semelhantes ao do Waze, além de muitas vezes ambos, em uma mesma situação de rota, predizerem tempos totalmente distintos, conforme experimentos realizados. Já nas referências bibliográficas, alguns trabalhos recentes têm tratado o problema de predição de hora de partida ou tempo de viagem. Ambos os problemas são semelhantes do ponto de vista de aprendizado de máquina. Os autores em [11] utilizam Regressão Linear Múltipla para monitorar tráfego de vias em tempo real, utilizando dados provenientes de GPS. Como os dados são coletados em tempo real, foi projetada uma abordagem de amostra baseada na correlação espacial. Já em [12] utilizam o conhecimento de várias regiões, extraem os dados de tráfego de veículos e integram as informações como data da viagem, velocidade média e tempo médio da viagem para prever condições de tráfego. Os dados foram obtidos do departamento de transporte do Reino Unido, sendo coletados utilizando centenas de sensores por 24 horas, além de imagens. Os autores utilizaram um algoritmo de aprendizado online para problemas de regressão denominado FIMT-DD (*Fast Incremental Model Trees – Drift Detection*). Em ambos os trabalhos, a quantidade de dados utilizada é muito grande, o que é comum quando se tem fluxo de dados coletados, o que justifica o uso do aprendizado online. Neste trabalho, foram coletados dados oriundos de algumas rotas de execução durante o período de um ano. Numa primeira análise notou-se a necessidade de identificar quais características devem ser extraídas, analisar os dados das rotas coletadas, bem como identificar a eficácia do algoritmo online com a quantidade de dados coletados.

Assim, o objetivo deste trabalho é apresentar uma metodologia para análise e previsão de dados relativo ao tempo de execução de uma rota, a partir do tempo de partida e outros atributos extraídos dos dados existentes, tendo como base o aprendizado em fluxo de dados, também conhecido por

stream ou *online learning*. É importante observar que tal metodologia necessita ser escalável para a construção de previsores para todas as rotas de interesse, utilizando dados coletados de vários pontos de uma cidade, a qual aumenta ao longo do tempo. Por esse motivo foi utilizado o algoritmo de regressão online FIMT-DD para construção de previsores. Cabe ressaltar que, para execução e validação da metodologia apresentada, foram utilizados dados coletados de situações reais.

2 Aprendizado de Máquina Online para Regressão

Em muitos problemas nos quais o aprendizado de máquina é aplicável, há uma atribuição de um rótulo para os exemplos de treinamento. Nesses casos, são utilizados algoritmos de aprendizado supervisionado. Caso os rótulos sejam pertencentes a um conjunto discreto de valores possíveis, o problema é de classificação; caso os rótulos pertençam a um intervalo (ou conjunto) contínuo de valores, como o conjunto dos números reais, o problema é de regressão [4]. Em muitos desses problemas, a quantidade de dados gerados é muito grande, e são apresentados como um fluxo contínuo de dados rotulados. Em muitos cenários, como em [7], aprender classificadores em fluxo de dados tem se mostrado promissor.

Em [3], é proposto o algoritmo VFDT para mineração de fluxo de dados em problemas de classificação. O algoritmo se baseia no limite de Hoeffding para garantir que a saída seja assintótica, de maneira parecida com o aprendizado convencional, em *batch*, que considera que todos os dados estão disponíveis para aprendizado do classificador. A árvore Hoeffding pode ser aprendida no tempo constante, e no pior caso é proporcional ao número de atributos.

Em [5] é proposto o algoritmo CVFDT, como uma evolução do VFDT. O CVFDT é apresentado como um algoritmo eficiente de mineração em árvore de decisão de fluxo de dados com mudança constante. O modelo de aprendizado é similar ao aprendizado obtido no modo *batch*. Já o algoritmo FIMT-DD [6], utilizado neste trabalho, foi proposto para tratar problemas de regressão online, cujo modelo é descrito por árvores de regressão. O algoritmo tem sido explorado devido à sua facilidade de interpretação, eficiência computacional e bom desempenho preditivo. Contudo, regressão em fluxo de dados para previsão de tempo de rotas tem sido relativamente inexplorada [12].

O FIMT-DD é uma árvore de decisão que usa a estratégia de dividir para conquistar para resolver um problema de decisão. Um problema complexo é dividido em problemas mais simples, aos quais recursivamente é aplicada a mesma estratégia. As soluções dos subproblemas podem ser combinadas, na forma de uma árvore, para produzir uma solução do problema complexo [4]. Sua execução começa com uma folha vazia e lê registros na ordem de chegada. Cada registro é propagado para uma folha, onde as estatísticas necessárias são atualizadas. Dada a primeira porção de instâncias, o algoritmo encontra a melhor divisão para cada atributo e, em seguida, classifica os atributos de acordo com alguma medida de avaliação. Se o critério de divisão for satisfeito, uma divisão é feita no melhor atributo, criando duas folhas novas, uma para cada ramo da divisão. Conforme novas instâncias chegam para uma divisão recém-criada, essas instâncias são transmitidas ao longo dos ramos correspondentes ao resultado do teste de divisão dos valores. Os testes de detecção de alterações, conforme descrito em [8], são atualizados com cada registro do fluxo. Se for detectada uma alteração, será realizada uma adaptação da estrutura em árvore.

Para medir o erro de previsão do tempo de execução de rotas, foram utilizadas as métricas SMAPE (*Symmetric Mean Absolute Percentage Error*), utilizada em [12] e a Correlação de Pearson, comumente utilizada para identificar o grau de correlação entre os valores reais e preditos por um regressor. O erro de porcentagem absoluta simétrica (SMAPE), descrito em [1], é uma medida

de precisão baseada em erros de porcentagem (ou relativos). O cálculo da métrica SMAPE é exibido na Eq. 1, onde f_i é o valor real, y_i é o valor predito para cada registro e n é o número de registros utilizados para estimativa do SMAPE. Já a Correlação de Pearson ρ mede o grau de correlação e a direção dessa correlação (positiva ou negativa), entre duas variáveis numéricas. Tal coeficiente, normalmente representado por ρ assume apenas valores entre -1 a 1, sendo que $\rho = 1$ indica correlação positiva entre as duas variáveis, quando uma variável aumenta, o mesmo acontece com o valor da outra variável; $\rho = -1$ indica correlação negativa entre as duas variáveis, se uma variável aumenta, a outra diminui; e $\rho = 0$ indica que as duas variáveis não dependem linearmente uma da outra. No entanto, pode existir uma dependência não linear. Assim, $\rho = 0$ deve ser investigado por outros meios. Calcula-se o coeficiente de correlação de Pearson como apresentado na Eq. 2, onde f_1, f_2, \dots, f_n e y_1, y_2, \dots, y_n são os valores medidos de ambas as variáveis. Ainda, $\bar{f} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n f_i$ e $\bar{y} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n y_i$ são as médias aritméticas de ambas as variáveis [9].

$$SMAPE = \frac{1}{n} \cdot 100\% \sum_{i=1}^n \frac{|f_i - y_i|}{(|f_i| + |y_i|)/2} \quad (1)$$

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^n (f_i - \bar{f})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (f_i - \bar{f})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad (2)$$

3 Metodologia

Conforme citado anteriormente, os autores em [12] utilizam o conhecimento de várias regiões, extraem os dados de tráfego de veículos, e integram as informações como data de viagem, velocidade média e tempo médio da viagem para prever condições de tráfego. Diferentemente desse trabalho relacionado, a metodologia proposta utiliza dados de GPS combinada com outras medições. A vantagem é que os dados coletados são reais e a coleta é feita em tempo real, tornando o resultado mais próximo da realidade. Ainda, é proposto que para cada rota seja modelado um regressor, pois a predição do tempo de execução de rotas é tratada como um problema de regressão. Devido aos motivos apresentados na seção anterior, foi utilizado o algoritmo FIMT-DD para prever o tempo de execução de rotas como algoritmo de aprendizado online. A ferramenta MOA (*Massive Online Analysis*) foi utilizada para os testes, pois implementa o algoritmo FIMT-DD. A metodologia segue os seguintes passos: coleta de dados, pré-processamento, construção e avaliação do modelo de regressão para cada rota.

Coleta dos dados: Nessa etapa, os dados foram coletados de situações reais utilizando uma API. Os dados são obtidos por meio de sensores de estrada rodoviários, medições anônimas de GPS de usuários combinada com fontes tradicionais e conhecimento obtido com especialistas locais, incluindo mapas impressos, pesquisas de campo, geração de imagens aéreas por satélite e vans de mapeamento móvel. No contexto da metodologia apresentada neste trabalho, os dados podem ser coletados considerando um intervalo de tempo t entre cada registro. Os atributos coletados para cada registro foram data e hora de chegada, data e hora de partida, tempo de atraso (em segundos), tempo total (em segundos) e Distância (em metros).

Pré-Processamento dos Dados Coletados: Na etapa de pré-processamento, foi realizada a engenharia de atributos, ou seja, diversos atributos foram construídos com base nos dados brutos coletados. Esses atributos são distintos dos atributos construídos encontrados na literatura. Os seguintes atributos foram construídos:

Segunda: contém valor 1 se o dia da semana da Data e hora de partida for segunda-feira, e 0 caso contrário;

Terça-Quarta-Quinta: contém valor 1 se o dia da semana da Data e hora de partida for terça, quarta ou quinta-feira, e 0 caso contrário;

Sexta: contém valor 1 se o dia da semana da Data e hora de partida for sexta-feira, e 0 caso contrário;

Fim-de-Semana: contém valor 1 se o dia da semana da Data e hora de partida for sábado ou domingo, e 0 caso contrário;

Feriado: contém valor 1 se o dia da semana da Data e hora de partida for um feriado na cidade em questão (municipal, estadual ou federal), e 0 caso contrário - nos experimentos realizados, foram considerados os feriados da cidade do Rio de Janeiro;

Véspera de Feriado: contém valor 1 se o dia da semana da Data e hora de partida for véspera de um feriado na cidade em questão (municipal, estadual ou federal), e 0 caso contrário;

Pós-Feriado: contém valor 1 se o dia da semana da Data e hora de partida for um dia após o dia de um feriado na cidade em questão (municipal, estadual ou federal), e 0 caso contrário;

Hora de Partida: construído com base no atributo hora de partida, calculando-se $(\text{hora} + \text{minuto})/60$.

Atributo Classe — Tempo de Execução: Tempo de execução da rota, dado por número de minutos resultante da diferença entre hora de chegada e hora de partida.

Construção do Modelo de Regressão: Para essa etapa, foi utilizada a ferramenta MOA (*Massive Online Analysis*), desenvolvida pela Universidade de Waikato, que também desenvolveu o WEKA para construir o modelo FIMT-DD [2]. Na metodologia proposta, são utilizadas as métricas SMAPE e Correlação de Pearson para avaliação dos regressores. O FIMT-DD possui como parâmetros o *grace period*, ou seja, o parâmetro que controla a frequência que a parte da árvore é reconsiderada para aprender um fluxo de registros; e dois outros parâmetros relativos à detecção de mudança de conceito. É recomendado que esses parâmetros sejam avaliados para cada rota.

4 Análise Experimental

Nesta seção apresentamos as características dos dados coletados da cidade do Rio de Janeiro, utilizando a metodologia apresentada neste trabalho. Os registros foram coletados considerando um intervalo de tempo $t = 15\text{min}$. É importante observar que a cidade do Rio de Janeiro foi escolhida por possuir problemas de mobilidade, como em outras grandes cidades do mundo.

Foram coletados dados de três rotas distintas: uma rota considerada curta, do bairro São Cristóvão até o Centro; outra considerada de tamanho médio, do bairro Catete até o Centro; e outra rota considerada longa, do bairro Barra da Tijuca até o Centro. Foram consideradas rotas de tamanhos distintos para verificar o comportamento dos regressores. Para esses experimentos foram coletados 6934 registros para a Rota Longa, 6988 para Rota Curta e 6455 para Rota Média.

Avaliação dos Modelos de Regressão: Foram avaliados o *grace period*, com valores iguais a 20, 60 e 100, e os dois parâmetros de detecção de mudança de conceito. Cabe ressaltar que, não

houve diferença detectada nos resultados com a alteração desses dois últimos parâmetros, sendo desnecessário sua exibição.

Na Figura 1 é exibida a Correlação de Pearson entre o valor real e predito para as Rotas Curta, Média e Longa, de acordo com o valor do *grace period* que foi calculado com os valores 20, 40, 60, 80 e 100. Na Rota Curta, Média e Longa a Correlação de Pearson fica moderada (o valor da correlação está entre 0,5 e 0,7) [9] para todos os valores do *grace period*.

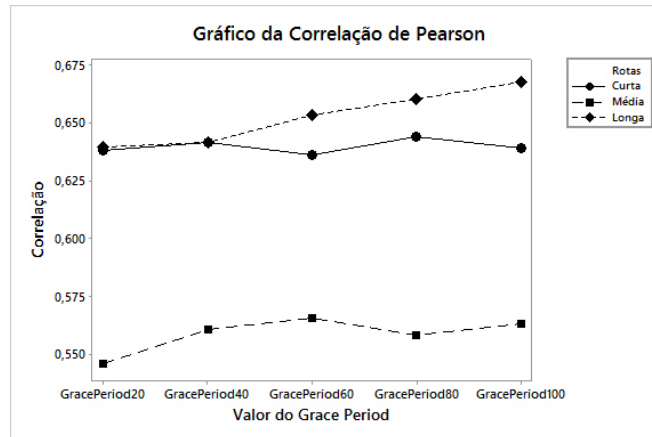


Figura 1: Gráfico de Correlação de Pearson

Na Figura 2 na Rota média, podemos observar que, aplicando a métrica do SMAPE, se obteve um valor de 1.57, considerado muito alto, no dia 20 de janeiro de 2016 na parte da manhã, um feriado municipal (dia de São Sebastião).

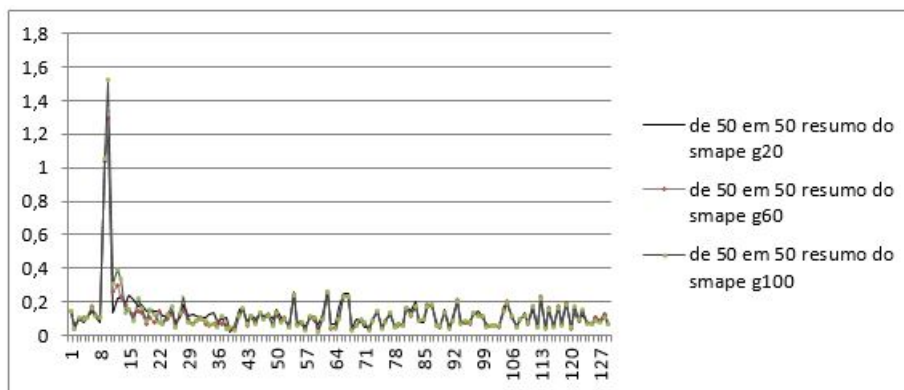


Figura 2: Gráfico do SMAPE na Rota Média

Nesse período, houve uma procissão de São Sebastião do Bairro Tijuca até a Catedral localizada no Centro. Portanto esta rota foi interditada, sobrecarregando a rota do Catete até o Centro, que é considerada Rota Média neste experimento. Nas Rotas Curta e Longa o SMAPE apresentou variações constantes, o que era esperado e ao mesmo tempo não indicaram acontecimentos fora da normalidade do tráfego, conforme exibido nos gráficos das Figuras 3 e 4.

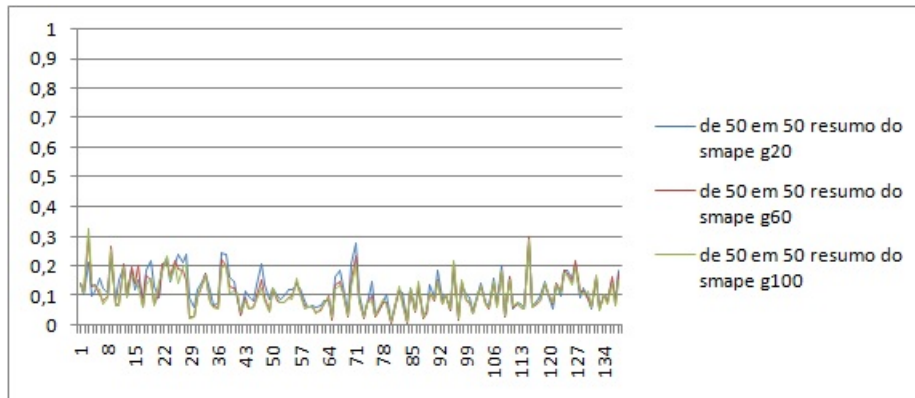


Figura 3: Gráfico do SMAPE na Rota Longa

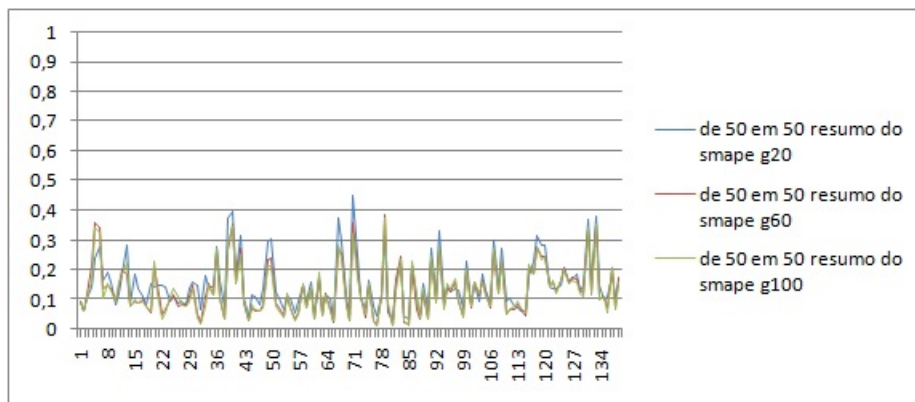


Figura 4: Gráfico do SMAPE na Rota Curta

5 Conclusão e trabalhos futuros

Neste trabalho foi apresentado uma metodologia para predição de tempo de execução de rotas executadas por veículos. Foi modelado o problema considerando as rotas individualmente, e previsão de tempo de execução como um problema de regressão. Considerando a possibilidade de mudança na distribuição dos dados com o passar do tempo, algoritmos de aprendizado de máquina online tem sido os mais indicados, e por isso foram utilizados no método proposto. Devido ao algoritmo FIMT-DD ser mais eficiente computacionalmente que outros algoritmos de aprendizado online, presentes na literatura, este foi considerado na metodologia proposta. Assim, foi aplicado a metodologia em dados coletados de situações reais, considerando para isto três rotas de tamanhos distintos, denominadas rota curta, média e longa. Foi utilizado a ferramenta MOA para avaliar a qualidade dos regressores construídos, sendo avaliados algumas alterações de alguns parâmetros do algoritmo e do processo de aprendizado online sobre os dados coletados. Para avaliar os preditores online construídos foram utilizadas as métricas SMAPE e correlação de pearson. Os resultados foram considerados promissores, sendo observado que: melhores resultados foram obtidos segundo o SMAPE para a rota média, quanto que a Correlação de Pearson mostrou melhores resultados para as rotas curtas e longas. Como trabalho futuro, se pretende (i) analisar o comportamento de

outros algoritmos de aprendizado para comparar com o algoritmo utilizado; (ii) coletar mais dados para ampliar a análise experimental; (iii) verificar a possibilidade de incluir dados climáticos; e (iv) analisar a sensibilidade dos modelos em relação aos atributos construídos com base nos dados brutos coletados.

Referências

- [1] J.S. Armstrong. *Long-range Forecasting: From Crystal Ball to Computer*. A Wiley interscience publication. John Wiley & Sons Canada, Limited, 1978.
- [2] A. Bifet. Moa: Massive online analysis. *Journal of Machine Learning Research*, 11(1):1601–1604, 2010.
- [3] P. Domingos and G. Hulten. Mining high-speed data streams. In *Proc. 6th ACM SIGKDD Int. Conf. Knowledge Discovery and Data Mining*, pages 71–80, New York, NY, USA, 2000. ACM.
- [4] Katti Faceli, Ana C Lorena, João Gama, and ACPLF Carvalho. *Inteligência artificial: Uma abordagem de aprendizado de máquina*. *Livros Técnicos e Científicos*, 2011.
- [5] G. Hulten, L. Spencer, and P. Domingos. Mining time-changing data streams. In *Proc. 7th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining*, pages 97–106, New York, NY, USA, 2001. ACM.
- [6] E. Ikonomovska, J. Gama, and S. Džeroski. Learning model trees from evolving data streams. *Data Mining and Knowledge Discovery*, 23(1):128–168, Jul 2011.
- [7] L. Moreira-Matias, J. Gama, M. Ferreira, J. Mendes-Moreira, and L. Damas. Predicting taxi passenger demand using streaming data. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 14(3):1393–1402, 2013.
- [8] H. Mouss, D. Mouss, N. Mouss, and L. Sefouhi. Test of page-hinckley, an approach for fault detection in an agro-alimentary production system. In *5th IEEE Asian Control Conf.*, 2004.
- [9] M. M. Mukaka. A guide to appropriate use of correlation coefficient in medical research. *The Journal of Medical Association of Malawi*, 24(3):69–71, 2012.
- [10] I. Tomazelli. Perda de tempo no trânsito gera prejuízo de r\$ 62,1 bi por ano, 2015. <http://brasil.estadao.com.br/noticias/rio-de-janeiro,perda-de-tempo-no-transito-gera-prejuizo-de-r-62-1-bi-por-ano,1767794>.
- [11] F. Wang, L. Hu, D. Zhou, R. Sun, J. Hu, and K. Zhao. Estimating online vacancies in real-time road traffic monitoring with traffic sensor data stream. *Ad Hoc Netw.*, 35(C):3–13, December 2015.
- [12] A. Wibisono, W. Jatmiko, H. A. Wisesa, B. Hardjono, and P. Mursanto. Traffic big data prediction and visualization using fast incremental model trees-drift detection (FIMT-DD). *Knowl.-Based Syst.*, 93:33–46, 2016.

Propuesta de mejora en los tiempos de fabricación de polos en una empresa textil peruana, aplicando herramientas de Simulación de Sistemas Discretos

José Rómulo Abanto Rosario
Pontificia Universidad Católica del Perú
abanto.jose@pucp.pe

Camila Valeria Huanca Ramos
Pontificia Universidad Católica del Perú
camila.huanca@pucp.pe

Jonatán Edward Rojas Polo
Pontificia Universidad Católica del Perú
jrojas@pucp.pe

Jorge Luis Quispe Munive
Pontificia Universidad Católica del Perú
jlquispem@pucp.pe

Rafael Martín Cabrera Huamani
Pontificia Universidad Católica del Perú
rcabrera@pucp.pe

Silene Liliana Silva Merizalde
Pontificia Universidad Católica del Perú
silvam.s@pucp.pe

Resumen

La presente investigación tiene como objetivo analizar el comportamiento del proceso de fabricación de polos en el área de confecciones dentro de una empresa textil, dado que sus indicadores de productividad son bajos e impactan en el cumplimiento de las entregas a los clientes, con un indicador actual de entrega a tiempo de pedidos del 64%. Es por ello que con el fin de identificar posibles oportunidades de mejora que impacten sobre el tiempo de procesamiento se realizó un análisis Value Stream Mapping de la situación actual, y posteriormente se realizó un modelo de Simulación de Sistemas Discretos. Para ello, primero se describe el proceso de producción, indicando las variables relevantes para el sistema y el análisis de los indicadores de productividad, posteriormente se realiza la abstracción del proceso actual en un modelo de simulación. Para cada variable del sistema se ha definido la población y el tamaño de muestra, luego mediante las pruebas de bondad de ajuste se determinó las distribuciones que mejor se ajusten a cada conjunto de datos. Los tiempos de procesamiento que se muestran en el modelo de simulación están expresados en segundos. Se ha identificado todos los elementos de simulación de eventos discretos acorde a la situación planteada, tales como entidades, recursos, atributos y variables de estado con el fin de poder realizar un modelo acorde al proceso productivo; además, se presentan los supuestos reales del proceso para poder definir adecuadamente el modelo, que se desarrolló en el software Arena de Rockwell Automation. Finalmente, se realiza un análisis sobre el modelo y los indicadores de salida, validando los resultados obtenidos y realizando propuesta de mejora dentro del modelo, lo cual permite analizar la estabilidad de la

propuesta, obteniendo una mejora en el tiempo de procesamiento y aumento el nivel de entrega de pedidos a tiempo a 85%.

Palabras claves: Modelo de simulación con Arena; Simulación de eventos discretos en una textil; Mejora de tiempos de proceso.

1 Introducción

En la actualidad la economía del Perú se centra en la minería, agroindustria y el sector textil, por lo cual busca expandir su mercado en estos sectores y obtener presencia a nivel internacional y de competitividad a nivel mundial. No obstante, estos sectores aún son débiles en cuanto a productividad, aunque se ven esfuerzos de mejora, son esfuerzos individuales. La Asociación de Exportadores (ÁDEX) [1] público que las exportaciones peruanas de prendas de vestir han tenido un importante crecimiento de casi 15% en promedio anual hasta el año 2008; no obstante, estas se vieron fuertemente afectadas desde el año 2009 por la turbulencia económica que afectó a casi todas las exportaciones. No obstante, Perú Retail [2] informo que el exministro peruano de Producción, Pedro Olaechea, proyecto que el sector textil en Perú crecería un 4%, siendo su base una mayor venta de polos de algodón, pese a que durante seis años seguidos hubo decrecimiento en esta actividad industrial. En la Figura 1, se puede apreciar que las exportaciones de prendas de vestir, entre los meses de enero y noviembre, desde el año 2012 hasta el 2017, observando que habían disminuido en 30.09%.

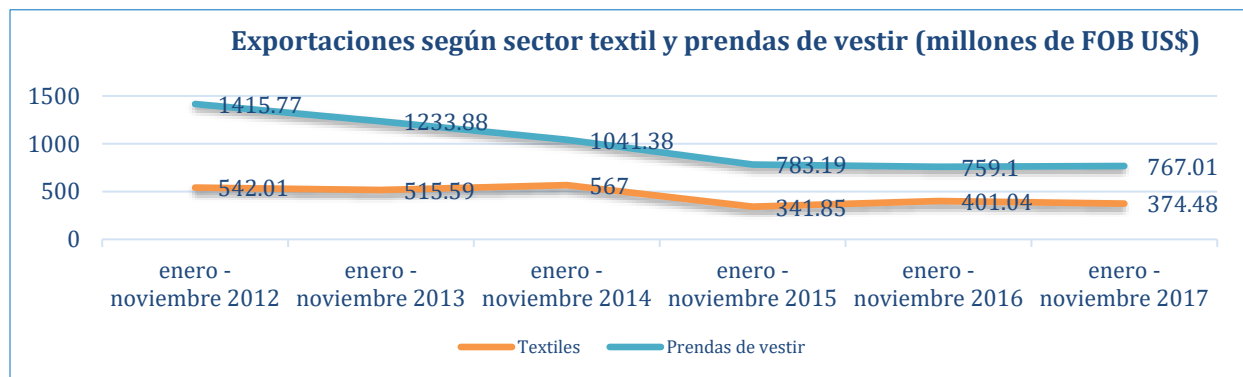


Figura 1 Exportaciones durante los años 2012 al 2017.
Fuente: SUNAT(2017) – Sociedad Nacional de Industrias [3]

Una de las razones por las que sucede esto, según ADEX, es por los altos costos laborales y la rigidez laboral, la cual depende principalmente de la mano de obra. Por otro lado, países de Asia y Centroamérica, quienes son considerados como nuestros principales competidores, se han fortalecido debido a que tienen costos más bajos de mano de obra, dado que ellos cuentan con subsidios e implantación de mecanismos promotores de regímenes laborales menos rígidos. Por lo tanto, es prioritario que las empresas de confecciones peruanas deben tomar acciones para superar la disminución de sus exportaciones ya que ello afectaría a la situación económica de nuestro país, por lo cual se deben buscar mecanismos para mejorar la competitividad, reduciendo el tiempo de producción, lo cual incrementaría la capacidad de producción y un mayor margen contribución a la utilidad.

2 Estado del Arte

Se realizará un bosquejo de las principales revisiones bibliográficas que se desarrollaron para esta investigación.

2.1 Manufactura esbelta

La manufactura esbelta es una metodología de gestión que se ha aplicado en plantas de fabricación. Se inició en la industria automovilística [4], posteriormente se llevaron a cabo iniciativas para mejorar los cambios en las prácticas de fabricación. Es una metodología la cual busca incrementar el Valor hacia el cliente. Según Womack & Jones [5], la manufactura esbelta es un proceso de cinco pasos: definir el valor del cliente, definir el flujo de valor, hacerlo fluir, jalarlo desde el final (cliente) y perseguir la excelencia.

Mapa del flujo de valor

Value Stream Mapping (VSM) es el proceso de mapeo del material y los flujos de información necesarios para coordinar las actividades realizadas por los fabricantes, proveedores y distribuidores para entregar productos a los clientes [6]. El mapa de flujo de valor es un método de manufactura esbelta que utiliza símbolos, métricas y permite mostrar y optimizar el flujo del inventario e información requerida para obtener un producto o servicio que es posteriormente entregado al cliente [7]. Con esta herramienta podemos observar las operaciones y el inventario expresados en tiempo para deducir cual es el tiempo de valor añadido, que genera un impacto en el cliente, y el valor de tiempo no añadido, todas aquellas actividades que no generan un valor en el cliente.

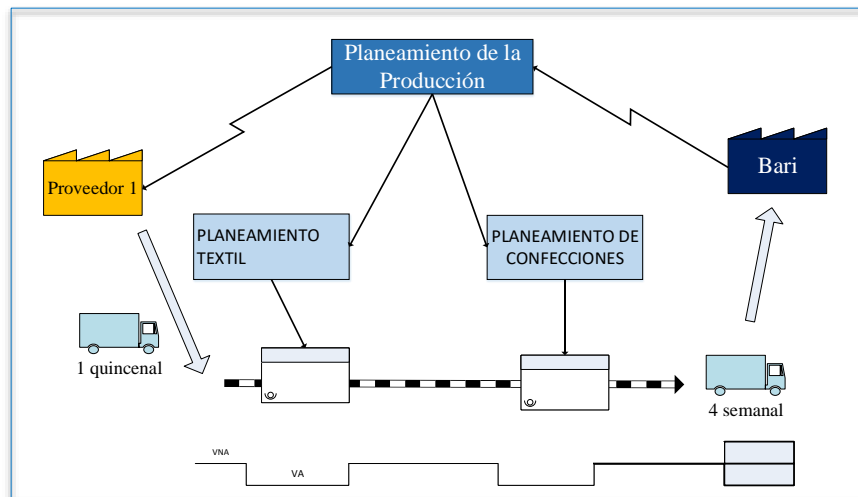


Figura 2 – Esquema de un mapa de flujo de valor [8]

2.2 Simulación de Sistemas de eventos discretos

La simulación es la imitación de las operaciones de un proceso o la imitación de un sistema del mundo real en un intervalo de tiempo. Ya sea hecha a mano o en una computadora, la simulación implica la generación de una historia artificial de un sistema y la observación de esa historia artificial para extraer inferencias sobre las características del sistema real [9]. Así también, Kelton y Law comentan que “la simulación de eventos discretos se refiere al modelado de un sistema a medida que evoluciona a lo largo del tiempo mediante una representación en la que las variables de estado cambian instantáneamente en momentos separados en el tiempo. Estos puntos en el tiempo son aquellos en los que ocurre un evento, donde un evento se define como una ocurrencia instantánea que puede cambiar el estado del sistema” [10]. Actualmente se hace énfasis en la simulación por computadora como una herramienta importante en una amplia variedad de disciplinas, tales como la ingeniería, investigación operativa, ciencias administrativas, estadística, matemáticas, economía, ciencias sociales, entre otros. La simulación por computadora nos permite estudiar el comportamiento de sistemas de la vida real que son demasiado difíciles de analizar analíticamente, permitiendo realizar un análisis de sensibilidad y optimización estocástica [11].

Hillier y Lieberman [12] indican que un estudio importante de investigación de operaciones basado en la aplicación de simulación contiene los siguientes pasos:

- Formulación del problema y planeación del estudio.
- Recolección de datos y formulación del modelo de simulación.
- Comprobación de la precisión del modelo de simulación.
- Selección del software y creación del programa de computadora.
- Prueba de validación del modelo de simulación.
- Planeación de las simulaciones que deben realizarse.
- Realización de corridas de simulación y análisis de los resultados.
- Presentación de recomendaciones a la administración.

Winston [13] coincide con las fases del estudio de simulación (observe figura 2). Sin embargo, no todos los estudios de simulación consisten en todas estas etapas.

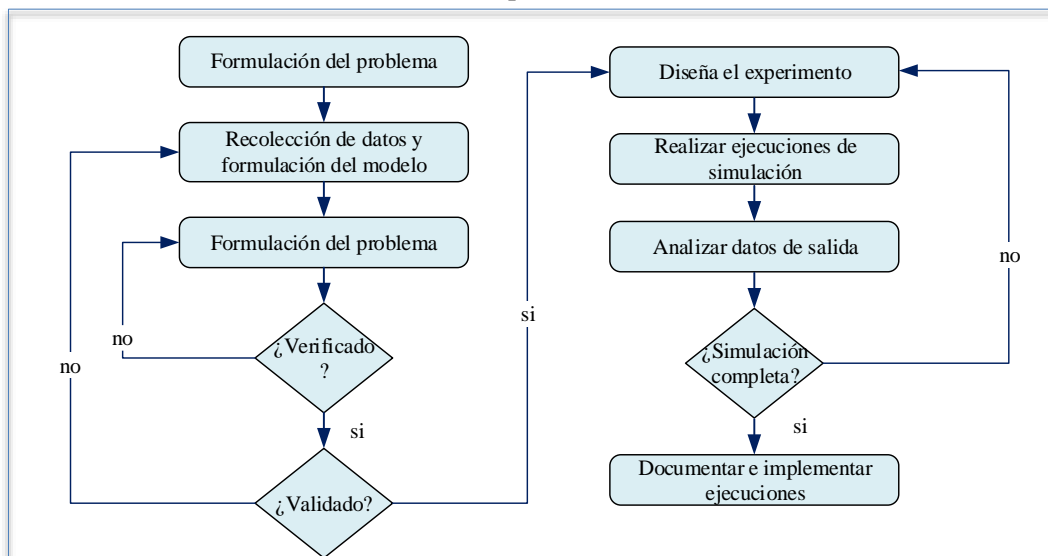


Figura 3 – Pasos de un estudio de simulación [13]

3 Situación actual

La empresa en estudio se encuentra dentro del rubro textil de confecciones, teniendo más de quince años en el mercado; ello refleja que es una empresa sólida y con altas probabilidades de desarrollo. La empresa se basa en la exportación de prendas de vestir, teniendo como principales clientes a John Varvatos, Wrangler, ARMANI EXCHANGE, Martina di Trento, entre otros. Como sus principales proveedores, se encuentra la empresa TEXTILESA S.A.C quien se encarga de proveerle telas, trabajos en estampado, transfer en sublimado y en bordado. Por otro lado, la empresa “EL AMAZONAS” es la encargada de proveer los diferentes hilos con los que se trabaja. Gamarra, en cambio, es encargado de proveer telas y los diversos tipos de avíos. Es importante mencionar que la empresa cuenta con más de doscientos proveedores para poder cubrir las especificaciones de sus prendas. Esta empresa cuenta con tres plantas, la principal se ubica en Ate, y se encarga de confeccionar y realizar los aplicados respectivos como el estampado, bordado y sublimado de las prendas. La segunda planta se encuentra ubicada en Huachipa y es la encargada de fabricar las telas, realizar los teñidos y el lavado de las mismas. Finalmente, la tercera planta se ubica en el distrito de Independencia y es la que se encarga de la confección de las prendas.

El proceso que se analizó en esta investigación es el que se da en el área de costura y confecciones de polos. La empresa trabaja de lunes a viernes de 8:00 a.m. a 9:00 p.m. con 45 minutos de refrigerio de 1:00 pm a

1:45 p.m.; y los sábados trabaja desde las 8:00 a.m. hasta la 1:00 p.m. En la figura 4 muestra el diagrama de operaciones para el proceso de fabricación de polos en la línea de costura y confección de la empresa.

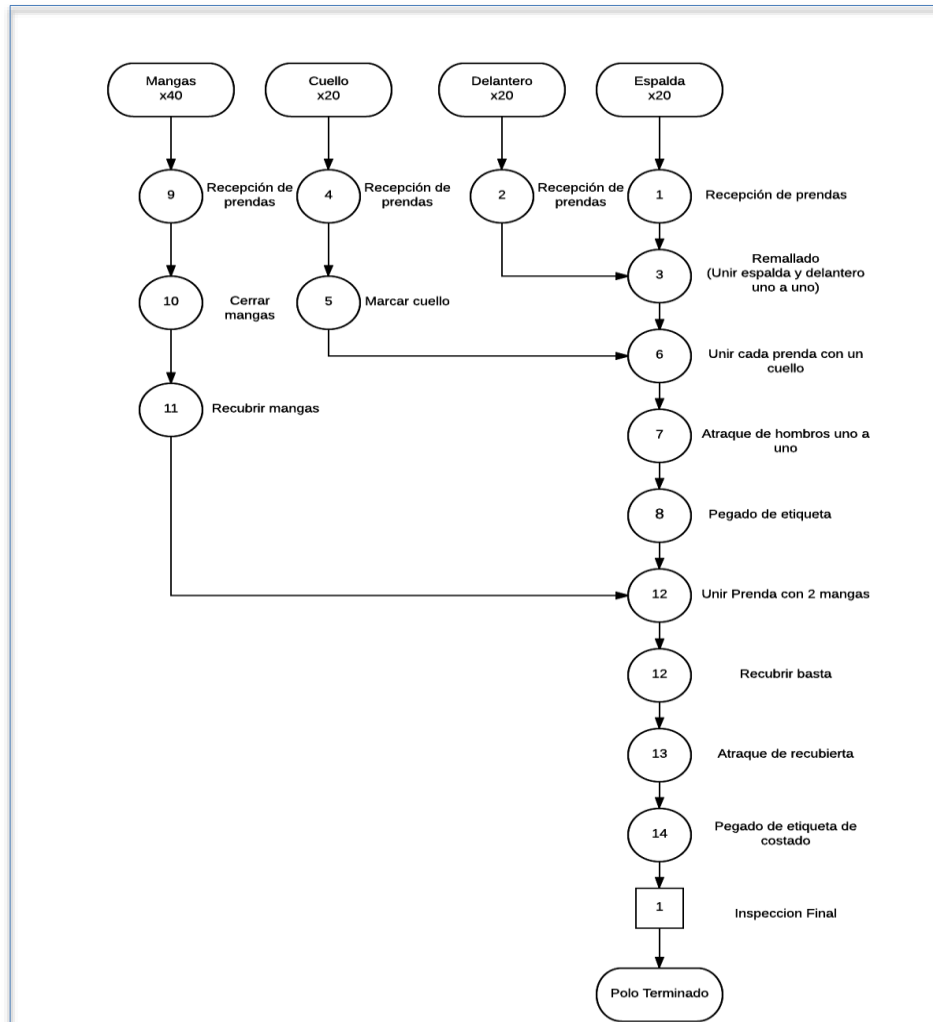


Figura 4 – Diagrama de operaciones en la fabricación de un polo

Las operaciones se desarrollan en 4 principales áreas dentro de la empresa.

- **Recepción de prendas:** El proceso de confección inicia con la llegada de las prendas cortadas al área de confección desde el área de corte. Al día, ocurre únicamente dos llegadas, la primera de ellas es a las 8:00 a.m. y la segunda es inmediatamente después de la hora de almuerzo. En cada una de ellas, el operario traslada un grupo de piezas que contiene 50 subgrupos de mangas, delanteros, cuellos y espaldares. Cada subgrupo contiene, a su vez, 20 piezas del mismo tipo, es decir, el subgrupo de mangas contiene únicamente 20 mangas. Los delanteros y espaldares los deja en el área de remallado de espalda y delantero; las mangas las deja en el área de cerrado de mangas y finalmente los cuellos los deja en el área de marcado de cuellos.
- **Transferencia:** control de piezas enviadas a costura.
- **Costura:** El operario habilitador entrega las piezas de espalda y delantero, el operario encargado de remallar coge una pieza de espalda y una pieza de delantero y las remalla, es decir, une las dos piezas y lo pasa por la máquina remalladora. Cuando acaba su operación, agrupa las prendas en grupos de veinte

y los deja sobre la mesa. Posteriormente el operario del área recoge un cuello y lo pasa por la máquina respuntadora con el fin de marcar el cuello. Cuando termina con cada pieza, las agrupa de veinte en veinte y las deja sobre la mesa. Luego unen la prenda con cuello, el operario del área recoge las uniones de espaldas y delanteros, y las lleva a su mesa donde las desata. Luego se centra en el Atraque de hombros, donde el coge cada prenda y utiliza la máquina remalladora. La siguiente operación dentro del área de costura es el *Pegado de etiquetas, Cerrado de mangas, Recubrir mangas y Pegado de mangas* (un total de 30 operarios).

- Acabado e inspección: se inicia con 3 operarios los cuales estan *Recubriendo la basta* de la falda del polo, luego el *Atraque de recubierta* y el *Pegado de etiqueta costado*. Pasando finalmente por la Inspección donde hay dos inspectores. El operario habilitador entrega las prendas al inspector que tenga la menor carga de trabajo. Luego, el inspector procede a sacar una muestra aleatoria de cinco prendas e inspecciona uno a uno cada prenda. Si encuentra que la cantidad de prendas defectuosas supera un determinado número, se descarta el lote completo de prendas, caso contrario se acepta.
- Embalaje: a cargo de un operario, quien coloca los polos en bolsas y en atados de 20 unidades.

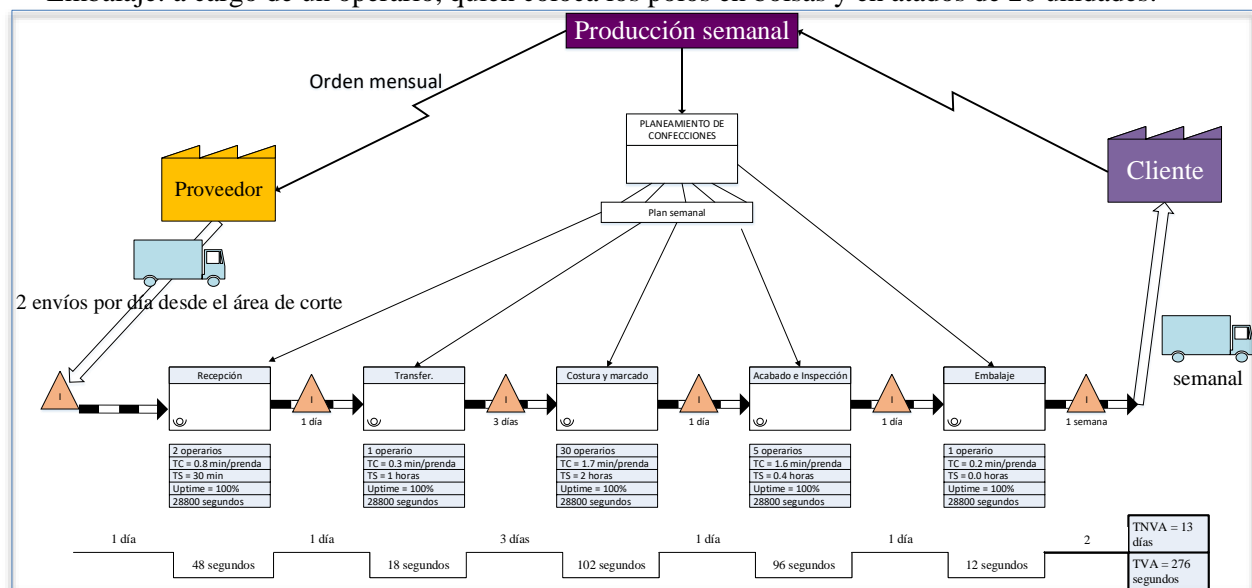


Figura 5 – Value stream mapping de la situación actual

En el value stream mapping se puede observar que el tiempo de valor añadido es de 276 segundos mientras que el tiempo de valor no añadido es de 13 días, lo cual se interpreta como una mala sincronía en el ritmo de la producción. Por lo cual se realizó un modelo de simulación para modificar el tiempo de ciclo de las operaciones cuello de botella y el nivel de inventario de trabajos en procesos.

4 Análisis de simulación

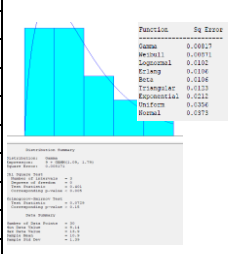
En la presente investigación se desarrolló la simulación para un día de producción, para lo cual se realizó supuestos del proceso, se determinó cuáles son las variables a simular (aleatorias), los recursos, los atributos y las entidades del sistema, con lo cual se construye un modelo de simulación en **Arena Simulation** Para finalmente validar el modelo y optimizar propuestas de mejora. El proceso analizado es un sistema terminal.

Formulación del problema y planeación del estudio: mejorar el ritmo de producción.

Recolección de datos y formulación del modelo de simulación: se tomó datos del proceso y se validó si el tamaño de los datos obtenidos en el muestreo era suficiente, con un nivel de confianza del 95% y un error

porcentual tolerable del 4%. Una vez obtenido la muestra se analizó los datos con el **INPUT ANALIZER** para determinar la distribución de probabilidad con la cual se comportan los tiempos (variables aleatorias).

Tabla 1: Análisis de datos y prueba de ajuste y bondad

Variable	Descripción	Población	muestra	Muestra	Pruebas de bondad de ajuste	Distribución
V1	Tiempo de unir delantero y espalda	2850	$n_0 = \left \frac{z_{1-\alpha/2}^2 \times s^2}{d^2} \right $	30		9 + GAMM(1.09, 1.79)
V2	Tiempo de marcar cuello	2850		30		21 + WEIB(9.27, 2.55)
V3	Tiempo de unión delantero-espalda y cuello	2850		30		8.13 + GAMM(0.805, 4.3)
V4	Tiempo de atraque de hombros	2850	$n = \left \frac{n_0}{1 + \frac{n_0}{N}} \right $	36		19 + WEIB(6.07, 1.84)
V5	Tiempo de pegado de etiqueta	2850		30		TRIA(35, 50.9, 54)
V6	Tiempo de cerrado de mangas	5700	<p>n: tamaño de muestra. n0: tamaño de muestra población infinita N: tamaño de la población de la variable.</p>	30		21 + WEIB(7.66, 2.09)
V7	Tiempo de recubrir mangas	5700		30		TRIA(20, 32.4, 43)
V8	Tiempo de pegado de mangas al cuerpo	2850		46		TRIA(12, 16.5, 21)
V9	Tiempo de recubrir basta del cuerpo	2850		30		8 + WEIB(5.54, 2.29)
V10	Tiempo de atraque de recubierta	2850		57		TRIA(14, 21.1, 34)
V11	Tiempo pegado etiqueta costado	2850		53		TRIA(42, 56.7, 77)
V12	Tiempo de inspección	2850		30		

Comprobación de la precisión del modelo de simulación y Selección del software: Luego de obtener las distribuciones que se muestran en la tabla 1, se procede a realizar el modelo que representa el proceso de confección, este modelo se desarrolló en el programa **Arena** mediante *blocks* y *elements*. El modelo tiene incorporado las variables aleatorias, así como las distribuciones de probabilidad y los supuestos del sistema. Permitiendo obtener estadísticos como tiempos en cola (inventario en proceso) de cada una de las operaciones, cantidad de lotes muestreados, cantidad de lotes rechazados, cantidad de lotes que pasan la inspección y el tiempo promedio (tiempo de ciclo) en que se termina el lote de producción.

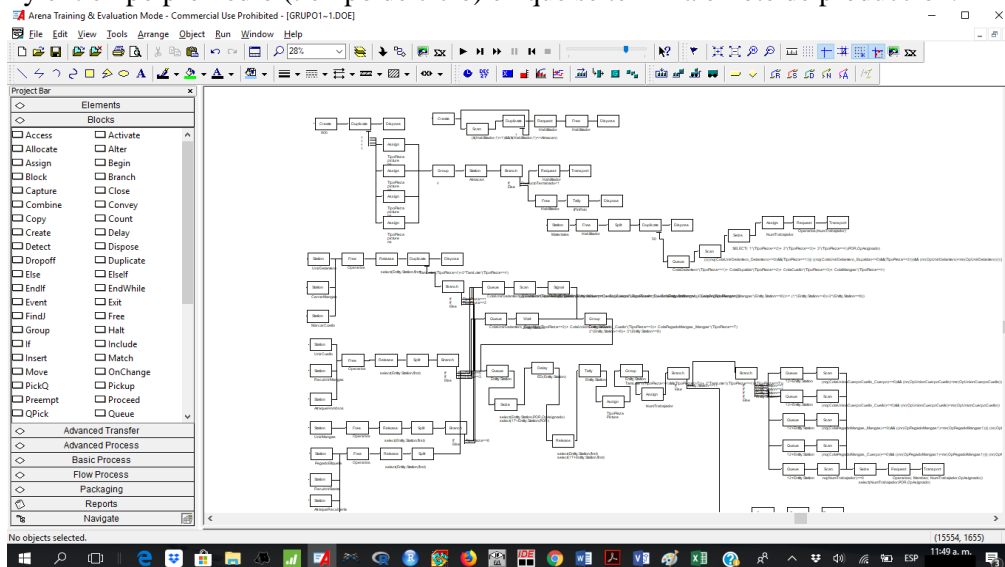


Figura 6 - Modelo de simulación en Arena

Prueba de validación del modelo de simulación: El modelo realizado corresponde a un sistema terminal debido a que sí se conocen las condiciones iniciales y finales de la simulación. La simulación acaba hasta obtener 150 lotes de prendas fabricadas (producción semanal). Primero se realizó el análisis de los resultados y luego la validación de los mismos, debido a que se desea una mayor precisión en los resultados, para ello, se deberá correr el modelo con una cantidad de réplicas inicial de 30 y se usará el Output Analyzer.

Planeación de las simulaciones que deben realizarse y corridas de simulación y análisis de los resultados

Tabla 2: Análisis de resultados y validación

Descripción	μ	σ	n	n*	replicas	IC _{Min}	IC _{Max}	Valor Real	Valida	comentarios	
Tiempo en cola unir delantero y espalda	133	2.91	30	30	399 réplicas de simulación $h = \frac{t \times s}{\sqrt{n}}$ $n^* = n \left(\frac{h}{h^*}\right)^2$	133.6186	134.4214	86.5097	no	Inventario del día anterior no contabilizado, distorsiona el análisis en variación de algunos segundos. No obstante, como los tiempos se han tomado mediante el estudio de movimientos se acepta el reporte.	
Tiempo en cola marcar cuello	581	51.3	30	30		566.3294	577.8306	106.85	no		
Tiempo en cola unión delantero-espalda y cuello	1540	59.1	30	30		1520.6615	1534.5385	335.0167	no		
Tiempo en cola atraque de hombros	12800	909	30	30		12590.649	12685.351	300	no		
Tiempo en cola pegado de etiqueta	37000	2240	30	30		36547.29	36776.71	300	no		
Tiempo en cola cerrado de mangas	8500	628	30	30		8343.655	8410.145	331.749	no		
Tiempo en cola de recubrir mangas	8500	626	30	30		8358.508	8424.092	300	no		
Tiempo en cola de pegado de mangas al cuerpo	37200	2230	30	30		36705.86	36934.14	125	no		
Tiempo en cola de recubrir basta del cuerpo	37100	2240	30	30		36686.6	36915.4	120	no		
Tiempo en cola de atraque de recubierta	37300	2240	30	30		36822.41	37051.59	255	no		
Tiempo en cola pegado etiqueta costado	158	57.5	30	399		161.1465	178.2535	175.28	si		
Utilización de la máquina atraque hombro	0.158	0.0529	30	335		0.1531	0.1661	0.16	si		
Utilización de la máquina de marcar cuello	0.153	0.00968	30	30		0.151	0.1523	0.25	no		inventario distorsiona
Utilización de la máquina de unir cuello	0.446	0.446	30	124		0.4218	0.441	0.44	si		
Utilización de la máquina de unir delantero y espalda	0.125	0.0082	30	30		0.1231	0.1243	0.25	no		inventario distorsiona
Utilización del operario de inspección 1	0.163	0.00958	30	30		0.1615	0.1625	0.162	si		
Utilización de la máquina de pegado de etiqueta	0.39	0.096	30	182	0.3612	0.3796	0.37	si			

5 Conclusiones

El sistema analizado corresponde a un sistema de tipo terminal dado que se conoce una condición de parada o fin que es el momento en el que se termina de producir los 150 lotes. La utilización de las máquinas es pequeña debido a la cantidad de piezas o partes que debe procesar. No es recomendable adquirir maquinaria debido al nivel de utilización actual de las mismas, no se están usando a su máxima capacidad.

Es importante determinar correctamente el número de réplicas debido a que se puede cometer el error de validar un modelo con un nivel bajo de precisión. Para medir los indicadores de salida fue necesario emplear el element OUTPUTS debido a que es un sistema terminal

La propuesta de mejora consiste en cambiar el tamaño de lote de las prendas, debido a que el tamaño actual (20 unidades de tránsito) hace que los tiempos de colas sean exagerados, por lo cual aumenta el tiempo de valor no añadido, haciendo el uso del Opquest analizar donde se pretende maximizar el uso de los recursos, nos brinda un lote óptimo de tránsito de 27 unidades, lo cual incrementa en 18% el uso de los recursos, mejorando el tiempo de procesamiento en 14% y aumento el nivel de entrega de pedidos a tiempo a 85%.

Referencias

- Asociación de exportadores – ADEX(2018). ADEX Data Trade. www.adexdatatrade.com
- Perú Retail (2018). *Industria textil peruana prevé crecer un 4% en el 2018*. Publicado el jueves, 11 de enero del 2018. www.peru-retail.com/industria-textil-peruana-preve-crecer-2018/
- Sociedad Nacional de Industrias- SNI (2017). Estadísticas de Exportación del Sector Textil y Confecciones. <http://comitetextilperu.com/BoletinTextil/docs/expor.pdf>
- Rahani, A. (2012). Production Flow Analysis through Value Stream Mapping: A Lean Manufacturing Process Case Study.
- Womack, J. & Jones, D. (2012). *Lean Thinking* (Primera ed.). Barcelona, España: Grupo Planeta.
- Sundar, R., Balaji, A. & SatheeshKumar. R. (2014). A Review on Lean Manufacturing Implementation Techniques. 12th GLOBAL CONGRESS ON MANUFACTURING AND MANAGEMENT, GCM 2014.
- Venkataraman, K., Vijaya Ramnathb, B., Muthu Kumarc, V., & Elanchezhian, C. (2014). Application of Value Stream Mapping for Reduction of Cycle Time in a Machining Process. ScienceDirect, 1187-1196.
- Vásquez, J., Rojas, J. & Cáceres, A. (2018). Mejora de los Indicadores de productividad en una empresa textil mediante la sinergia de herramientas de Lean Manufacturing y el enfoque Sociotécnico.
- Banks, J., Carson, J., Nelson, B., & Nicol, D. (2004). *Discrete-Event System Simulation*. Fourth edition. Pearson.
- Law, A. & Kelton, D. (1991). *Simulation Modeling and Analysis*. Mc Graw-hill.
- Reuven Y. Rubinstein & Dirk P. Kroese (2017). *Simulation and the Monte Carlo method*. John Wiley & Sons, Inc.
- Hillier, F. & Lieberman, G. (2015). *Introduction to Operations Research*.
- Winston, W. (2004). *Investigación de Operaciones*.

Mejora de los indicadores de costo en una metalmecánica mediante el uso de un modelo de optimización matemática en los niveles de producción

Andia Inca, Rubi Xiomara
Pontificia Universidad Católica del Perú
rubi.andia@pucp.edu.pe

Celestino Loarte, Erik Nilton
Pontificia Universidad Católica del Perú
ecelestino@pucp.edu.pe

Merino Gordillo, Raul Elias
Pontificia Universidad Católica del Perú
raul.merino@pucp.pe

Vergara Revatta, Oscar Roque
Pontificia Universidad Católica del Perú
oscar.vergara@pucp.edu.pe

Jonatán Edward Rojas Polo
Pontificia Universidad Católica del Perú
jrojas@pucp.pe

Resumen

Esta investigación nace de la problemática de una empresa peruana metalmecánica líder en su rubro; ubicada en la provincia constitucional del Callao, dedicada a la fabricación de pernería y demás artículos de sujeción para la industria minera, constructora y ferretera; con 48 años en el mercado abasteciendo los diversos proyectos mineros y de gran infraestructura a nivel nacional e internacional. La problemática observada en el último año ha sido la baja rentabilidad de muchos de sus productos, reflejada en las bajas utilidades para la empresa; así que, se está analizando cuales son los verdaderos problemas. Para analizar la problemática, se realizará estudio de tiempos, análisis de costos de fabricación, así como un estudio de capacidad de planta con respecto a la demanda. Por último, se aplicó un modelo de optimización matemático que permite establecer las cantidades mínimas a producir para generar una mayor rentabilidad e incrementar así la utilidad en un 5 a 10% con respecto a la situación actual, US\$ 307,606.2.

Palabras claves: Metal mecánica; Modelo de optimización para la reducción de costos; Modelo matemático en una metalmecánica.

I. INTRODUCCIÓN

Hoy en día la industria metalmecánica representa cerca de 16% del PIB industrial en América Latina, da empleo a 4.1 millones de personas en forma directa y 19.7 millones de forma indirecta [1]. La industria metalmecánica es aquella industria que utiliza como principal recurso los materiales metálicos para fabricar especialmente estructuras, máquinas y herramientas que son necesarias para el funcionamiento de otras industrias, tales como la pesquera, petrolera, de gases, minera, entre otros. En nuestro país, el ministro de

la producción, Raúl Pérez-Reyes, sostuvo que en el primer cuatrimestre de 2018 la producción del sector metalmecánico registró un crecimiento de 6.1% frente a similar periodo del 2017 [2]. También destacó, que la industria metalmecánica es uno de los sectores que genera y dinamiza el empleo en la industria nacional y que en el último año generó cerca de 355 mil puestos de trabajo en el sector [2]. Con respecto a las exportaciones, el titular de *produce* sostuvo que, en el primer cuatrimestre de 2018, las exportaciones del sector metalmecánico ascendieron a 219 millones de dólares, significando un crecimiento del 25.1% con relación a similar periodo del año 2017 [2]. Dado este panorama muy alentador en la industria metalmecánica, las aplicaciones de alternativas de mejora en las empresas del sector serían beneficiosas tanto para ellas como para el sector en mención, ya que los procesos de fabricación de las piezas obtendrían mejor eficiencia, menores costos, mayor calidad, menor tiempo de producción, y sobre todo una mayor rentabilidad. Considerando lo mencionado anteriormente, en la actualidad es necesario que las organizaciones y empresas metalmecánicas mejoren sus procesos y cuenten con algún sistema de mejora continua, pues los competidores globales del sector metalmecánico cada vez son más competitivos y el mercado es cada vez más exigente.

II. ESTADO DEL ARTE

A continuación, se mencionarán los principales conceptos que se usaron en la presente investigación:

a. *Costos de producción*

Son los que se generan en el proceso de transformar las materias primas en productos elaborados. Son tres elementos los que integran el costo de producción: materia prima directa, mano de obra directa y cargos indirectos [3].

Comportamiento de los costos de producción con respecto al volumen de producción o venta de artículos terminados.

- *Costos Fijos*: Son aquellos costos que se deben pagar siempre en un periodo de tiempo determinado o planificado, no importa si la producción suba o baje [4].
- *Costos Variables*: Son aquellos que cambian según se incremente o disminuya la producción de la empresa. Si la empresa decide producir más yogurt en un mes determinado, estos costos aumentarán para poder cubrir la producción [4].
- *Costo Total*: Representa la suma de los costos fijos y los costos variables [4].
- *Costo Unitario*: Son lo que cuesta producir cada unidad (cada producto). Para calcular cuánto es el costo unitario, dividimos el costo total entre la cantidad de unidades que se van a producir [4].

b. *Utilidad de Producción*

La utilidad operacional es diferente de la utilidad neta, puesto que la utilidad operacional no toma en cuenta todos los conceptos de un estado de resultados. La utilidad operacional se refiere básicamente a los ingresos y gastos operacionales, dejando de lado los gastos e ingresos no operacionales. La utilidad operacional es el resultado de tomar los ingresos operacionales y restarle los costos y gastos operacionales. Además, los ingresos, costos y gastos operacionales, lo cual está relacionado con la actividad principal de esta [5].

c. *Rentabilidad*

La Rentabilidad es un indicador financiero que nos sirve para visualizar la dirección de la empresa en términos económicos acerca de nuestra inversión en un proyecto o cartera, es decir, es la relación que existe entre la utilidad y la inversión necesaria para lograrla, por lo cual se dice que mide la efectividad de la empresa, en función de las utilidades obtenidas por las ventas realizadas. Las utilidades reflejan el buen

manejo de una organización. La rentabilidad también es entendida como toda acción económica en la que se espera obtener los resultados económicos que superen a los montos invertidos [6].

d. Programación Lineal

La Programación lineal utiliza un modelo matemático para describir el problema. El adjetivo lineal significa que todas las funciones matemáticas del modelo deben ser funciones lineales. En este caso, la palabra programación no se refiere aquí a términos computacionales; en esencia es sinónimo de planeación. Por lo tanto, la programación lineal involucra la planeación de actividades para obtener un resultado óptimo; esto es, el resultado que mejor alcance la meta especificada de acuerdo con el modelo matemático entre todas las alternativas [7].

III. ESTUDIO DEL CASO

A. Situación Actual

En este punto, se describe la empresa, además se detalla un breve diagnóstico para identificar los problemas principales y elaborar el planeamiento de propuestas de mejora. También, se realizó una descripción de los productos que ofrece al mercado y de los procesos que se realizan en la planta. Buscando mejorar el nivel de competitividad en el mercado, mediante un mayor valor percibido, además de productos reconocidos por su calidad, innovación y precio justo. Esta empresa cuenta con 186 trabajadores y tiene una facturación promedio anual de S/. 31'472,712. La empresa está ubicada en la provincia constitucional del Callao, en Lima; con un área de 5,407.5 m². En la figura 1 se puede observar el detalle de la distribución de planta.

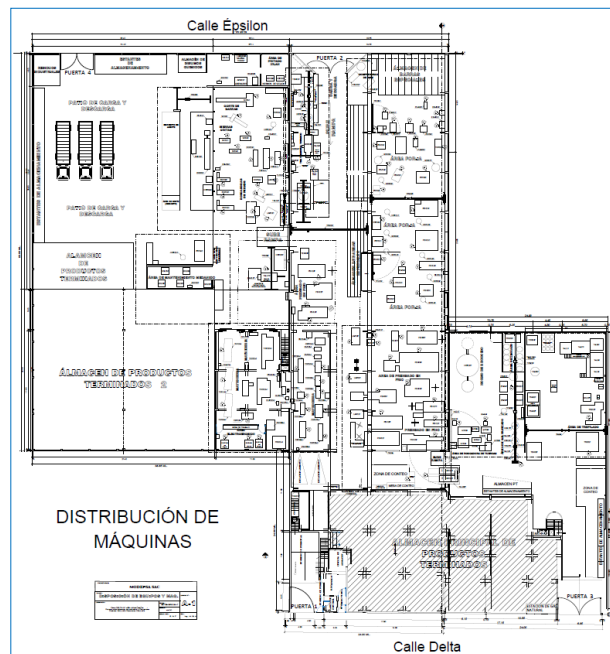


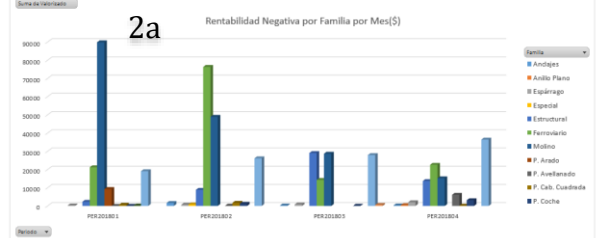
Figura 1 - Layout de la empresa.

Actualmente la empresa planifica su producción con pedidos programados y pedidos especiales; esto se ha desarrollado para cada tipo de producto en horizontes de planificación mensuales. Además, la empresa cuenta con 85 operarios involucrados directamente en el proceso de producción, la fuerza laboral está comprometida con los objetivos de la empresa y tienen firmes los valores empresariales para poder cumplir con la misio y visión de la empresa, dado que uno de los objetivos organizacionales es tener felices a los

trabajadores y brindarles una buena calidad de vida. La empresa ofrece una diversidad de productos ferreteros, entre ellos se tienen pernos (hexagonales, coche, arado, avellanado, eclisa, molino, etc.), tuercas, anclajes, arandelas, clavos rieleros, eclisas, entre otros. Los productos de esta empresa se distribuyen a nivel nacional; su producción tiende a ser uniforme durante el año, no obstante, presenta una mayor variación en los meses de julio y agosto, debido a un cierto impacto de inversiones en construcciones y proyectos por parte de las minas y constructoras.

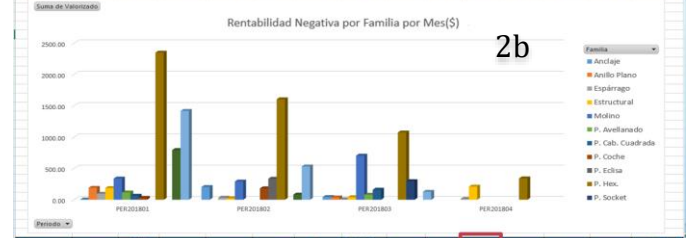
Actualmente la empresa está analizando la rentabilidad de sus productos en un periodo cuatrimestral; para el presente año, los indicadores señalan que el producto que generó mayor rentabilidad a la empresa es el **perno**, y siendo el tipo hexagonal. Cabe resaltar, que es el tipo hexagonal quien generó mayor rentabilidad, tanto positiva, como negativa. En las figuras 2a y 2b se puede observar el detalle de rentabilidad positiva y negativa de los pernos hexagonales.

MES	Anclaje	Anillo Plano	Espárrago	Especial	Estructural	Ferrovial	Molino	P. Arado	P. Avellanado	P. Cab. Cuadrado	P. Coche	P. Eclisa	P. Hex.	Tuerca	Total general
PER201801		297.70		2274.10	21205.39	8903.70	9277.13	0.59	667.84	42.09	214.44	19044.10			142855.08
PER201802	1196.65	87.20	814.32	6621.67	76209.28	48936.78		129.77	1762.63	1191.45		26133.46			168132.29
PER201803	255.64	833.27		29023.65	14266.60	2847.99		99.58	27913.06	554.02		101584.63			101584.63
PER201804	264.06	445.84	2033.39	13664.06	22566.53			6118.06	161.55	3143.54		36417.48			99991.87
Total general	2416.05	445.84	3044.65	814.32	63783.45	134347.77	102096.86	9277.43	8246.42	2632.02	4476.08	214.44	109948.96	564.02	610744.97



MES	Anclaje	Anillo Plano	Espárrago	Especial	Estructural	Ferrovial	Molino	P. Arado	P. Avellanado	P. Cab. Cuadrado	P. Coche	P. Eclisa	P. Hex.	Tuerca	Total general
PER201801	0%	0%	0%	0%	2%	15%	63%	0%	0%	0%	0%	0%	17%	0%	100%
PER201802	1%	0%	0%	0%	0%	46%	29%	0%	0%	1%	1%	0%	16%	0%	100%
PER201803	0%	0%	1%	0%	28%	14%	28%	0%	0%	0%	0%	0%	27%	1%	100%
PER201804	0%	0%	2%	0%	14%	23%	19%	0%	0%	0%	3%	0%	30%	0%	100%

MES	Anclaje	Anillo Plano	Espárrago	Estructural	Molino	P. Avellanado	P. Cab. Cuadrado	P. Coche	P. Eclisa	P. Hex.	P. Socket	Pin Brake	Tuerca	Total general
PER201801	3.34	190.63	55.40	187.30	338.06	115.62	64.34	30.23	2350.66			795.29	1419.19	5593.06
PER201802	203.81	31.79	23.39	291.17				182.30	1605.91			82.43	530.27	3261.75
PER201803	42.41	37.63	7.29	40.68	764.56	89.22	161.46		1074.72		297.30		127.89	2572.44
PER201804			13.41	210.20					341.19					664.80
Total general	249.55	227.66	147.90	461.56	1333.79	195.84	225.79	212.53	3355.53	5371.63	297.10	877.72	2078.46	12015.06



MES	Anclaje	Anillo Plano	Espárrago	Estructural	Molino	P. Avellanado	P. Cab. Cuadrado	P. Coche	P. Eclisa	P. Hex.	P. Socket	Pin Brake	Tuerca	Total general
PER201801	0%	3%	2%	3%	6%	2%	1%	1%	42%			14%	25%	100%
PER201802	6%		1%	1%	9%			6%	10%	49%		3%	16%	100%
PER201803	2%	1%	0%	2%	27%	3%	6%		42%		13%		5%	100%
PER201804				2%	32%				45%		5%			100%
Total general	2%	2%	1%	4%	11%	2%	2%	2%	3%	45%	2%	7%	17%	100%

Figura 2 – (a) Rentabilidad Positiva por familia de producto de los cuatro primeros meses del 2018, (b) Rentabilidad Negativa por familia de producto de los cuatro primeros meses del 2018.

Posteriormente se realizó un diagrama de Pareto para identificar los productos más importantes y representativos. En la figura 3 se observa que el 80% de pernos hexagonales vendidos totales está explicada por 14 productos.

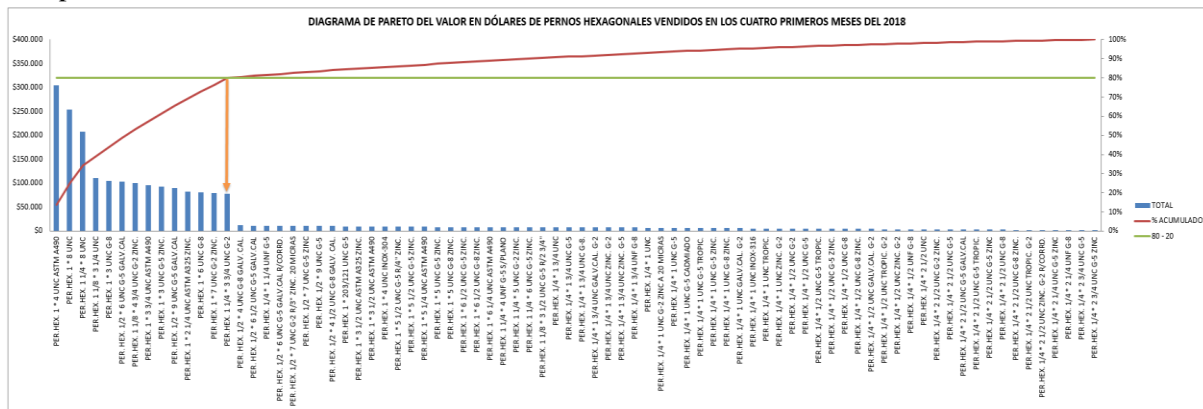


Figura 3 – Diagrama de Pareto del valor en dólares de pernos hexagonales vendidos a inicios del 2018

Tabla 1 – Detalle de rentabilidad de los productos que se analizarán.

PRODUCTO	%	DETALLE		PRODUCTO	%	DETALLE	
PER.HEX. 1 * 4 UNC ASTM A490	86%	Rentabilidad Positiva	Cantidades Mayores a 8500 unid.	PER.HEX. 1 * 3 3/4 UNC ASTM A490	85%	Rentabilidad Positiva	Cantidades Mayores a 9800 unid.
	14%	Rentabilidad Negativa	Cantidades Menores a 8500 unid.		15%	Rentabilidad Negativa	Cantidades Menores a 9800 unid.
PER.HEX. 1 * 8 UNC	95%	Rentabilidad Positiva	Cantidades Mayores a 20500 unid.	PER.HEX. 1 * 3 UNC G-5 ZINC.	86%	Rentabilidad Positiva	Cantidades Mayores a 15800 unid.
	5%	Rentabilidad Negativa	Cantidades Menores a 20500 unid.		14%	Rentabilidad Negativa	Cantidades Menores a 15800 unid.
PER.HEX. 1 1/4 * 8 UNC	98%	Rentabilidad Positiva	Cantidades Mayores a 37000 unid.	PER. HEX. 1/2 * 9 UNC G-5 GALV.CAL	87%	Rentabilidad Positiva	Cantidades Mayores a 5780 unid.
	2%	Rentabilidad Negativa	Cantidades Menores a 37000 unid.		13%	Rentabilidad Negativa	Cantidades Menores a 5780 unid.
PER.HEX. 1 1/8 * 3 1/4 UNC	91%	Rentabilidad Positiva	Cantidades Mayores a 13500 unid.	PER.HEX. 1 * 2 1/4 UNC ASTM A325 ZINC.	75%	Rentabilidad Positiva	Cantidades Mayores a 15800 unid.
	9%	Rentabilidad Negativa	Cantidades Menores a 13500 unid.		25%	Rentabilidad Negativa	Cantidades Menores a 15800 unid.
PER.HEX. 1 * 3 UNC G-8	82%	Rentabilidad Positiva	Cantidades Mayores a 9800 unid.	PER.HEX. 1 * 6 UNC G-8	86%	Rentabilidad Positiva	Cantidades Mayores a 17840 unid.
	18%	Rentabilidad Negativa	Cantidades Menores a 9800 unid.		14%	Rentabilidad Negativa	Cantidades Menores a 17840 unid.
PER. HEX. 1/2 * 6 UNC G-5 GALV.CAL	90%	Rentabilidad Positiva	Cantidades Mayores a 3500 unid.	PER.HEX. 1 * 7 UNC G-2 ZINC.	88%	Rentabilidad Positiva	Cantidades Mayores a 23500 unid.
	10%	Rentabilidad Negativa	Cantidades Menores a 3500 unid.		12%	Rentabilidad Negativa	Cantidades Menores a 23500 unid.
PER.HEX. 1 1/8 * 4 3/4 UNC G-2 ZINC.	92%	Rentabilidad Positiva	Cantidades Mayores a 15500 unid.	PER.HEX. 1 1/4 * 3 3/4 UNC G-2	96%	Rentabilidad Positiva	Cantidades Mayores a 22080 unid.
	8%	Rentabilidad Negativa	Cantidades Menores a 15500 unid.		4%	Rentabilidad Negativa	Cantidades Menores a 22080 unid.

B. Descripción de los procesos

Actualmente, la empresa trabaja un turno de 8 horas por seis días a la semana. La empresa fabrica diversos tipos de productos y realiza los procesos descritos en la Tabla 2. En la figura 4 se muestra el diagrama de operaciones del perno hexagonal, DOP.

Tabla 2 – Procesos Productivos

FASE	OPERACIONES	FASE	OPERACIONES
Corte	Es el proceso en el que se cortan las barras de acero según la medida requerida; se utiliza para esta operación una sierra vaivén o en algunos casos, una prensa excéntrica o de fricción.	Rebarbado	Es el proceso que consiste en retirar el material sobrante de la cabeza del perno. Es una operación que sólo se hace en pernos, y se realiza con una prensa excéntrica, que posee una matriz con la forma de la cabeza del perno a rebarbar.
Biselado	Es el proceso mediante el cual se elimina el borde de ángulo recto de la barra cortada, suavizando el borde de esta misma para poder tener un mejor encaje con la matriz de la prensa que se utilizará para conformar la barra. Para esta operación se utiliza una máquina punteadora.	Roscado	Es el proceso en el cual se conforma los hilos del perno a través del arranque de viruta hecho por peines. Para esta operación se utiliza una máquina roscadora por arranque de viruta.
Conformado	Es el proceso en el cual se conforman las barras de acero, luego de haber calentado al rojo vivo la pieza. Cabe mencionar, que después de haber realizado esta operación, el producto conformado ya denominado perno, se deja a enfriar ya sea con cal, o al aire libre, el tiempo de enfriamiento puede ser de horas, hasta de 1 día, dependiendo de la calidad del acero. Para esta operación se utiliza una prensa de fricción, que posee una matriz la cual dará la forma del perno; además, cada prensa trabaja con un horno de trompito al lado, para el calentamiento previo del material, antes de ser forjado.	Tratamiento Térmico	Es la operación en la cual se somete al perno a una temperatura controlada, con el fin de mejorar sus propiedades mecánicas, dureza, resistencia y elasticidad. Se basa en dos procesos, el templado y revenido, y para ello se utilizan hornos (horno para templado y horno vertical para revenido).

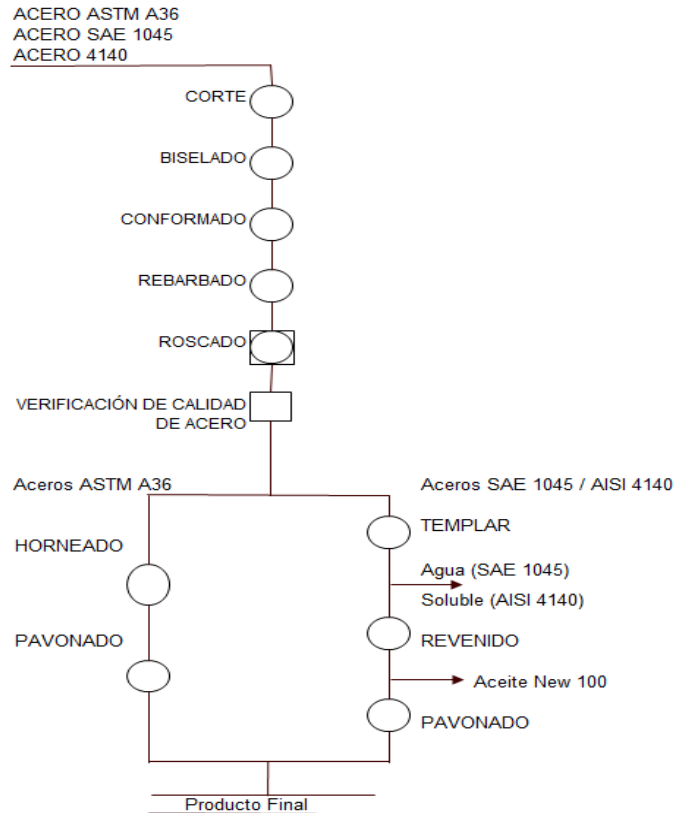


Figura 4 – Diagrama de operaciones del proceso (DOP) del Perno Hexagonal.

Luego de analizar los productos mediante el diagrama de Pareto, se identificó que 14 son los más representativos en este análisis.

- PER.HEX. 1 * 4 UNC ASTM A490
- PER.HEX. 1 * 8 UNC
- PER.HEX. 1 1/4 * 8 UNC
- PER.HEX. 1 1/8 * 3 1/4 UNC
- PER.HEX. 1 * 3 UNC G-8
- PER. HEX. 1/2 * 6 UNC G-5 GALV.CAL
- PER.HEX. 1 1/8 * 4 3/4 UNC G-2 ZINC.
- PER.HEX. 1 * 3 3/4 UNC ASTM A490
- PER.HEX. 1 * 3 UNC G-5 ZINC.
- PER. HEX. 1/2 * 9 UNC G-5 GALV.CAL
- PER.HEX. 1 * 2 1/4 UNC ASTM A325 ZINC.
- PER.HEX. 1 * 6 UNC G-8
- PER.HEX. 1 * 7 UNC G-2 ZINC.
- PER.HEX. 1 1/4 * 3 3/4 UNC G-2

En la tabla 3 se puede observar las características de los 14 principales productos del primer cuatrimestre del año. Debido al escueto capital que dispone la empresa para invertir en mejora de procesos y abordar los problemas de una reducida distribución de planta. Se propone promover la distribución de productos y mejorar el nivel de ventas de los productos con mayor margen de contribución a la utilidad, mediante la reducción de costos en la distribución. Esto será el primer paso en la mejora de sus operaciones, con la finalidad de que un horizonte futuro se pueda resolver los problemas de distribución planta (Layout).

Tabla 3 – Características de los productos (Pernos Hexagonales)

PRODUCTO	TIPO DE MATERIAL	PESO UNIT.	PRECIO DE VENTA	PRODUCTO	TIPO DE MATERIAL	PESO UNIT.	PRECIO DE VENTA
PER.HEX. 1 * 4 UNC ASTM A490	AISI 4140	0,535	\$3,146	PER.HEX. 1 * 3 3/4 UNC ASTM A490	AISI 4140	0,5	\$2,940
PER.HEX. 1 * 8 UNC	ASTM A36	0,92	\$3,996	PER.HEX. 1 * 3 UNC G-5 ZINC.	SAE 1045	0,402	\$1,956
PER.HEX. 1 1/4 * 8 UNC	ASTM A36	1,476	\$6,411	PER. HEX. 1/2 * 9 UNC G-5 GALV.CAL	SAE 1045	0,2081	\$1,012
PER.HEX. 1 1/8 * 3 1/4 UNC	ASTM A36	0,6192	\$2,689	PER.HEX. 1 * 2 1/4 UNC ASTM A325 ZINC.	SAE 1045	0,379	\$1,646
PER.HEX. 1 * 3 UNC G-8	AISI 4140	0,4	\$2,352	PER.HEX. 1 * 6 UNC G-8	AISI 4140	0,7192	\$4,229
PER. HEX. 1/2 * 6 UNC G-5 GALV.CAL	SAE 1045	0,1532	\$0,799	PER.HEX. 1 * 7 UNC G-2 ZINC.	ASTM A36	0,797	\$3,462
PER.HEX. 1 1/8 * 4 3/4 UNC G-2 ZINC.	ASTM A36	0,7733	\$3,762	PER.HEX. 1 1/4 * 3 3/4 UNC G-2	ASTM A36	0,896	\$3,892

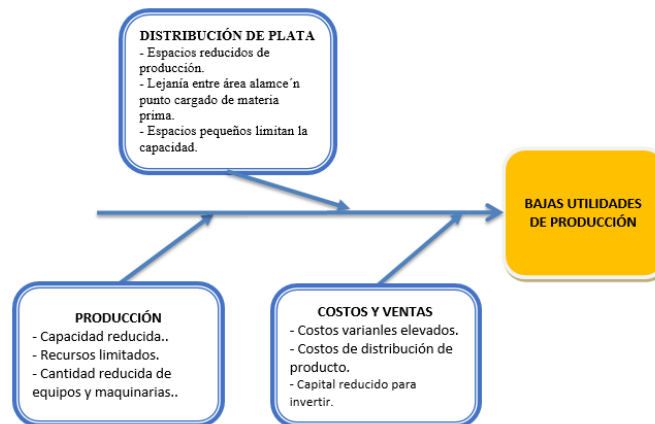


Figura 5 – Diagrama de Ishikawa.

C. Propuesta de Mejora

De acuerdo a la literatura de optimización de procesos, se abordará con herramientas de Modelación matemática. Se propone la maximización de utilidades de producción. El primer objetivo es incrementar rápidamente la contribución a las utilidades para la empresa, para lo cual se adquirió la data inherente al funcionamiento de la fábrica, posteriormente se desarrolló un modelo matemático, el cual se evaluará con métodos computacionales, usando como base el software LINDO y finalmente se estudian los resultados. Primero, se reunió la mayor cantidad de información posible para poder modelar el problema de manera precisa, para lo cual se realizó un estudio de los datos históricos actuales de la fábrica por un periodo de 4 meses. A continuación, se detalla la composición de cada data histórica:

- Peso, precio de venta, utilidad y Volumen de Ventas promedio por mes (Tabla 4).
- Disponibilidad de materia prima promedio por mes Kg (Tabla 5).

Tabla 4 – Peso unitario, precio de venta, utilidades y Volumen de Ventas promedio por mes (en dólares)

Producto	Peso unit.	Costo	Precio de venta	Utilidad por producto	Volumen de venta promedio por mes unid	Utilidad promedio por mes
PER.HEX. 1 * 4 UNC ASTM A490	0.5350	\$2.2470	\$3.1460	\$0.8990	13,500	\$12,136.5000
PER.HEX. 1 * 8 UNC	0.9200	\$2.8540	\$3.9960	\$1.1420	25,580	\$29,212.3600
PER.HEX. 1 1/4 * 8 UNC	1.4760	\$4.5790	\$6.4110	\$1.8320	45,550	\$83,447.6000
PER.HEX. 1 1/8 * 3 1/4 UNC	0.6192	\$1.9210	\$2.6890	\$0.7680	15,750	\$12,096.0000
PER.HEX. 1 * 3 UNC G-8	0.4000	\$1.6800	\$2.3520	\$0.6720	10,380	\$6,975.3600
PER. HEX. 1/2 * 6 UNC G-5 GALV.CAL	0.1532	\$0.5700	\$0.7990	\$0.2290	6,780	\$1,552.6200
PER.HEX. 1 1/8 * 4 3/4 UNC G-2 ZINC.	0.7733	\$2.6870	\$3.7620	\$1.0750	22,560	\$24,252.0000
PER.HEX. 1 * 3 3/4 UNC ASTM A490	0.5000	\$2.1000	\$2.9400	\$0.8400	11,250	\$9,450.0000
PER.HEX. 1 * 3 UNC G-5 ZINC.	0.4020	\$1.3970	\$1.9560	\$0.5590	18,980	\$10,609.8200
PER. HEX. 1/2 * 9 UNC G-5 GALV.CAL	0.2081	\$0.7230	\$1.0120	\$0.2890	9,230	\$2,667.4700
PER.HEX. 1 * 2 1/4 UNC ASTM A325 ZINC.	0.3790	\$1.1760	\$1.6460	\$0.4700	18,960	\$8,911.2000
PER.HEX. 1 * 6 UNC G-8	0.7192	\$3.0210	\$4.2290	\$1.2080	19,070	\$23,036.5600
PER.HEX. 1 * 7 UNC G-2 ZINC.	0.7970	\$2.4730	\$3.4620	\$0.9890	26,890	\$26,594.2100
PER.HEX. 1 1/4 * 3 3/4 UNC G-2	0.8960	\$2.7800	\$3.8920	\$1.1120	27,940	\$31,069.2800

Con respecto a la materia prima, la empresa en promedio mantiene stocks de todas las medidas y calidades de acero. En la tabla 5 se muestra el stock promedio por medida y tipo de acero durante un mes.

Tabla 5 – Disponibilidad de materia prima promedio por mes Kg.

MEDIDAS	STOCK DE MP KG		
	ASTM A36	SAE 1045	AISI 4140
1/4"	-	-	-
5/16"	-	-	-
3/8"	-	-	-
7/16"	-	-	-
1/2"		30000	28900
9/16"	-	-	-
5/8"	38000	38000	38000
3/4"	35000	35000	35000
7/8"	35000	35000	35000
1"	60000	30000	60000
1 1/8"	60000	28500	25000

MEDIDAS	STOCK DE MP KG		
	ASTM A36	SAE 1045	AISI 4140
1 1/4"	60000	18500	25000
1 3/8"	-	-	500
1 1/2"	28800	28700	35000
1 5/8"	-	900	-
1 3/4"	12400	18250	15200
1 7/8"	-	-	-
2"	28500	12900	-
2 1/4"	14700	12800	-
2 1/2"	15800	12500	-
2 3/4"	-	-	-

Con la información descrita, posteriormente desarrollaremos el modelo matemático de programación lineal que después será evaluado en el software LINDO.

Definir las variables

- X₁: Cantidad de PER.HEX. 1 * 4 UNC ASTM A490 a producir.
- X₂: Cantidad de PER.HEX. 1 * 8 UNC a producir.
- X₃: Cantidad de PER.HEX. 1 1/4 * 8 UNC a producir.
- X₄: Cantidad de PER.HEX. 1 1/8 * 3 1/4 UNC a producir.
- X₅: PER.HEX. 1 * 3 UNC G-8 a producir.
- X₆: Cantidad de PER. HEX. 1/2 * 6 UNC G-5 GALV.CAL a producir.
- X₇: Cantidad de PER.HEX. 1 1/8 * 4 3/4 UNC G-2 ZINC. a producir.
- X₈: Cantidad de PER.HEX. 1 * 3 3/4 UNC ASTM A490 a producir.
- X₉: Cantidad de PER.HEX. 1 * 3 UNC G-5 ZINC. a producir.
- X₁₀: Cantidad de PER. HEX. 1/2 * 9 UNC G-5 GALV.CAL a producir.
- X₁₁: Cantidad de PER.HEX. 1 * 2 1/4 UNC ASTM A325 ZINC. a producir.

X_{12} : Cantidad de PER.HEX. 1 * 6 UNC G-8 a producir.
 X_{13} : Cantidad de PER.HEX. 1 * 7 UNC G-2 ZINC. a producir.
 X_{14} : Cantidad de PER.HEX. 1 1/4 * 3 3/4 UNC G-2 a producir.

Función objetivo

Maximizar utilidad = $0.899X_1 + 1.142X_2 + 1.832X_3 + 0.968X_4 + 0.672X_5 + 0.228X_6 + 1.075X_7 + 0.84X_8 + 0.559X_9 + 0.289X_{10} + 0.47X_{11} + 1.208X_{12} + 0.989X_{13} + 1.112X_{14}$

Restricciones

- Variables de peso
 - $X_1 - 0.25Y_1 = 0$
 - $X_2 - 0.17Y_2 = 0$
 - $X_3 - 0.27Y_2 = 0$
 - $X_4 - 0.11Y_2 = 0$
 - $X_5 - 0.19Y_1 = 0$
 - $X_6 - 0.13Y_3 = 0$
 - $X_7 - 0.14Y_2 = 0$
 - $X_8 - 0.23Y_1 = 0$
 - $X_9 - 0.35Y_3 = 0$
 - $X_{10} - 0.18Y_3 = 0$
 - $X_{11} - 0.33Y_3 = 0$
 - $X_{12} - 0.33Y_1 = 0$
 - $X_{13} - 0.15Y_2 = 0$
 - $X_{14} - 0.16Y_2 = 0$
- Demanda promedio mensual
 - $X_1 \geq 13,500$
 - $X_2 \geq 25,580$
 - $X_3 \geq 45,550$
 - $X_4 \geq 15,750$
 - $X_5 \geq 10,380$
 - $X_6 \geq 6,780$
 - $X_7 \geq 22,560$
 - $X_8 \geq 11,250$
 - $X_9 \geq 18,980$
 - $X_{10} \geq 9,230$
 - $X_{11} \geq 18,960$
 - $X_{12} \geq 19,070$
 - $X_{13} \geq 26,890$
 - $X_{14} \geq 27,940$
- Disponibilidad de materia prima promedio por mes
 - $Y_1 \leq 60,000$
 - $Y_2 \leq 180,000$
 - $Y_3 \leq 60,000$

Rango de existencia

$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9, X_{10}, X_{11}, X_{12}, X_{13}, X_{14} \geq 0$. Las variables son binarias enteras, por lo cual se colocarán las claves GIN e INT para identificar que $Y_i \in \mathbb{Z}, Y_i \geq 0$ (enteras) y $X_i \in \{0, 1\}$.

Finalmente se resolvió el modelo en el software LINDO y se obtiene la solución de maximización de utilidades.

IV. RESULTADOS

Luego de haber desarrollado y ejecutado el modelo de programación lineal en el software LINDO se obtuvo una solución para maximizar las utilidades de la fábrica, los resultados fueron los siguientes:

- El valor óptimo de la variable definida como X_1 es de 15,000 unidades por mes, con una utilidad por unidad de US\$ 0.899 nos da como resultado una contribución total de US\$ 13,485.
- El valor óptimo de la variable definida como X_2 es de 30,600 unidades por mes, con una utilidad por unidad de US\$ 1.142 nos da como resultado una contribución total de US\$ 34,945.2.
- El valor óptimo de la variable definida como X_3 es de 48,600 unidades por mes, con una utilidad por unidad de US\$ 1.832 nos da como resultado una contribución total de US\$ 89,035.2.
- El valor óptimo de la variable definida como X_4 es de 19,800 unidades por mes, con una utilidad por unidad de US\$ 0.768 nos da como resultado una contribución total de US\$ 15,206.4.
- El valor óptimo de la variable definida como X_5 es de 11,400 unidades por mes, con una utilidad por unidad de US\$ 0.672 nos da como resultado una contribución total de US\$ 7,660.8.
- El valor óptimo de la variable definida como X_6 es de 7,800 unidades por mes, con una utilidad por unidad de US\$ 0.228 nos da como resultado una contribución total de US\$ 1,778.4.
- El valor óptimo de la variable definida como X_7 es de 25,200 unidades por mes, con una utilidad por unidad de US\$ 1.075 nos da como resultado una contribución total de US\$ 27,090.
- El valor óptimo de la variable definida como X_8 es de 13,800 unidades por mes, con una utilidad por unidad de US\$ 0.840 nos da como resultado una contribución total de US\$ 11,592.
- El valor óptimo de la variable definida como X_9 es de 21,000 unidades por mes, con una utilidad por unidad de US\$ 0.559 nos da como resultado una contribución total de US\$ 11,739.
- El valor óptimo de la variable definida como X_{10} es de 10,800 unidades por mes, con una utilidad por unidad de US\$ 0.289 nos da como resultado una contribución total de US\$ 3,121.2.
- El valor óptimo de la variable definida como X_{11} es de 19,800 unidades por mes, con una utilidad por unidad de US\$ 0.47 nos da como resultado una contribución total de US\$ 9,306.
- El valor óptimo de la variable definida como X_{12} es de 19,800 unidades por mes, con una utilidad por unidad de US\$ 1.208 nos da como resultado una contribución total de US\$ 23,918.4.
- El valor óptimo de la variable definida como X_{13} es de 27,000 unidades por mes, con una utilidad por unidad de US\$ 0.989 nos da como resultado una contribución total de US\$ 26,703.
- El valor óptimo de la variable definida como X_{14} es de 28,800 unidades por mes, con una utilidad por unidad de US\$ 1.112 nos da como resultado una contribución total de US\$ 32,025.6.

V. CONCLUSIONES

La investigación recopiló los datos de trabajo de la fábrica en relación a los 4 primeros meses del presente año 2018. A partir del análisis de esta información se plantea un modelo de optimización y se propone la alternativa complementaria para el mejoramiento de sus actividades: la maximización de utilidades de producción. A partir de la solución de estos modelos con el software LINDO, se recomienda la aplicación de los resultados expuestos en este trabajo que garantizarían una utilidad total de US\$ 307,606.2, lo cual incrementa en un 10% la rentabilidad de la empresa. Actualmente se están realizando coordinaciones con la gerencia de la empresa para poner en marcha las propuestas de optimización para los diferentes tipos de productos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Internacional Metalmecánica (2015). 20 años de la industria metalmecánica en América Latina. Publicado en agosto de 2015. Consulta web: 11 de julio del 2018. www.metalmecanica.com/temas/20-anos-de-la-industria-metalmecanica-en-America-Latina+106698
- [2] Comunidad Metalmecánica del Perú (2018). Sector metalmecánico registró crecimiento de 6.1% en primer cuatrimestre. Publicado el 6 de julio de 2018. www.metalmecanicaperu.org.pe/Noticias.html
- [3] Robles, C. (2012). Costos Históricos. Primera edición 2012. Tlalnepantla, México. Red Tercer Milenio. ISBN 978 – 607 – 32 – 0796 – 6
- [4] PQS La voz de los emprendedores (2018). Qué son los costos de producción. Publicado el 26 de enero de 2018. Consulta web: 10 de mayo de 2018. www.pqs.pe/tu-negocio/costos-de-produccion-que-son
- [5] Gerencie.com (2018). Utilidad operacional. Publicado el 1 de mayo de 2018. Consulta web: 15 de mayo de 2018. www.gerencie.com/utilidad-operacional
- [6] Zamora, A. (2008). Rentabilidad y ventaja comparativa: Un análisis de los sistemas de producción de Guayaba en el estado de Michoacán. Morelia, México: D - Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, 2008. ISBN 978 – 84 – 694 – 4251 – 7
- [7] Hillier, F. y Lieberman, G. (2015) Investigación de Operaciones. McGraw-Hill Interamericana de España S.L.; Edición: 10. ISBN-10: 6071512921

Análisis de conglomerados en grafos para identificar actores revelantes en un desastre utilizando datos de Twitter, caso de estudio Sinabung 2018

Ortiz Sierra Robinson: Estudiante de Ingeniería Industrial
Universidad Industrial de Santander
roorsierra_90@live.com

Martínez Cano Juan Guillermo: Estudiante de Ingeniería Industrial
Universidad Industrial de Santander
juanguillermo_95@hotmail.com

Martínez Quezada Daniel Orlando: MSc Ingeniería Industrial
Universidad Industrial de Santander
domartinez92@gmail.com

Lamos Díaz Henry: PhD Físico-Matemática
Universidad Industrial de Santander
hldamos@uis.edu.co

Resumen

Twitter se ha convertido en una herramienta importante para conocer en tiempo real lo que sucede en la sociedad, de hecho, la plataforma es cada vez más utilizada como medio de comunicación social. Por tanto, el presente trabajo se propone un método para la minería de datos en Twitter, con el propósito de analizar los mensajes relacionados con un evento de desastre sísmico; describiendo un proceso automatizado para el análisis de la información recolectada utilizando un enfoque de teoría de grafos. Este estudio utiliza el análisis de redes sociales para investigar la red de información generada durante la erupción del volcán *Sinabung* 2018 en Indonesia. A partir del análisis de la red, se identificaron usuarios relevantes durante la ocurrencia del desastre; Sin embargo, el flujo de información en la red estaba controlado por numerosos tipos de usuarios, en el cual se ofrece una vista general de las interacciones e impacto de los usuarios más influyentes durante el periodo de estudio.

Keywords: Redes Sociales, Twitter, Desastres y Análisis de Redes Sociales

1 Introducción

Las personas en diferentes partes del mundo han notado un incremento marcado en sucesos de desastres naturales. Estos, tienen lugar en cualquier parte del mundo, pero son los países de desarrollo intermedio los que han sufrido un impacto mayor debido a su escasa capacidad para manejar estas situaciones por su baja calidad de las infraestructuras y servicios de emergencia, así como en las redes de comunicación como las redes sociales. La comunicación es un componente central de la gestión de desastres. Dadas las amenazas a la vida humana y la propiedad que causa un desastre, las personas necesitan información sobre lo que sucedió y lo que todavía está ocurriendo dentro de un área afectada por un desastre. (Rodríguez, Díaz, Santos, & Aguirre, 2007) Muchos estudios han explorado el uso sistemático de las redes sociales durante las respuestas de emergencia mediante la extracción de datos de las redes sociales para identificar las necesidades de una comunidad afectada por un desastre (Gao, Barbier, & Goolsby, 2011) (Keim & Noji M.D, 2011). Finalmente, las redes sociales se utilizan para comunicar información de emergencia y solicitudes urgentes entre organismos de control y usuarios afectados por el desastre.

El Análisis de Redes Sociales (SNA) fue diseñado para descubrir las relaciones establecidas entre las entidades sociales, donde se usa el cálculo de métricas que proporciona una descripción local (nivel de usuario) y global (nivel de red) de la red, visualización gráfica de la red y detección de la comunidad para comprender la estructura de redes complejas y encontrando información relevante del mismo (David Combe, 2010)

Las redes sociales, como Twitter, juegan un papel fundamental en la gestión de desastres, está clasificado como la cuarta fuente más popular para acceder a información de emergencia; en (Lindsay, 2011). (Takahashi, Tandoc, & Carmichael, 2015) presentan en su investigación las formas en que los individuos afectados (personas, periodistas, autoridades, etc.) y organizaciones (el gobierno, los medios de comunicación, ONG, etc.) utilizan los medios sociales durante un desastre natural, ellos también examinaron un conjunto de factores que pueden explicar esos usos, tales como el tiempo de los tweets, la ubicación y las características de los usuarios.

La erupción del volcán *Sinabung* se considera la erupción más grande registrada en Indonesia. Comenzó con erupciones de ceniza al menos 5 a 7 kilómetros en el aire sobre Indonesia, se convirtió en una erupción de categoría 2 en su apogeo y efecto en las zonas cercanas al volcán. Miles de personas en Indonesia usaron sus redes sociales para compartir información de emergencia con las personas afectadas por el sismo. La isla de Sumatra en Indonesia usó activamente la red social Twitter, para suministrar información en tiempo real a las personas de manera oportuna. Determinamos que la erupción es un caso de desastre apropiado para el estudio. En primer lugar, los efectos principales de la erupción se sintieron en un área densamente poblada. Debido a la magnitud de la erupción y la popularidad de Twitter en esta zona, se publicó un gran número de tweets en relación con el evento, creando un conjunto de datos para el análisis de redes para comprender las características de los usuarios en Indonesia durante las repuestas de la emergencia.

En este documento se explicará el procedimiento seguido para analizar e identificar el comportamiento de los usuarios durante un desastre de la naturaleza a través del análisis de redes sociales (SNA) que ayuden a convertir datos de redes sociales en conocimiento utilizando el método de teoría de grafos, para esto se pretende utilizar esta teoría que permite hacer un análisis de la red sobre una consolidación de información y procesamiento de datos que se encuentra en las redes sociales, con Twitter como ejemplo un solo usuario puede tener miles de tweets, hashtags, urls, retweets. etc.; analizando todos los posibles usuarios que hacen parte de una temática de interés, la gran cantidad de datos encontrados dificultaría la comprensión de las

tendencias y patrones, de igual manera los grafos simplifican y muestran de forma clara y sencilla las diferentes conexiones incluso de diferentes temas examinando el comportamiento social de las personas durante un desastre

2 Metodología

El estudio se centró en los datos generados a través de la red social Twitter durante el evento de la erupción del volcán *sinabung* 2018 en Indonesia. Se examinó la red social en línea y los comportamientos de los usuarios durante la erupción a través del análisis de redes sociales (SNA) para convertir datos de redes sociales en conocimiento.

Para investigar la dinámica de la red social Twitter y la formación y evolución de comunidades en línea en respuesta durante un desastre, se descargó un conjunto de datos durante y después de la erupción del volcán Sinabung de 2018 en Indonesia empleando el API que permite incursionar en el núcleo de Twitter para recopilar los tweets sobre temas relacionados con el desastre. El procedimiento de la aplicación es el siguiente: la descarga de tweets la hemos orientado a búsqueda por palabras claves (*hashtags*). Dada una búsqueda, Twitter filtra los tweets que contengan alguna de las palabras claves, devolviendo a través del API una lista de tweets. Los hashtags utilizados para la extracción de datos de nuestro estudio durante la erupción del volcán Sinabung en Indonesia fueron *#Sinabung #Sumatra*.

Se recogieron 42.087 tweets, compuestos por tweets originales y retweets que representan el 19.69%(8.288), el 80.31%(33.799), respectivamente; se encontró más de 939 hashtags diferentes en los tweets, los hashtags más populares que se encuentran son: *#sinabung*, *#sumatra*, *#indonesia*, *#volcano* y *#eruption* apareciendo en la mayoría de los tweets. El 85% de los tuits contenían más de 2 hashtags, lo que indica que la mayoría de las publicaciones contenían información de interés sobre el desastre. Se encontraron 102 urls diferentes en el conjunto de datos. Los usuarios más activos e influyentes incluyen urls en sus tweets: encontrando en la mayoría de los tweets de esos usuarios al menos una url por tweet. Encontramos 31.450 usuarios únicos en el conjunto de datos. Esto significa que cada usuario envía en promedio 1.33 tweets.

2.1. Resultados

El análisis del comportamiento social en respuesta al evento de desastre se abordó mediante la teoría de grafos, con el fin de facilitar la comprensión de la situación, para ello se efectúan los análisis descriptivos y de red. Para representar los datos recopilados en un gráfico de red, un nodo representa a un usuario de Twitter. Una arista representa las relaciones creadas a través de los usuarios de Twitter, cualquier enlace entre dos nodos, independientemente de la dirección es una indicación de su similitud.

Análisis Descriptivo: Las métricas de los tweets tienen como objetivo presentar en forma detallada información que se centra en el análisis de la estadística descriptiva (como número de tweets, usuarios, hashtags y urls), que permiten la extracción de datos inteligentes utilizando un amplio conjunto de indicadores. Para llevar a cabo el análisis descriptivo de los tweets se utilizó un lenguaje de programación de código abierto y múltiples técnicas de minería de datos y estadísticas. Un resumen estadístico se presenta en la tabla 1, en este se puede ver a modo resumen la comparación de los tres grafos propuestos.

Análisis de red: se visualiza los datos de manera general en forma de grafo, en el cual se ofrece una vista general de las interacciones de los usuarios más influyentes durante el periodo en estudio, en el análisis de

conglomerados se calculan las métricas a nivel de red como la densidad que es una medida de cohesión en la red que mide el grado de conectividad de la red a nivel global, el diámetro que es el camino más largo entre dos nodos, se identifican tendencias a formar comunidades entorno a nodos en común, los cuales pueden ser usuarios relevantes, en los cuales se aprecia aquellos nodos que se interconectan con otros conglomerados o comunidades que se encuentran ubicadas como vecinas, de esta forma es posible identificar cuáles fueron los nodos más relevantes y que otros nodos están alrededor de ellos, así como cuáles son sus vinculaciones en los temas tratados al tiempo que se cuida su homogeneidad grupal así como su diferencia entre cada clúster; de esta forma se verifica cuáles posibles grupos predominan en los datos y la vinculación entre sí. Esta característica generalmente surge como consecuencia de la heterogeneidad global y local de la distribución de los nodos y sus relaciones (Oliveira & Gama, 2012).

Red de retweets: Identificamos cierta tendencia a formar clústeres en torno a usuarios en común. En la figura 1, se puede ver las comunidades centrales donde están la mayoría de usuarios más relevantes, este grafo está dividido principalmente en 10 comunidades, de las cuales se observa aquellos nodos (*usuarios*) principales en cada comunidad. La comunidad más numerosa está formada por el usuario *@chematierra* clúster 5, esta comunidad es un ejemplo de densa actividad de interacciones que corresponden al grado de entrada, es decir no establecen ninguna interacción entre ellos, este clúster está relacionado con el clúster 6 que está formado por el usuario *@erthquakestime*, los usuarios *@resilirel* y *@peroqueaweonao* retuitearon tuits generados por los usuarios de los clústeres 5 y 6, centrándose específicamente en publicaciones relacionadas con los geólogos que comprenden esas comunidades.

La comunidad formada entorno al clúster 2, siendo la segunda comunidad más numerosa en cuanto a usuarios que dieron retuits a las publicaciones realizadas por el geólogo *@sutopo_pn*, encontrándose relacionado con el clúster 3 que está conformado por el usuario *@janinekrippner*, usuario que se encargó de difundir información sobre vulcanología, los usuarios que generaron tuits tanto para el clúster 3 como para el clúster 2 fueron usuarios que pertenecían a cuentas relacionadas con medios de comunicación, *@ekafajar_m*, *@shemia* y *@khabirm*, fueron los más influyentes en cuanto a las publicaciones de los tuits transmitidos por los demás usuarios, ellos se encargaron de retransmitir la información relacionada con vulcanología y sismología generada por los usuarios de los clústeres 2 y 3.

La comunidad formada en torno al clúster 1 son usuarios que publicaron sus tuits relacionados con el desastre, el usuario más relevante en este clúster es *@infobencana* que es un usuario registrado como un centro de medios y habla en sus tweets sobre desastre, este clúster se caracteriza por la poca influencia de usuarios que compartieron información sobre los tuits generados por el usuario, este clúster se encuentra relacionado con el clúster 2 por medio de los usuarios *@karoglobal* y *@infomitigasi*, que fueron cuentas de medios de comunicación encargados de difundir la información a sus seguidores suministrada por los usuarios *@infobencana* y *@sutopo_pn*. Los nodos conformados en el clúster 4 son usuarios que trataron temas relacionados con las publicaciones generadas por los usuarios que conforman los clústeres 3 y 5, es un clúster de baja densidad. Los clústeres 7 y 8 no tienen relación con los demás clústeres debido a su poca influencia en la red social.

Las comunidades de cada agrupación mantienen vínculos con otras comunidades por medio de usuarios que se encuentran relacionados con dos comunidades entre sí, la comunidad que presenta mayor centralidad de grado, es aquella donde los usuarios hicieron más retuits a las publicaciones hechas por sismólogos y vulcanológicos, siendo así la comunidad en torno al nodo *@chematierra* uno de los usuarios más destacados en sus publicaciones.

Red de hashtags: mediante el análisis de red se identificó una estructura de comunidad, en la figura 2 se puede ver 21 comunidades centrales de los cuales se observan aquellos nodos (*hashtags*) más utilizados por los usuarios en sus publicaciones de los tweets en cada clúster, cada nodo representa un hashtag y su color indica el cluster al que pertenece. Los clústeres más numerosos están formados por los hashtags *#sinabung*, *#volcano*, *#indonesia*, *#eruption* y *#sumatra*; todos ellos constituyen el centro de la estructura por su centralidad de grado, son nodos de alta interdependencia que actúan como guardianes a lo largo de los caminos más cortos entre los nodos que están conectados a ellos. En la red se forman clustering de hashtags fuertemente conectados entre sí, los clusters que se encuentran solapados entre las comunidades son hashtags que se encuentran vinculados en uno o mas grupos. Los hashtags que se encuentran en relación con varias comunidades son aquellos utilizados por los usuarios que han compartido una variedad de información utilizando varios hashtags en distintas publicaciones.

Red de urls: Identificamos cierta tendencia a formar clústeres en torno a los nodos en común. En la figura 3, donde se puede ver claramente las comunidades centrales donde están la mayoría de las urls con los usuarios más relevantes, este clúster está dividido principalmente en 10 comunidades, de las cuales se observa aquellos nodos (*urls y usuarios*) principales en cada clúster. Los clústeres más numerosos están formados por *twitter.com*, *fb.me*, *feeds.feedbomer.com* y *youtube.com*; estas fuentes fueron las más utilizadas por los principales usuarios que publicaron sus tuits, los usuarios publicaron información relevante sobre el sismo encontrándose relacionadas entre sí por su participación en la red social Twitter. Los usuarios que hicieron sus publicaciones en las fuentes son cuentas relacionadas con sismología, vulcanología y medios de comunicación.

Las comunidades de cada agrupación mantienen vínculos con otras comunidades de la red, pero presentan mayor conectividad entre ellas, como es el grupo uno formado por la fuente *twitter.com*, este nodo presenta mayor grado de centralidad por la mayor cobertura de usuarios, usuarios como *@infobencana* que en su mayoría de tuits estuvieron relacionadas con noticias relacionadas con el evento.

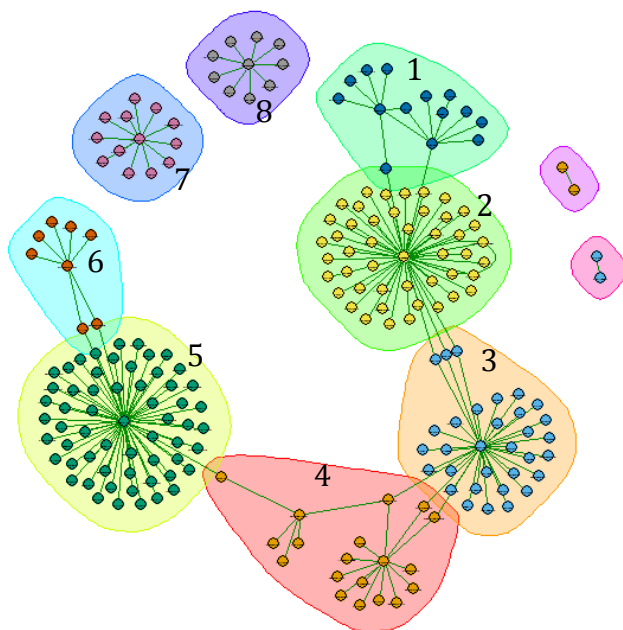


Figura 1. Conglomerados de la red de Retweets

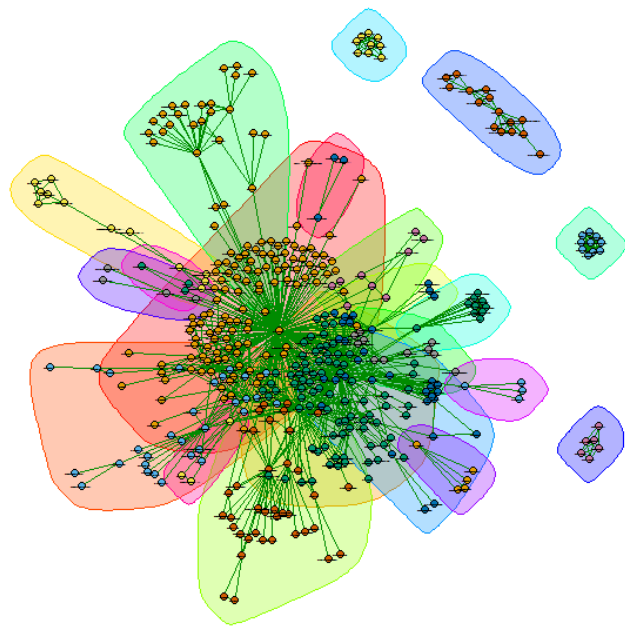


Figura 2. Conglomerado de la red de Hashtags

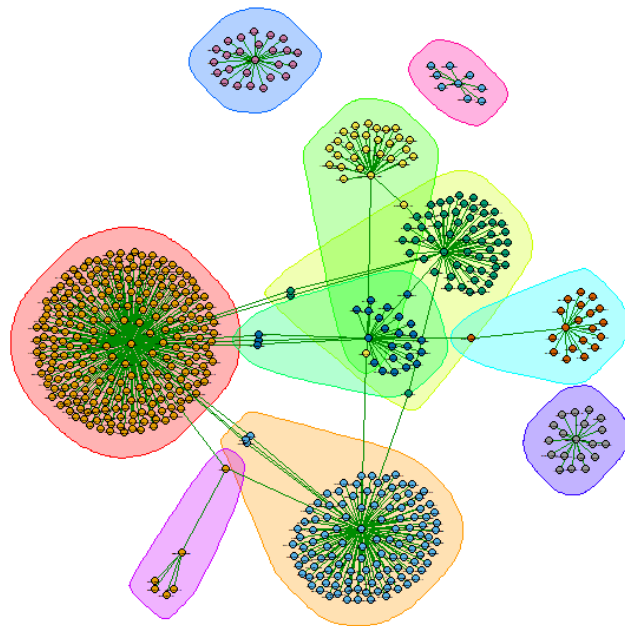


Figura 3. Conglomerado de la red de Urls

Estadísticas generales de los conglomerados: una vez analizado las diferentes redes en el conjunto de datos, pasaremos a analizar de forma global comparándolos entre sí, a continuación en la tabla 1 se puede ver a modo resumen la sección anterior que nos ayudará a una mejor comparación.

Tabla 1. Comparación de las métricas de las diferentes redes analizadas

Relación	Re tuits	Hashtags	urls
Nodos	206	426	558
Enlaces	209	1076	563
Diámetro	12	9	8
Densidad	0.004925063	0.005929158	0.00180817
Longitud de camino	10	10	10
Longitud media de camino	1	2	1
Grado medio	2	5	2

Como complemento del análisis topológico de los diferentes conglomerados anteriores, la tabla 1 muestra algunas características básicas de las redes. Los datos utilizados en las redes anteriores indican que el diámetro generado en cada red es relativamente pequeño respecto al número de nodos y enlaces de los mismos. Este fenómeno se conoce comúnmente como red de mundo pequeño. Este tipo de red es aquel en el que no todos los nodos son vecinos entre sí, pero en el cual se puede llegar a un nodo desde cualquier nodo. Este fenómeno se observa en los diferentes grafos.

En cuanto a la densidad de los conglomerados, tal como se vio en el análisis de cada red, los grafos obtenidos tienen valores muy bajos, lo que los convierte en grafos de tipo disperso, el conglomerado de los hashtags es una red completa de máxima densidad y urls tienen una densidad relativamente baja. Para finalizar la comparativa del conjunto de datos, la red de hashtags se diferencia mucho en el promedio de grado es significativamente alto con tan sólo un valor de 5 enlaces por nodo. Del resto se diferencia por el alto coeficiente de densidad obtenido, con apenas 0.005929158. El diámetro es bajo comparándolo con las redes de retuits, con tan sólo 9 saltos requeridos. El grado medio es el más alto obtenido de todas las redes, con 5.

5 Conclusiones

Investigamos la red social Twitter en Indonesia durante y después de la erupción del volcán Sinabung en 2018. Los datos fueron recolectados por medio de la API de Twitter permitiendo la facilidad de acceder a ellos, posteriormente fueron analizados mediante un análisis de red.

El análisis de red facilita la comprensión y identificación de los actores relevantes en cada red, su interacción y tamaño se puede visualizar fácilmente por medio de las redes de conglomerados y medidas estadísticas que nos facilita la interpretación de los datos.

Las medidas estadísticas en el análisis de conglomerados proporcionaron información sobre la estructura de cada red. Se calculó el diámetro y la densidad para identificar el tamaño, encontrándose que cada red tiene un centro de mayor centralidad en el caso de la red de retweets el nodo de mayor centralidad es el usuario @chematierra, el conglomerado de los hashtags el nodo de mayor densidad en la red es #Sinabung y en la red de urls la fuente de mayor densidad en el grafo es twitter.com, donde los usuarios hicieron publicaciones en forma de texto sin compartir videos o redireccionando a otras fuentes.

Referencias

1. Caragea , C., Silvescu, A., & Tapia, A. H. Identifying informative messages in disaster events using convolutional neural networks. *ISCRAM 2016 Conference Proceedings – 13th International Conference on Information Systems for Crisis Response and Management*, 2016.
2. David Combe, C. L.-Z. A comparative study of social network analysis tools. *Social Networks*, 3-12, 2010.
3. David Feldman, S. C. Communicating flood risk: Looking back and forward at traditional and social media outlets. *International Journal of Disaster Risk Reduction*, 15, 43-51, 2016.
4. Gao, H., Barbier, G., & Goolsby, R. Harnessing the Crowdsourcing Power of Social Media for Disaster Relief. *IEEE Intelligent Systems*, 26, 10-14, 2011.
5. Keim, M. E., & Noji M.D, E. K. Emergent Use of Social Media: A New Age of Opportunity for Disaster Resilience. *American journal of disaster medicine*, 6(1), 47-54, 2011.
6. Landwehr, P. M., Wei, W., Kowalchuck, M., & Carley, K. M. Using tweets to support disaster planning, warning and response. *safety science*, 33-47, 2016.
7. Lindsay, B. Social media and disasters: Current uses, future options and policy. *congressional research service reports*, 44-65, 2011.
8. Oliveira, M., & Gama, J. An overview of social network analysis. *Wiley Interdisciplinary Reviews: Data Mining and Knowledge Discovery*, 100-115, 2012.
9. Rodríguez, H., Díaz, W., Santos, J. M., & Aguirre, B. E. Communicating risk and uncertainty: Science, technology, and disasters at the crossroads. *springer*, 476-478, 2007.
10. Takahashi, B., Tandoc, E., & Carmichael, C. Communicating on Twitter during a disaster: An analysis of tweets during Typhoon Haiyan in the Philippines. *computers in human behavior*, 392-398, 2015.

Método Exato para o Problema de Coloração de Fluxo

Manoel Campêlo*, Jhonata Matias†
Grupo de Pesquisa ParGO, Universidade Federal do Ceará
mcampelo@lia.ufc.br, jhonatadam@lia.ufc.br

Resumo

O problema de coloração de fluxo é a composição de dois problemas em grafos vastamente explorados. Uma oferta de fluxo é enviada de vértices de origem a um vértice de destino, através do grafo, resultando em um multigrafo com os mesmos vértices e onde cada aresta passa a ter a multiplicidade do fluxo a ela atribuído (arestas sem fluxo não aparecem no multigrafo). O objetivo do problema então é encontrar o fluxo que gera o multigrafo de menor índice cromático e uma coloração de arestas mínima para esse multigrafo. Apresentamos neste trabalho uma nova formulação de programação inteira para o problema de coloração de fluxo, que depende de um limite superior para o número de cores em uma solução ótima. Para conseguir tal limite superior, desenvolvemos e implementamos duas heurísticas. Realizamos testes computacionais, verificando o desempenho da formulação com os limites superiores dados pelas heurísticas.

Palavras-chave: Problema de Coloração de Fluxo; Fluxo em Rede; Coloração de Arestas.

1 Introdução

Seja $G = (V, E, d)$ um grafo conexo, onde V e E são os conjuntos de vértices e arestas e $d : V \rightarrow \mathbb{Z}$ é uma **função de demanda**. Destacamos um **nó de destino** $t \in V$, consideramos $d(v) \geq 0$ para $v \in V - t$ e $d(t) = -\sum_{v \in V-t} d(v)$. Chamamos $v \in V$ **nó de origem** se $d(v) > 0$. Seja $\Phi(G)$ o conjunto de todos os **fluxos viáveis** $\phi : E \rightarrow \mathbb{Z}_+$ que enviam toda a demanda dos nós de origem ao nó de destino em G . Cada fluxo ϕ define um multigrafo $G_\phi = (V, E, \phi)$, onde uma aresta $e \in E$ em G_ϕ tem multiplicidade $\phi(e)$ (se $\phi(e) = 0$, então e não está em G_ϕ).

Uma coloração (das arestas) de G_ϕ é uma atribuição de cores às suas arestas tal que cada aresta recebe uma cor e arestas adjacentes têm cores distintas. Dizemos que duas arestas são adjacentes se elas incidem em um mesmo vértice. Uma **coloração mínima** de G_ϕ é uma coloração com o menor número de cores, chamado **índice cromático** de G_ϕ e denotado $\chi'(G_\phi)$.

O **problema de coloração de fluxo** (PCF), formalizado inicialmente em [1], consiste em encontrar, em um grafo G , um **fluxo viável ótimo** $\phi^* \in \Phi_{min}(G) = \{\phi \in \Phi(G) : \chi'(G_\phi) = \chi'_\Phi(G)\}$ e uma coloração mínima para as arestas de G_{ϕ^*} , onde $\chi'_\Phi(G) = \min_{\phi \in \Phi(G)} \chi'(G_\phi)$ é chamado **índice cromático de fluxo** de G .

*Parcialmente financiado por CNPq e FUNCAP, Brasil

†Financiado por FUNCAP, Brasil.

O PCF é motivado por um problema com aplicação prática em redes sem fio, chamado **problema de ponderação de rodadas** (PPR) [3, 4]. Admitindo que $G = (V, E, d)$ modela a rede sem fio, uma rodada é um subconjunto de arestas sem interferência duas-a-duas. No PPR, o fluxo deve ser continuamente enviado dos nós de origem ao de destino, através de G , por rodadas. O peso da rodada é a fração que ela ocupa nas rodadas de um período. Deseja-se minimizar a soma dos pesos das rodadas. Uma formulação para PPR com um número exponencial de variáveis foi proposta em [3]. Adaptamos essa formulação para o PCF, adicionando restrições de integralidade às variáveis, e utilizamos essa versão modificada para definir uma heurística para o PCF, a ser vista na Seção 3.

Em [2], são apresentados resultados a respeito da complexidade do PCF, onde se prova que o problema é polinomial para grafos bipartidos e 3-conexos. No entanto, para grafos arbitrários, a complexidade do PCF está em aberto. Mesmo para os casos polinomiais, não há registro de experiências computacionais com métodos de solução para o problema.

Apresentamos neste trabalho uma nova formulação para o PCF, cujo número de variáveis depende de um limite superior para o índice cromático de fluxo. Para conseguir tal limite, desenvolvemos e implementamos duas heurísticas. Realizamos testes computacionais verificando o desempenho das duas versões da formulação correspondentes aos limites superiores dados pelas heurísticas.

Este trabalho está dividido em seis seções. A Seção 2 apresenta as formulações exploradas nesse trabalho. A Seção 3 introduz as heurísticas utilizadas para conseguir uma solução viável para o PCF, bem como um limite superior. A Seção 4 explica como foram realizados os experimentos computacionais e como foram geradas as instâncias para os testes. A Seção 5 apresenta os resultados dos experimentos. Por fim, na Seção 6 são apresentadas as conclusões a respeito do trabalho e possíveis trabalhos futuros.

2 Formulações

Considere o grafo $G = (V, E, d)$, uma aresta $e \in E$ e um fluxo viável $\phi \in \Phi(G)$. Lembre que $\phi(e)$ determina a multiplicidade de e em G_ϕ . Visto que os múltiplos de e em G_ϕ são todos adjacentes entre si, todos devem receber cores distintas. Mais ainda, as cores dos múltiplos podem ser permutadas entre si, gerando uma coloração equivalente. Em outras palavras, em lugar de determinar a cor de cada múltiplo da aresta e na coloração, é suficiente identificar o conjunto de cores, de cardinalidade $\phi(e)$, associadas a e . Além disso, arestas adjacentes recebem conjuntos disjuntos de cores, ou melhor, arestas incidentes a um mesmo vértice não compartilham cor. Essa ideia nos leva a uma nova formulação para o PCF, que chamaremos aqui de **formulação aresta cor**, em referência à variável que representa a coloração das arestas. Para sua descrição, denotamos por $\delta(v)$ o conjunto de arestas de G incidentes em $v \in V$, $N(v)$ o conjunto de vértices de G vizinhos de $v \in V$ e, para cada aresta $uv \in E$, associamos dois arcos uv e vu . Empregamos ainda C para representar o conjunto de cores, com $|C| \geq \chi'_\Phi(G)$.

Seguidas pela formulação, apresentamos suas variáveis: $x_{ec} = 1$ se à aresta $e \in E$ está associada à cor $c \in C$, 0 caso contrário; $y_{uv} =$ quantidade de fluxo que passa no arco uv ; $z_c = 1$ se a cor $c \in C$ é utilizada, 0 caso contrário.

$$\min \quad \sum_{c \in C} z_c \quad (1)$$

$$\text{s.a:} \quad \sum_{e \in \delta(v)} x_{ec} \leq z_c, \quad \forall v \in V, \quad \forall c \in C, \quad (2)$$

$$\sum_{c \in C} x_{uvc} \geq y_{uv} + y_{vu}, \quad \forall uv \in E, \quad (3)$$

$$\sum_{k \in N(v)} (y_{vk} - y_{kv}) = d_v, \quad \forall v \in V, \quad (4)$$

$$x \in \mathbb{B}^{|E| \times |C|}, y \in \mathbb{Z}_+^{2|E|}, z \in \mathbb{B}^{|C|}. \quad (5)$$

A Restrição (2) determina que no máximo uma das arestas incidentes em um vértice v pode ter a cor c , caso ela seja escolhida. A Restrição (3) limita inferiormente o número de cores associadas a uma aresta como a soma do fluxo que passa em seus arcos. A Restrição (4) garante que toda a oferta de fluxo é enviada para o vértice de destino.

Como dito anteriormente, com intuito de modelar o PCF, modificamos a formulação proposta em [3] para o PPR. Ao considerarmos que duas arestas têm interferência se, e somente se, são adjacentes, uma rodada é um emparelhamento no grafo (ou seja, uma classe de cor do problema de coloração de arestas), e o peso de uma rodada pode ser reinterpretado como a quantidade de vezes que esse emparelhamento aparece na solução. Assim, o fluxo deve ser coberto por rodadas ponderadas, ou melhor, precisamos atribuir pesos aos emparelhamentos de modo que a soma dos pesos dos emparelhamentos contendo uma aresta seja pelo menos o fluxo que passa por ela.

Com isso, obtemos a formulação, a ser chamada aqui **formulação de emparelhamentos ponderados**, que usa os seguintes parâmetros e variáveis (além dos já definidos anteriormente): M = coleção de todos os emparelhamentos; M_e = conjunto de emparelhamentos que contêm a aresta e ; w_r = peso do emparelhamento r .

$$\min \quad \sum_{r \in M} w_r \quad (6)$$

$$\text{s.a:} \quad \sum_{r \in M_{uv}} w_r \geq y_{uv} + y_{vu}, \quad \forall uv \in E \quad (7)$$

$$\sum_{k \in N(v)} (y_{vk} - y_{kv}) = d_v, \quad \forall v \in V \quad (8)$$

$$w \in \mathbb{Z}_+^{|M|}, y \in \mathbb{Z}_+^{2|E|} \quad (9)$$

A Restrição (7) determina que a quantidade de emparelhamentos em que uma aresta uv deve estar, é pelo menos a soma do fluxo que passa em seus arcos. A Restrição (8) estabelece o fluxo (similar à da formulação anterior).

3 Heurísticas

Visto que o número de variáveis x_{ec} na formulação aresta cor é dado em função da cardinalidade do conjunto C , encontrar um bom limitante superior para o índice cromático de fluxo é crucial para

o desempenho do modelo. Para conseguir tal limite, utilizamos a estratégia de aplicar heurísticas para encontrar uma solução viável para o problema. Observe que essa solução tem valor sempre maior ou igual que o ótimo do problema.

3.1 Heurística de mínimo grau máximo

Seja $\Delta(H)$ o grau máximo de um multigrafo H . Sabemos, pelo *Limite de Shannon*, que $\chi'(H) \leq \lfloor \frac{3}{2}\Delta(H) \rfloor$ [5]. Isso nos leva a seguinte proposição:

Proposição 1. *Se $G = (V, E, d)$ é conexo, então $\chi'_{\Phi}(G) \leq \lfloor \frac{3}{2}\Delta(G_{\phi}) \rfloor$ para todo $\phi \in \Phi(G)$.*

Demonstração. Seja $\phi \in \Phi(G)$. Então, $\chi'_{\Phi}(G) \leq \chi'(G_{\phi}) \leq \lfloor \frac{3}{2}\Delta(G_{\phi}) \rfloor$. □

Pela Proposição 1, nós temos agora um forma de estimar um limite superior para o $\chi'_{\Phi}(G)$, calculando $\Delta(G_{\phi})$ para um fluxo viável qualquer ϕ . Visando obter a estimativa mais baixa para esse limite superior, procuramos encontrar o fluxo viável ϕ tal que G_{ϕ} tenha menor grau máximo. Para esse propósito, considere o seguinte problema de programação inteira:

$$\min \quad g \quad (10)$$

$$\text{s.a:} \quad g \geq \sum_{k \in N(v)} (y_{vk} + y_{kv}), \quad \forall v \in V \quad (11)$$

$$\sum_{k \in N(v)} (y_{vk} - y_{kv}) = d_v, \quad \forall v \in V \quad (12)$$

$$g \geq 0, y \in \mathbb{Z}_+^{2|E|} \quad (13)$$

Nesse modelo, g representa o grau máximo e y_{uv} é a quantidade de fluxo no arco uv . A Restrição (11) e a função objetivo (10) determinam g como o grau máximo de G_{ϕ} , para um fluxo ϕ , definido pela Restrição (12). Chamaremos esse o **problema de fluxo de mínimo grau máximo** (MinGM). Se g_{min} é o valor ótimo de MinGM, então $\chi'_{\Phi}(G) \leq \lfloor \frac{3}{2}g_{min} \rfloor$.

Por outro lado, em [6, p. 13], é apresentado um algoritmo guloso para coloração de arestas. Esse algoritmo recebe um multigrafo H qualquer e retorna uma coloração para H com até $2\Delta(H) - 1$ cores. Nossa primeira heurística então consiste em encontrar em $G = (V, E, d)$ um fluxo ϕ com mínimo grau máximo e aplicar o algoritmo guloso para G_{ϕ} . Sejam k o número de cores da coloração encontrada pelo algoritmo guloso e ϕ o fluxo ótimo do MinGM. Nosso limite superior para $\chi'_{\Phi}(G)$ é $\min\{\lfloor \frac{3}{2}\Delta(G_{\phi}) \rfloor, k\}$. Além disso, sabemos que a solução encontrada pela heurística é ótima se $\Delta(G_{\phi}) = k$, pois $\Delta(G_{\phi})$ é limite inferior para o valor ótimo. Observe que o grau máximo é limite inferior para o índice cromático e que G_{ϕ} é o multigrafo possível de menor grau máximo.

3.2 Heurística de emparelhamentos ponderados

Nossa segunda heurística utiliza a formulação de emparelhamentos ponderados. Em uma primeira etapa, aplicamos o método de geração de colunas para resolver a relaxação linear do modelo (6)-(9). Ao final da primeira etapa, temos um subconjunto das colunas do problema original. A segunda etapa então consiste em encontrar uma solução ótima inteira para o problema parcial determinado pelo subconjunto das colunas geradas na primeira etapa. Claramente uma solução do problema parcial é uma solução viável para o PCF, pois se trata de um multiconjunto de emparelhamentos

que cobrem todo o fluxo das arestas. Além disso, o valor dessa solução é um limite superior para o ótimo do PCF.

Iniciamos o método de geração de colunas com $|E|$ colunas, cada coluna referente a um emparelhamento contendo apenas uma aresta (cada aresta também associada a um emparelhamento). Resolvemos, aplicando o método simplex, o problema com esse subconjunto de colunas e verificamos se há alguma coluna que, adicionada ao problema parcial, melhora o valor da solução atual. Essa verificação pode ser feita resolvendo o seguinte problema:

$$\max \quad \sum_{e \in E} p_e \mu_e \quad (14)$$

$$\text{s.a:} \quad \sum_{uv \in E} \mu_{uv} \leq 1, \quad \forall v \in V \quad (15)$$

$$\mu_e \in \mathbb{B}, \quad \forall e \in E \quad (16)$$

onde p_e é o valor da variável dual referente à restrição (7) do problema parcial, associada a $e \in E$. Esse é um problema de emparelhamento de peso máximo, onde os pesos das arestas é dado pelo valor das variáveis duais na atual solução ótima do problema parcial. A variável μ_e é 1 se a aresta e for escolhida para o emparelhamento e 0 caso contrário. Se o valor ótimo do subproblema for ≤ 1 , então não há nenhuma coluna que adicionada melhora o valor ótimo atual do problema parcial; caso contrário, o μ ótimo define a nova coluna a ser adicionada. Adicionada uma nova coluna, o processo se repete até que não haja nenhuma coluna a ser adicionada.

Finalizada a primeira etapa e adicionadas as restrições de integralidade ao problema parcial, o problema de programação inteira gerado pode ser resolvido com o método de *branch and cut*. Observe que sua solução ótima não é necessariamente uma solução ótima para o PCF, posto que outras colunas poderiam ser necessárias para chegar à otimalidade.

Seja f o valor da solução ótima da relaxação e i o valor da solução ótima do problema parcial inteiro. Visto que a função objetivo da formulação tem apenas coeficientes inteiros, temos que i é inteiro. Dessa forma, se $i - f < 1$, então i é o valor ótimo do problema inteiro completo. Isso se deve ao fato de que, nesse caso, não há nenhum inteiro no intervalo $[f, i)$.

4 Experimentos computacionais

A eficiência do processo geral de resolução exata do problema usando a formulação aresta cor é influenciado por duas medidas de desempenho das heurísticas: tempo de resolução e qualidade da solução. Uma solução de excelente qualidade gerada pela heurística leva a uma formulação mais compacta e, muito provavelmente, mais eficiente. Por outro lado, um esforço computacional grande por parte da heurística pode não compensar a redução no tempo de resolução da formulação.

Avaliamos então as heurísticas, observando essas duas medidas de desempenho, bem como o desempenho de todo o processo de resolução. Para essa avaliação, implementamos a formulação aresta cor e as duas heurísticas, utilizando a linguagem de programação *C++* em conjunto com o *solver CPLEX*, na versão 12.6.0. Utilizamos um computador com sistema operacional Ubuntu 14.04 LTS 64 bits, processador Intel Core i7-3770 com 8 núcleos de 3.40 GHz e memória RAM de 16 GB. Realizamos experimentos nos seguintes casos: quando a implementação da formulação aresta cor é alimentada com um limite superior extraído da resolução do problema parcial de emparelhamentos ponderados e quando ela utiliza um limite superior dado pela heurística de mínimo grau máximo.

Motivados pelos resultados de complexidade computacional do PCF [2] e dada a indisponibilidade de instâncias de teste para o PPR, geramos três conjuntos de instâncias para os experimentos: grafos 3-conexos, bipartidos e grafos nem bipartidos nem 3-conexos. Para gerar grafos 3-conexos, iniciamos de um grafo completo e iterativamente sorteamos uma aresta para ser removida, o que de fato ocorrerá se sua remoção não baixar a conectividade do grafo para 2. O algoritmo para quando a densidade de arestas desejada é atingida. Encontramos dificuldades em obter essas instâncias devido ao tempo gasto pelo procedimento. Conseguimos reduzir o tempo de geração, exigindo apenas apenas que a conectividade entre cada vértice de origem e o vértice de destino seja mantida ≥ 3 . Essa condição é suficiente para que o algoritmo em [1] encontre uma solução ótima em tempo polinomial, pois ele demanda que haja pelo menos três caminhos internamente disjuntos entre os vértices de origem e o vértice de destino.

Para os grafos bipartidos, iniciamos também de um grafo completo. Atribuímos pesos aleatórios às arestas e aplicamos um algoritmo de árvore geradora. A árvore encontrada pelo algoritmo é nosso grafo inicial. Observe que esse grafo é bipartido e conexo. Adicionamos então, aleatoriamente, arestas entre vértices de partições distintas até que a densidade de arestas desejada seja atingida.

Para gerar o terceiro tipo de grafo, tentamos sempre manter a conectividade entre os vértices de origem e de destino ≤ 2 . Além disso, garantimos que o grafo não seja bipartido. Assim como na geração de grafos bipartidos, partimos de uma árvore. Adicionamos inicialmente uma aresta entre dois vértices de uma mesma partição, escolhidos aleatoriamente (garantindo ciclo ímpar). E adicionamos arestas, mantendo a conectividade ≤ 2 entre os vértices de origem e destino, até atingir a densidade de arestas desejada. Observe que novos ciclos ímpares devem aparecer, sempre que a aresta adicionada tiver como extremidades dois vértices de mesma partição.

Para a geração das instâncias, utilizamos a linguagem de programação *Python* com auxílio da biblioteca *Igraph*. Criamos cinco instâncias para cada combinação dos seguintes parâmetros: tipo de grafo (os três tipos), número de vértices (150 e 300), densidade de arestas (5%, 7% e 10%), proporção de vértices de origem (2%, 4% e 6%), intervalo de oferta dos vértices (de 1 a 25 e de 1 a 50), onde a oferta é definida de forma aleatória dentro de seu intervalo. Com isso, foram geradas 180 instâncias para cada tipo de grafo, totalizando 540 instâncias.

5 Resultados

Nos experimentos com a heurística de mínimo grau máximo, em todos os tipos de grafos testados, foi obtido *Gap* médio em torno de 1,26 e tempo de resolução médio de 0,14s. Já para a formulação de emparelhamentos ponderados, em todos os casos de teste, apenas o nó inicial foi explorado e o número médio de colunas foi de 570 mil. Além disso, para um fluxo viável ótimo ϕ^* de uma instância G e o mínimo grau máximo Δ^* encontrado pela heurística para G , em todos os casos de teste obtivemos $\Delta^* = \chi'(G_{\phi^*})$.

As tabelas abaixo apresentam resultados a respeito do tempo de execução do método completo. A primeira linha se refere aos grafos com conectividade ≤ 2 entre os vértices de origem e de destino e não bipartidos. A segunda e a terceira linhas se referem aos casos polinomiais, respectivamente, aos grafos bipartidos e 3-conexos. A última linha apresenta médias para todos os grafos testados. Apresentamos os resultados sempre utilizando segundos como medida de tempo.

A Tabela 1 reporta os resultados relativos à heurística de mínimo grau máximo. Podemos ver que os tempos médios de resolução não são muito diferentes para os três tipos de grafo. É importante notar que a média de tempo de resolução da formulação só leva em consideração instâncias onde a

Table 1: Experimentos com a heurística de mínimo grau máximo.

Tipo de grafo	Tempo total médio	Tempo médio da formulação	Gap médio	Provou a otimalidade	Tempo médio do MGM	Tempo médio da coloração
<i>Conectividade</i> ≤ 2 <i>e não bipartido</i>	51,99	57,26	1,26	9,44 %	0,09	0,05
<i>Bipartido</i>	50,17	58,11	1,26	13,89 %	0,09	0,04
<i>Conectividade</i> ≥ 3	61,17	65,39	1,26	6,67 %	0,10	0,04
<i>Todos</i>	54,44	60,34	1,26	10,00 %	0,09	0,04

solução da heurística não foi comprovadamente ótima. Por isso, esse tempo médio foi maior que o tempo médio total (devido aos 10% dos casos em que a heurística encontrou o ótimo). O número de casos em que a solução ótima foi encontrada e provada pela heurística foi maior em grafos bipartidos, embora a diferença da média geral decorrente não seja tão significativa em relação à diferença dos outros tipos de grafos.

Passamos agora aos resultados obtidos com a formulação de emparelhamentos ponderados como heurística. Em todos os tipos de grafos, o procedimento de geração de colunas gerou em média aproximadamente 27 colunas, a partir da quantidade média de 6164 colunas iniciais. Seja p o valor ótimo encontrado pelo problema parcial inteiro e q o valor da solução ótima da relaxação. Em todas as instâncias, ou obtivemos $p = q$ ou $p = q + 1$. Os casos em que $p = q + 1$ são aqueles onde a heurística não conseguiu provar a otimalidade, embora posteriormente a formulação aresta cor, em todos esses casos, tenha provado a otimalidade de uma solução de mesmo valor. Na resolução do problema parcial inteiro, em apenas 0,74% das instâncias, o *branch and cut* explorou mais de um nó.

Table 2: Experimentos com a formulação e emparelhamentos ponderados.

Tipo de grafo	Tempo total médio	Tempo médio da formulação	Provou otimalidade	Tempo médio da G. de colunas	Tempo médio do inteiro parcial
<i>Conectividade</i> ≤ 2 <i>e não bipartido</i>	5,51	25,93	93,33 %	3,42	0,35
<i>Bipartido</i>	2,39	0	100 %	2,03	0,37
<i>Conectividade</i> ≥ 3	3,64	0	100 %	3,28	0,36
<i>Todos</i>	3,85	25,93	97,78 %	2,91	0,36

Na Tabela 2 podemos ver que, apenas para os grafos não bipartidos e com conectividade ≤ 2 entre os vértices de origem e o vértice de destino, a otimalidade não foi provada pela heurística baseada na formulação por emparelhamentos ponderados. Nesses casos, a formulação demorou em média 25,93s para encontrar o ótimo. Podemos ver também que a maior parte do tempo de resolução da heurística foi utilizado com o método de geração de colunas, que levou em média 8 vezes o tempo de resolução do problema parcial inteiro.

6 Conclusões

Quando utilizada a heurística de emparelhamentos ponderados, o tempo médio do processo de resolução exata se mostrou aproximadamente 14 vezes mais rápido se comparado à utilização da heurística de mínimo grau máximo. Isso se deve primeiramente ao fato de que o processo de geração de colunas e o problema parcial inteiro tiveram bom desempenho. Além disso, a solução ótima foi encontrada e provada em 97,78% dos casos, não sendo necessária a segunda etapa de resolução. Visto que em todos os casos uma solução ótima foi encontrada pela heurística, embora não provada em todos eles, seria interessante entender melhor para quais classes de grafos isso acontece.

Em contrapartida, a heurística de mínimo grau máximo encontrou uma solução para o problema em média 23 vezes mais rápido que a heurística de emparelhamentos ponderados. Além disso, ela se mostrou estável quanto à qualidade da solução encontrada e o tempo de execução, para todos os casos de teste. Ela então pode ser uma boa opção se o tempo é um fator muito importante e uma solução razoável é suficiente. O fato de o valor ótimo do MinGM ser igual ao valor ótimo do PCF em todos os casos de teste é um bom ponto a ser avaliado teoricamente.

Embora a heurística de emparelhamentos ponderados tenha encontrado uma solução ótima para a grande maioria das instâncias testadas, a formulação aresta cor foi importante para demonstrar que, de fato, a solução encontrada é ótima. Entretanto, como essa formulação demandou tempo elevado de resolução, vale considerar a alternativa de usar a própria formulação de emparelhamentos ponderados via método *branch and price* para obter uma solução exata, possivelmente utilizando a heurística de mínimo grau máximo para gerar um conjunto inicial de colunas.

References

- [1] Manoel Campêlo, Ricardo Corrêa, Cristiana Huiban, and Carlos Diego Rodrigues. The flow coloring problem. In *Congreso Latino-Iberoamericano de Investigacion Operativa (CLAIO, SBPO)*, 2012.
- [2] Manoel Campêlo, Cristiana Huiban, Carlos Diego Rodrigues, and Rudini M Sampaio. On the complexity of the flow coloring problem. *Discrete Applied Mathematics*, 197:75–92, 2015.
- [3] Cristiana Gomes. *Radio mesh networks and the round weighting problem*. PhD thesis, Université Nice Sophia Antipolis, 2009.
- [4] Ralf Klasing, Nelson Morales, and Stéphane Pérennes. On the complexity of bandwidth allocation in radio networks. *Theoretical Computer Science*, 406(3):225 – 239, 2008. Algorithmic Aspects of Global Computing.
- [5] Claude E Shannon. A theorem on coloring the lines of a network. *Studies in Applied Mathematics*, 28(1-4):148–152, 1949.
- [6] Michael Stiebitz, Diego Scheide, Bjarne Toft, and Lene M Favrholt. *Graph Edge Coloring: Vizing's Theorem and Goldberg's Conjecture*, volume 75. John Wiley & Sons, 2012.

Análisis de capacidad de producción en una fábrica de productos a base de maíz en Medellín, mediante simulación discreta.

Daniela Guerra Ocampo
Universidad de Antioquia
daniela.guerrao@udea.edu.co

Ronald Akerman Ortiz García Msc.
Universidad de Antioquia.
ronald.ortiz@udea.edu.co

Resumen

Uno de los objetivos principales de las empresas es tener a sus clientes satisfechos, por ende, estas buscan tener producto suficiente para satisfacer la demanda. En el presente trabajo se pretende determinar la principal estrategia de solución a la problemática de capacidad de producción de una empresa fabricante de productos a base de maíz en Medellín, para mejorar los índices de producción y suplir la demanda de los clientes que están insatisfechos, diagnosticando las causas principales del problema para generar posibles escenarios de solución con base a estas, por medio de simulación discreta y así evaluar dichos escenarios y establecer las acciones a realizar por parte de la empresa para obtener mejores eficiencias de los puestos de trabajo y con ello, mayores volúmenes de producción. Los resultados evidencian diversas causas a tal problemática, en la que se identifica como causa principal el cuello de botella en el proceso de empaque del producto final.

Palabras clave: producción; cuello de botella; demanda; simulación; eventos discretos; productividad.

1 Introducción

En el campo de la industria, la tecnología cada vez juega un papel fundamental en el desarrollo de las actividades que se realizan en las empresas, por ende, en dichas empresas se han optimizado los procesos industriales desde la producción hasta la comercialización de los productos¹, mejorando la calidad y cantidad de productos obtenidos aumentando las ganancias en las organizaciones^{2,3}. A su vez, en la industria de los alimentos también se han observado mejoras significativas de dichos aspectos, especialmente en la tecnificación de procesos los cuales eran manuales, permitiendo mejorar los estándares de calidad y producción.

Precisamente en el campo de los alimentos, en la ciudad de Medellín se encuentra una empresa dedicada a la producción de productos a base de maíz (arepas), la cual, en la búsqueda de optimizar sus procesos ha implementado mejoras en la tecnificación de cada uno de éstos, adquiriendo maquinaria y adoptando diferentes modelos que le permiten ser más competitiva en un campo como lo es la industria de alimentos en Colombia. Durante la tecnificación de sus procesos, la empresa ha presentado una serie de inconvenientes debido en principio al proceso de adaptación e implementación de nuevas metodologías de trabajo, por lo que se han visto comprometidas la calidad y los niveles de producción en la empresa, el presente trabajo se enfoca en comprender y resolver los problemas relacionados a la producción modelando su línea de ensamble.

En el ámbito de la producción, se ha encontrado un problema en el sentido en que la empresa no está alcanzando a satisfacer la demanda de su producto principal, la arepa de tela, la cual representa un 60% del total de la producción, hecho que preocupa a la empresa porque se está dejando de percibir ganancias adicionales por un problema interno, por lo cual se pretende atacar dicho problema implementando diferentes estrategias. Después de realizar un diagnóstico buscando las posibles causas que pueden influir en la producción, se ha encontrado que posiblemente la causa de mayor impacto es un cuello de botella que se está originando en el empaque, por lo que este trabajo se enfocará en atacar dicha problemática.

En este sentido, lo que se pretende es crear por medio de la simulación, diferentes escenarios que representen las posibles soluciones que puede implementar la empresa para aumentar la cantidad de paquetes de arepa obtenidos, lo que permitiría percibir más ganancias a la empresa. Todo lo relacionado a los escenarios será tomando en cuenta los datos que nos proporciona la fábrica de arepas que funciona en la ciudad de Medellín, teniendo en cuenta el escenario principal y los escenarios que surjan implementando las soluciones. Finalmente se pretende evaluar la viabilidad de las posibles soluciones implementadas en cada escenario, teniendo en cuenta los parámetros del modelo que no son susceptibles a cambios como los tiempos dados por las máquinas.

2 Descripción del problema

Es importante que toda empresa cuente con los productos necesarios para satisfacer la demanda de los clientes, si no, se corre con el riesgo de dejar de percibir ganancias y, peor aún, ceder los clientes que tiene a la competencia. Para evitar esto en cada empresa se establecen políticas para mantener los márgenes de producción en nivel estable de modo que no se pierda participación en el mercado. En la fábrica de arepas se ha detectado una problemática que consiste en que la empresa no alcanza a satisfacer la demanda presentada y los niveles de producción esperados, por lo que se ha establecido un plan para encontrar las causas por las que no se está produciendo la cantidad suficiente para satisfacer la demanda.

De esta forma, el objetivo general del presente trabajo es determinar la principal estrategia de solución a la problemática de la empresa de arepas, mejorando los índices de producción para satisfacer la demanda. Por tanto, lo primero que se debe hacer para conseguir dicho objetivo es determinar las posibles causas que tiene la empresa que inciden directamente en la producción, realizando un diagnóstico general del proceso.

A su vez, el diagnóstico arrojó posibles causas que pueden incidir en la producción de arepas, una de ellas consiste en la adaptación del personal a cambios implementados en algunos de los procesos, como la adquisición de nueva maquinaria, lo que se ha mitigado con capacitación del personal para su manejo. Lo segundo que se debe hacer es, una vez identificadas las causas del problema, establecer escenarios de solución, cada escenario debe tener en cuenta los parámetros que causan los problemas en la producción, es decir, los aspectos limitantes que hacen que el índice de producción esté por debajo de lo deseado por la empresa para satisfacer la demanda.

De esta forma, se detectó que, el proceso de empaque se está quedando corto comparado con la cantidad de arepas que están saliendo de la banda transportadora. En consecuencia, se debe determinar la forma en la cual se pueden atacar las causas mejorando los aspectos que se muestran en cada escenario, los cuales inciden directamente en la problemática de capacidad, analizando por separado estrategias de solución a cada causa detectada en el diagnóstico, para permitirle a la empresa tomar la mejor decisión y mitigar la problemática presentada.

A su vez, la empresa ha ideado algunas soluciones a su problemática, una de ellas es capacitación del personal para aumentar la eficiencia en el proceso de empaque, esto debido a que las personas contratadas tienen menos de seis meses en este proceso, por lo que no cuentan con suficiente experiencia para realizar dicha labor con la mejor diligencia que el proceso requiere. Finalmente, otro aspecto que se debe tener en cuenta es la cantidad de personas que realizan el proceso de empaque, por lo que se propone estudiar el impacto que pueda tener el aumento de personas que hagan dicha tarea, con el fin de estudiar la viabilidad de la implementación, como solución a la problemática, el aumento de personal para realizar dicha tarea.

3 Metodología

La simulación se refiere a un gran conjunto de métodos y aplicaciones que buscan imitar el comportamiento de sistemas reales, generalmente por medio de una computadora con un software apropiado⁴, es una técnica que imita el comportamiento de un sistema mediante un modelo computarizado, donde se expresan las características del sistema por medio de relaciones lógico-matemáticas. La simulación se ha convertido en una poderosa herramienta de análisis de diversos sistemas, ya que provee una manera de solucionar problemas que de otra manera sería difícil o imposible de hacer, dada la complejidad de estos.⁵

A su vez, la simulación de eventos discretos se refiere a sistemas representados por una secuencia o serie de eventos. La simulación describe cada evento discreto, moviéndose de uno a otro, a medida que el tiempo transcurre.⁶ En este tipo de simulación los cambios de estado del sistema se representan con ecuaciones evaluadas en un punto determinado⁷, y dicha simulación se puede utilizar para el ordenamiento de tareas, filas de espera, sistemas de inventarios, etc. y para la toma de decisiones relacionadas con la planeación de la producción y los inventarios, con el diseño de los sistemas de producción y cadenas de suministros.

Por tanto, un sistema de simulación de eventos discretos describe el comportamiento de un sistema real siguiendo el patrón de eventos e interacciones de las diferentes variables que interaccionan dentro del mismo, para el caso de estudio, se analizan cada una de las operaciones de la fábrica y sus comportamientos en pasos de tiempo en términos de las unidades obtenidas, las colas generadas que denotan cuellos de botella y los recursos o empleados utilizados, con el propósito de entender el comportamiento del sistema y evaluar varias estrategias con las cuáles se puede operar el sistema y mejorar la productividad de la fábrica.

Para ilustrar la realidad de la empresa, se tomaron tiempos de las operaciones para analizar la línea completa y se determinó la distribución de los tiempos que serán usados como suministro para el modelo de simulación, en la que se identificó un sistema de producción de flujo lineal acompasado por operario en la primera mitad de las operaciones en la cadena de valor y acompasado por equipo de la mitad en adelante. Los procesos son mostrados en la *Figura 1*.

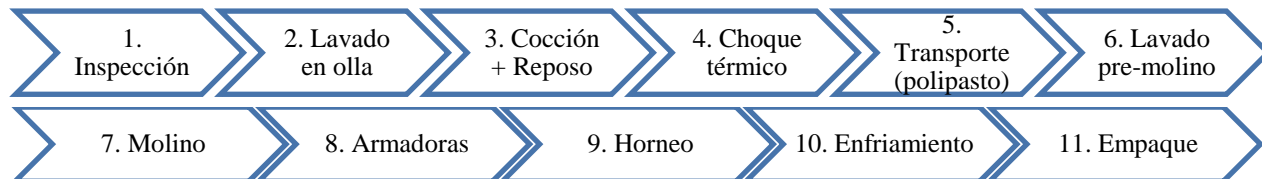


Figura 1. Proceso de producción de arepas. Fuente: Elaboración propia.

La simulación es apropiada para el problema puesto que es una buena herramienta para conocer el impacto de los cambios en los procesos, sin necesidad de llevarlos a cabo en la realidad, pues esto supondría costos y riesgos para la empresa, mejora el conocimiento del proceso actual ya que permite que el analista vea cómo se comporta el modelo generado bajo diferentes escenarios, puede utilizarse como medio de

capacitación para la toma de decisiones, es más económico realizar un estudio de simulación que hacer muchos cambios en los procesos reales y permite evaluar el rendimiento del sistema completo.

La producción de arepa está dada por los siguientes procesos: una vez recibida la materia prima, en su mayoría maíz disponible para ser procesado, se realiza el *proceso de inspección* donde se efectúa un chequeo manual, realizado por un operario con la finalidad de retirar cualquier impureza, se cuenta además con imanes que atraigan cualquier objeto extraño, conforme es revisado, cada balde es llevado a la olla industrial que vaya a ser usada, la empresa cuenta con cuatro de éstas (cada una con capacidad para diez bultos de maíz). Para mejorar la pureza del maíz, la fábrica realiza varias veces el lavado de este.

Antes de la cocción, el maíz es *lavado* para que floten impurezas que no fueron detectadas en el proceso anterior, de este modo se aumenta la pureza y confiabilidad del producto. Este proceso dura aproximadamente cinco horas, pasado este tiempo, las ollas son apagadas y el maíz termina su cocción con el vapor y se deja reposar cuatro horas, para que el maíz absorba agua y termine de cocinarse. Finalmente se realiza un *choque térmico* para cortar la cocción, donde se retira el agua caliente y se le vierte agua fría; las ollas cuentan con tubería de desagüe que les permite el flujo del agua en poco tiempo.

El maíz cocido es trasladado mediante un polipasto (para levantar cargas) y nuevamente es inspeccionado de nuevo mientras es lavado. A su vez, en las tolvas se espera un lapso para el enfriamiento y que esté apto para que los molinos lo puedan procesar. La empresa tiene como política siempre contar con maíz para que el flujo sea continuo, sin embargo, las tolvas se lavan diariamente, por ello se debe tener maíz vertido en los molinos para que siempre haya masa disponible. El maíz se vierte en los *molinos* y sale convertido en masa donde es manipulado por un empleado, quien le da forma, lo compacta y lo traslada a las armadoras.

Por otra parte, las *armadoras*, dan la forma de la arepa y la deposita en las bandas transportadoras. Luego, la máquina permite adaptar los moldes según la referencia que será producida, para este estudio se trabajará la arepa normal. A su vez, por medio de las bandas transportadoras las unidades de producto ingresan al *horno* donde se completa su cocción. Una vez termina el horneado, las arepas van a la fase de enfriamiento, estos procesos son automatizados con supervisión de un operario para cumplir con las políticas de calidad. Finalmente se empacan las arepas, proceso que lo hacen tres operarias al final de dos bandas que transportan el producto.

En las tablas (*Tablas 1, 2, 3 y 4*) se exponen los procesos descritos anteriormente, junto con gráficas de los tiempos tomados para las operaciones y la distribución ajustada según esos tiempos.

Tabla 1. Tiempos y ajuste de distribución realizado 1 de 4. Fuente: Elaboración propia, gráficos realizados en Minitab y ajuste en @Risk .

Inspección				Lavado pre-cocción			Cocción		Transporte polipasto
							<p>Consta de valores dados por la máquina: Cocción del maíz 300 minutos + Tiempo de reposo 240 minutos + Choque térmico 6 minutos</p>		<p>Las distancias de la olla a la tolva varían. Olla1: 3,533 min, Olla2: 2,867 min, Olla3: 1,8 min, Olla4: 1,467 min</p>
Ajuste	Alfa	Beta	Mínimo	Ajuste	Mínimo	Máximo	Ajuste	Valor	Ajuste

Weibull	2,61442	5,0373	27,17131	Uniforme	8,0837	9,7954	Fija	546	Según posición olla
---------	---------	--------	----------	----------	--------	--------	------	-----	---------------------

Tabla 2. Tiempos y ajuste de distribución realizado 2 de 4. Fuente: Elaboración propia, ajuste en @Risk.

Lavado pre-molino				Transporte a molino				Molino	Armadora 1- 4unidades		
Ajuste	Alfa	Beta	Mínimo	Ajuste	Mínimo	Media	Máximo	Opera de forma continua	Ajuste	Media	Desviación
Weibull	7,285	2,1936	8,4078	Triangular	6,3216	7,1512	7,8712		Normal	0,182406	0,027821

Tabla 3. Tiempos y ajuste de distribución realizado 3 de 4. Fuente: Elaboración propia, ajuste en @Risk.

Armadora 2- 3unidades				Horneo		Enfriamiento		Empaque 1		
Ajuste	Mínimo	Media	Máximo	Ajuste	Valor	Ajuste	Valor	Ajuste	Media	Desviación
Triangular	0,09498	0,120667	0,141843	Fija	7,1	Fija	18	LogNormal	0,27755	0,09029

Tabla 4. Tiempos y ajuste de distribución realizado 4 de 4. Fuente: Elaboración propia, ajuste en @Risk.

Empaque 2			Empaque 3		
Ajuste	Media	Desviación	Ajuste	Media	Desviación
LogNormal	0,38459	0,19374	LogNormal	0,24625	0,05424

En las Tablas 1 a 4 se pueden observar los ajustes de distribución que se realizaron mediante el software @Risk, en el que se suministraron los tiempos tomados para los procesos que fue posible hacerlo (algunos procesos tienen tiempos establecidos por la máquina), y se seleccionó cada distribución mediante la prueba de Anderson-Darling⁴, este estadístico mide qué tan bien siguen los datos una distribución específica. Para un conjunto de datos y distribución en particular, mientras mejor se ajuste la distribución a los datos, menor será este estadístico. ⁸ Para el caso de los procesos de empaque se obtuvo una distribución LogNormal debido a la cola presentada en los momentos en los que las empleadas depositaban las arepas en las canastillas.

Las hipótesis que se usaron para cada distribución fueron:

H_0 : Los datos siguen una distribución especificada vs H_1 : Los datos no siguen una distribución especificada.

4 Resultados

Cada parámetro de las tablas anteriores fue suministro para el modelo expuesto en las Figuras 2 y 3 realizado en Simul8. El cual fue dividido en dos secciones, esta división se decidió realizarla en el proceso de molienda, debido a que no representa una restricción para el sistema, puesto que el molino siempre tiene masa disponible para ser llevada a los siguientes procesos, por ello, se asumió una entrada ilimitada de masa en la segunda parte del modelo (Figura 3).

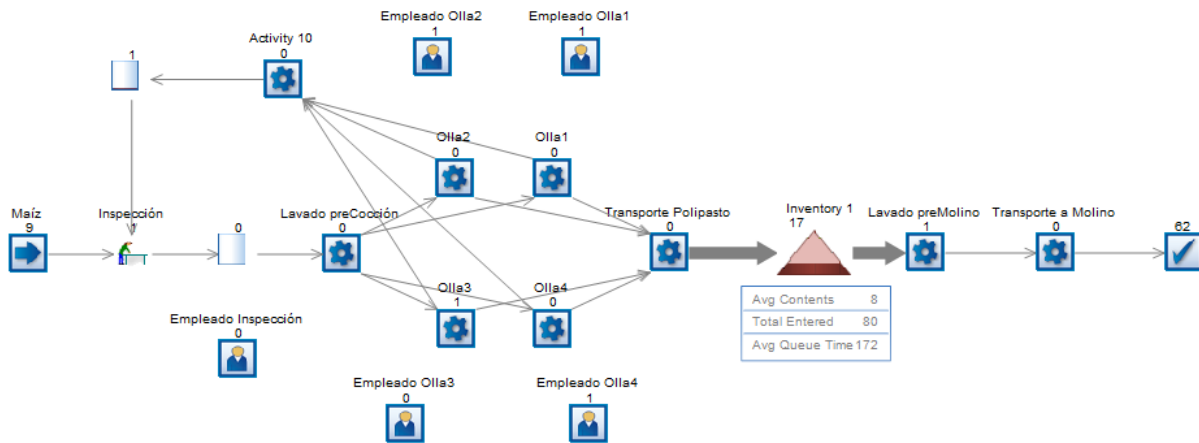


Figura 2. Simulación de la primera parte del proceso: de inspección a transporte a molino. Fuente: Elaboración propia en Simul8.

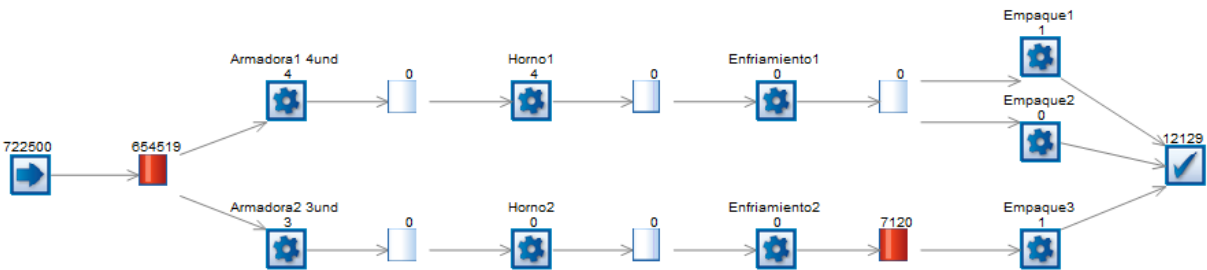


Figura 3. Simulación de la segunda parte del proceso: del molino al empaque. Fuente: Elaboración propia en Simul8.

Los resultados mostrados en las Figuras 2 y 3 corresponden a una corrida de un día de 24 horas, puesto que la fábrica labora de forma continua. En la Figura 2, el modelo es expresado en términos de bultos de maíz, allí se identifica el suministro de maíz, seguido de éste los procesos de inspección y lavado, las cuatro ollas industriales que dirigen al transporte por medio del polipasto, adicional a ello, las ollas conducen a la “Activity 10” esto es un enrutador usado para enviar una señal al proceso de inspección, es una activación, debido a que el proceso de inspección y el lavado pre-cocción no se ejecutan de forma continua como el resto de procesos, si no, únicamente cuando hay alguna olla disponible para cocinar. Seguido del transporte, en la Figura 2 se encuentra un triángulo que representa el inventario, es una tolva en la que se deposita el maíz cocido para que el empleado vaya realizando el lavado, la tolva tiene una capacidad de más de 10 bultos, es decir, una olla desocupada, y en el lavado se tiene capacidad de poco más de un bulto, por lo que se tiene un inventario promedio allí de 8 bultos, y finalmente se ilustra el proceso de transporte al molino.

Por otra parte, en la Figura 3, el modelo es expresado en términos de paquetes de arepas, en el que la entrada representa el molino, por ende, se toma una entrada ilimitada de masa, la cual es depositada en las armadoras, la primera es de un ancho de cuatro unidades y la segunda de tres unidades, así continúan por ambas bandas transportadoras para ingresar al horno y posteriormente al enfriamiento, para ser empaçadas por dos empleadas en el caso de la armadora 1 y una empleada para la armadora 2, para obtener un total de 12129 paquetes de arepa.

Al analizar con respecto al número de bultos obtenidos, la fábrica por cada bulto procesado obtiene un total de 250 paquetes de arepas (de 5 unidades cada uno), por lo que, al realizar la equivalencia, de esos 62 bultos deberían obtenerse 15500 paquetes, pero no se procesaron el total de unidades. Al estudiar la causa del problema, se identificó una cola antes del proceso de empaque 3, aunque tiene un porcentaje de utilización

del 100% la empleada no empaca a la velocidad requerida. Para atacar este problema se plantean los tres escenarios siguientes:

Escenario 1. Capacitación a la empleada

En este escenario se plantea la posibilidad de ofrecer a la empleada 3 capacitación y entrenamiento, con lo que se obtendría una disminución de sus tiempos en un 10%. Con esta mejora en la eficiencia del puesto de trabajo, se obtienen 12770 (641 paquetes más) obteniendo una mejora del 5.2% en la cantidad producida, lo que indica que con mejoras en el método y los tiempos de los empleados pueden generarse mejoras en el rendimiento, por ende, el volumen de producción obtenido por la fábrica, pero sin alcanzar la meta de empacar los 15500 paquetes de arepas para satisfacer la demanda.

Escenario 2. Colaboración de una de las empleadas existentes

En este escenario se propone que la empleada 2, que actualmente se encuentra empacando con la empleada 1 (Ver Figura 3), se vincule con la empleada 3 para disminuir la cola que esta tiene.

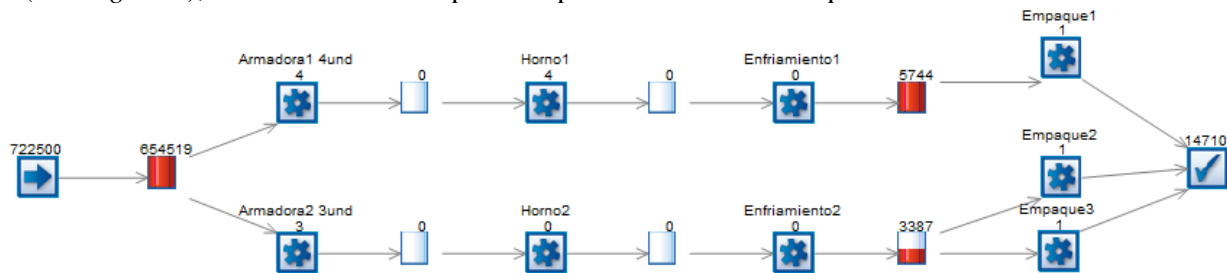


Figura 4. Escenario 2. Vinculación de una empleada adicional. Fuente: Elaboración propia.

En el modelo inicial las utilizaciones de las empleadas fueron de 68%, 74% y 100% (las empleadas 1 y 2 tenían tiempo ocioso). Con este escenario, las tres laboran al 100% de su capacidad y se producen 2581 paquetes más mejorando un 21.3% aproximadamente en la producción, sin embargo, ahora es el puesto de trabajo uno el que tiene mayor número de unidades represadas para ser procesadas y en la línea dos también se tiene una cola, debido a que la empleada 2 trabaja a un ritmo menor que la 3 (Ver Tabla 4).

Escenario 3. Vinculación de una empleada adicional

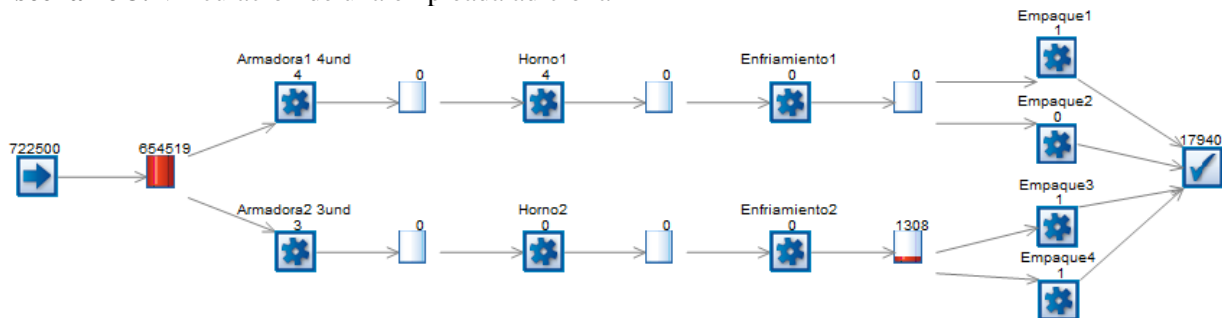


Figura 5. Escenario 2. Vinculación de una empleada adicional. Fuente: Elaboración propia.

En este escenario se obtienen resultados muy favorables, con la contratación de una empleada que labore al ritmo de la empleada 3 y dejando intacta la primera línea (con las empleadas 1 y 2), se minimizan los valores en cola y logran obtener un total de 17940 paquetes, mejorando la producción en la fábrica un 47% alcanzando y sobrepasando la demanda en 2440 paquetes de arepas.

5 Conclusiones

Una vez culminado el trabajo se puede concluir que se alcanzó el objetivo general el cual es:

- ❖ Determinar la principal estrategia de solución a la problemática de la empresa de arepas, mejorando los índices de producción para satisfacer la demanda de los clientes que están insatisfechos.

Dicho objetivo se alcanza debido a que se logran los objetivos específicos de la siguiente forma:

- ❖ Determinar las posibles causas que tiene la empresa que inciden directamente en la producción: Este objetivo es alcanzado debido a que se realiza un diagnóstico que permite determinar las posibles causas principales del problema, las cuales fueron la adaptación del personal en implementación de nuevas metodologías y maquinaria que inciden en la producción, y el cuello de botella que se genera en el proceso final que es el empaque del producto como causa principal del problema.
- ❖ Establecer escenarios de solución teniendo en cuenta cada una de las causas, este objetivo se alcanza dado que se logran realizar los escenarios base (que es el que representa la situación actual de la empresa en términos de producción) y tres escenarios de solución donde se representan las posibles mejoras que podría implementar la empresa, en cada escenario se logran diferentes resultados que ofrecen, alternativas diferentes de solución para el cuello de botella que se genera en el proceso de empaque.
- ❖ Analizar los escenarios establecidos para establecer la forma de solucionar causas de la problemática mejorando los aspectos problema que se muestran en cada escenario. Este objetivo se alcanza debido a que se logran establecer tres posibles soluciones las cuales son: mejorar la eficiencia de una de las personas que empaacan, aumentando en un 5% la producción; cambiando de lugar una de las personas que empaacan para que refuerce el cuello de botella, donde se mejora la producción en un 21.3% que no alcanzaría a satisfacer la demanda de 15500 paquetes y contratando una nueva persona que sería, según el modelo, la solución más eficaz porque se mejora la productividad un 48%, la cual, alcanzaría la producción esperada y por ende la demanda.

Referencias

1. Cepeda Palacio SD, Velásquez Estrada LJ, Marín Gómez BE. Análisis evaluativo a los procesos de marketing en la internacionalización de las pequeñas y medianas empresas de alimentos de Medellín. *Estud Gerenciales*. 2017;33(144):271–280. doi:10.1016/j.estger.2017.06.006.
2. Eduardo Díaz Rodríguez H. Tecnologías de la información y comunicación y crecimiento económico. *Econ Inf*. 2017;405:30–45. doi:10.1016/j.ecin.2017.07.002.
3. Esguerra GA, Contreras F. Liderazgo electrónico, un reto ineludible para las organizaciones de hoy. *Estud Gerenciales*. 2016;32(140):262–268. doi:10.1016/j.estger.2016.08.003.
4. GARCIA DUNNA E, GARCIA REYES H, CARDENAS B, LEOPOLDO E. *Simulación y análisis de sistemas con ProModel*. México, Pearson Educación; 2006.
5. Cárdenas Rovira JM. INSTITUTO TECNOLÓGICO DE ORIZABA: DESARROLLO DE UN MODELO DE SIMULACIÓN EN FLEXSIM DEL SISTEMA DE RECOLECCIÓN ACTUAL DEL MERCADO ZAPATA.
6. A.M. Law & W.David Kelton. *Simulation Modeling & Analysis*. Editor McGraw-Hill. 1998.
7. Bolaños Plata O. TESIS UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO: IMPORTANCIA DE LA SIMULACIÓN EN LA MEJORA DE PROCESOS. 2014;108.
8. Software Minitab Inc. El estadístico de Anderson-Darling. 2017.
9. Romero ÁA. ¿Qué es el cuello de botella y cómo afecta a un proceso productivo? – QueAprendemosHoy.com.

The multiple team formation problem

Tatiane Figueiredo, Manoel Campêlo
ParGO Research Group

Universidade Federal do Ceará, Campus do Pici, BL 910, 60.455-760 Fortaleza, CE, Brazil
{tatiane,mcampelo}@lia.ufc.br

Abstract

Given a group of individuals, each one with a single skill, and a social network capturing the mutual affinity among them, the Multiple Team Formation Problem (MTFP) consists in finding a set of teams, as harmonious as possible, each one with a given number of required skills. Contrary to what has been presented in the literature so far, in this problem the dedication time of individuals can be partitioned into time fractions, thus allowing an individual to work in more than one team. In this work, we propose an Integer Linear Programming (ILP) formulation and a set of valid inequalities for the MTFP. Due to its NP-hardness, we also conceive a Simulated Annealing (SA) algorithm to find promising feasible solutions for challenging instances. Computational experiments performed on a set of 90 instances attest both the effectiveness and efficiency of our ILP model strengthened with valid inequalities when compared with the existing quadratic formulation from the literature. The experiments also report a strong dominance of our SA algorithm over the Variable Neighborhood Search (VNS) approach when dealing with huge instances.

Keywords: Sociometric; Integer Linear Programming; Heuristics.

1 Introduction

With the advent of several social networks on the internet, studies on people groupings and their interactions have gained more notoriety in the scientific community. In particular, groupings on work environments stand out. The social relationships among team members take on an important role that directly influences the success of a project [1]. Interactions in work teams as well as task assignment and personal motivation can significantly affect the final results [3].

Lappas et al. [6] presented the first computational approach to explore a social network in order to create a work team. They introduced the *Team Formation Problem* (TFP), whose objective is to find a single team meeting the skills needed to perform a task while maximizing the social compatibility of the involved individuals. Note that the TFP is restricted to create only one team consisting of individuals with distinct skills. Specific numbers of experts per skill or the possibility of considering multiple teams are not taken into account. Recently, Gutierrez et al. [5] generalized the TFP by introducing the *Multiple Team Formation Problem* (MTFP), which allows distinct demands per ability as well as multiple projects and fractions of time dedication for each individual. The authors presented a quadratic optimization model as well as constraint programming and heuristic approaches for the problem.

In this work, we formulate the MTFP as an integer linear program and present valid inequalities that greatly enhance its computational performance. Experiments performed on randomly generated instances show that our Integer Linear Programming (ILP) model consistently outperforms the quadratic model by [5]. In addition, to make a comparative study with the *Variable Neighborhood Search* (VNS) by [5] when dealing with challenging instances, we also propose a max-flow-based local search algorithm that is, in turn, encapsulated into a Simulated Annealing (SA) scheme.

The remainder of this work is structured as follows. In Section 2, we present a brief review of the literature related to the problem MTFP, which is formally defined in Section 3. In Section 4, we present an ILP model for the MTFP as well as valid inequalities. In Section 5, we show how to obtain an MTFP feasible solution through the max-flow problem and a customized SA algorithm for finding good upper bounds. In Section 6, we perform numerical experiments on MTFP instances, which attest the effectiveness of our approaches when compared with the ones of [5]. Finally, in Section 7, we close the paper with general conclusions.

2 Related work

Although some attempts for manually studying social networks can be found in the literature in the past [4, 7], the Operation Research community has neglected this research field for a long time when dealing with problems of allocating human resources [4].

The first attempt to combine functional requirements (skills) with social network information dates back to 2009 only, when Lappas et al. [6] presented the problem of gathering, in a professional network, a group of individuals with specific skills while maximizing their social compatibility (which was measured by a metric/function known as communication cost). Such a problem was named Team Formation Problem (TFP). Similar to many other grouping optimization problems, the TFP (for single team instances) is NP-Hard [6].

Following this paper, many other works have been published in recent years, among them, the generalization proposed by [5], referred to as MTFP. This generalized version considers a (possibly distinct) demand of workers per skill, multiple projects and fractions of each individual’s dedication per project. The authors proposed a quadratic formulation for maximizing the efficiency, which can be understood as the number of positive interpersonal relationships among individuals assigned to a same team. For this purpose, the “sociometric matrix”, one of the main tools for psychological analysis devised by Moreno [7], is used as main problem input. Three algorithms are proposed for solving the problem, being the Variable Neighbourhood Search (VNS) metaheuristic the most promising according to the experimental analysis.

To the best of our knowledge, we are the first to formulate the MTFP as an ILP model. However, the literature has presented models for related problems. For instance, Campelo et al. [2] presented the problem of finding (disjoint) teams, as harmonious as possible, where each team requires a minimum number of individuals per skill. In this problem, each individual may have multiple skills but can be assigned to at most a work team with of one his/her skills.

3 Multiple Team Formation Problem

Following the notation adopted in [5], let the 8-tuple (P, H, K, Q, D, R, S, W) stand for:

- a set of projects $P = \{p_1, \dots, p_m\}$ to which individuals are allocated;

- a set of available individuals $H = \{h_1, \dots, h_n\}$ that can be allocated to P (each individual is considered to have a single skill only);
- a set of skills $K = \{k_1, \dots, k_f\}$ that individuals in H possess (each skill is required by at least one project in P);
- a set of lists of individuals $Q = \{Q_1, Q_2, \dots, Q_f\}$, where Q_a are the individuals from H who share the skill $k_a \in K$;
- a set of individual's allowed time allocation fractions $D = \{d_1, \dots, d_t\}$ – for example, $D = \{0, 1\}$ (full-time allocation) or $D = \{0, 0.5, 1\}$ (half-time allocations);
- a project requirements matrix $R_{f \times m}$, where each entry r_{al} is a non-negative real number that specifies how many individuals (or fractions of individual, if allowed) with the skill $k_a \in K$ are needed for the project $p_l \in P$;
- a sociometric matrix $S_{n \times n}$ that contains the predisposition of each individual $h_i \in H$ to work with individual $h_j \in H$. The matrix elements can take on three possible values, $s_{ij} \in \{-1, 0, +1\}$, where value $+1$ is chosen if h_i is willing to work with h_j , value -1 if h_i would prefer not to work with h_j , and 0 if h_i is neutral to work with h_j . Elements s_{ii} are always equal to $+1$.
- a list W of m numbers that describes the weights or priorities of the projects. For the sake of maintaining the objective function in the range $[0, 1]$ the sum of all elements equals 1.

As defined in [5], the MTFP consists in determining m teams, each one associated with a project, such that: (i) each individual $h_i \in H$ can dedicate a fraction $x_{il} \in D$ of his/her time to each project $p_l \in P$, associated with his/her unique skill, not exceeding 100% of time dedication in total; (ii) each team p_l adds r_{al} fractions of individual's dedication performing skill $k_a \in K$; and (iii) the global harmony of the teams, expressed by the global efficiency $E = \sum_{l=1}^m w_l e_l$, is maximized, where e_l is defined by:

$$e_l = 1/2[1 + (\sum_{h_i, h_j \in H} s_{ij} x_{il} x_{jl}) / (\sum_{k_a \in K} r_{al})^2]. \quad (1)$$

Note that the numerator of the fraction in (1) represents the total relationships between each pair h_i and h_j weighted by their dedication to project p_l . As $\sum_{h_i \in H} x_{il} = \sum_{k_a \in K} r_{al}$ and $s_{ij} \in \{-1, 0, 1\}$, the denominator calculates the maximum possible efficiency for p_l . Thus, such a fraction lies in $[-1, 1]$, and the constants $1/2$ and 1 lead to $e_l \in [0, 1]$. As $\sum_l w_l = 1$ and $w_l \geq 0$, we also have $E \in [0, 1]$. We remark that, if each entry in the sociometry matrix is shifted by a constant, we get an equivalent object function, due to the equalities $\sum_{h_i \in H} x_{il} = \sum_{k_a \in K} r_{al}$, for all $l = 1, \dots, m$.

4 Integer Linear Programming model

We generalize the formulation presented in [2] to enable an individual to participate on multiple teams. Thus, we obtain an ILP model for the MTFP that uses two sets of binary decision variables. On the one hand, variables Y correlate teams, individuals and fractions of time dedication so that $Y_{ilu} = 1$ if and only if individual h_i is allocated to team p_l with fraction of time dedication d_u ,

for all $h_i \in H$, $p_l \in P$ and $d_u \in D$. On the other hand, variables Z represent a relation between pairs of individuals, teams and fractions of time dedication, i.e. $Z_{ijlvu} = 1$ if individuals $h_i, h_j \in H$ belong to team p_l with fractions of time dedication d_u and d_v , respectively. Using variables Z and shifting the sociometric matrix entries, we can rewrite expression (1) for the efficiency of p_l as:

$$e'_l = 1/2[1 + (\sum_{d_v, d_u \in D} \sum_{h_i, h_j \in H} (s_{ij} - 2)d_v d_u Z_{ijlvu}) / (\sum_{k_a \in K} r_{al})^2] \quad (2)$$

Finally, the MTFP may be formulated by the following binary ILP model:

$$\max \sum_{p_l \in P} w_l e'_l \quad (3)$$

$$\text{s.t: } \sum_{p_l \in P} \sum_{d_u \in D} d_u Y_{ilu} \leq 1, \quad \forall h_i \in H \quad (4)$$

$$\sum_{h_i \in Q_a} \sum_{d_u \in D} d_u Y_{ilu} = r_{al}, \quad \forall p_l \in P, \forall k_a \in K, r_{al} > 0 \quad (5)$$

$$Y_{ilu} + Y_{jlv} - Z_{ijlvu} \leq 1, \quad \forall (h_i, h_j) \in H, \forall p_l \in P, \forall (d_u, d_v) \in D \quad (6)$$

$$Y_{ilu} \in \{0, 1\}, \quad \forall h_i \in H, \forall p_l \in P, \forall d_u \in D \quad (7)$$

$$Z_{ijlvu} \in \{0, 1\}, \quad \forall (h_i, h_j) \in H, \forall p_l \in P, \forall (d_u, d_v) \in D \quad (8)$$

The objective function (3) quantifies $\sum_l w_l e_l + \rho$, for a constant ρ , and so is equivalent to maximize the global efficiency. Constraints (4) state that each individual is not allowed to work more than 100% of your time dedication. Constraints (5) ensure the demand of skills to be met by each team. Constraints (6) guarantee that, if a given pair of individuals belongs to a same team with certain fractions of time dedication, which corresponds to setting the two associated variables Y to 1, then the corresponding variable Z linking these individuals will also be set to 1, thus counting the proper sociometric value weighted by the fractions of time dedication into the objective function. Since the shift in the sociometric matrix lead the coefficients of all variables Z to be negative, if one of the variables Y in (6) is zero, the objective sense leads the corresponding variable Z to zero too. Constraints (7) and (8) define the domain of decision variables.

4.1 Valid inequalities

In this section, we present some valid inequalities for the MTFP. First, observe that an individual can dedicate at most one fraction of time to a project, i.e. $\sum_{d_u \in D} Y_{ilu} \leq 1$, for all $h_i \in H$, $p_l \in P$. Besides, by the variables definition, we have $\sum_{d_v \in D} Z_{ijlvu} \leq Y_{ilu}$, for all $h_i, h_j \in H$, $p_l \in P$, $d_u \in D$. These constraints yield the computationally useful (although dominated) valid inequalities:

$$\sum_{d_v \in D} \sum_{d_u \in D} Z_{ijlvu} \leq 1, \forall (h_i, h_j) \in H, \forall p_l \in P. \quad (9)$$

They state that a pair of individuals $h_i, h_j \in H$ can dedicate to a team $p_l \in P$ at most one pair $d_u, d_v \in D$ of time dedication.

If individual $h_i \in Q_a$ is assigned to team $p_l \in P$ (say with dedication $d_u \in D$), then he must have relationships with other individuals from Q_a whose dedications to p_l sums $r_{al} - d_u$. Otherwise,

$\sum_{d_v \in D} Z_{ijkluv} = 0$ for all $h_j \in H$. Therefore, the following equality follows:

$$\sum_{d_u \in D} \sum_{h_j \in Q_a} \sum_{d_u \in D} d_v Z_{ijkluv} = \sum_{d_u \in D} (r_{al} - d_u) Y_{ilu}, \quad \forall p_l \in P, \forall k_a \in K : r_{al} > 0, \forall h_i \in Q_a. \quad (10)$$

Similarly, if individual $h_i \in Q_a$ is in team $p_l \in P$, then he must have relationships with individuals from Q_b , $b \neq a$, whose fractions of time dedication to p_l adds r_{bl} . Now, we get the following valid equality:

$$\sum_{d_v \in D} \sum_{h_j \in Q_b} \sum_{d_u \in D} d_v Z_{ijkluv} = \sum_{d_u \in D} r_{bl} Y_{ilu}, \quad \forall p_l \in P, \forall k_a \in K : r_{al} > 0, \forall h_i \in Q_a, \forall k_b \in K : b \neq a, r_{bl} > 0. \quad (11)$$

Finally, as individual $h_i \in H$ allocated to team $p_l \in P$ with dedication $d_u \in D$ cannot have another fraction of dedication in p_l , then $Z_{ijkluv} = 0$ for all $h_j \in H$, $d_w \in D \setminus \{d_u\}$ and $d_v \in D$. Therefore, we can define the following valid inequality:

$$\sum_{h_j \in H} \sum_{d_v \in D} \sum_{\substack{d_w \in D: \\ w \neq u}} d_v Z_{ijkluv} \leq \sum_{k_a \in K} r_{al} (1 - Y_{ilu}), \quad \forall p_l \in P, \forall h_i \in H, \forall d_u \in D. \quad (12)$$

5 A MTFP feasible solution

For simplicity, Gutiérrez et al. [5] assumed that the elements of the discrete set D are equally spaced, thus forming an arithmetic progression. In other terms, each element $d_u \in D$ is given by $d_u = (u - 1)\alpha$, $u = 1, \dots, t$, where $\alpha = d_t/(t - 1)$ is a rational number between 0 and 1. So, each entry of matrix R is an integer multiple of α . We will use the same assumption to map D to the set of integers in the interval $[0, t - 1]$ and so construct a feasible solution for *MTFP* by reducing the feasibility problem to a *maximum flow problem*.

Given an MTFP instance $I_{MTFP} = (P, H, K, D, Q, R, S, W)$, we construct a network denoted by I_{MF} as follows. First, we create a node v_i for each individual $h_i \in H$; a node v_{al} for each skill $k_a \in K$ and project $p_l \in P$ such that $r_{al} > 0$; and two nodes s and t . Then, we add to the network an arc from s to v_i with capacity $t - 1$, for all $h_i \in H$; an arc from v_{al} to t with capacity $r_{al}(t - 1)$, for all $k_a \in K$ and $p_l \in P$ such that $r_{al} > 0$; and an arc from v_i to v_{al} with capacity $t - 1$, whenever $h_i \in Q_a$, for all $p_l \in P$, $k_a \in K$ and $h_i \in Q_a$. A flow in I_{MF} is defined as a function f from the arcs to the integers satisfying the capacity and flow-conservation constraints. The value of f , referred to as $|f|$, is the flow leaving node s (or entering node t).

Let f^* be an integer maximum flow in I_{MF} , which can be determined in polynomial type. We can state that, I_{MTFP} is feasible if and only if $|f^*| = \sum_{p_l \in P} \sum_{k_a \in K} (t - 1)r_{al}$. Moreover, if $f^*(v_i, v_{al}) \neq 0$, then h_i should be allocated to team p_l with skill k_a and fraction of time dedication equals to $f^*(v_i, v_{al})/(t - 1)$. See Fig. 1 for an illustrative example, where $D = \{0, 0.5, 1\}$, $\alpha = 0.5$; $H = \{h_1, h_2, h_3, h_4\}$, $P = \{p_1, p_2\}$, $K = \{k_1, k_2\}$, $Q_1 = \{h_1, h_2\}$, $Q_2 = \{h_2, h_4\}$, $r_{11} = r_{12} = 0.5$, $r_{21} = 0$ and $r_{22} = 1$. A feasible solution is shown in bold.

The possibility of finding a feasible solution in polynomial time encouraged us to implement a *Simulated Annealing* (SA) algorithm (see Algorithm 1 for a general description) whose main goal is to obtain good upper bounds for the MTFP. The method *InitialSolution* builds a feasible solution X for the MTFP by using a max-flow algorithm. Any feasible solution can be represented by a set

of triples $(h_i, p_l, d_u) \in H \times P \times D$, each of them indicating that individual h_i is assigned to project p_l with a fraction of time dedication d_u .

From solution X , we construct a new network I'_{MF} to generate a neighbor solution X' , as returned by the procedure $neighbourSearch(X, k)$. Such a network is built by a process similar to that one illustrated in Figure 1, but with a single modification. First, we randomly select a subset K' of k skills. The, for each $k_a \in K'$, if solution X states that individual h_i performs k_a in team p_l , arc (v_i, v_{al}) may be disregarded in I'_{MF} with probability p , randomly chosen in the interval $[0.5, 1]$. In case this modification results in an infeasible solution X' , it is discarded and the $neighbourSearch(X, k)$ will return X instead of X' .

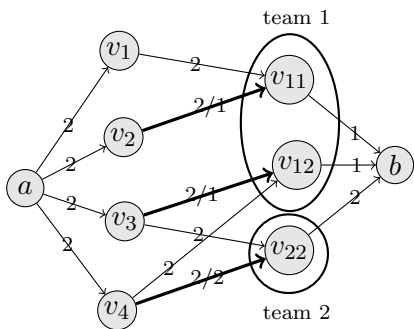


Figure 1: Network I_{MF} originated from I_{MTFP} .

Algorithm 1 SA Algorithm

```

1:  $X \leftarrow InitialSolution()$ ,  $X^* \leftarrow X$ ,  $temp \leftarrow 100$ ,  $i \leftarrow 0$ 
2: while  $i < 1000$  do
3:    $temp \leftarrow temp \times 0.99$ 
4:    $k \leftarrow 1$ 
5:   if  $temp < 0.01$  then  $temp \leftarrow 100$ 
6:   while  $k < f$  do
7:      $X' \leftarrow neighbourSearch(X, k)$ ,  $\Delta \leftarrow E(X') - E(X)$ 
8:     if  $(\Delta < 0 \parallel randomNumber() < e^{-\Delta/temp})$  then
9:        $X \leftarrow X'$ 
10:      if  $(\Delta < 0)$  then  $X^* \leftarrow X$ ,  $k \leftarrow 1$ 
11:    end if
12:     $k \leftarrow k + 1$ 
13:  end while
14:   $i \leftarrow i + 1$ 
15: end while
16: return  $X^*$ 

```

The temperature of our SA algorithm is initially set to 100. At each iteration, it decreases to 99% of its current value. When the temperature has a value less than 0.01, the system is reheated to 100 units. With reheating, the process gets new opportunities to search for other regions in the solution space. The algorithm stops after 1000 major iterations.

6 Computational experiments

We report computational results for two MTFP solution approaches. First, we compare the ILP model of Section 4 plus the valid inequalities of Subsection 4.1 with the quadratic model of Gutierrez et al. [5]. We also conduct a comparative analysis between our SA scheme and the VNS algorithm of Gutierrez et al. [5]. All algorithms were coded in C language using the CPLEX 12.7 callable library. The experiments were carried out on a desktop machine equipped with Intel Pentium i7, 8×3.60 GHz, 16 GB of RAM under Linux Ubuntu 14.05.

Table 1: Generic particular variable values for each group type of instances.

Classes of Instances	Projects (m)	Individuals Available (n)	Skills (f)	Time allocation fractions (t)
1	2	25	10	0.0-1.0
2	5	50	5	0.0-1.0
3	2	25	10	0.0-0.5-1.0
4	5	50	5	0.0-0.5-1.0
5	2	25	10	0.0-0.25-0.5-0.75-1.0
6	5	50	5	0.0-0.25-0.5-0.75-1.0

For the tests, we recreated the set of 95 instances generated as in [5]. They are divided in three

groups, according to the percentage of positive relationships in the sociometric matrix: 30% for the instances of group I, 50% for the instances of group II, and 70% for the instances of group III. Within each group (I, II and III), 6 instance classes were created by varying the values of other parameters (number of projects, number of available individuals, number of skills, minimum time allocation allowed). See Table 1. Finally, for each of the 6 classes of instances within each of the three groups, 5 specific instances were randomly generated.

Table 2 shows average computational times (in seconds) related to the models: Linear Model (LM), Linear Model with inclusion of the valid inequalities (LM-VI) and Quadratic Model (QM). Cell value "n/a" means *not available* due to memory limitation. We conclude that the linear model with inclusion of the valid inequalities consistently outperforms the quadratic model. Concerning problem complexity, it is clear from Table 2 that finding optimal solutions for instances of groups II and III usually requires much more computing time than those for group I, that is, the larger the number of positive relationships, the higher the resolution time. We believe that a reason for this pattern is the great probability of having a large number of solutions with the same value when there are many positive relationships. Thus, the use of valid inequalities to cut symmetric solutions provides itself a very promising technique.

Table 2: Comparative analysis between linear model (LM). linear model with inclusion of the valid inequalities (LM-VI) and quadratic model (QM)

25 vertices	Class 1			Class 3			Class 5		
	LM	LM-VI	QM	LM	LM-VI	QM	LM	LM-VI	QM
Group I	0.059	0.026	0.052	0.341	0.081	0.092	9.291	6.499	6.509
Group II	0.116	0.031	0.166	0.383	0.126	0.214	177.770	9.781	89.423
Group III	0.082	0.225	1.291	0.564	0.225	1.291	453.940	22.425	338.705
50 vertices	Class 2			Class 4			Class 6		
	LM	LM-VI	QM	LM	LM-VI	QM	LM	LM-VI	QM
Group I	10.627	0.142	3.251	739.156	13.697	482.018	5685.759	12.945	3128.767
Group II	28.108	0.165	104.333	5033.468	54.232	3901.421	n/a	27.965	n/a
Group III	289.235	0.187	3564.501	n/a	432.854	n/a	n/a	972.470	n/a

We have also noticed that, among the 4 parameters that differentiate the instances within the same group and class (see Table 1), time allocation is the one with the greatest influence in the resolution time.

Table 3 presents average results for both GAP (percentage between heuristic solution value and optimal solution value) and resolution time found by the two heuristic algorithms (SA and VNS [5]) for the most challenging groups of instances. For both heuristics, the maximum number of iterations was fixed at 1000. As it can be noted, the execution time of the VNS was very high when compared with the one of SA, for all classes of instances. We believe that this fact is due to the use of the Constraint Satisfaction Problem (CSP) for searching feasible solutions, since the time spent by CSP can be exponential for the worst cases. As the maximum flow algorithm is polynomial in all cases, we believe that this is a crucial improvement point of the presented heuristic algorithm.

7 Conclusion

In this work, we introduced an ILP model for the MTFP. Since the problem is NP-Hard, instances of practical interest may not be solved to optimality in reasonable time. In order to optimize the

Table 3: Comparative analysis between the heuristics

50 vertices	Class 2				Class 4				Class 6			
	SA		VNS		SA		VNS		SA		VNS	
	Avg.	Time	Avg.	Time	Avg.	Time.	Avg.	Time	Avg.	Time	Avg.	Time
Group I	0.366	6.255	0.467	1118.563	0.389	4.005	0.472	948.268	0.227	4.235	0.333	1081.382
Group II	0.234	4.345	0.339	1019.949	0.252	6.003	0.310	1293.291	0.152	4.382	0.249	912.325
Group III	0.124	6.533	0.181	1117.204	0.179	7.058	0.219	1128.163	0.093	6.985	0.107	1208.231

resolution time, we also enumerated some classes of valid inequalities. The performance of our ILP model was compared with the unique existing model from the literature on a set of several test instances. In particular, for instances where the time or memory limitation was a drawback, we presented a SA algorithm that, in turn, is compared with an existing VNS metaheuristic from the literature. Comparative analysis taking into account a set of difficult instances show that our proposals consistently outperforms – in terms of effectiveness and efficiency – the ones from the literature. Our numerical experiments indicate that the additional valid inequalities presented are useful to strengthen the model and to reduce its resolution time. Since these inequalities are hard to separate in general, we added all the inequalities directly to the formulation – what was enough to solve the considered instances. As future work, the development of efficient (non-trivial) separation heuristics could be attempted to deal with bigger and more complex instances.

References

- [1] Ballesteros-Pérez, P., M. C. González-Cruz and M. Fernández-Diego, *Human resource allocation management in multiple projects using sociometric techniques*, International Journal of Project Management **30** (2012), pp. 901–913.
- [2] Campêlo, M., T. Figueiredo and A. Silva, *The sociotechnical teams formation problem: a mathematical optimization approach*, Annals of Operations Research (2018), pp. 1–16, to appear.
- [3] Champion, M. A., G. J. Medsker and A. C. Higgs, *Relations between work group characteristics and effectiveness: Implications for designing effective work groups*, Personnel psychology **46** (1993), pp. 823–847.
- [4] Fitzpatrick, E. L. and R. G. Askin, *Forming effective worker teams with multi-functional skill requirements*, Computers & Industrial Engineering **48** (2005), pp. 593–608.
- [5] Gutiérrez, J. H., C. A. Astudillo, P. Ballesteros-Pérez, D. Mora-Melià and A. Candia-Véjar, *The multiple team formation problem using sociometry*, Computers & Operations Research **75** (2016), pp. 150–162.
- [6] Lappas, T., K. Liu and E. Terzi, *Finding a team of experts in social networks*, in: *Proceedings of the 15th ACM SIGKDD international conference on Knowledge discovery and data mining*, ACM, 2009, pp. 467–476.
- [7] Moreno, J. L., *Foundations of sociometry: An introduction*, Sociometry (1941), pp. 15–35.

Comparing Two Representation Schemes for the Canonical Genetic Algorithm Applied to Job Shop Scheduling Problems: Non-intuitive Findings

Flavio Grassi

Informatics Post Graduation Program, Nove de Julho University, São Paulo, Brazil.
flavio.grassi@uni9.pro.br

Valdemar Modolo Junior

Production Engineering Post Graduation Program, Nove de Julho University, São Paulo, Brazil.
vmodolo@uni9.pro.br

Fabio Henrique Pereira

Informatics Post Graduation Program, Nove de Julho University, São Paulo, Brazil.
fabiohp@uni9.pro.br

Abstract

Job Shop scheduling problems are classified as NP-hard and therefore, extremely difficult to solve and, thus, are quite often solved by metaheuristics algorithms, such as the Genetic Algorithm. Depending upon the representation, there are a need for use of specialized genetic operators, depending on the representation adopted. Since the order-based representation generates only feasible solutions, it seems to be a reasonable representation to be adopted. This article compares its use in the genetic algorithm compared to a simpler, binary representation, related to the quality of solutions generated towards the best solution known in the literature. The analysis is narrow down to two main findings, related to the representation and the size of the Job Shop problems.

Keywords: production scheduling; job shop; genetic algorithm; representation.

1 Introduction

As the competitiveness in several industry segments is always high, every factor that impact the production environment, such as lowering the production time and extending machinery lifetime is highly appreciated. Thus, researches towards to solving optimization problems have been increasing worldwide, within a multitude of areas, which is especially true in production engineering, also known as industrial engineering [7].

Among optimization problems, there is a sub-class known as combinatorial, where the difficulty of resolution grows exponentially, with respect to the size of the problems and, therefore, are classified as NP-hard [2]. For these problems, the search space is very large, due to the large number of possible solutions, and that is the reason the use of deterministic techniques, such as Branch-and-Bound and its variations, is highly discouraged [14], and heuristics and meta-heuristics methods, which can find sub-optimal or even optimal solutions – although not necessarily, in an acceptable computational time [16]. One subset of optimization

problems is categorized as scheduling problems, which are particularly difficult to solve in the real environment due to the influence of several constraints, which is especially true in industrial environments, where machine setup time, physical space and layout needs to be taken into consideration [3].

The Job Shop Scheduling Problems (JSP) belongs to these scheduling category, and interestingly are also one of the most recurring in the literature. In short, the JSP is aimed to allocate resources to perform a set of tasks and, since the resources are limited, several heuristics and meta-heuristics methods have been applied to solve them [4, 11, 17]. Among those methods, the Genetic Algorithms (GA) – a very popular technique, has been used [8, 13]. GA is a very flexible metaheuristic technique, which can be adapted to many of the combinatorial optimization problems quite easy and, therefore, different approaches have been proposed based on the canonical GA, while one of these differences being with respect to the representation of the solution [1]. Among researches, is know that different representations lead to customized genetic operators, such as the crossover and mutation operator, which in turn may compromise the efficacy of the method [6]. Based on that, the authors proposed a genetic algorithm with binary string representation, based on an indirect representation of the solution for the JSP. The approach utilizes classical operators, developed for the standard binary representation [9]. The obtained results were quite similar from other hybrid and more sophisticated approaches found in the specialized literature.

In this study, the authors conducted a comparison between a binary string representation for the JSP, and the order-based representation which, due its procedure, ensure to generate feasible solutions. The objective of this article is to analyze the behavior those two representations and its impact on the quality of the solution and the convergence of the algorithm, which demonstrate non-obvious characteristics, detailed in the appropriated results section, in Section 5.

2 Job shop scheduling problems

The JSP has a set jobs to be processed in a strictly order in a set of machines, in which each operation has a processing time associated to. Moreover, no machine can process more than one operation at a time, and preemption is not allowed. The most common single objective JSP are the minimization of the makespan, a measurement parameter associated to the overall completion time of all operations, for all jobs.

In a real environment and taken the makespan as the parameter to be minimized, the JSP aims to find, among the various combinations of a set of tasks to be scheduled, a solution that presents the minimal total production time [15].

The JSP in this study can yet been classified as static, in which the number of jobs is known in advance, and all of them are available at time instant $t_0 = 0$, and deterministic, where there is no randomness in the technological parameters, such as processing time and instants of availability.

3 Genetic algorithm

Genetic Algorithms (GA) were introduced by [10] and are still widely adopted as an optimization meta-heuristic technique in a wide range of problems. A genetic algorithm is inspiring in nature genetic selection process. In general terms, genetic algorithms operate on a set of individuals, known as population, which is an encoded possible solution to the problem. The evaluation of the quality of the solution found, known as fitness, is based upon a set of probabilistic heuristics of the problem, reason why GA are also refereed as a meta-heuristic technique. The evaluation of the solution via a fitness function make the approach GA very flexible, since in real-life problems its usually a mathematical function, or a simulation model, thus allowing easy to adapt to.

During the so called evolving phase, the algorithm combined a set of previous evaluated and ranked candidate solutions each other, and then also add some level of perturbation into those individuals – also known as chromosome – to effectively explore the search space of the problem. These processes are

achieved by applying a quantified value of combination, called crossover, and perturbation as well, called mutation. Thus, crossover and mutation are usually found in the literature as genetic operators. The encoded individual is purely a representation of a solution to the problem and, therefore strictly related to the problem itself.

3.1 Binary representation

Although there are several approaches to represent the solution into the GA, the original binary representation is considered one of the easiest, where individuals are encoded into a binary string (BS). Based on the JSP, this representation is known as indirect, since the binary string, which is a matrix of jobs j by machines m , is not a direct solution to the problem and, therefore, a process to convert the binary string to a solution is needed. Detailed explanation on how the conversion occurs in the previous proposed method can be found in [9]. Important to mention that this representation can generate a portion of non-feasible individuals, with respect to the technological sequence that must be obeyed, during the evolving process.

3.2 Order-based representation

In the order-based representation (OB), specific for the JSP, as proposed by [7], the chromosome is generated by permuting the number of jobs j , and the number of machines m dictates the number of repetitions. The resulting solution can be directly interpreted in respect to the JSP, and since it depends on the operation sequence of the JSP to be dealt, this representation is classified as a direct representation, and due its nature, allow to only generate feasible solutions to the problem.

4 Materials and methods

This study compares the previously proposed BS representation and the classic OB representation, applied to the JSP, in respect to the quality of the solution and the convergence of the algorithm. For that purpose, a well-known JSP benchmarks were adopted, known as LA [12]. Table 1 presents the size of each subset.

Table 1 – LA instance sizes adopted

Instance	Number of Jobs	Number of Machines	Number of Operations
LA01 – LA05	10	5	50
LA06 – LA10	15	5	75
LA11 – LA15	20	5	100
LA16 – LA20	10	10	100

Source: the authors.

The GA was implemented in C++ language, with help from GALib, which is a GA library written in C++ by Matthew Wall, from the Massachusetts Institute of Technology [5]. Both implementations ran over the same computer system, a laptop with an Intel i5 64-bit processor, 2GB of RAM. The parameters adopted for the GA in both cases are shown in Table 2 and Table 3, respectively.

Table 2 – GA parameters for BS representation

Parameter	Adopted value	Reason
-----------	---------------	--------

Representation	Binary, size $m \times (n-1)$	Proposed methodology (DSGA)
Selection	Steady State	Experiments
Replacement rate	90%	Experiments
Population size	10	Experiments
Crossover	One-Point (OP)	Proposed methodology (DSGA)
Crossover rate	30%, 50%, 70%, and 90%	Experiments
Mutation	Bit-flip	Proposed methodology (DSGA)
Mutation rate	1%	Experiments
Number of generations	4000 (10 internal x 400 external)	Proposed methodology (DSGA)
Stop criteria	Number of generations	Proposed methodology (DSGA)
Fitness function	Simulation model in C++ language	Proposed methodology (DSGA)

Source: the authors.

Table 3 – GA parameters for OB representation

Parameter	Adopted value	Reason
Representation	Integer, size $m \times (n-1)$	Generates only feasible solutions
Selection	Steady State	Experiments
Replacement rate	90%	Experiments
Population size	10	Experiments
Crossover	Partially Mapped Crossover (PMX)	Experiments
Crossover rate	30%, 50%, 70%, and 90%	Experiments
Mutation	Swap mutator	Experiments
Mutation rate	1%	Experiments
Number of generations	4000	Experiments
Stop criteria	Number of generations	Experiments
Fitness function	Simulation model in C++ language	Allow to use same implementation as in DSGA

Source: the authors.

The results presented in the next chapter were produced by taking ten simulations for each JSP considered, to produce statistical references.

5 Results

First, were compared the percentage of feasible solutions generate by both BS and OB representations, during the convergence process of GA. As depicted in Table 4, although the BS generates a high percentage of feasible solutions – above 95%, the OB representation takes advantage of its specialized genetic operators, generating only feasible solutions.

Table 4 – Feasible solutions percentage by representation

Instance	BS [%]	OB [%]
LA01	96.2	100.0
LA02	96.3	100.0
LA03	96.0	100.0
LA04	96.3	100.0
LA05	95.9	100.0
LA06	98.2	100.0
LA07	98.1	100.0
LA08	98.7	100.0
LA09	98.5	100.0
LA10	98.9	100.0
LA11	99.5	100.0
LA12	99.1	100.0
LA13	99.6	100.0
LA14	99.0	100.0
LA15	99.3	100.0
LA16	96.8	100.0
LA17	96.6	100.0
LA18	95.7	100.0
LA19	96.5	100.0
LA20	95.7	100.0

Source: the authors.

Starting from the percentage of feasible solutions, one can suppose that the OB representation yields to better results and convergence or, at least, same results in terms of solution. Interesting, the BS representation found one more optimal solution than the OB, as presented in Table 5 and Table 6. The values in bold, in the column named minimum, represents the optimal solution, also referred in the literature as the best-known solution (BKS) value.

Table 5 – Makespan values with BS representation

Instance	Minimum	Average	Maximum
LA01	666.0	676.4	711.0
LA02	655.0	682.3	705.0
LA03	617.0	629.4	654.0
LA04	607.0	613.0	618.0
LA05	593.0	593.0	593.0
LA06	926.0	926.0	926.0
LA07	890.0	898.2	916.0
LA08	863.0	863.0	863.0
LA09	951.0	951.0	951.0
LA10	958.0	958.0	958.0
LA11	1222.0	1222.0	1222.0
LA12	1039.0	1039.0	1039.0
LA13	1150.0	1150.0	1150.0
LA14	1292.0	1292.0	1292.0
LA15	1212.0	1251.3	1292.0
LA16	1016.0	1039.2	1053.0
LA17	807.0	824.8	835.0
LA18	894.0	912.9	936.0
LA19	908.0	951.3	995.0
LA20	980.0	1029.9	1095.0

Source: the authors.

Table 6 – Makespan values with OB representation

Instance	Minimum	Average	Maximum
LA01	666.0	674.9	692.0
LA02	667.0	692.1	734.0
LA03	615.0	632.1	674.0
LA04	597.0	624.1	632.0
LA05	593.0	593.0	593.0
LA06	926.0	926.0	926.0
LA07	890.0	894.3	916.0
LA08	863.0	863.0	863.0
LA09	951.0	951.0	951.0
LA10	958.0	958.0	958.0
LA11	1222.0	1222.0	1222.0
LA12	1039.0	1039.0	1039.0
LA13	1150.0	1150.0	1150.0
LA14	1292.0	1292.0	1292.0
LA15	1207.0	1219.5	1255.0
LA16	987.0	1016.9	1035.0
LA17	793.0	811.7	848.0
LA18	861.0	896.6	932.0
LA19	876.0	898.7	911.0
LA20	914.0	929.1	958.0

Source: the authors.

The results were different than the common intuition, again, considering the percentage of feasible solutions generated. In search for common relationship between the two tables, the size of the problems was considered. As depicted in the Table 5 and Table 6 above, the OB representation yields to overall worst results for the initial problems set, with 10 jobs and 5 machines, compared to the BS representation. Controversially, the OB representation yields to overall better results for the larger problems, with 10 jobs and 10 machines, compared to the BS representation.

For the intermediate problems, with 15 jobs and 5 machines, as well 20 jobs and 5 machines, both representations yield to virtually same results, in terms of quality of solutions, i.e., number of minimum, maximum and average solutions found.

6 Conclusions

This paper conducted a study of two representations that can be used to solve JSP via genetic algorithms. Throughout the experiments, the authors considered that have successfully found two interesting findings, as stated bellow, controversially to what the authors, and maybe the common-sense, dictates:

- i. A representation that only generates feasible solutions does not necessarily leads to better results than other representations.
- ii. The size of the problems and, therefore, the number of orders, is not directly related to the difficulty to find optimal or even suboptimal solutions for the JSP problems.

Acknowledgements. The authors are grateful for the scholarship offered by the Informatics Post Graduation Program of Nove de Julho University – PPGI/UNINOVE, as well for their support during the preparation of this work.

References

1. T. F. Abdelmaguid. Representations in genetic algorithm for the job shop scheduling problem: a computational study. *Journal of Software Engineering and Applications*, 3:1155-1162, 2003.
2. D. Applegate and W. Cook. A computational study of the job shop scheduling problem. *Operations Research Society of America*, 3:149-156, 1991.
3. P. Brucker, E. K. Burke and S. A. Groenemeyer. Branch and bound algorithm for the cyclic job-shop problem with transportation. *Computers & Operations Research*, 39(12):3200-3214, 2012.
4. T. C. E. Cheng, B. Peng and Z. Lü. A hybrid evolutionary algorithm to solve the job shop scheduling problem *Annals of Operations Research*, 242:223, 2016.
5. GALib: A C++ library of genetic algorithm components. Available from: <http://lancet.mit.edu/ga/dist/> [Accessed January 20, 2018].
6. J. Garen. Multiobjective job-shop scheduling with genetic algorithms using a new representation and standard uniform crossover. *Workshop on Multiple Objective Metaheuristics*, Paris, 2002.
7. M. Gen and L. J. Lin. Multiobjective evolutionary algorithm for manufacturing scheduling problems: state-of-the-art survey. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 25:849, 2014.
8. J. F. Gonçalves, J. J. M. Mendes and M. G. C. Resende. A hybrid genetic algorithm for the job shop scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, 167(1):77-95, 2005.
9. F. Grassi, P. H. T. Schimit and Pereira, F. H. Dynamic seed genetic algorithm to solve job shop scheduling problems. In Nääs I. et al. (editors), *Advances in Production Management Systems. Initiatives for a Sustainable World*. 488, pp. 170-177. Springer, Cham, 2016.
10. J. H. Holland. *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. University of Michigan Press, 1975.
11. A. S. Jain and S. Meeran. Deterministic job-shop scheduling: past, present and future. *European Journal of Operational Research*, 113(2):390-434, 1999.
12. S. Lawrence. *Resource Constrained Project Scheduling: an experimental investigation of heuristic scheduling techniques* (Supplement). Ph.D thesis, Carnegie-Mellon University, 1984.
13. P. P. Lukaszewicz. *Metaheuristics for Job Shop Scheduling Problem: comparison of effective methods*. PhD thesis, Aarhus School of Business, 2005.
14. J. E. Mitchell. *Branch-and-Cut Algorithms for Combinatorial Optimization Problems*. Mathematical Sciences, Rensselaer Polytechnic Institute, New York, 1999.
15. M. L. Pinedo. *Scheduling: theory, algorithms, and systems*. Springer, New York, 2008.
16. S. Russel and P. Norvig. *Artificial Intelligence: a modern approach*. Prentice Hall, Englewood Cliff, 2002.
17. T. Yamada. *Studies on Meta Heuristics for Jobshop and Flowshop Scheduling Problems*. PhD. thesis. Kyoto University, 2003.

FJSP: Una aplicación para la reducción del tiempo de espera en el proceso de fabricación del perno de seguridad para cargadoras

Angelina Sifuentes Barba
Instituto Tecnológico de Saltillo
sifuentes.angelina@gmail.com

Irma Delia Garcia Calvillo
Universidad Autónoma de Coahuila
irma.garcia@uadec.edu.mx

Edgar Omar Reséndiz Flores
Instituto Tecnológico de Saltillo
eresendiz@itsaltillo.edu.mx

Efraín Ruíz y Ruíz
Instituto Tecnológico de Saltillo
eruiz@itsaltillo.edu.mx

Resumen

En este trabajo se presenta un caso de éxito de una aplicación industrial en investigación de operaciones en una empresa metalmecánica del norte de México. El problema es modelado como un Flexible Job Scheduling Problem (FJSP), en el cual los trabajos que se deben procesar pueden asignarse a cualquier máquina de un conjunto de máquinas establecido. Se mostrarán las características y restricciones particulares del problema, para encontrar una asignación óptima que minimice el tiempo total de terminación de todos los trabajos (makespan). Se considera un modelo de la literatura y se utilizan los softwares de: Decision Optimization on Cloud de IBM y Xpress IVE, para la obtención de resultados computacionales con instancias pseudorreales de datos obtenidos de los registros de la empresa.

Keywords: Flexible Job Scheduling Problem; Makespan; Aplicación Industrial.

1. Introducción

En las empresas manufactureras intervienen una gran cantidad de factores que afectan la rentabilidad económica, por mencionar algunas: la cantidad de inventarios en los almacenes, las distancias excesivas entre las operaciones de las líneas de producción, los altos tiempos de traslado de los productos, la utilización innecesaria de los recursos humanos y mecánicos, entre otras. Por estas

razones se ha detectado la necesidad de encontrar una solución para contrarrestar tales inconvenientes, con la intención de contribuir al mejoramiento de la economía empresarial.

La programación de la producción se puede definir como la asignación de recursos para realizar un conjunto de tareas que son desarrolladas durante un período de tiempo. Para ello se han desarrollado una gran diversidad de ambientes de trabajo, las cuales son determinadas de acuerdo a las restricciones y condiciones propias de los sistemas de manufactura. El Job Scheduling Problem (JSP) es uno de los problemas más antiguos, importantes y difíciles en la literatura de la optimización combinatoria. Hay una cierta cantidad de trabajos que deben programarse en cierta cantidad de máquinas y cada trabajo consiste en una secuencia predeterminada de operaciones que deben llevarse a cabo. Cada operación puede procesarse sólo en una máquina que se conoce de antemano. El objetivo del JSP es encontrar una secuencia de tareas que minimice una medida de rendimiento. El Flexible Job Shop Problem (FJSP) es más complejo y general que el JSP. En el FJSP, cada operación puede ser procesada por una de las máquinas en un conjunto de máquinas dado. Por lo tanto, el FJSP es un problema de asignación y secuenciación de trabajos [1].

En éste artículo se presenta la resolución de un Flexible Job Scheduling Problem al utilizar un modelo lineal entero mixto, la prueba computacional se lleva a cabo para obtener la asignación óptima de trabajos con el objetivo de minimizar el tiempo de espera del proceso de fabricación de la pieza. El resto del documento se encuentra organizado como se presenta a continuación. En la sección 2 se define, caracteriza y describe el problema, mencionando el modelo matemático empleado. En la sección 3 se presenta el método de solución, en donde se mencionan las instancias utilizadas y los softwares que intervienen en la solución del problema. Finalmente en la sección 4 se exponen la conclusiones y el impacto que se ha presentado en la organización.

2. Definición del problema

El proyecto se desarrolló en una empresa ubicada en la ciudad de Saltillo, Coahuila, México dedicada a la manufactura de pernos de seguridad. Se detecta que el tiempo fabricación de la pieza es particularmente alto, en consecuencia de los inventarios generados en la línea de trabajo. El proceso de fabricación de la pieza involucra operaciones internas que necesitan ser completadas para poder continuar con la secuencia de las tareas, además de contar con un proceso externo de recubrimiento que no puede ser controlado por la empresa. Estos factores repercuten en el tiempo de entrega de las piezas cuando la demanda crece debido a la poca flexibilidad en la planeación y programación de la producción. Se realiza un mapeo de flujo de valor (VSM por sus siglas en inglés) en el que se proporciona una hoja de ruta visual de soluciones [2], estableciendo un tiempo de espera inicial de 18.5 días.

Para la realización de la pieza, la planta está equipada con 3 tornos horizontales, 3 centros de maquinado verticales y 2 roscadores, para su uso exclusivo. Todas las maquinas son semi-automatizadas y requieren de la interacción con un operador. La recirculación está permitida, es decir, un trabajo puede ser procesado en la misma máquina más de una vez. El equipamiento de máquinas de la planta se muestra en la figura 1 en donde se puede observar que hay operaciones que comparten una o varias máquinas (representadas como M) para la fabricación del producto.

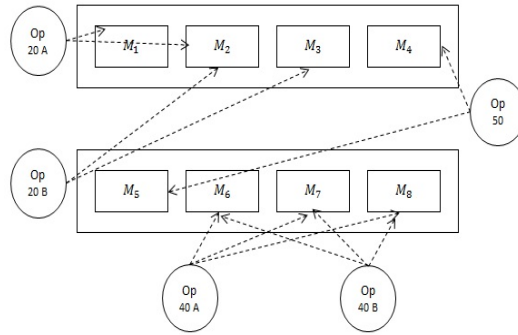


Figura 1: Equipamiento de máquinas del modelo actual

En el cuadro 1 se presenta la matriz de operaciones, la cual relaciona el tiempo de procesamiento (en segundos) de la operación al seleccionar una máquina determinada.

Cuadro 1: La matriz de operaciones del modelo actual

Op.	Máquinas							
	TD-25 M_1	TM-15 M_2	HARDINGE CNCH I M_3	T-20 M_4	T-21 M_5	HAAS M_6	MAC-V4 M_7	MIYANO M_8
20 A	133.33	144						
20 B		144	144					
50				35	35			
40 A						100	100	150
40 B						100	100	150

En la figura 2 se muestra el diagrama de precedencia de las operaciones.

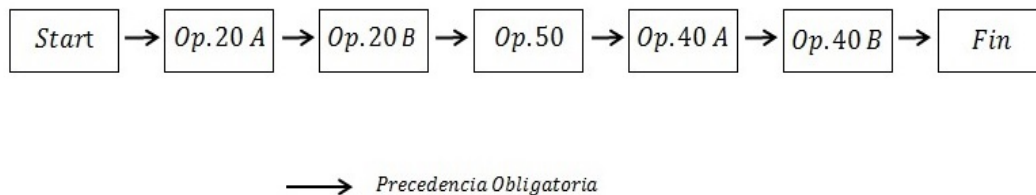


Figura 2: Diagrama de precedencia de las operaciones del modelo actual

El problema a resolver se desarrolló en dos fases, iniciando en el año 2016 en donde se procesan 12 trabajos (batches de 250 piezas), se cuentan con 5 operaciones por trabajo y con 8 máquinas para la fabricación de 3000 piezas. Mientras que en el año 2017 se incrementa a 15 trabajos (batches de 200 piezas), conservando las 5 operaciones por trabajo y las 8 máquinas para la fabricación de 3000 piezas. A continuación se menciona las características del problema:

1. Los tiempos de procesamientos son fijos y conocidos.
2. Las operaciones no se pueden ejecutar en un orden arbitrario, dado que se tienen requerimientos de precedencia.

3. Cada trabajo procesa una tarea a la vez.
4. En cada trabajo, se debe producir un lote de 250 pzs o 200 piezas de acuerdo al año de estudio, para poder continuar con el proceso de fabricación.
5. La operación 50 se realiza en conjunto con la operación 20 B.
6. Todas las operaciones deben ser procesadas una única vez.
7. No se considera tiempo de transporte de las piezas entre una máquina a otra.
8. No se consideran los tiempos de ajustes, incluyendo el tiempo empleado para realizar los cambios de herramientas.
9. Las Operaciones 20B, 50, 40A y 40B son dependientes, es decir, que existe precedencia con las operaciones 20A, 20B y 40A.
10. Todas las tareas necesitan ser completadas.

2.1. Formulación del problema

El FJSP a consideración es planteado de la siguiente manera: se tienen m máquinas y n trabajos, cada trabajo consiste en una secuencia de operaciones $O_{j,h}$, $h = 1, \dots, h_j$. Donde $O_{j,h}$ y h_j denota que h-ésima operación del trabajo j y el número de operaciones requeridas para el trabajo j , respectivamente a menos que se indique lo contrario, el índice i denota una máquina, los índices j, k y h, l denotan los trabajos y las operaciones respectivamente. La expresión $O_{i,j,h}$ indica la operación $O_{j,h}$ ejecutada en una específica máquina i . Suponiendo que $O_{i,j,h}$ está programada para seguir inmediatamente después de $O_{i,k,l}$ entonces $O_{i,j,h}$ requiere de un de preparación (set up), $S_{i,k,l,j,h}$ en adición del tiempo de procesamiento, $P_{i,j,h}$. En este modelo, nosotros asumimos que $S_{i,k,l,j,h} = S_{i,k,j}$.

Con todo lo anteriormente mencionado, el problema radica en determinar una secuencia y asignación óptima que minimice el tiempo total de terminación de todos los trabajos (makespan), $n, m, O_{j,h}, a_{i,j,h}, S_{i,j,h,k,l}$ y $P_{i,j,h}$. A partir de ahora, el problema es referido como un flexible job scheduling problem (FJSP). En la formulación del modelo lineal entero mixto del FJSP que se muestra a continuación, se utiliza un trabajo ficticio 0 para indicar el inicio de un trabajo en cada máquina. Además, todos los tiempos de configuración y procesamiento relacionados con el trabajo ficticio se establecen en cero. Por lo tanto, una operación que está programada para seguir un trabajo ficticio es en realidad la primera operación para procesar.

Parámetros

n : Número de trabajos. m : Número de máquinas. $a_{i,j,h}$: Describe la capacidad del set de máquinas $M_{j,h}$ al ser asignada a la operación $O_{j,h}$.

$$a_{i,j,h} = \begin{cases} 1 & \text{si } O_{j,h} \text{ se puede realizar en la maquina } i \\ 0 & \text{de otra manera} \end{cases}$$

$p_{i,j,h}$: Tiempo de procesamiento de la operación $O_{j,h}$ si se realiza en la máquina i . M : Un número grande.

Variables de decisión

C_{max} : Makespan time.

$y_{i,j,h}$: Describe la máquina asignada para la operación $O_{j,h}$.

$$y_{i,j,h} = \begin{cases} 1 & \text{si } O_{j,h} \text{ puede ser realizada en la maquina } i \\ & \text{de otra manera} \\ 0 & \end{cases}$$

$X_{i,j,h,k,l}$: Describe la secuencia de los trabajos y operaciones en la máquina i .

$$X_{i,j,h,k,l} = \begin{cases} 1 & \text{si } O_{i,j,h} \text{ precede a } O_{i,k,l} \text{ inmediatamente} \\ & \text{de otra manera} \\ 0 & \end{cases}$$

$t_{j,h}$: Tiempo de inicio de la operación $O_{j,h}$. $f_{j,h}$: Tiempo final de la operación $O_{j,h}$.

Dados los parámetros y variables de decisión previamente definidos, el modelo lineal entero mixto para el FJSP tomado de [3] es el siguiente:

$$\text{Min } C_{max}$$

s.a.

$$t_{j,h} + y_{i,j,h} \cdot p_{i,j,h} \leq f_{j,h}, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n; h = 1, \dots, h_j \quad (1)$$

$$f_{j,h} \leq t_{j,h+1}, \quad j = 1, \dots, n; h = 1, \dots, h_j - 1 \quad (2)$$

$$f_{j,h_j} \leq C_{max}, \quad j = 1, \dots, n \quad (3)$$

$$y_{i,j,h} \leq a_{i,j,h}, \quad i = 1, \dots, m; j = 0, \dots, n; h = 1, \dots, h_j \quad (4)$$

$$t_{j,h} + p_{i,j,h} + s_{i,j,k} \leq t_{k,l} + (1 - x_{i,j,h,k,l})M, \quad j = 0, \dots, n; k = 1, \dots, n; \quad (5)$$

$$h = 1, \dots, h_j; l = 1, \dots, h_k;$$

$$i = 1, \dots, m$$

$$f_{j,h} + s_{i,j,k} \leq t_{j,h+1} + (1 - x_{i,k,l,j,h+1})M, \quad j = 1, \dots, n; k = 0, \dots, n; \quad (6)$$

$$h = 1, \dots, h_j - 1; l = 1, \dots, h_k;$$

$$i = 1, \dots, m$$

$$\sum_i y_{i,j,h} = 1, \quad h = 1, \dots, h_j; j = 0, 1, \dots, n \quad (7)$$

$$\sum_j \sum_h x_{i,j,h,k,l} = y_{i,k,l}, \quad i = 1, \dots, m; k = 1, \dots, n; l = 1, \dots, h_k \quad (8)$$

$$\sum_k \sum_l x_{i,j,h,k,l} = y_{i,j,h}, \quad i = 1, \dots, m; j = 0, 1, \dots, n; h = 1, \dots, h_j \quad (9)$$

$$x_{i,j,h,j,h} = 0, \quad i = 1, \dots, m; j = 0, \dots, n; h = 1, \dots, h_j \quad (10)$$

$$t_{j,h} \geq 0, \quad j = 0, 1, \dots, n; h = 1, \dots, h_j \quad (11)$$

$$f_{j,h} \geq 0, \quad j = 0, 1, \dots, n; h = 1, \dots, h_j \quad (12)$$

$$y_{i,j,h} \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, m; j = 0, 1, \dots, n; h = 1, \dots, h_j \quad (13)$$

$$x_{i,j,h,k,l} \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, m; j = 0, 1, \dots, n; k = 1, \dots, n; \quad (14)$$

$$h = 1, \dots, h_j; l = 1, \dots, h_k$$

El modelo mostrado está sujeto a las siguientes restricciones: las ecuaciones (1) y (2) obligan a cada trabajo seguir una secuencia de operaciones especificada. La restricción (3) se define el tiempo makespan C_{max} . La restricción (4) impone que la máquina para cada $O_{j,h}$ debe ser seleccionada de las alternativas de máquinas de $O_{j,h}$. Las restricciones (5) y (6) obligan a cada máquina a procesar una operación a la vez, y consideran los tiempos de set up (en este caso, no se consideran). La restricción (7) forza exactamente a una máquina alternativa a ser seleccionada para cada $O_{j,h}$. Las restricciones (8) y (9) definen las permutaciones circulares de las operaciones en cada máquina. Ellas eliminan las operaciones alternativas que están excluidas en un programa final. La restricción (8) selecciona una operación $O_{i,j,h}$ que inmediatamente precede a una operación alternativa programada $O_{i,k,l}$ y la restricción (9), selecciona una operación $O_{i,k,l}$ que inmediatamente sigue de una operación alternativa programada $O_{i,j,h}$. Las variables de decisión son mostradas de la siguiente manera: la ecuación (10) indica si la operación $O_{i,j,h}$ precede a $O_{i,k,l}$ inmediatamente en la máquina i , la ecuación (11) indica el tiempo de inicio de la operación $O_{j,h}$, la ecuación (12) indica el tiempo de final de la operación $O_{j,h}$, la ecuación (13) indica si la operación $O_{j,h}$ es realizada en la máquina i y la ecuación (14) indica si la máquina i inicia en la operación $O_{j,h}$ y continua con la operación $O_{k,l}$. Esta formulación se resolverá utilizando el software comercial "Decision Optimization on Cloud (DOplexcloud)" de IBM y el software de Xpress IVE, los resultados y la forma de aplicación se mostrarán en la siguiente sección.

3. Método de Solución

Para el procesamiento del modelo entero mixto mencionado en la sección previa, es resuelto computacionalmente utilizando un software comercial llamado "Decision Optimization on Cloud (DOplexcloud)" de IBM, el cual es operado en línea al proporcionar la instancia a resolver de acuerdo a un formato establecido, éste es procesado de forma remota y se obtiene como resultado un archivo con la solución. Se trabaja con optimización de restricciones, enviando archivos CPO (Constraint Programming Optimization), los cuales son resueltos automáticamente al utilizar la interfaz de DropSolve [4]. También se hizo uso del software Xpress Ive, el cual se hizo uso de la programación en lenguaje mosel y los resultados fueron exportados en archivos .txt. Éste último optimizador se emplean los criterios de paro de 3 a 72 hrs para la búsqueda de la solución. Las instancias del FJSP de los años 2016 (del 1 - 4) y 2017 (del 5 - 8) se definieron de acuerdo a los índices de tiempo MTTR (mantenimiento entre fallas) y MTBF (mantenimiento total de reparación) por sus siglas en inglés [5]. Definiendo a las máquinas TD-25 (M_1) y Mac-V4 (M_7) como aquellas que presentan mayor frecuencia de falla y alto tiempo de reparación, éstas máquinas son tomadas en cuenta para la determinación de los siguientes escenarios:

1. Todas las máquinas se encuentran disponibles, se realiza una orden de trabajo por 1500 piezas (6 trabajos).
2. El torno TD-25 (M_1) falla y por lo tanto no se encuentra disponible, se manda realizar una orden de trabajo por 1500 piezas.
3. El centro de maquinado Mac-V4 (M_7) y por lo tanto no se encuentra disponible, se realiza una orden de trabajo por 1500 piezas.
4. La demanda incrementa a 3000 pzs en donde se procesan 12 trabajos y todas las máquinas están disponibles.

5. Todas las máquinas se encuentran disponibles, se realiza una orden de trabajo por 1600 piezas (8 trabajos).
6. El torno TD-25 (M_1) falla y por lo tanto no se encuentra disponible, se manda realizar una orden de trabajo por 1600 piezas.
7. El centro de maquinado Mac-V4 (M_7) está en reparación y no se encuentra disponible, se realiza una orden de trabajo por 1600 piezas.
8. La demanda incrementa a 3000 pzs en donde se procesan 15 trabajos y todas las máquinas están disponibles.

Las instancias anteriormente mencionadas fueron empleadas para ambos optimizadores, los tiempos computacionales se presentan en segundos (s) y milisegundos (ms) y en la figura 3 se muestra los resultados obtenidos.

		Xpress IVE						DOplexcloud de IBM						
Escenario	Cantidad de piezas	# Trabajos	¿Factible?	Funcion Objetivo Hrs	Días	Tiempo de Respuesta	¿Factible?	Funcion Objetivo Hrs	Días	Tiempo de Respuesta	Diferencia absoluta de valores de FO (días)	Mejor Solución	Diferencia de Valores de tiempo de Respuestas	
2016	1	1500	6	SI	86.31	9.59	7201 s 720 ms	SI	85.57	9.51	825 ms	0.08	IBM	7200 s 895 ms
	2	1500	6	SI	83.46	9.27	7201 s 610 ms	SI	86.31	9.59	1 s 84 ms	0.32	Xpress IVE	7200 s 526 ms
	3	1500	6	SI	84.89	9.43	7203 s 540 ms	SI	85.57	9.51	1 s 5 ms	0.08	Xpress IVE	7202 s 535 ms
	*4	3000	12	NO	145.57	16.17	6 s 68 ms	SI	145.57	16.17	1 s 28 ms	0.00	Igual	5 s 40 ms
2017	5	1600	8	SI	148.64	16.52	7212 s 950 ms	SI	84.47	9.39	924 ms	7.13	IBM	7212 s 26 ms
	6	1600	8	SI	113.04	12.56	7200 s 520 ms	SI	85.06	9.45	923 ms	3.11	IBM	7199 s 597 ms
	7	1600	8	SI	125.53	13.95	7200 s 22 ms	SI	84.47	9.39	958 ms	4.56	IBM	7199 s 64 ms
	*8	3200	16	NO	148.47	16.50	2 s 56 ms	SI	148.47	16.50	960 ms	0.00	Igual	1 s 96 ms

Figura 3: Resultados entre DOplexcloud de IBM y Xpress IVE

Cabe mencionar que las soluciones de los escenarios 4 y 8 del software Xpress Ive, no fueron factibles. Y por lo tanto las instancias fueron inducidas de acuerdo a las respuestas obtenidas del solver de Docplexcloud.

4. Conclusiones

Actualmente la mayor parte de las empresas se enfocan en eficientar la producción mediante la reducción de los costos de los materiales, la realización de mejoras de manufactura tales como: el diseño de dispositivos, herramientas o fixtures, inversión de maquinaria, entre algunas otras. Éstas medidas son tomadas en cuenta como fuentes de reducción de: tiempos, costos y movimientos, por ser actividades fácilmente de implementar. Y muy pocas ocasiones, el uso de la investigación de operaciones es tomada en cuenta para incrementar la productividad, puesto que es percibida como una actividad no rentable y poco relevante en las pequeñas y medianas empresas. Las siguientes conclusiones se obtienen del análisis de los resultados de la figura 3:

1. Se detecta que la operación 20 B es el cuello de botella.
2. Las máquinas 2 y 3 son cruciales para respetar el tiempo óptimo de fabricación.

3. Se debe gestionar un programa de mantenimiento preventivo más esbelto para las maquinas 2 y 3.
4. Únicamente son necesarias 6 máquinas.
5. Se observa que para equilibrar la op.2 con la op.3, se requieren de más tornos.
6. Se puede prescindir de los inventarios entre los procesos (batches), y con ello eliminar los trabajos.
7. Se evita que la toma de las decisiones de programación sean basadas únicamente en la experiencia del supervisor.

De esta forma, el desempeño de fabricación de las 3000 pzs se muestra en el cuadro 2.

Cuadro 2: Resultados generales

Año	Modelo	Tiempo Máximo de Procesamiento (Días)
2016	VSM	18.5
	Optimización de IBM y Xpress IVE	16.17
2017	Optimización de IBM y Xpress IVE	15.61

Se demuestra que el modelo empleado ha permitido disminuir el tiempo máximo de realización (makespan) de la pieza de 18.5 días a solo 15.61 días en la fabricación de 3000 pzs, el resultado representa una disminución del 15.62 % del tiempo de entrega y un incremento del 19.8 % de productividad, impactando en un beneficio del 0.8 % adicional a las ventas.

Al analizar el sistema de fabricación mediante la concepción de trabajos y operaciones, la empresa percibe que la operación 20 B es indispensable para la fluidez de la producción, y bajo esta premisa se decide rediseñar el proceso de tal manera que los tornos CNC se encuentren cercanos a la máquina que realiza la operación 40 A, por ende se pueden eliminar 6 inventarios y así asegurar la disposición de realizar batches entre procesos, por este motivo se puede mejorar el tiempo de fabricación de la pieza y consecuentemente solventar los altos requerimientos de producción.

Referencias

- [1] CINAR, D., TOPCU, Y. I. AND OLIVEIRA, J. A., (2015). *PA Taxonomy for the flexible job shop scheduling problem in optimization, control, and applications in the information age*, Springer International Publishing, pp 17-37.
- [2] YANG, T. y LU, J.C., (2011). *The use of multiple attribute decision making method and value stream mapping in solving the pacemaker location problem*. International Journal of Production Research, Vol. 49, No. 10, pp 2793– 2817.
- [3] SAIDI-MEHRABAD, M., & FATTAHI, P., (2007). *Flexible job shop scheduling with tabu search algorithms*. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 32(5), 563-570.
- [4] IBM, (2015). *Flexible job-shop scheduling*. IBM Decision Optimization - DropSolve Documentation, Recuperado de <https://dropsolve-oaas.doccloud.ibmcloud.com/dropsolve/doc>
- [5] PAPROCKA, I., (2012). *Total production maintenance and robust scheduling for a production system efficiency increasing*. Journal of machine engineering, 12.

Grasp Reativo para o Problema de Corte Bidimensional Guilhotinado Restrito

André Soares Velasco
Instituto Federal Fluminense – IFF
asvelasco@iff.edu.br

Eduardo Uchoa Barboza
Universidade Federal Fluminense – UFF
eduardo.uchoa@gmail.com

Abstract

Este trabalho considera um caso particular dos Problemas de Corte e Empacotamento, conhecido na literatura como Problema de Corte Bidimensional Guilhotinado e Restrito (PCBGR) e que pertence à classe de problemas NP-Difícil. O trabalho investiga o uso da abordagem reativa na metaheurística *Greedy Randomized Adaptive Search Procedures* (GRASP) com o objetivo de encontrar boas soluções, ou até mesmo o ótimo, em tempos de execução condizentes com a realidade. É proposto o algoritmo genérico RG_{2D} para produzir padrões de corte nas variantes sem peso e com peso do problema destaque, com ampliações nas estratégias utilizadas pelos algoritmos conhecidos como GRASP-2D_A e GRASP-2D_v. A qualidade das soluções e os tempos registrados nos testes computacionais em instâncias da literatura indicam bom desempenho do algoritmo proposto.

Keywords: Padrão de Corte Bidimensional; Faixa Guilhotina; GRASP Reativo.

1 Introdução

Dos problemas que podem ser representados através de um modelo de otimização, o trabalho destaca o Problema de Corte Bidimensional Guilhotinado Restrito (PCBGR) não estagiado e sem rotação. De forma geral, o Problema de Corte Bidimensional (PCB) busca determinar um único padrão de corte, com duas dimensões relevantes no objeto, comprimento e largura, que minimize a perda gerada ou maximize seu valor de utilidade total, com o corte dos itens, dá as características necessárias para identificar suas variantes. Aos itens, atribui-se um valor de utilidade que pode ser a medida de sua área (PCB sem peso) ou estar relacionado à sua importância em presença aos outros itens (PCB com peso). Uma rotação de 90° nos itens pode ser aceita (PCB com rotação) ou proibida (PCB sem rotação). Os cortes ortogonais podem ser guilhotinados e gerar dois novos retângulos (PCBG) ou não guilhotinados (PCBNG). A quantidade de cada item produzido a partir de cortes guilhotina pode ser restrita (PCBGR) ou ilimitada (PCBGI). O número de estágios no padrão de corte está relacionado à quantidade de mudanças permitidas na direção dos cortes guilhotina, ou seja, pode-se admitir apenas k rotações de 90° nas direções destes cortes (k -estagiado) ou não restringir esta quantidade (não estagiado). A Figura 1 ilustra um padrão de corte com 18 itens distintos produzidos em 6 estágios para instância *gcut13* do PCBGR.

O PCBGR pertence à classe NP-Difícil [6] e existem relativamente poucos trabalhos propondo métodos exatos, como [2] e [3]. Entretanto, todos estes métodos ainda apresentam tempos proibitivos nas instâncias consideradas de médio e grande porte. Conseqüentemente, a utilização de métodos heurísticos e híbridos é uma alternativa plausível e algumas dessas abordagens são conferidas em [1], [6], [7] e [5].

Como contribuições do presente trabalho, são descritas as ampliações realizadas nos algoritmos heurísticos GRASP-2D_A e GRASP-2D_V, ambos apresentados em [10] para as variantes sem peso e com peso do PCBGR, juntamente com os conceitos do GRASP Reativo [8] utilizados na concepção genérica do algoritmo RG_{2D} proposto para as variantes supracitadas. Por fim, são confrontados os resultados computacionais com algoritmos reconhecidos da literatura.

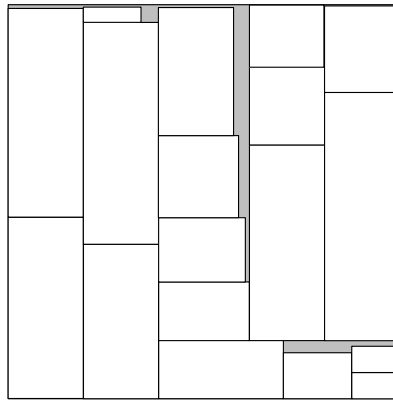


FIGURA 1 – Padrão de Corte da Instância gcut13.

2 O Problema de Corte Bidimensional Guilhotinado Restrito

Definido um objeto de comprimento e largura conhecidos e itens com dimensões também fixadas e demanda d_i , sendo $i = 1, \dots, m$. Gerar uma solução para o PCBGR consiste em determinar os arranjos de itens que não extrapolem as dimensões do objeto, nem apresentem superposição dos mesmos e respeitem os limites d_i por meio de cortes guilhotinados. Desta forma, o problema de determinar um padrão de corte com maior valor de utilidade, depois de obtidos os itens, pode ser descrito pelo modelo analítico a seguir.

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= \sum_{i=1}^m v_i x_i \\ \text{s.a: } & [x_1, \dots, x_m] \\ & 0 \leq x_i \leq d_i \text{ e Inteiro, para todo } i = 1, \dots, m \end{aligned}$$

Onde:

- x_i é a variável que representa número de vezes que o item i é obtido no padrão;
- v_i é a constante que indica o valor de utilidade do item i ;
- $[x_1, \dots, x_m]$ é o vetor que representa um padrão de corte bidimensional guilhotinado viável.

Diante da dificuldade de se apresentar uma formulação que utiliza cortes guilhotinados sem limite de estágios, são desenvolvidos algoritmos baseados na metaheurística GRASP [4].

3 Algoritmos G_{2D} e RG_{2D}

Sendo os algoritmos GRASP-2D_A (G_{2Da}) e GRASP-2D_V (G_{2Dv}) projetados em [10] para o PCBGR não estagiado e sem rotação nas variantes sem peso e com peso, a partir de modificações no algoritmo GRASP-2D [9]. É importante ressaltar que a geração das faixas de um padrão de corte é baseada na metodologia GRASP, onde um item é escolhido na Lista Restrita de Candidatos (LRC) da fase de construção para dar origem as faixas horizontais e verticais. Com os movimentos da fase seguinte considerando o comprimento ou a largura dos próximos itens na composição das respectivas faixas, estes ainda podem produzir perdas internas denominadas dentes. Para isto, [11] propõem novas estratégias de melhoria para as versões G_{2Da,v}

que consideram o reaproveitamento desses dentes segundo parâmetro δ . Além disso, também é proposta uma Lista Restrita de Faixas (LRF) para escolha da faixa a compor o padrão de corte corrente, com sua cardinalidade imposta pelo parâmetro ψ e os percentuais de perda de área dessas faixas. Os fundamentos necessários nessa implementação do G_{2D} genérico e as extensões reativas que culminaram no algoritmo RG_{2D} são apresentadas nas subseções a seguir.

3.1 Fase de Construção das Faixas no Algoritmo G_{2D}

Considere o objeto retangular $R = (C, L)$, de comprimento C e largura L , utilizado para produzir itens retangulares $x_i = (c_i, l_i)$, nas dimensões $c_i \leq C$ e $l_i \leq L$, com demandas d_i estabelecidas, com $i = 1, \dots, m$. Os itens com demanda positiva integram o conjunto I . Em relação a um sistema de coordenadas cartesianas com origem no canto inferior esquerdo de R , a execução de uma série de cortes guilhotinados paralelos aos eixos coordenados, isto é, aos lados do objeto R para produção dos itens x_i , definiria um padrão de corte. Posto isto, nesta fase é realizada a construção de faixas guilhotinas viáveis sobre um retângulo $S = (C_S, L_S)$, que pode ser o objeto R ou subretângulos residuais S_R gerados após o corte de faixas anteriores.

Seja y um vetor solução m -dimensional atualizado com a quantidade de cada item $x_i \in I$ na solução parcial corrente. O valor $d_i - y_i > 0$ indica que o item x_i ainda possui demanda a ser atendida e habilita sua inclusão no padrão de corte corrente. Com as medidas das faixas sendo definidas não somente pelas dimensões de S , mas também pelo item x_k escolhido inicialmente, destacam-se três elementos fundamentais na concepção da LRC: o conjunto I constituído dos itens aspirantes a originar uma faixa, com $|I| \leq m$ e atualizado se $d_i - y_i = 0$; a função gulosa $g_a: I \rightarrow \mathbb{R}$, que associa a cada item x_i um único valor $g_a(x_i) = c_i \cdot l_i$; e o critério guloso $\beta = \max \{g_a(x); x \in I\}$ que retorna a medida de área do maior item.

Sendo a $LRC = \{x \in I \mid \alpha \cdot \beta \leq g_a(x) \leq \beta\}$ definida segundo a área dos itens e sua cardinalidade diretamente influenciada pelo parâmetro $\alpha \in [0, 1]$, a escolha aleatória em LRC do item $x_k = (c_k, l_k)$ dá início ao processo de construção de duas faixas guilhotinas no retângulo S , $F_H = (C_S, l_k)$ através de um corte horizontal e $F_V = (c_k, L_S)$ no corte vertical. Com os vetores m -dimensionais y_H e y_V sendo atualizados pelas respectivas quantidades dos itens presentes nestas faixas, são calculados o número $y_{HK} = \min\{d_k - y_k, \lfloor C_S / c_k \rfloor\}$ de itens x_k a serem obtidos na faixa F_H e $y_{VK} = \min\{d_k - y_k, \lfloor L_S / l_k \rfloor\}$ em F_V . Também, nas respectivas faixas, são determinados os subretângulos residuais $S_H = (C_S - y_{HK} \cdot c_k, l_k)$ e $S_V = (c_k, L_S - y_{VK} \cdot l_k)$, caracterizados de perda interna, e seus indicadores percentuais de qualidade dados por $perdaint(F_H) = (g_a(F_H) - g_a(x_k) \cdot y_{HK}) / g_a(F_H)$ e $perdaint(F_V) = (g_a(F_V) - g_a(x_k) \cdot y_{VK}) / g_a(F_V)$.

É importante ressaltar que se promove uma mudança na concepção da LRC para variante com valor do PCBGR, considerando as grandezas medida de área e valor de utilidade simultaneamente. Utilizando os elementos da LRC tradicional, denominada LRC_a , o processo de formação da nova LRC_v se estabelece com mais dois elementos: a função gulosa $g_v: I \rightarrow \mathbb{R}$, onde $g_v(x_i) = v_i$ é o valor de utilidade de cada item de I ; e o critério guloso $\beta_v = \max \{g_v(x_i); x_i \in LRC_a\}$ que retorna o maior valor de utilidade entre os itens de LRC_a . Então, define-se $LRC_v = \{x \in LRC_a \mid \alpha \cdot \beta_v \leq g_v(x) \leq \beta_v\}$ com os itens de LRC_a que apresentam os maiores valores de utilidade e sua cardinalidade é determinada pelo parâmetro $\alpha \in [0, 1]$.

Se as faixas construídas F_H ou F_V não apresentam perda, essas podem ser repetidas em quantidades que não extrapolem as dimensões de S nem violem a demanda d_k . Se a iteração corrente é múltipla do parâmetro ϕ , o número de repetições de tais faixas homogêneas é dado por $numF_H = \min \{\lfloor L_S / l_k \rfloor, \lfloor (d_k - y_k) / y_{HK} \rfloor\}$ ou $numF_V = \min \{\lfloor C_S / c_k \rfloor, \lfloor (d_k - y_k) / y_{VK} \rfloor\}$. Entretanto, se possuem perda interna suficiente para produzir outro item x_j , suas grandezas c_j e l_j são analisadas nas dimensões dos subretângulos S_H e S_V para providenciais melhorias, especificadas nas subseções seguintes.

3.2 Fase de Melhoria das Faixas no Algoritmo G_{2D}

Na presente fase, faixas guilhotinas F_H e F_V , inicialmente construídas, são tratadas com o propósito de minimizar a perda interna em ambas e, conseqüentemente, obter um melhor aproveitamento dos respectivos subretângulos $S_H = (C_{SH}, L_{SH})$ e $S_V = (C_{SV}, L_{SV})$ correntes. Nesse sentido, as distintas estratégias de melhoria são descritas como segue.

3.2.1 Movimentos de Melhoria M e A

Os procedimentos simbolizados com os caracteres M e A produzem quatro faixas guilhotinas distintas F_{HM} , F_{HA} , F_{VM} e F_{VA} , representadas nos vetores m-dimensionais y_{HM} , y_{HA} , y_{VM} e y_{VA} , e são intensificados com a criação dos conjuntos B_H e B_V . Sendo assim definidos $B_H = \{x_i \in I \mid d_i - y_{Hi} > 0, c_i \leq C_{SH} \text{ e } l_i \leq L_{SH}\}$ e $B_V = \{x_i \in I \mid d_i - y_{Vi} > 0, c_i \leq C_{SV} \text{ e } l_i \leq L_{SV}\}$, os itens pertencentes a estes conjuntos excluem movimentos desnecessários que fariam descaracterizar o corte do tipo guilhotinado.

Com o procedimento M na faixa horizontal, o item x_j é selecionado em B_{HM} por apresentar uma largura maior ou igual aos demais, pois em caso de empate essa escolha é aleatória. Decerto que a quantidade de itens x_j está diretamente relacionada às dimensões de S_H e a sua demanda atualizada, calcula-se o número $y_{HMj} = \min\{d_j - y_j, \lceil [C_{SH}/c_j] \rceil\}$ destes itens a serem incluídos nesta faixa. A cada inclusão de y_{HMj} itens de x_j implica na atualização do subretângulo $S_{HM} = (C_{SH} - y_{HMj} \cdot c_j, L_{SH})$ e dos itens pertencentes ao conjunto B_{HM} . Com o intuito de gerar um melhor aproveitamento da faixa F_{HM} , o processo se repete enquanto B_{HM} difere de vazio. Ainda na faixa horizontal, o movimento indicado por A começa com a seleção do item x_j de maior comprimento em B_{HA} , com os incrementos sendo renovados continuamente em $y_{HAj} = \min\{d_j - y_j, \lceil [L_{SH}/l_j] \rceil\}$, $S_{HA} = (C_{SH}, L_{SH} - y_{HAj} \cdot l_j)$ e B_{HA} .

Equivalente ao procedimento anterior, tenta-se produzir melhorias do tipo M ou A, nas faixas verticais anotadas nos vetores y_{VM} e y_{VA} , até que os conjuntos B_{VM} e B_{VA} , com as mesmas características de B_V , apresentem cardinalidade zero, respectivamente. Com a melhoria promovida pelo mais comprido item x_i de B_{HM} , as atualizações são $y_{VMi} = \min\{d_i - y_i, \lceil [L_{SH}/l_i] \rceil\}$, $S_{VM} = (C_{SH}, L_{SH} - y_{VMi} \cdot l_i)$ e B_{VM} . Na inclusão do item x_i de maior largura em B_{VA} , os aperfeiçoamentos registrados são $y_{VAi} = \min\{d_i - y_i, \lceil [C_{SH}/c_i] \rceil\}$, seguido das atualizações $S_{VA} = (C_{SH} - y_{VAi} \cdot c_i, L_{SH})$ e em B_{VA} .

3.2.2 Parâmetro δ e Dentes das Faixas Guilhotinas

Para os subretângulos de perda interna $S_{DH} = (C_{DH}, L_{DH})$ e $S_{DV} = (C_{DV}, L_{DV})$, definidos como dentes e gerados nas faixas guilhotinas F_H e F_V com a inclusão dos itens oriundos dos movimentos de melhoria M ou A, que podem ser reaproveitados, são propostas ações semelhantes denotadas com as letras m e a. Também são definidos os conjuntos $D_H = \{x_i \in I \mid d_i - y_{Hi} > 0, c_i \leq C_{DH} \text{ e } l_i \leq L_{DH}\}$ e $D_V = \{x_i \in I \mid d_i - y_{Vi} > 0, c_i \leq C_{DV} \text{ e } l_i \leq L_{DV}\}$, constituídos dos itens que garantam o corte guilhotinado nos respectivos dentes.

Sintetizando o processo de melhoria na F_H e analisando apenas o dente $S_{DH} = (y_{HMj} \cdot c_j, L_{SHM} - l_j)$, gerado após o movimento M com o item x_j , este é iniciado com a formação do conjunto de itens D_H . A seguir, decide-se pela inclusão do próximo item pertencente ao conjunto D_H , com x_w escolhido por apresentar maior largura e x_w o maior comprimento, nas quantidades $y_{Dmw} = \min\{d_w - y_w, \lceil [C_{DH}/c_w] \rceil\}$ e $y_{Daw} = \min\{d_w - y_w, \lceil [L_{DH}/l_w] \rceil\}$, respectivamente simbolizadas pelas letras minúsculas m e a. Buscando o melhor aproveitamento do dente atual, o movimento que apresentar menor percentual de perda interna $\text{perdaint}(S_{DH})$ em S_{DH} , considerando os valores $\text{perdaint}(S_{DHm}) = (g_a(S_{DH}) - \sum_{i=1}^m g_a(x_i) \cdot y_{Dm}) / g_a(S_{DH})$ e $\text{perdaint}(S_{DHa}) = (g_a(S_{DH}) - \sum_{i=1}^m g_a(x_i) \cdot y_{Da}) / g_a(S_{DH})$, determina a melhoria a ser aplicada no dente corrente. Se houver empate entre tais valores, a escolha deve ser aleatória. Em seguida, atualizam-se as dimensões deste dente conforme com a composição atribuída a $\text{perdaint}(S_{DH})$, assumindo $S_{DH} = (C_{DH} - y_{Dmw} \cdot c_w, L_{DH})$ ou $S_{DH} = (C_{DH}, L_{DH} - y_{Daw} \cdot l_w)$, juntamente com o conjunto D_H , até que este seja vazio. Sendo o custo

computacional elevado na aplicação desse procedimento em todas as faixas produzidas, opta-se apenas nas iterações múltiplas do parâmetro δ para sua realização.

3.2.3 Parâmetro ψ e Lista Restrita de Faixas

Ao final de cada fase de melhoria, tem-se produzida quatro possíveis configurações distintas de faixas guilhotinas F_{HM} , F_{HA} , F_{VM} e F_{VA} . Definem-se F_{Min} como a faixa guilhotina de menor valor percentual entre as faixas do conjunto $F = \{F_{HM}, F_{HA}, F_{VM}, F_{VA}\}$ e o parâmetro ψ utilizado para delimitar o percentual de perda aceitável nessas faixas. Se a diferença entre o valores das faixas pertencentes ao conjunto F e de F_{Min} não supera ψ , esta faixa é incluída no conjunto $LRF = \{f \in F \mid \text{perdaint}(f) - \text{perdaint}(F_{Min}) \leq \psi\}$. Assim como o parâmetro α da LRC, ψ também é responsável pela sua cardinalidade, com a próxima faixa a compor o padrão de corte atual sendo escolhida aleatoriamente. Vale ressaltar que o parâmetro ψ reativo (ψ_R) não é arbitrário e deve ser calibrado a partir de um conjunto finito Ψ de valores pré-estabelecidos.

3.3 Algoritmo G_{2D}

A composição do padrão de corte se faz na subrotina denominada GeraPadraoCorte, executando-se os procedimentos de construção e de melhoria das faixas guilhotinas em sequência. Sendo pitens o percentual de itens distintos que podem ser utilizados no padrão corrente, tal processo se encerra quando I apresentar cardinalidade inferior ao produto pitens.m. Com os parâmetros de entrada do GeraPadraoCorte já declarados, este procedimento retorna uma solução y do PCBGR e seu valor de utilidade total Z_y , podendo ser atualizados em maxiter repetições na efetivação do G_{2D} , conforme pseudocódigo a seguir.

Algoritmo G_{2D} (*maxiter*, *pitens*, α , φ , δ , ψ)

1. $y^* = 0, Z_y^* = 0; = 0;$
2. **Para** (Iter = 1, 2, ..., *maxiter*) **faça**
3. $I \leftarrow \{x_1, \dots, x_m\};$
4. **Enquanto** ($|I| \leq \text{pitens.m}$) **faça**
5. $y = 0, S = R;$
6. Execute GeraPadraoCorte ($S, I, y, \alpha, \varphi, \delta, \psi$)
7. **Se** ($Z_y^* < Z_y$) **então**
8. Atualize melhor solução do PCBGR, $y^* \leftarrow y$ e $Z_y^* \leftarrow Z_y;$
9. Atualize $I = \{x_i; d_i - y_i > 0\};$
10. Retorna (y^*, Z_y^*);

Fim G_{2D}

3.4 Algoritmo RG_{2D}

Diferentemente da proposta original do método GRASP Reativo [8], o algoritmo RG_{2D} considera não somente a calibragem do parâmetro α da LRC em sua fase de diversificação, mas também o ajuste do novo parâmetro ψ presente na LRF. Na fase de diversificação, consideram-se os dois conjuntos finitos A e Ψ , de valores pertencentes ao intervalo $[0, 1]$. Esses conjuntos são pré-definidos, de acordo com as características do problema, com os respectivos valores atribuídos aos parâmetros α e ψ nessa fase de calibragem para determinação dos parâmetros reativos α_R e ψ_R . Para isso, executa-se o G_{2D} no total de iter_C iterações, para cada par de combinação de elementos de A e Ψ . Nessa fase, esses algoritmos reativos retornam a solução y^* de maior frequência entre as que apresentam valor Z_y^* e sua frequência indicada por $f_{\alpha\psi}$. Ao final dessa etapa, o par de valores de α e ψ que obtém a solução de maior valor e maior

frequência, definem os parâmetros reativos da próxima fase. É importante relatar que em caso de empate das respectivas frequências, um sorteio estabelece tais parâmetros.

Na fase posterior, denominada fase reativa, inicia-se com a determinação de um novo conjunto A' constituído de valores no entorno da mediana α_R , estabelecendo-se acréscimos e decréscimos a serem realizados. Executa-se nesta fase o algoritmo RG_{2D} , com o total de $iter_R$ iterações para cada combinação dos elementos de A' e do ψ_R pré-determinado, com o objetivo de produzir uma solução com maior valor de utilidade total. Por fim, o RG_{2D} retorna a solução y_R de maior valor Z_{y_R} , segundo os parâmetros α_R e ψ_R .

4 Resultados Computacionais

Os testes foram realizados em dois grupos de instâncias utilizadas na literatura. As 14 instâncias com peso do primeiro grupo são: ChW1, ChW2, ChW3 e CW1-CW11. O segundo grupo com 29 instâncias sem peso é assinalado como: WANG1, WANG2, WANG3, OF1, OF2, CU1-CU11 e gcut1-gcut13. Os melhores resultados do RG_{2D} são confrontados com os produzidos pelos algoritmos propostos por [1], [7] e [3], indicados por TS500₀₂, GRASP₀₂, GR/PR₀₂, DP_AOG₁₀ e A1₁₂.

As versões dos algoritmos RG_{2D} foram implementados em linguagem C/C++ (Visual C++ 2010 Express) e seus testes foram realizados com núcleo único de um processador Intel(R) Core(TM) i7-4790 3.6 GHz, com 16GB de memória RAM e sistema operacional Windows 8.1 de 64 bits. Vale ressaltar que, em consulta ao benchmark www.cpubenchmark.net, os processadores usados nos testes com DP_AOG e A1 são, respectivamente, 3.5 e 3.1 vezes mais lentos do que o processador usado neste trabalho.

TABELA 1 – Resultados nas Instâncias Clássicas com Peso.

Instâncias		Algoritmos										
Nome	m	GRASP ₀₂	GR/PR ₀₂	TS500 ₀₂	DP_AOG ₁₀	Tempo	RG _{2D} Med	RG _{2D}	Tempo	Alfa	Psi	Gap _%
ChW1	7	-	-	-	**244	<0.1 0.1	*244.0	*244	<0.1 4.3	0.5	0.05	0
ChW2	10	*2892	*2892	*2892	**2892	0.8 38.4	2842.6	*2892	0.6 5.5	0.2	0.05	0
ChW3	20	*1860	*1860	*1860	**1860	0.1 19.9	*1860.0	*1860	<0.1 11.8	0.1	0.05	0
CW1	25	*6402	*6402	*6402	**6402	1.1 25.6	*6402.0	*6402	<0.1 11.9	0.2	0.05	0
CW2	35	5333	5333	*5354	*5354	0.7 1118.8	5339.4	¹² *5354	0.1 11.3	0.1	0.05	0
CW3	40	*5689	*5689	*5689	**5689	0.5 26.9	5675.2	*5689	14.1 17.1	0.225	0.01	0
CW4	39	6158	6165	6170	**6175	1.3 46.8	6161.4	¹²³ *6175	9.4 16.3	0.05	0.02	0
CW5	35	11580	11580	11644	**11659	0.8 1268.5	11594.3	¹²³ *11659	7.7 14.9	0.15	0.02	0
CW6	55	12907	*12923	*12923	**12923	33.3 890.6	12221.3	12651	1.1 28.2	0.1	0.04	2.10
CW7	45	9687	9687	*9898	**9898	4.1 10.7	9783.1	¹² *9898	2.0 21.3	0.1	0.01	0
CW8	60	*4605	*4605	*4605	**4605	20.8 340.5	4434.8	*4605	<0.1 34.4	0.1	0.05	0
CW9	50	*10748	*10748	*10748	**10748	7.0 121.3	10723.3	*10748	0.3 25.4	0.1	0.05	0
CW10	60	6016	*6515	*6515	**6515	2.8 182.2	6149.4	¹ 6471	23.6 29.7	0.125	0.04	0.68
CW11	60	*6321	*6321	*6321	**6321	2.0 1375.0	6006.3	6084	11.8 24.8	0.15	0.03	3.75
Média						5.4 390.4			5.1 18.3			

Para conseguir os resultados médios em 10 execuções e da melhor solução com o algoritmo RG_{2D} , foram adotados os seguintes parâmetros: semente aleatória; $\varphi = 5$; $\delta = 10$; $A = \{0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5\}$; $\Psi = \{0.01, 0.02, 0.03, 0.04, 0.05\}$; o conjunto com os valores constituído a partir do α_R na fase reativa como $A' = \{\alpha_R, \alpha_R \pm 0.025, \alpha_R \pm 0.05\}$; $iter_C = 1000$ e $iter_R = 5000$ totalizando 50000 iterações; $pitens = 50\%$ na primeira metade das iterações e $pitens = 10\%$ nas seguintes para cada combinação de α e ψ .

Nas Tabelas 4.1 e 4.2, as colunas 1-2 mostram ao nome das instâncias e ao número de itens distintos. Nas colunas 3-7 são apresentados os respectivos resultados dos algoritmos GRASP, GR/PR, TS500 e DP_AOG, incluindo os tempos em segundos para melhor solução e também execução total apenas desse último algoritmo. Em seguida, nas colunas 8-10, têm-se o resultado médio, da melhor solução gerada e os tempos da rodada que obteve a melhor solução com RG_{2D} . As três colunas finais 11-13 informam os

parâmetros α e ψ da sua melhor solução e o seu *gap* percentual. Já na Tabela 3, as colunas 1-2 são referentes às instâncias *gcut*, e os resultados dos algoritmos A1 e RG_{2D} nas demais colunas.

TABELA 2 – Resultados nas Instâncias Clássicas sem Peso.

Instâncias		Algoritmos										
Nome	m	GRASP ₀₂	GR/PR ₀₂	TS500 ₀₂	DP_AOG ₁₀	Tempo	RG _{2D} Med	RG _{2D}	Tempo	Alfa	Psi	Gap _(%)
WANG1	20	-	-	-	**2277	<0.1 0.1	*2277.0	*2277	<0.1 7.1	0.5	0.05	0
WANG2	20	-	-	-	**2694	<0.1 0.2	*2694.0	*2694	<0.1 6.7	0.1	0.05	0
WANG3	20	*2721	*2721	*2721	**2721	<0.1 0.6	*2721.0	*2721	<0.1 7.0	0.4	0.05	0
OF1	10	*2737	*2737	*2737	**2737	0.1 11.2	*2737.0	*2737	0.3 5.5	0.5	0.05	0
OF2	10	*2690	*2690	*2690	*2690	0.1 23.6	*2690.0	*2690	<0.1 4.2	0.2	0.04	0
CU1	25	12312	12312	*12330	**12330	0.1 0.5	*12330.0	¹² *12330	<0.1 11.5	0.5	0.05	0
CU2	35	*26100	*26100	*26100	**26100	0.2 1.4	*26100.0	*26100	0.1 14.7	0.1	0.05	0
CU3	45	16652	16652	16679	**16723	0.3 5.8	16638.3	¹² 16679	17.4 24.8	0.1	0.02	0.26
CU4	45	99264	99264	99366	**99495	3.8 35.0	99292.8	¹²³ *99495	10.0 17.2	0.15	0.05	0
CU5	50	*173364	*173364	*173364	**173364	2.7 873.2	173003.0	173010	0.1 22.2	0.1	0.05	0.20
CU6	45	*158572	*158572	*158572	**158572	1.3 11.8	*158572.0	*158572	<0.1 19.3	0.1	0.05	0
CU7	25	*247150	*247150	*247150	*247150	0.1 1800.0	247049.0	*247150	0.1 9.3	0.1	0.05	0
CU8	35	432714	432714	432714	**433331	0.5 26.8	432617.0	¹²³ *433331	9.1 14.0	0.075	0.04	0
CU9	25	651597	*657055	*657055	**657055	0.1 19.7	*657055.0	¹ *657055	<0.1 13.2	0.5	0.05	0
CU10	40	767580	770659	773485	*773772	69.2 1800.0	772445.0	¹² 772982	3.5 21.7	0.2	0.02	0.10
CU11	50	909898	914399	922161	*924696	333.6 1293.1	918369.0	¹²³ 924311	14.6 24.7	0.15	0.01	0.04
Média						25.8 368.9			3.5 14.0			

TABELA 3 – Resultados nas Instâncias *gcut* sem Peso.

Instâncias		Algoritmos										
Nome	m	A ₁₂	Tempo	RG _{2D} Med	RG _{2D}	Tempo	Alfa	Psi	Gap _(%)			
<i>gcut</i> 1	10	**48368	2.89	*48368.0	*48368	<0.01 2.23	0.3	0.05	0			
<i>gcut</i> 2	20	**59307	5.56	*59307.0	*59307	<0.01 4.36	0.4	0.05	0			
<i>gcut</i> 3	30	**60241	6.50	*60241.0	*60241	0.28 6.33	0.4	0.04	0			
<i>gcut</i> 4	50	**60942	12.95	*60942.0	*60942	<0.01 11.91	0.5	0.05	0			
<i>gcut</i> 5	10	**195582	4.35	193379.0	193379	<0.01 2.26	0.1	0.05	1.13			
<i>gcut</i> 6	20	**236305	7.13	*236305.0	*236305	<0.01 4.30	0.5	0.05	0			
<i>gcut</i> 7	30	**238974	11.06	*238974.0	*238974	<0.01 6.44	0.4	0.05	0			
<i>gcut</i> 8	50	**245758	18.71	*245758.0	*245758	<0.01 11.28	0.5	0.05	0			
<i>gcut</i> 9	10	**919476	14.51	*919476.0	*919476	<0.01 2.81	0.4	0.05	0			
<i>gcut</i> 10	20	**903435	17.85	*903435.0	*903435	<0.01 3.88	0.5	0.05	0			
<i>gcut</i> 11	30	**955389	29.65	*955389.0	955389	0.03 6.44	0.5	0.05	0			
<i>gcut</i> 12	50	**970744	46.48	*970744.0	970744	<0.01 11.44	0.4	0.05	0			
<i>gcut</i> 13	32	8532720	3600.00	8550366.5	8618394	2.00 13.23	0.2	0.03	-1.00			
Média			290.59			0.18 6.69						

É importante destacar que as tabelas dessa seção adotam uma simbologia distinguida assim: as instâncias não executadas por alguns desses algoritmos são indicadas com -; se o valor da melhor solução gerada com o RG_{2D} for superior às apresentadas pelos algoritmos GRASP, GR/PR e TS500, esta é assinalada com o sobrescrito dos respectivos números 1, 2 e 3; no caso de *gap* negativo, este é apresentada em negrito; as soluções ótimas são denotadas com * e os ótimos obtidos com certificação possuem **.

Os resultados da Tabela 1 mostram que o RG_{2D} conseguiu 11 soluções ótimas nas 14 instâncias com peso do PCBGR. Os tempos computacionais de execução do algoritmo DP_AOG são confrontáveis considerando a velocidade das máquinas. Os ótimos obtidos nas instâncias CW2, CW4, CW5 e CW7 indicam superioridade do algoritmo RG_{2D} em relação às soluções apresentadas pelos GRASP e GR/PR. O RG_{2D} apresentou resultados compatíveis aos do TS500 e inferiores ao DP_AOG em 3 instâncias.

Analisando os resultados mostrados na Tabela 2, verifica-se que nas 16 instâncias sem peso, o algoritmo RG_{2D} encontrou 12 soluções ótimas. Em tais instâncias, a superioridade nas comparações com os algoritmos GRASP, GR/PR e TS500 pode ser verificada pela qualidade das soluções produzidas em CU4, CU8 e CU11. Já na comparação com o DP_AOG, destacam-se os tempos médios com o RG_{2D} .

Na Tabela 3 estão os resultados dos algoritmos A1 e RG_{2D} nas 13 instâncias gcut. O RG_{2D} mostra excelente desempenho em instâncias sem peso e com demanda unitária. Não somente os tempos computacionais reiteram sua eficiência, visto que os tempos computados do A1 não consideram seus limites essenciais, mas também o quantitativo de soluções ótimas, inclusive nas médias, e o *gap* negativo da solução gerada para gcut13 de valor 8618394. A Figura 1 ilustra o padrão gcut13 obtido pelo RG_{2D} .

5 Conclusões

Este trabalho destaca o algoritmo RG_{2D} para o PCBGR, que se baseia na utilização de princípios do GRASP Reativo [8] para determinação dos parâmetros α e ψ . Além dos novos movimentos de melhoria que possibilitam, inclusive, a recuperação de dentes em uma faixa, promove-se a possibilidade das faixas apresentarem um percentual aceitável de perda na composição do padrão de corte. O desempenho do RG_{2D} é analisado separadamente em dois grupos de instâncias e comparados aos valores das soluções de algoritmos competitivos e bastante conhecidos na literatura. Com tempos computacionais aceitáveis, seus resultados são promissores quando comparados aos algoritmos GRASP, GR/PR e TS500 [1], conseguindo uma quantidade significativa de soluções ótimas e as demais apresentando um *gap* pequeno. Nas instâncias gcut1-gcut13, a comparação é feita com o algoritmo exato A1 [3] e destaca-se que o algoritmo RG_{2D} obteve a melhor solução conhecida para a instância em aberto gcut13.

Referências

1. R. Alvarez-Valdés; A. Parajón and J. M. Tamarit. A tabu search algorithm for large-scale guillotine (un)constrained two-dimensional cutting problems. *Computers & Operations Research*, n.29, 925-947, 2002.
2. N. Christofides and E. Hadjiconstantinou. An exact algorithm for orthogonal 2-D cutting problems using guillotine cuts. *European Journal of Operational Research*, n. 83, 21-38, 1995.
3. M. Dolatabadi, A. Lodi and M. Monaci. Exact algorithms for the two-dimensional guillotine knapsack. *Computers & Operations Research*, v. 39, n. 1, 48-53, 2012.
4. T. A. Feo and M. G. C. Resende. Greedy Randomized Adaptive Search Procedures. *Journal of Global Optimization*, n. 6, 109-133, 1995.
5. F. Furini, E. Malaguti and D. Thomopulos. Modeling two-dimensional guillotine cutting problems via integer programming. *INFORMS Journal on Computing*, v. 28, n. 4, 736-751, 2016.
6. M. Hifi. Dynamic programming and hill-climbing techniques for constrained two-dimensional cutting stock problems. *Journal of Combinatorial Optimization*, 8, 65-84, 2004.
7. R. Morabito and V. Pureza. A heuristic approach based on dynamic programming and and/or-graph search for the constrained two-dimensional guillotine cutting problem. *Annals of Operation Research*, v.179, 297-315, 2010.
8. M. Prais and C. C. Ribeiro. Reactive GRASP: An application to a matrix decomposition problem in TDMA traffic assignment. *INFORMS Journal on Computing*, v. 12, n. 3, 164-176, 2000.
9. A. S. Velasco, G. G. Paula Junior and E. Vieira Neto. Um Algoritmo Heurístico Baseado na GRASP para o Problema de Corte Bidimensional Guilhotinado e Restrito. *Gepros - Gestão da Produção, Operações e Sistemas*, ed.1, 129-141, 2008.
10. A. S. Velasco and E. Uchoa. Geração de Padrões de Corte Bidimensionais Guilhotinados via Grasp. In: *Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, Salvador - BA, 2014.
11. A. S. Velasco. *Algoritmos Híbridos para o Problema de Corte Bidimensional*. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) - Escola de Engenharia, Departamento de Engenharia de Produção - TEP, UFF, Niterói, 2017.

The dynamics of vertical integration and industry environment: A case study¹

N. Ravichandran

Professor, Indian Institute of Management Ahmedabad

e-mail : nravi@iima.ac.in

Abstract:

In this discussion, we present an example to illustrate how industry dynamics and structure impacts vertical integration decision. The context of a state funded higher education institution referred to as Narmada Institute of Management (NIM). The Dean of NIM has to make a decision regarding provisioning of the safety and security to the institution. Conventionally the safety and security infrastructure and its management, considered to be a non-core area to NIM was outsourced. There has been number of managerial challenges in administering the security contract. Based on these experiences and industry structure, an unconventional but an optimal option of insourcing security was negotiated with the Board of Governors of NIM.

Keywords:

Sourcing decision, Security manpower, Outsourcing, Insourcing, Contract management, Vertical integration

Introduction:

We discuss the tactical decision related to provisioning security services for a state funded higher education institution in management discipline. The institution referred to as National Institute of Management (NIM) was established in 1996 in the central part of India. In a short span of its existence, NIM has recorded significant growth in terms of student enrolment, faculty recruitment, portfolio of academic programmes and creation of infrastructure. For a growing institution like NIM, there are multiple competing priorities. Several time bound activities have to be executed. Bias for action is essence of administration. The leadership and the top management does not have the bandwidth to deal with unexpected deviations in contractual obligations from business and academic partners. As a part of the administrative arrangements, NIM has contracted its security

¹ This is an extracted version of a case authored by Professors N. Ravichandran and Sundaravalli Narayanaswami of Indian Institute of Management Ahmedabad. This abstract draws extensively from the cases - 1. *Security Management at National Institute of Management: To Outsource or Insource? (A)* - IIMA/PROD0315(A) and 2. *Security Management at National Institute of Management: To Outsource or Insource? (B)* - IIMA/PROD0315(B) and the teaching note - *Security Management at National Institute of Management: To Outsource or Insource? (A) and (B)* - IIMA/PROD0315(A&B)TN

services to a third party by following a tendering process. The initial contract is for a year. This can be renewed up to a period of two additional years based on performance review. The contract provisioned for wage escalation, as approved by Government of India.

Unfortunately operationally this arrangement has not been working out well for NIM. Often the security agency did not adhere to contractual obligations. The deviations are notable in terms of working conditions, shift durations and benefit to the security staff. The monthly payments to the security guards were often delayed. Any financial penalty imposed by NIM on the agency for violation of contractual obligations was routinely passed on to the individual security guard on pro-rata basis. The benefits arising out of wage escalation paid by NIM to security agency was not passed on to the individual security guards. Further the agencies did not respect/adhere to the minimum wage payable to the security guards. The payment received by the agency from NIM related to Employment Provident Fund (EPF) and other entitlements on behalf of the staff was not passed on to the individual security guards.

The security guards worked under the perpetual risk of losing their job. Their literacy skills was low. No periodic training was given to them. The quality of services rendered by the agency was poor. More specifically, the guards were unable to effectively prevent theft and infiltration to NIM campus. As a consequence of all these, NIM has to contract with four different agencies in the last four years. The indirect cost of supervising and administering the contractual obligations by the agency was turning out to be a administrative nightmare. Further, the relationship between NIM and the security agency was based on asymmetric norms. To expand, NIM being state funded organization was obliged to ensure strict adherence to the contractual provisions. The security agency being private, used flexibility, innovation and adhocism to minimise compliance and maximize their economic gains.

The present arrangement of outsourcing has created tension and disappointments to various NIM stakeholders namely the security guards, the security agency, and the administration. The financial outlay of this arrangement is about INR 2 million per month. NIM required the agencies to perform well on the following;

- Fair, accurate and timely payment to the security guards.
- Strict compliance related to terms and conditions of the contract.
- Minimise extended duty hours of the security guards deployed.
- An agile system to respond rapidly and adequately to emergencies.

Accordingly, NIM leadership was exploring innovative options to manage the security functions.

Business mode of the security agencies:

In their anxiety to secure a contract, the agencies usually quoted (against the tender document) low service charges. The agencies assumed security guards can be hired at the minimum prescribed wages. In reality this assumption proved to be invalid.

The security guard supply market consisted of (a) ex-servicemen and (b) unemployed youth with modest education and no training. The ex-servicemen were in great demand in view of their training. There were not adequate guards to meet the requirement (demand-supply gap). Taking advantage of this situation, the ex-servicemen demanded premium wages. Several security agencies were unable to meet their expectation and hence could not deploy them.

In order to not compromise on their operational profitability, the agencies recruited and deployed semi-skilled, unskilled and unemployed youth at minimum possible wages. For the unemployed youth, this was an employment opportunity during off-agribusiness season. Such security guards worked for a meager salary. They treated this job opportunity as a stop-gap arrangement. Consequently, the manpower attrition in security agencies was high resulting in inadequate deployment of guards at client locations. This routinely attracted penalty as per the tender agreement eroding the profitability of the agencies.

The service provider attempted to deploy stipulated manpower by provisioning overtime to guards (from an 8 hours normal shift to 12 hours shift) without adequate compensation for over time. Deploying security guard on overtime regularly was a violation of the contractual agreement. Consequently, the 1/3 savings on wages was offset penalty levied by the client for perpetual over time violation.

The players in this industry had only regional presence. *Ad hoc* systems characterised their mode of operations. Service quality was not in their scheme of things. They were essentially commercial establishments exploiting an opportunity arising out of the high demand-low supply situation. Usually the contractual obligations increased the cost of operations and reduced the overall profitability. Therefore the security agencies routinely compromised on the contractual obligations to enhance their revenue, and commercial viability.

The proposed solution:

NIM leadership considered the following options:

- Influenced by the unpleasant experience, NIM explored the possibility of deploying para-military forces for managing security on their campus. However, the charges were prohibitively expensive (approximately 10 times the current budget) .
- Attempts to invite national players (security agencies) to participate in the bidding process evoked very little response

Consequently, NIM proposed to the board to insource security operations. This is contradicting to the well-known norms of business, where usually non-core activities are outsourced. Further, the insourcing option would increase the budget by 50%.

The argument in favour of insourcing include (a) rapid churning of agencies, (b) fragmented industry represented by local players, (c) Tier II location of NIM, (d) need for NIM to deal with litigation and arbitration proceedings and (e) the associated hidden supervision cost. At the broader level when NIM paid the agency the wages and benefits as per the GoI norms and tender conditions, the agency did not pass on these benefits to the security guards. In effect, the agency is taking undue advantage of the need of NIM and the vulnerability of the security guards.

Conclusion:

After deliberations, the board approved the proposal to insource the security activity. This decision is in deviation with the standard practise. The disadvantage clearly is the increased cost. The compulsions are fragmented industry, presence of only regional players, lack of service quality orientation among agencies, unwillingness to adhere to contractual terms by the agency resulting in indirect supervisory cost to NIM.

The other facet which lead to this decision was (a) should a government institution insulate itself from the realities of security guard exploitation by the selected agency or (b) should it intervene and restore balance of power in favour of the security guards.

It is important to recognise that there is no standard solution. The context, environment, administrative challenges would drive the sourcing decisions. The teaching cases of IIMA referred earlier provide a larger context and background to facilitate a comprehensive discussion on this topic in a classroom setting.

Hacia una metodología de diseño de experimentos para problemas combinatorios

María Beatríz Bernábe Loranca¹
^{1,2,3,4} Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
beatriz.bernabe@gmail.com

Gerardo Martínez Guzmán², Martín Estrada Analco³, Rogelio González Velázquez⁴, Jorge Ruiz Vanoye⁵
⁵Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo

Abstract

En términos amplios, los problemas que pertenecen a la categoría Np-Complejos permanecen en la búsqueda de métodos para encontrar una solución exacta. Dado que estos problemas se caracterizan por poseer un alto costo computacional, se introducen métodos metaheurísticos para obtener una buena solución aproximada.

Las metaheurísticas están definidas por distintos parámetros donde la aleatoriedad es factor vulnerable que depende del modo en que tales parámetros describen a la metaheurística.

Es en este escenario donde se coloca nuestro trabajo: proponer una metodología estadística que guíe al desarrollador a controlar las pruebas experimentales que deben desarrollarse para conseguir los mejores valores en soluciones factibles y cercanas al óptimo.

Se presenta una guía piloto de construcción de pruebas experimentales con diseños estadísticos factoriales. Se expone el caso para la P-mediana con una adecuación y calibración de los parámetros para un diseño de experimento factorial.

Keywords: experimento factorial, heurística, metodología, P-mediana

1 Introducción

Uno de los principales conflictos en los resultados obtenidos con metaheurísticas implementadas que resuelven instancias de gran tamaño, se centra en el deterioro de la calidad de la solución. Se ha identificado que las implementaciones se han concentrado en la asignación de valores no bien calculados a los parámetros del algoritmo, prestando poca atención a la estrategia para acceder a la solución vecina y más aún, se ha descuidado la incorporación de las características de calidad de software (funcionalidad, confiabilidad, eficiencia, usabilidad, portabilidad, mantenibilidad) en la búsqueda del óptimo. Este punto posee dificultad mayúscula y da lugar a propuestas prometedoras que inducen al desafío de construir modelos de calidad en optimización combinatoria.

Si dispusiéramos de un modelo de calidad para metaheurísticas, es posible plantear que la característica de eficiencia, es el lugar donde el algoritmo heurístico debería medir la función objetivo. En este trabajo, se describe un ejemplo que usa un diseño factorial y diseño compuesto central sobre un número de instancias generadas aleatoriamente, las cuales se encuentran bajo los criterios de diseños estadísticos experimentales. Los resultados de las pruebas empíricas muestran que, con combinaciones no calculadas de los parámetros, perturbar solo una variable, proporciona resultados muy pobres ya que devuelve la solución sub-óptima con

menor frecuencia, y si se realizan combinaciones de parámetros, indicados por las superficies de respuesta, es posible acceder a una zona prometedora hacia el óptimo.

El presente trabajo se encuentra organizado de la siguiente manera: la presente introducción como sección 1. En la sección 2 se presentan algunos trabajos relacionados. En la sección 3 se introducen las características para alcanzar la calidad en software y aspectos de complejidad computacional. La sección 4 se ocupa de presentar el objetivo principal de este trabajo: la metodología estadística para metaheurísticas. Finalmente, en la sección 6 se describen las conclusiones y el trabajo futuro.

2 Preliminares

La construcción de técnicas y algoritmos que resuelvan eficientemente problemas de alta complejidad computacional, es uno de los mayores retos en las ciencias de la computación. Incluso, aquellos problemas que tienen una respuesta de tiempo polinomial, exigen una técnica o metodología para responder a parámetros de calidad. En este punto, mientras la ingeniería de software (IS) propone la satisfacción de calidad del software bajo el cumplimiento de 6 características conocidas (funcionalidad, confiabilidad, eficiencia, usabilidad, portabilidad, mantenibilidad), la IS no es explícita para el desempeño de estos 6 atributos en problemas combinatorios, los cuales se han centrado más en alcanzar un óptimo poniendo énfasis en el algoritmo de aproximación que atendiendo usabilidad o portabilidad por ejemplo.

En los problemas NP completos la calidad buscada no debe ser excluyente de satisfacer las características de IS, entonces el reto es determinar una estrategia para atender la calidad en el método de aproximación mientras el algoritmo principal del problema, persigue satisfacer la calidad del software en términos generales. Por tanto, una metodología para metaheurísticas se hace necesaria; sin embargo, generalizar tal metodología se encuentra fuera de nuestros alcances por el momento.

En este escenario, nos concentramos en un caso específico de diseño de experimentos para búsqueda por entorno variable para la P-mediana. La metodología estadística que proponemos persigue alcanzar el óptimo con un diseño de experimentos factorial. Cabe señalar que el experimento ya ha sido desarrollado y tal trabajo motivó a extender la metodología implícita para presentarla como una guía preliminar, siendo esta la principal contribución del trabajo aquí descrito.

Debido a que el uso de algoritmos metaheurísticos induce directamente a un alto costo computacional, justo por la presencia aleatoria de los diferentes parámetros que las definen, nos hemos detenido en este aspecto, donde los diseños de experimentos contribuyen a encontrar un equilibrio de los parámetros que describen a la metaheurística.

Por otra parte, un evidente conflicto que se encuentra en proceso, es determinar la manera en que se incorpore un diseño de experimentos para problemas combinatorios en las características de calidad de la IS.

Trabajos que han mostrado su interés en diseños de experimentos para metaheurísticas podemos verlos en [1], donde proponen experimentos con dos estrategias de búsqueda implementadas un algoritmo recocado simulado para un problema de inventario. En [2] se aborda una excelente clasificación de metaheurísticas y diseño de experimentos para el análisis de componentes. Una discusión interesante sobre métodos cuantitativos utilizados en el diseño de la gestión de almacenes y centros de distribución, donde se justifica que para la solución de este tipo de problemas es necesario un estudio de metaheurísticas y diseño de experimentos para su solución, puede verse en [3].

Otro problema de interés que determina el valor óptimo de los parámetros de un algoritmo evolutivo, considera al menos dos opciones: ajuste e parámetros y control de parámetros. La primera opción está relacionada con hacer una experimentación exhaustiva para determinar, de una manera empírica, el valor del parámetro que permite obtener los mejores resultados para el problema en cuestión. Esta tarea implica

un tiempo de testeo extra, la cual es computacionalmente muy costosa y raramente reportada en la literatura. En esta línea, se han publicado varias alternativas como diseño de experimentos [4, 5, 6 7].

3 Evaluar para la calidad: hacia un modelo de calidad en metaheurísticas

Uno de los propósitos de este trabajo es establecer que las estrategias en la búsqueda del óptimo, deben ser atendidas en la característica de eficiencia de la calidad del software. Se entiende que el software base, es decir, el programa general subyacente al problema, debe permanecer en la satisfacción de las 5 restantes características, mientras que la metaheurística se atiende en la característica de eficiencia.

La calidad en general es un conjunto de propiedades y características de un producto o servicio, que le confieren aptitud para satisfacer unas necesidades explícitas o implícitas (ISO 8402), y la calidad del software es el grado con el que un sistema, componente o proceso cumple los requerimientos especificados y las necesidades o expectativas del cliente o usuario. (IEEE, Std. 610-1990).

Las normas ISO 9000 son un conjunto de normas internacionales que definen requisitos para los llamados sistemas de gestión de calidad. Los requisitos de la norma están en el documento conocido como ISO 9001:2000. Este estándar describe 6 características generales para productos de software: Funcionalidad, Confiabilidad, Usabilidad, Eficiencia (relación entre el nivel de desempeño del software y la cantidad de recursos usados bajo condiciones establecidas), Mantenibilidad, Portabilidad.

En general, la ingeniería de requisitos ofrece diferentes técnicas para obtener calidad del software. Sin embargo, la generalidad de esta metodología no se ajusta explícitamente a la evaluación de calidad en problemas de alta complejidad computacional. Si bien la calidad del software es expresada en términos de eficiencia, confiabilidad, portabilidad, funcionalidad y usabilidad, la construcción de un software que resuelva un problema de alto costo computacional también debe satisfacer implícitamente estas características. Entonces el conflicto es trasladar y adaptar estas características para satisfacer calidad de un problema de complejidad computacional (NP-hard).

3.1 Complejidad computacional

Los problemas de la clase NP completos, se caracterizan por ser problemas difíciles de optimización combinatoria. Generalmente contienen al menos una función de costo que se optimiza. Esta función es entendida como función de calidad (acompañada de las restricciones) y permite de algún modo ser evaluada dado que es medible. Considerando que se respetan los estándares de calidad en el desarrollo de un problema NP completo, especial énfasis se pone en la función de calidad y en el algoritmo de aproximación que la optimiza. La aproximación que tiene nuestra atención son las metaheurísticas en complicidad con la calibración de sus parámetros bajo el supuesto de que este procedimiento no es excluyente de la característica de eficiencia en la calidad del software.

Cuando no es posible tratar un problema en tiempo polinomial, las metaheurísticas son los mejores y más efectivos métodos de aproximación a este tipo de problemas, pero ello conduce a que tal metaheurística debe ser adaptada con especial cuidado para que su posterior evaluación conduzca a obtener un buen óptimo. Esta situación es bien conocida en el área de optimización combinatoria.

En cuanto a instancias de mayor tamaño, la evaluación del desempeño de algoritmos metaheurísticos es un proceso vulnerable dado que el tiempo requerido para realizar la experimentación puede ser muy costoso. Bajo una serie de experimentos computacionales, una forma de reducir el esfuerzo necesario, consiste en incorporar técnicas estadísticas que ayuden a encontrar equilibrio en los parámetros y así conseguir bajo costo computacional además de buena calidad en la función objetivo. En este punto, subrayamos que incorporar dichas técnicas, requieren del uso de enfoques tradicionales donde los métodos dependen específicamente de la técnica, del problema y del algoritmo usado.

Por otra parte, otras y numerosas técnicas de optimización pueden prescindir de un experimento estadístico y son bien conocidas en la literatura como técnicas exhaustivas y no exhaustivas [8]. En ambos casos, se trata de técnicas computacionales no analíticas, y la clasificación se basa en el examen que realizan del espacio de soluciones. Mientras que las técnicas de optimización exhaustivas son aquellas que garantizan encontrar siempre el óptimo (máximo o mínimo) recorriendo en el peor de los casos todo el espacio de soluciones (que puede ser enorme), en las técnicas no exhaustivas lo que importan no es encontrar la mejor solución (el óptimo), interesa conseguir soluciones suficientemente buenas (de alta calidad) sin que el coste de hallarlas exceda las restricciones de tiempo o memoria que se impongan. En estos algoritmos, se inicia con una solución o conjunto de soluciones para obtener nuevas soluciones que se acerquen más al óptimo o que exploren nuevas zonas del espacio de soluciones con el fin de evitar los óptimos locales, y, de forma iterativa, lograr una convergencia, en caso de tenerla, hacia una solución de alta calidad. Normalmente no se podrá garantizar que la solución obtenida sea el óptimo, pero se podrá asegurar la calidad de la solución, dado que ésta cumplirá con los criterios buscados. Este proceso de aproximación comprometido con técnicas estadísticas de diseño de experimentos, el cual proponemos en este trabajo, puede ser mejor si los parámetros de los métodos de aproximación están en equilibrio en el camino al óptimo.

En particular, la experiencia sobre metaheurísticas y diseño de experimentos que hemos aplicado, se ha centrado en problemas de la P-mediana usando el particionamiento para crear grupos (P). Búsqueda Tabú y Búsqueda por Entorno Variable(VNS) han sido las metaheurísticas utilizadas con Box Bhenken y Diseño Compuesto Central en el rol experimental de las pruebas [9-14].

4 Metodología de Diseño de Experimentos para metaheurísticas VNS

Con los recursos planteados en este artículo, incluir una metodología ideal para evaluar calidad de las metaheurísticas es prematuro. La ausencia de técnicas existentes combinadas, teoremas que demuestren los supuestos etc., impiden de algún modo, proponer un modelo de calidad para metaheurísticas, ese es un trabajo significativo que se encuentra en proceso. Sin desatender esta línea, nos hemos situado en establecer la premisa de que la calidad en las metaheurísticas está directamente relacionada con la característica de eficiencia de acuerdo al modelo ISO de calidad en software. En un escenario pragmático, presentamos en este documento, una serie de pasos de testeo y experimentación, los cuales han sido aplicados en problemas combinatorios para la P-mediana. La guía dictada presume una orientación a los investigadores en metaheurísticas para calibrar los parámetros implícitos, en particular para Búsqueda por Entorno Variable VNS [16]. La herramienta que se presenta es estadística factorial para experimentos computacionales [17]. Los experimentos se llevan a cabo por los investigadores en todos los campos de estudio para descubrir algo acerca de un determinado proceso o para comparar el efecto de varios factores sobre algunos fenómenos. En la prueba computacional de algoritmos, incluyendo métodos heurísticos, un experimento típico consiste en resolver una instancia de problema dado utilizando una implementación del algoritmo de computadora. Generalmente el objetivo del experimento es demostrar la eficacia o efectividad del software (y, por ende, la metodología subyacente) de esta particular instancia. El experimentador tiene gran libertad de seleccionar el problema, el algoritmo, elegir un entorno informático, selección de medidas de desempeño y mecanismos específicos para reportar los resultados y cada elección, puede tener un efecto significativo sobre el resultado del experimento. Por lo tanto, garantizar que la información reportada es significativa, el investigador debe utilizar un diseño experimental cuidadosamente construido y documentar todos los factores que podrían influir en los resultados. En este escenario, exponemos en forma general de acuerdo a nuestra experiencia, como desarrollar experimentos computacionales para desarrollar buenas pruebas para perseguir el óptimo. Para que la metodología de diseño de experimentos sea eficaz, es fundamental que el experimento esté bien diseñado. Un experimento se realiza por alguno de los siguientes motivos: — Determinar las principales causas de variación en la respuesta, — Encontrar las condiciones experimentales con las que se consigue un valor extremo en la variable de interés o respuesta, — Comparar las respuestas en diferentes niveles de observación de variables controladas — .

La utilización de los modelos de diseño de experimentos se basa en la experimentación y en el análisis de los resultados que se obtienen en un experimento bien planificado. En muy pocas ocasiones es posible utilizar estos métodos a partir de datos disponibles o datos históricos, y ese es uno de los primeros errores, en este caso, asumimos que los datos son correctos. Uno de los principales objetivos de los modelos estadísticos y, en particular, de los modelos de diseños de experimentos factoriales, es controlar la variabilidad de un proceso aleatorio que puede tener diferente origen. La experimentación forma parte natural de la mayoría de las investigaciones científicas e ingenieriles donde los resultados del proceso de interés se ven afectados por la presencia de distintos factores, cuya influencia puede estar oculta por la variabilidad de los resultados muestrales. Por tanto, se exige conocer los factores que influyen realmente y estimar esta influencia. Para conseguir esto se recomienda experimentar variando las condiciones que afectan a las unidades experimentales y observar la variable respuesta. Del análisis y estudio de la información recogida se obtienen las conclusiones. La forma tradicional que se utiliza en la experimentación, se basa en estudiar los factores uno a uno y variar los niveles de un factor permaneciendo fijos el resto de los factores pero con las debilidades de errores manuales. Entonces, se han desarrollado etapas que deben seguirse para una correcta planificación de un diseño experimental, etapas que deben ser ejecutadas de forma secuencial (previo conocimiento de algunos conceptos básicos en el estudio de los modelos de diseño de experimentos):

1. Definir los objetivos del experimento.
 2. Identificar todas las posibles fuentes de variación
 3. Elegir una regla de asignación de las unidades experimentales a las condiciones de estudio (tratamientos).
 4. Especificar las medidas que se realizarán (la respuesta), el procedimiento experimental y anticiparse a las posibles dificultades.
 5. Ejecutar un experimento piloto.
 6. Especificar el modelo.
 7. Esquematar los pasos del análisis estadístico.
 8. Determinar el tamaño muestral.
- Revisar las decisiones anteriores.

Considerar que al planificar un experimento hay tres principios básicos que son el principio de aleatorización, el bloqueo, la factorización del diseño.

Finalmente entendemos que un diseño experimental es una regla que determina la asignación de las unidades experimentales a los tratamientos. Aunque los experimentos difieren unos de otros en muchos aspectos. Algunos de los más utilizados son los siguientes: Diseño completamente aleatorizado, Diseño en bloques o con un factor bloque, Diseños con dos o más factores bloque, Diseño con factores bloque, anidados o jerarquizados, Diseños con dos o más factores, Diseños factoriales a dos niveles etc.

En nuestro caso, dadas las características de nuestro problema, los diseños que hemos ocupado son Box Bhenken y superficies de respuesta además de Diseño compuesto Central

1.1. Diseño de experimentos para la metaheurística Búsqueda por Entorno Variable VNS

Esta sección presenta brevemente la aplicación de la metodología de diseño de experimentos para problema de la P-mediana usando VNS con el fin de obtener soluciones aproximadas para evaluar la calidad de las soluciones generadas [14]. Se ha aplicado diseño Compuesto Central y Superficies de Respuestas para encontrar un balance y adecuación de los valores de los parámetros en el control de la obtención de buenas soluciones [18].

1. Definir los objetivos del experimento: El problema de la P –mediana es un problema de alta complejidad computacional y requiere el uso de métodos aproximados. Se ha elegido VNS como método metaheurístico. Dadas las especificaciones de la P-mediana se elige $P=8$ (8 grupos) [18]. El objetivo es aplicar un análisis factorial para la calibración de los parámetros de VNS que aseguren su mejor desempeño: el tiempo de respuesta debe reducir considerablemente el costo computacional y la calidad de las soluciones debe estar muy cerca del óptimo.

2. Identificar todas las posibles fuentes de variación: Dos parámetros definen a VNS: búsqueda local y estructuras de vecindad [18]. Una instancia de 463 objetos con 8 grupos como parámetro fijo.

3. Elegir una regla de asignación de las unidades experimentales a las condiciones de estudio (tratamientos): De acuerdo a la cantidad de parámetros (BL Búsqueda Local, EV Estructura de Vecindad), un diseño compuesto central y superficies de respuesta se adecuan al problema

4. Especificar las medidas que se realizarán (la respuesta), el procedimiento experimental y anticiparse a las posibles dificultades: Se eligen valores para los parámetros y la variable de respuesta que es la función objetivo. Los niveles de experimentación para BL están entre [1031 – 1370] y para EV se encuentran entre [1718 - 1365] (de acuerdo a experimentos previos) [18]. Elegimos la plataforma de ejecución y el programa que se desarrolló resolver la P-mediana con VNS.

5. Ejecutar un experimento piloto: Se desarrolla un conjunto de pruebas que indica el Diseño Compuesto Central donde se generaron 14 combinaciones de los parámetros y se registran los valores de la función de costo con el tiempo de computo respectivo.

6. Comprobar estadísticamente el método experimental: Una vez realizadas las corridas se analiza que los datos se comporten de acuerdo a una distribución Normal, que no haya efectos de una prueba a otra y que el modelo de regresión de segundo orden es el adecuado.

7. Esquematizar los pasos del análisis estadístico: Se realizan todos los cálculos estadísticos y las pruebas de correlación de variables, análisis de varianza y pruebas de hipótesis

8. Determinar el tamaño muestral: El tamaño es posible modificarlo de acuerdo a los resultados anteriores si no se observan cambios positivos significativos en la minimización o maximización de la función objetivo.

La aplicación de esta guía puede consultarse en trabajos previos, y a partir de los resultados conseguidos, se ha considerado la posibilidad de exponer una guía pionera, la cual ha sido expuesta en este artículo [11, 13, 18]

5 Conclusiones

A lo largo de este trabajo, hemos expuesto de manera compacta, los desafíos que tenemos en una metodología para determinar la calidad de métodos heurísticos.

En particular, se expuso la metodología de diseño de experimentos para desarrollar pruebas confiables que conduzcan al óptimo del problema de la P-mediana donde se consiguieron resultados alentadores [9, 10, 18].

Respecto a la metodología, este trabajo expresa las expectativas para dirigirnos a un modelo de calidad para metaheurísticas que incluya una guía confiable para testeo, definición, desarrollo y que responda a preguntas como:

¿Cuál es la mejor solución encontrada?, ¿Cuánto toma encontrar la mejor solución?, ¿Qué tan rápido es el algoritmo para generar buenas soluciones?, ¿Cómo debo reportar los resultados?, ¿Cómo establecer las medidas de desempeño?, ¿Cómo testear la heurística, ¿Cómo y con quien debo compararla?, ¿Cómo debo detallar el pseudocódigo de la metaheurística para que se reproduzca?, ¿Cuál es el mejor entorno de computo para su testeo? y finalmente, en ausencia del óptimo, ¿Cómo debo asumirlo, cómo llegar a él y cómo lidiar con el costo computacional y la calidad de las soluciones?

En este aspecto, nos planteamos un reto importante para no solo ofrecer una guía en el desarrollo y evaluación de metaheurísticas, también es deseable en un trabajo posterior, la propuesta de un modelo de calidad para metaheurísticas en la P-mediana.

De acuerdo a los resultados obtenidos en los experimentos factoriales que se han desarrollado, hemos concluido que una disminución en la minimización de la función de costo, se alcanza si se usan niveles altos para particiones de la P-mediana.

Referencias

- [1] Hernández González, Salvador. Tests with two heuristic search strategies in the simulated annealing algorithm for an inventory problem. *Revista Facultad de Ingeniería Universidad de Antioquia*, 2012; 62: 33-4.
- [2] Mauro Birattari, Luis Paquete, Thomas Stützle, and Klaus Varrentrapp. *Classification of Metaheuristics and Design of Experiments for the Analysis of Components*. Tech. Rep. AIDA-01-05 Intellektik, Darmstadt University of Technology Germany; 2001.
- [3] Rodrigo A. Gómez, Alexander A. Correa. Quantitative methods used in the design of warehouse and distribution center. *Revista Avances en Sistemas e Informática, Medellín*, 2010; 7: 2, ISSN 1657-7663.
- [4] Carolina Salto, Gabriela Minetti, Natalia Stark, Carlos Bermudez, Hugo Alfonso, German Dupuy. Metaheurísticas secuenciales y distribuidas: Adaptación de parámetros y entornos de ejecución. *XV Workshop de investigación en ciencias de la computación, Parana*, 2013, pp. 935-938.
- [5] Ridge E. and Kudenko D, Tuning an algorithm using design of experiments. In *Experimental Methods for the Analysis of Optimization Algorithms*, Springer 2010; 265 – 286.
- [6] Birattari M., Stutzle T., Paquete L. and Varrentrapp K. A racing algorithm for configuring metaheuristics, In *GECCO 2002*; 11– 19.
- [7] Nannen V, and Eiben A. Relevance estimation and value calibration of evolutionary algorithm parameters. *Proceedings of the Joint International Conference for Artificial Intelligence (IJCAI)*, 2006; 975–980.
- [8] José Ceferino Ortega Carretero, *Técnicas Heurísticas para Problemas de Diseño en Telecomunicaciones, Máster en Informática y Matemáticas Aplicadas en Ciencias e Ingeniería*, Universidad de Murcia, Facultad de Informática, 2008.
- [9] María Beatriz Bernábe Loranca, Rogelio González. An approximation method for the P-median problem: A bioinspired tabu search and variable neighborhood search partitioning approach. *International Journal of Hybrid Intelligent Systems*, 2016; 13(2):87-98.
- [10] Maria Beatriz Bernábe Loranca, Gonzalez Rogelio, Jose Luis Martínez, Elias Olivarez. A Location Allocation Model for a Territorial Design Problem with Dense Demand- *International Journal of Applied Logistics (IJAL)*. 2016; 6(1).

- [11] María Beatriz Bernábe L., Marco Antonio Rodríguez F., Rogelio González V., Martín Estrada A., Una propuesta Bioinspirada basada en vecindades para particionamiento, *Revista Matemática, Teoría y Aplicaciones*, Vol. 23, Núm. 1 (2016).
- [12] María Beatriz Bernábe Loranca, Rogelio González Velázquez, Martín Estrada Analco, Jorge Ruíz-Vanoye, Alejandro Fuentes Penna and Abraham Sánchez. Bioinspired Tabu Search for Geographic Partitioning. *Advances in Intelligent Systems and Computing, Proceedings of the 7th World Congress on Nature and Biologically Inspired Computing (NaBIC2015) in Pietermaritzburg, South Africa*, Springer International Publishing Switzerland, ISSN 2194-5365, 2015; 419: 189-200.
- [13] María Beatriz Bernábe Loranca, Rogelio González-Velázquez, Martín Estrada Analco. A bioinspired proposal with variable neighborhood structures. *International Conference on Information Management and Management Engineering IMME 2014, WIT Transactions on Engineering Sciences*. ISSN 1743-3533. 2014; 4: 451-458.
- [14] María Beatriz Bernábe Loranca, Rogelio González Velázquez. P-Median: a performance analysis. *Research in Computing Science, Avances en la Ingeniería del Lenguaje y Conocimiento*. 2014; 88:19-30.
- [15] Richard S. Barr Bruce L. Goldeny James Kellyz, William R. Stewartx Mauricio G.C. Resende. *Guidelines for Designing and Reporting on Computational Experiments with Heuristic Methods*. March 16, 2001.
- [16] Hansen, P., Mladenovic, N. and Moreno, P. J. A Variable Neighborhood Search: Methods and Applications. *Annals of Operations Research* 175:367-407.
- [17] Montgomery, D. *Design and Analysis of Experiments*. 1991. 2nd Edition, Wiley, Hoboken.
- [18] María Beatriz Bernábe Loranca, Rogelio González Velázquez, Martín Estrada Analco, Mario Bustillo Díaz, Gerardo Martínez Gúzman, Abraham Sánchez López. Experiment Design for the Location-Allocation Problem. *Applied Mathematics*. July 31, 2014. 5 (14): 2168-2183.

Segurança pública: modelo multicritério para alocação de unidades policiais

Maria Creuza Borges de Araújo
Universidade Federal de Campina Grande
maria.creuzaborges@gmail.com

Carlos Eduardo Bezerra
Universidade Federal Rural do Semi-Árido
carlos-edu-b@hotmail.com

Resumo

A segurança pública se tornou uma preocupação da sociedade devido aos crescentes índices de criminalidade. Neste sentido, as esferas governamentais buscam soluções que diminuam os problemas causados pela violência. Uma estratégia utilizada é o policiamento comunitário, que consiste em trazer a polícia para próximo da população, a partir da instalação de unidades policiais nas comunidades. Neste contexto, este artigo apresenta um modelo multicritério de apoio à decisão, que emprega o PROMETHEE II para a alocação destas unidades. As principais vantagens do uso do modelo são: redução do tempo de deslocamento da polícia, aumento do nível de serviço prestado, melhor interação entre polícia e comunidade e, conseqüentemente, maior sensação de segurança por parte da população.

Palavras-chaves: segurança pública; unidades policiais; PROMETHEE II.

1 Introdução

A violência é um fator de preocupação mundial, tanto para os governantes como para a população, o que causa uma sensação de insegurança na sociedade. De acordo com Fajnzylber et al. (2000), a insegurança passou a ser tão alarmante que as pessoas tratam o assunto com maior grau de atenção, deixando em segundo plano assuntos relacionados a economia, como inflação, impostos e taxa de desemprego, o que pode ser justificado pelo efeito negativo que o aumento da criminalidade exerce na qualidade de vida da sociedade.

No Brasil, a insegurança também provoca incômodo e preocupação. Em pesquisas realizadas pelo Instituto de Pesquisa Datafolha, nos anos de 2014 e 2015, a violência foi identificada entre as cinco maiores preocupações dos brasileiros. Em levantamento registrado no Anuário Brasileiro de Segurança Pública (2016), no ano de 2015 foram registradas 58.467 mortes relacionadas a homicídios dolosos, latrocínios, lesões corporais seguidas de morte e mortes decorrentes de intervenções policiais, no país. Com relação a roubos e furtos, entre os anos de 1988 a 2009, o percentual de vítimas (com idade acima de 10 anos) passou de 5,4% para 7,4% da população, sendo a maior parte dos crimes praticados na zona urbana (IBGE, 2010). Skolnick e Bayley (2002) afirmam que a interação entre a comunidade e polícia traz benefícios para ambas às partes: a polícia adquire moral e motivação para o exercício da profissão, e a população se beneficia de uma melhor prevenção ao crime. Os autores afirmam ainda que a descentralização do comando é uma das características desse modelo de policiamento comunitário, e sustentam a ideia de que trazer a polícia mais próxima da população favorece no combate ao crime, pois esta adquire um papel mais assíduo no tocante

a segurança pública, tornando mais fácil e eficaz a ação policial com o apoio e cooperação da comunidade às suas atividades.

A descentralização do comando pode ser vista e realizada por meio da construção de unidades de apoio da polícia que estejam inseridas mais próximas do cotidiano da comunidade. Entretanto, para a construção das mesmas são necessários materiais e recursos humanos. Conforme o Anuário Brasileiro de Segurança Pública (2015) os gastos realizados pela União, Estados e Municípios com segurança pública passou de 48 bilhões, em 2002, para 76,3 bilhões no ano de 2015, o que representa um aumento de 62% durante o período de análise. Mesmo com este aumento, há limitação de repasses monetários, assim como baixa quantidade de policiais e veículos, o que resulta na necessidade de decidir sobre a localização das unidades de apoio à polícia, já que não há recursos suficientes para instalá-las em todas as regiões da cidade. Observa-se que esta decisão é complexa e envolve vários fatores, tais como o desemprego (Gurgel et al., 2014; Entorf e Spengler, 2000), a renda per capita (Figueiredo et al., 2015; Figueiredo et al., 2017), a densidade demográfica (Figueiredo et al., 2015; Entorf e Spengler, 2000), entre outros, o que a caracteriza como um problema multicritério de apoio à decisão, de forma que o uso de um método multicritério de apoio à decisão seja adequado para auxiliar o decisor.

Neste sentido, o presente trabalho tem como objetivo propor um modelo multicritério para a alocação de unidades de apoio policiais, a fim de diminuir as ocorrências criminosas, aumentar o sentimento de segurança, prestar serviço ágil e diminuir gastos com a máquina pública, no tocante a minimização de custos operacionais com deslocamentos das viaturas. Em seguida, será realizada a aplicação do modelo no município de Assú/RN, já que o mesmo possui aumento significativo nos índices de violência nos últimos anos e necessita de ações para a melhoria dos indicadores nesta área.

2 Métodos e critérios para determinação das áreas de vulnerabilidade à práticas criminosas

São vários os fatores utilizados em trabalhos da literatura para a classificação de áreas quanto a maior probabilidade de desenvolvimento da criminalidade. Camacho-Collados et al. (2015), por exemplo, utilizaram de critérios como área, suporte recebido, demanda e diâmetro, para desenvolver um modelo para otimizar o patrulhamento de áreas da polícia espanhola, conforme suas exigências e preferências. Esse modelo é de natureza multicritério e faz parte de um Sistema de Apoio à Decisão (SAD) para a prática de um policiamento de patrulha preditivo, em áreas que tenham mais necessidade de policiamento, isto é, áreas mais propícias ao crime.

Utilizando o método ELECTRE TRI em conjunto a um sistema de informações geográficas, Gurgel et al. (2012) desenvolveram um modelo para classificar áreas da cidade de Recife quanto a propensão a criminalidade. Entre os critérios utilizados para as avaliações das alternativas estavam a densidade demográfica, crescimento populacional, percentual da população vivendo condições sub-humanas e concentração de renda. As áreas consideradas no modelo foram determinadas a partir da divisão presente no relatório das Nações Unidas. Figueiredo et al. (2015) elaboram um modelo multicritério baseado no método Dominance-based Rough Set Approach, a fim de realizar a classificação de áreas da cidade de Recife. Gurgel e Mota (2013) desenvolveram um modelo baseado no Método SMARTS para classificar áreas, conforme a propensão a atos de criminosos, com o intuito de auxiliar na tomada de decisão de gestores públicos no combate ao crime. Os critérios utilizados estavam relacionados a fatores sociais e demográficos. Através da pesquisa bibliográfica, observou-se diversos critérios, dispostos na Tabela 1, que possuem relação com a criminalidade.

Percebe-se que a maioria dos autores utilizam mais de um critério em seus estudos, o que demonstra a necessidade de utilização de métodos de decisão multicritério em trabalhos que consideram a criminalidade para determinação de políticas públicas. Entre os fatores mais utilizados estão o índice de Gini, renda per capita, densidade demográfica, grau de escolaridade e desemprego.

Tabela 1 - Fatores que estão relacionados à criminalidade

Crítérios	Autores
Índice de Gini	Figueiredo et al. (2015); Gurgel e Mota (2013); Gurgel et al. (2012); Figueiredo e Mota (2016)
Renda per capita	Figueiredo et al. (2015); Gurgel et al. (2014); Figueiredo et al. (2017); Figueiredo e Mota (2016)
Saneamento básico	Figueiredo et al. (2015)
Infraestrutura	Figueiredo e Mota (2016).
Educação	Figueiredo et al. (2017); Figueiredo e Mota (2016).
Iluminação pública	Figueiredo et al. (2017).
Residências alugadas	Figueiredo et al. (2017).
Densidade demográfica	Figueiredo et al. (2015); Figueiredo et al. (2017); Gurgel et al. (2012); Entorf e Spengler (2000); Figueiredo e Mota (2016); Figueiredo (2013).
Grau de escolaridade	Figueiredo et al. (2015); Gurgel et al. (2014); Figueiredo et a (2017).
Taxa de natalidade	Gurgel et al. (2014); Gurgel et al. (2012)
Desemprego	Gurgel et al. (2014); Entorf e Spengler (2000).
Iluminação pública	Figueiredo et al. (2017).
Residências alugadas	Figueiredo et al. (2017).
IDH	Gurgel et al. (2012).
Grau de ocorrências policiais	Gurgel et al. (2012).
Concentração de renda	Gurgel et al. (2012).
Percentual da população vivendo condições sub-humanas	Gurgel et al. (2012).
Crescimento da população	Gurgel et al. (2012).

Os critérios expostos podem ser utilizados como base para a escolha dos fatores a ser considerados no modelo proposto.

3 Modelo proposto para a alocação de unidades policiais

O modelo proposto (Figura 1) tem como finalidade a obtenção de um ranking das regiões de um território (município, bairro, entre outros) quanto à segurança e, a partir desta ordenação, alocar unidades policiais naquelas mais propícias à criminalidade, trazendo a polícia mais próxima do foco da violência, para atuar de forma mais eficaz.

Na primeira etapa, estruturação do problema, é identificado o decisor, que nesse caso deverá ser alguém ligado a segurança pública, como, por exemplo, um coronel, tenente, secretário de segurança, entre outros, que possa descrever suas preferências, essenciais para garantir a precisão do modelo.

Em seguida, deve-se definir a quantidade de unidades policiais a ser instaladas. Esta decisão está ligada aos recursos disponíveis, tais como o número de policiais, quantidade de viaturas de patrulhamento, verba destinada para a construção das unidades, entre outros. O número de unidades será determinado junto ao decisor, que detém as informações referentes aos recursos. Posteriormente, os critérios serão determinados segundo as preferências do decisor.

Por fim, são identificadas as alternativas existentes, que, neste caso, são as regiões da cidade onde poderão ser instalados os postos policiais. Algumas formas de determinação são o uso da divisão realizada pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), para a coleta de dados referentes ao Censo Demográfico, ou por meio da divisão por bairros ou ruas da cidade. O decisor deve decidir também em qual dos perímetros (urbano, rural ou ambos) será mais importante que as unidades policiais estejam alocadas.

A segunda etapa do modelo consiste na avaliação das alternativas. Primeiramente, deve-se determinar o método a ser utilizado. O mesmo deve considerar vários critérios, a fim de escolher uma ou mais alternativas

para a alocação das unidades policiais. Assim, a problemática do problema proposto foi definida como de escolha e o método utilizado estará relacionado com o objetivo da mesma, ou seja, desenvolver o problema sob a condição de melhor (es) opção (ões).

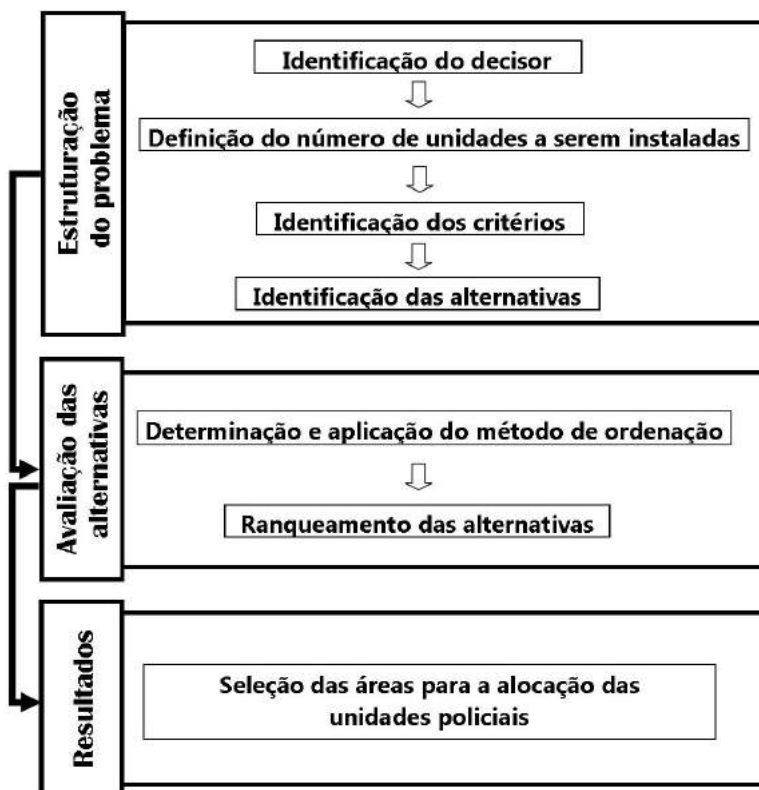


Figura 1 – Modelo proposto

Neste sentido, o PROMETHEE II (Brans et al., 1984) será utilizado para a avaliação das alternativas, já que se adequa ao problema em questão pelos seguintes motivos: é um método estruturado, de forma que a decisão resultante será adequada as necessidades do decisor; os critérios considerados podem ser subjetivos ou objetivos, dependendo das preferências do decisor; é um método de ordenação, que permite a criação de um ranking entre as alternativas, a partir do qual pode-se escolher as localidades mais apropriadas para a instalação das unidades; é não-compensatório, ou seja, o bom desempenho de uma alternativa para um critério não compensa o desempenho ruim em outro, o que é importante para o problema proposto, que deve ter alternativas com avaliações equilibradas entre os critérios; utiliza de matemática simples para a resolução do problema, o que favorece na compreensão do decisor; os pesos dos critérios são vistos como sua importância relativa, o que faz com que a modelagem seja mais próxima da realidade; a escolha do decisor com relação à função de preferência torna o modelo mais flexível, possibilitando o uso ou não dos limiares de preferência e indiferença, de acordo com as propensões do decisor.

Para a determinação dos pesos dos critérios propõe-se o uso do procedimento de Simos Revisado (Figueira e Roy, 2002), pois este é apropriado em situações nas quais o peso é considerado como a importância relativa do critério para o decisor. Além disso, esta metodologia é bastante intuitiva e de simples entendimento por parte do decisor.

Por fim, são determinados os resultados da sistemática. Então, a partir da ordenação resultante do PROMETHEE II e do número de instalações a serem alocadas, escolhe-se as alternativas do ranking de forma crescente, a partir daquela com pior desempenho, até atingir o número de unidades policiais a serem construídas. Essa escolha se deve ao fato de que as primeiras alternativas representarão os melhores resultados das análises referentes aos critérios pré-estabelecidos pelo decisor.

Após a determinação das regiões nas quais as unidades policiais serão alocadas, a Polícia Militar determinará, dentro da região pré-determinada, o logradouro onde será construída a unidade. Além disso, se for observado que duas regiões escolhidas estão muito próximas e possuem uma área pequena, pode decidir-se por alocar apenas uma unidade entre as regiões e instalar a outra unidade em uma região subsequente no ranking.

4 Aplicação do modelo

O modelo proposto foi aplicado na cidade de Assú, Rio Grande do Norte. O município se encontra na 12ª posição entre as cidades norte-riograndenses com maiores índices de caso de Crimes Violentos Letais Intencionais (CVLI) de acordo com a análise dos dados referentes ao intervalo entre os anos de 2012 a 2015 (HERMES; BRANDÃO, 2016). A cidade conta com instalações e a atuação da polícia militar e civil.

Neste caso, o decisor foi um Cabo da polícia militar, justificando a sua escolha pelo fato de ser um profissional ligado a segurança pública, que conhece os problemas da cidade objeto de estudo. Os critérios identificados na revisão da literatura foram apresentados ao decisor, e a partir da definição dos critérios e por intermédio da sua experiência na área, este determinou aqueles que deveriam ser utilizados na análise das alternativas. Os critérios, suas definições, a necessidade de maximização ou minimização para a melhor avaliação da alternativa são expostos na Tabela 2.

Tabela 2 - Critérios de avaliação

Código	Critério	Definição	Max / min
C1	Infraestrutura	Está relacionada a existências de banheiro e abastecimento de água nos domicílios.	Maximizar
C2	Renda per capita	Conforme Fulgencio (2007) a renda per capita é o valor que cada habitante de uma região receberia caso houvesse uma distribuição igual do valor do Produto Nacional Bruto entre todos os indivíduos.	Maximizar
C3	Educação	De acordo com Fulgencio (2007) uma pessoa alfabetizada é aquela capaz de ler e escrever, no idioma que conhece, um bilhete.	Maximizar
C4	Densidade demográfica	Corresponde ao número de pessoas, por quilômetro quadrado, que habita em uma área, região ou país (PANITZ, 2003).	Minimizar

As alternativas equivalem às áreas possíveis para a instalação dos postos policiais. Para isso foi utilizada a divisão estabelecida pelo IBGE em sua pesquisa demográfica (Censo 2010). O IBGE dividiu a cidade de Assú em 71 áreas, das quais 42 equivalem à zona urbana e 29 a zona rural. Entre essas regiões, o decisor considerou que é mais importante que os postos policiais fossem alocados no perímetro urbano, visto que esta zona comporta 73,9% da população que habita na cidade.

Antes de começar a avaliar cada alternativa em relação aos critérios foram atribuídos pesos aos mesmos, por meio do procedimento de Simos revisado, considerando a experiência profissional do decisor. Os pesos dos critérios foram 0,1606 para C1; 0,3139 para C2, 0,4927 para C3 e 0,0329 para C4. Após a determinação dos pesos, foram coletados os dados referentes aos critérios analisados, a partir da pesquisa do censo demográfico realizada em 2010. Para analisar a infraestrutura determinou-se a porcentagem de casas com

água encanada e banheiros de cada região. Quanto maior esta porcentagem, melhor a avaliação da alternativa.

Para o cálculo da renda per capita utilizou-se os dados referentes ao número de habitantes de cada área e o número de pessoas que recebem a quantidade de salário conforme os cenários considerados na pesquisa. Considerou-se o salário mínimo vigente no país, que é de R\$ 954,00.

Para a análise da densidade demográfica utilizou-se os dados disponibilizados no site do IBGE, equivalente ao número de habitantes por km². Para o critério educação encontrou-se a porcentagem de pessoas que são alfabetizadas, a partir dos dados referentes a alfabetização dos habitantes com 5 ou mais anos de idade, e o número de habitantes da área considerada. De posse de todos os dados necessários, o Software Promethee-Gaia® foi utilizado para a análise das alternativas. Na interface do software foram determinados o número de alternativas (42), o número de critérios (4), as preferências para cada critério (max/min; os pesos; e o critério generalizado, que nesse caso foi o critério usual) e os dados referente a análise de cada alternativa com relação aos critérios. A partir daí o software gerou o ranking das melhores para as piores alternativas. A Tabela 3 mostra as dez piores entre as alternativas avaliadas.

Tabela 3 – Dez melhores e piores alternativas do ranking

Ranking	Alternativas	Fluxo positivo	Fluxo negativo	Fluxo líquido
33	9	0,2838	0,6254	-0,3417
34	26	0,2431	0,6895	-0,4463
35	29	0,2183	0,6833	-0,4651
36	38	0,1996	0,7617	-0,5621
37	25	0,1784	0,8216	-0,6432
38	33	0,1289	0,8477	-0,7188
39	41	0,0974	0,8829	-0,7854
40	30	0,0882	0,8960	-0,8078
41	36	0,0696	0,9304	-0,8608
42	22	0,0407	0,9593	-0,9186

De acordo com decisor, seria interessante que se instalassem três postos policiais, pois os recursos (policiais e viaturas) disponíveis do 10º Batalhão de Polícia do RN são limitados. Neste caso, inicialmente escolheu-se as três últimas alternativas do ranking, que são as áreas 22, 36 e 30. Porém como as áreas 22 e 36 são vizinhas e possuem uma extensão pequena, decidiu-se que uma unidade seria alocada no limite destas. Desta forma, as outras duas unidades devem ser alocadas nas áreas 30 e 41, como exposto na Figura 2.

Em seguida, foi realizada uma análise de sensibilidade para verificar a robustez do modelo proposto frente a pequenas variações nos pesos dos critérios. Para isso, alterou-se o peso do critério “Renda per capita” em 15%, e analisou dois cenários: acrescentado 15% ao peso desse critério, e diminuindo em 15% do valor do peso atual do mesmo. Vale salientar que os demais também sofreram alterações, diminuindo (primeiro cenário) e aumentando (segundo cenário) de forma proporcional os 15% entre os três critérios. A análise de sensibilidade mostrou que não houve grandes alterações entre as dez melhores e piores alternativas do ranking. No cenário de aumento do valor do peso do critério renda per capita não houve nenhuma alteração. No caso do cenário em que ocorreu a diminuição no peso do critério houve uma mudança de seis posições, considerando as dez melhores e piores alternativas do ranking, nas quais as posições 5 e 6 passaram a comportar as áreas de numeração 24 e 2; e as posições 10, 33, 34 e 35 as áreas 19, 37, 29 e 26, respectivamente. Quando comparado as quatro últimas alternativas do ranking, percebe-se que não houve alteração em nenhum dos cenários, comprovando assim a importância do resultado referente aos locais determinados para alocação dos postos policiais.



Figura 2 - Áreas onde serão alocadas as unidades policiais. Fonte: Adaptado do IBGE (2010)

Através dos resultados, o analista percebeu que a posição que essas áreas ocupam no ranking condiz com a realidade observada no cotidiano, pois as mesmas são conhecidas como umas das regiões mais perigosas da cidade de Assú, e caracterizadas negativamente, principalmente, pela infraestrutura precária, pelo baixo índice de alfabetização e pela renda baixa de seus habitantes.

5 Conclusões

A segurança pública é uma questão bastante discutida na sociedade, pelo fato de que a violência se instalou no cotidiano das pessoas, seja através do ato criminoso propriamente dito, ou causando um sentimento de insegurança, de forma que os cidadãos muitas vezes se privam de em ir e vir, em virtude do medo. Os altos índices de violência assombram a população e preocupam os governantes, que buscam por soluções estratégicas para amenizar ou erradicar as práticas criminosas.

O policiamento comunitário surge como uma importante medida no combate a violência, pois sua essência está em fazer com que a polícia esteja mais assídua no cotidiano da população. Essa presença diária faz com que a população sinta-se protegida e passe a ser um ator no combate a criminalidade. A ideia de trazer a polícia para próximo da sociedade pode ser materializada através da instalação de unidades policiais em regiões onde a criminalidade possa ser mais facilmente desenvolvida, em virtude da influência de fatores sociais, econômicos e demográficos. Nesse contexto, esse trabalho teve como objetivo de propor um modelo multicritério de apoio à decisão para alocação de unidades policiais na cidade de Assú/RN.

Para isto, inicialmente fez-se uma revisão da literatura para identificar os fatores considerados em vários estudos sobre criminalidade, como por exemplo, estudos sobre classificação de áreas vulneráveis à criminalidade e de avaliação de áreas para realização de alocação de recursos, a fim de dispor de uma base de critérios para auxiliar o decisor na escolha dos fatores para a avaliação das alternativas do modelo proposto.

O modelo elaborado foi desenvolvido em três etapas: estruturação do problema, avaliação das alternativas e a seleção das áreas para receber as unidades policiais. O modelo foi analisado utilizando o Método PROMETHEE II, cujo utiliza a metodologia de comparação par a par entre as alternativas; e umas das principais vantagens de seu uso é por ser de natureza não-compensatória, o que gera resultados equilibrados do desempenho das alternativas perante todos os critérios analisados; e por ser um método de ordenação,

que gera um ranking entre todas as alternativas, seguindo uma lógica da melhor para a pior alternativa. No caso específico do modelo desse estudo a ideia é escolher as alternativas piores do ranking, pelo fato de ser mais propícias à criminalidade.

O modelo foi aplicado na cidade de Assú. Através do modelo foi possível conhecer as regiões da cidade mais vulneráveis a propagação da criminalidade, e diante disso, para pôr em prática o policiamento comunitário, faz-se necessário a alocação de unidades policiais nessas áreas. A instalação desses postos poderá trazer vários benefícios, tais como: redução do tempo de deslocamento da polícia, redução dos custos com combustível das viaturas, aumento no nível de serviço prestado pela polícia, melhor interação da comunidade com a polícia e maior sensação de segurança para a comunidade.

Referências

1. A. M. Gurgel e C.M.M. Mota e D. V. E. S. Pereira. Gestão da Segurança Pública: Um Modelo de Classificação Multicritério Combinado a Sistemas de Informações Geográficas. *Anais do Congresso Latino Ibero-Americano de Investigación Operativa*, Rio de Janeiro, 2012.
2. A. M. Gurgel e C.M.M. Mota e I.L. PIMENTA. Public Safety Planning in Natal city: an application based on ELECTRE TRI model. *Anais do IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics*, San Diego, 2014.
3. A. M. Gurgel e C.M.M. Mota. A multicriteria prioritization model to support public safety planning. *Pesquisa Operacional*. 33(2), pp. 251-267, 2013.
4. C.J.J. Figueiredo e C.M.M.Mota e D.V.S. Pereira e A.M. Gurgel. Exploração dos exemplos de referência no DRSA para um caso de segurança pública. *Anais do XLVII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, Porto de Galinhas*, 2015.
5. C.J.J. Figueiredo e C.M.M.Mota. A classification model to evaluate the security level in a city based on GIS-MCDA. *Mathematical Problems in Engineering*, pp. 1-10, 2016.
6. C.J.J. Figueiredo e D.V.S. Pereira e C.M.M.Mota. Avaliação de áreas em segurança pública: uma abordagem GIS-MCDA com sensoriamento remoto. *Anais do XLIX Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, Blumenau, 2017.
7. DATAFOLHA. *Relatório de Pesquisa de Opinião: "Avaliação da presidente Dilma Rousseff"*, PO813824, 2015.
8. FBSP – FÓRUM BRASILEIRO DE SEGURANÇA PÚBLICA. *Anuário brasileiro de segurança pública 2015*. FBSP, São Paulo, 2015.
9. FBSP – FÓRUM BRASILEIRO DE SEGURANÇA PÚBLICA. *Anuário brasileiro de segurança pública 2016*. FBSP, São Paulo, 2016.
10. H. Entorf e H. Spengler. Socioeconomic and Demographic Factors of Crime in Germany: Evidence from Panel Data of the German States. *International Review of Law and Economics*, 20, pp. 75-106, 2000.
11. I. Hermes e T. Brandão. *Observatório Potiguar 2016: O mapa da violência letal intencional do Rio Grande do Norte*. Clube dos autores, Natal, 2016.
12. IBGE. *Censo 2010: Resultados*. Disponível em: < <https://censo2010.ibge.gov.br/resultados.html> >.
13. J.H. Skolnick e D.H. Bayley. *Policiamento comunitário: questões e práticas através do mundo*. Editora USP, São Paulo, 2002.
14. M. A. Panitz. *Dicionário técnico: português-inglês*. 1 ed. EDIPUCRS, Porto Alegre, 2003.
15. M. Camacho-Collados e F. Liberatore e J.M. Angulo. A multi-criteria Police Districting Problem for the efficient and effective design of patrol sector. *European Journal of Operational Research*, 246 (2): 674 – 684, 2015.
16. P J. Brans and B. Mareschal and P. Vincke. PROMETHEE: A New Family of Outranking Methods in Multicriteria Analysis. *Anais da Conferência IFORS*. Washington, United States, 1984.
17. P. C. Fulgencio. *Glossário Vade Mecum: Administração pública, ciências contábeis, direito, economia, meio ambiente: 14.000 termos e definições*. 1 ed. Mauad X, Rio de Janeiro, 2007.
18. P. Fajnzylber and D. Lederman and N. Loayza. Crime and victimization: an economic perspective. *Economía*, 1, (1), 219-278, 2000.

Simulação e otimização da alocação de recursos humanos especialistas e sequenciamento de tarefas na economia criativa

André Luis Marques Ferreira dos Santos
Universidade Nove de Julho, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, São Paulo, Brasil
andrelmfsantos@gmail.com

Jonathan Farias Bordignon
Universidade Nove de Julho, Programa de Pós-Graduação em Informática e Gestão do Conhecimento, São Paulo, Brasil
jonathanbordignon@yahoo.com.br

Fabio Henrique Pereira
Universidade Nove de Julho, Programas de Pós-Graduação em Engenharia de Produção e Programa de Pós-Graduação em Informática e Gestão do Conhecimento, São Paulo, Brasil
fabiohp@uni9.pro.br

Resumo

Em um cenário econômico global em que a disputa comercial é cada vez maior e os recursos são cada vez mais escassos, a busca por soluções que permitam otimizar a alocação de tarefas para os recursos humanos especialistas (RHE), dentro de um contexto dinâmico, tem sido uma das principais preocupações das organizações. No geral, a maioria dos trabalhos encontrados abordam este problema de forma estática considerando apenas métodos analíticos. Por se tratar de um cenário dinâmico, este trabalho tem como objetivo desenvolver uma modelagem e simulação no sistema computacional Arena® para o processo de alocação de tarefas para RHE, de tal forma que seja possível definir qual o cenário que maximiza a utilização dos recursos, tendo como referência as respectivas jornadas de trabalho.

Palavras-chave: Job Shop Scheduling; Modelagem e Simulação Computacional; Alocação de recursos.

1 Introdução

Surgida na Austrália na década de 2000 a Economia Criativa (EC) pode ser definida como o conjunto de negócios intensivos em conhecimento, baseados no capital intelectual, cultural e na criatividade de forma a ser gerado valor econômico e social, tanto para as organizações quanto para a comunidade em geral (SERRA; FERNANCEZ, 2014).

Os negócios centrados no conhecimento humano têm como missão encontrar soluções que permitam melhorar o aproveitamento dos RHE, visto que esses recursos são um dos principais fatores de sucesso para esses tipos de negócios (SERRA; FERNANDEZ, 2014).

No Brasil, a média salarial para este setor é aproximadamente 44% acima da média nacional e a EC foi responsável por gerar quase 900 mil empregos formais, com um crescimento superior a 90%, bem acima do avanço do restante do mercado de trabalho brasileiro que era de 56% (SISTEMA FIRJAN, 2014).

Com vistas a contribuir para o aprimoramento dos métodos de otimização de RH inseridos em negócios baseados no capital intelectual, a Administração Científica tem desenvolvido muitos trabalhos:

Alves *et al.* (2016); Vieira *et al.* (2015); Cabanilhas *et al.* (2013); Rocha (2011); Yu e Buyya (2006); entre outros. Estudos estes que buscam resolver de forma simultanea o problema de alocação de recursos e sequenciamento de tarefas para projetos com limitação de recursos. Entretanto, esses trabalhos não abordam o problema integrado no contexto de recursos humanos especialistas, no qual a limitação de recursos é agravada pela dificuldade de manutenção substituição.

Nesse contexto, este estudo tem como objetivo desenvolver um modelo de simulação e otimização computacional que simultaneamente consiga identificar os cenários que otimizam a alocação de recursos humanos especialistas (RHE) e determinar a melhor sequência para realização dos projetos, de forma a ser utilizado como uma ferramenta de gestão com a função de minimizar o tempo de realização de projetos que disputam a alocação RHE.

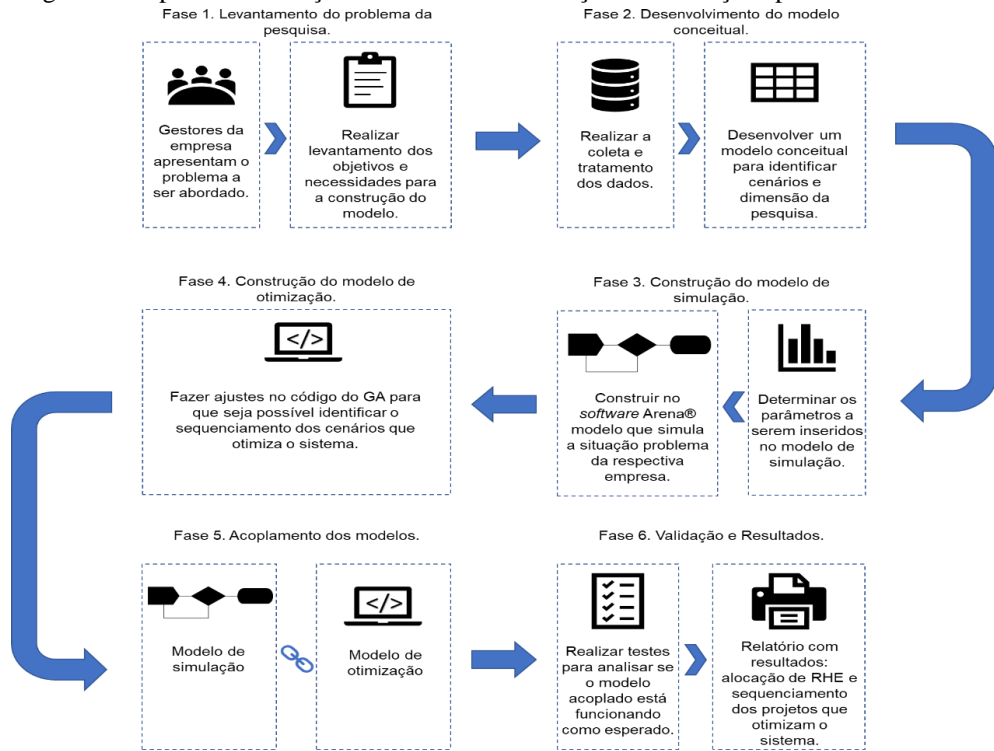
O problema integrado de alocação de recursos e sequenciamento de tarefas tratado neste trabalho, aqui denotado PIARST, pode ser tratado como um problema de alocação e concorrência de recursos em projetos associado ao *Job Shop Problem* (JSP) (PENHA *et al.*, 2014). Penha *et al.* (2014), define o JSP como um modelo conceitual, composto por um conjunto de m máquinas, um conjunto de n tarefas e um conjunto de l operações definidas para cada tarefa J de otimização combinatória e complexidade NP-completo, em que cada operação está associada a um recurso por um tempo determinado e uma vez iniciada a operação não pode ser interrompida.

Por se tratar de um problema complexo, métodos metaheurísticos foram empregados no modelo de simulação computacional, em específico os algoritmos genéticos (AG), que segundo Moreno *et al.* (2006) é uma das metaheurísticas mais utilizadas para solucionar o problema integrado de alocação de recursos e sequenciamento de tarefas.

2 Método

A construção do modelo utilizado nesta pesquisa consiste de seis etapas, conforme demonstrado na figura 1: (1) levantamento do problema da pesquisa; (2) desenvolvimento do modelo conceitual; (3) construção do modelo de simulação; (4) construção do modelo de otimização; (5) acoplamento dos modelos; e (6) validação do modelo.

Figura 1. Etapas na construção do modelo de simulação e otimização aplicado no PIARST



Fonte: elaborado pelos autores

Na primeira etapa em uma reunião com os gestores da empresa ficou estabelecido que o problema a ser resolvido era identificar como alocar os RHE de forma a atender todos os projetos em um menor intervalo de tempo, sendo que os projetos competem pelos mesmos recursos. Assim, foi desenvolvido um modelo conceitual que permitiu identificar no período de dois anos o tempo médio de cada um dos sete RHE em cada um dos vinte projetos, de acordo com as suas respectivas distribuições de probabilidades e total de cenários possíveis para alocar os RHE, conforme figura 2.

Figura 2. Cenários – possibilidades de alocação dos RHE por projeto.

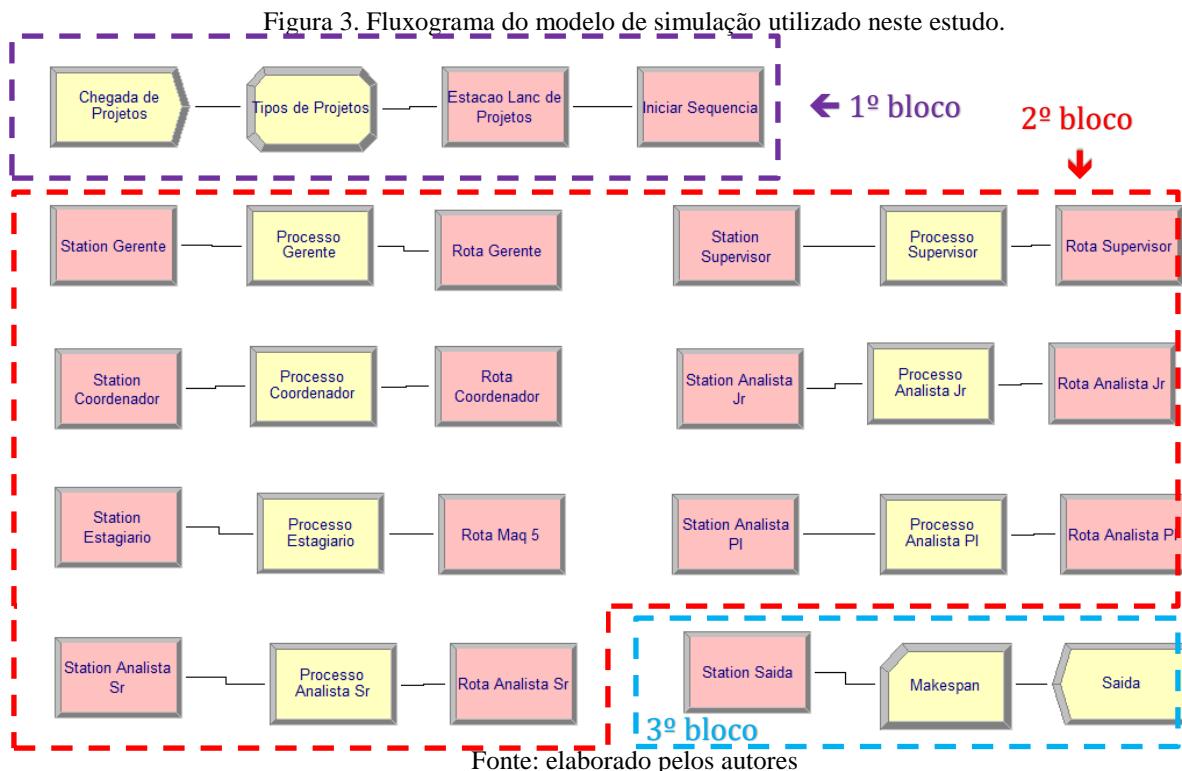
Combinação 1	Combinação 2	Combinação 3	Combinação 4	Combinação 5	Combinação 6	Combinação 7	Combinação 8
Gerente	Gerente	Gerente	Gerente	Supervisor	Coordenador	Supervisor	Coordenador
Estagiário	Estagiário	Analistas (Sr, Pl, Jr)	Analistas (Sr, Pl, Jr)	Estagiário	Estagiário	Analistas (Sr, Pl, Jr)	Analistas (Sr, Pl, Jr)
Analistas (Sr, Pl, Jr)	Analistas (Sr, Pl, Jr)	Supervisor	Coordenador	Analistas (Sr, Pl, Jr)	Analistas (Sr, Pl, Jr)		
Supervisor	Coordenador						
3 cenários		3 cenários		3 cenários		3 cenários	

Fonte: elaborado pelos autores

Na figura 3 as combinações de 1 a 8 representam todos os cenários possíveis para atender os projetos, assim, na combinação 1 é possível ter três tipos de cenários, por exemplo, na primeira etapa o projeto é atendido obrigatoriamente pelo gerente, posteriormente pelo estagiário, mas na terceira etapa há três possibilidades de alocação, (i) o projeto é atendido pelo analista sênior (Sr), ou (ii) é atendido pelo analista pleno (Pl) ou (iii) é atendido pelo analista júnior (Jr). Assim, para um único projeto é possível alocar os recursos de acordo com 24 cenários. Considerando que o problema consiste em otimizar um sistema com vinte projetos, logo o total de possibilidades de alocação é dada pela expressão 24^{20} , em que

vinte quatro são os cenários possíveis para um único projeto e vinte refere-se aos vinte projetos que disputam a alocação dos sete RHE (gerente, supervisor, analistas sênior, pleno, júnior e estagiário).

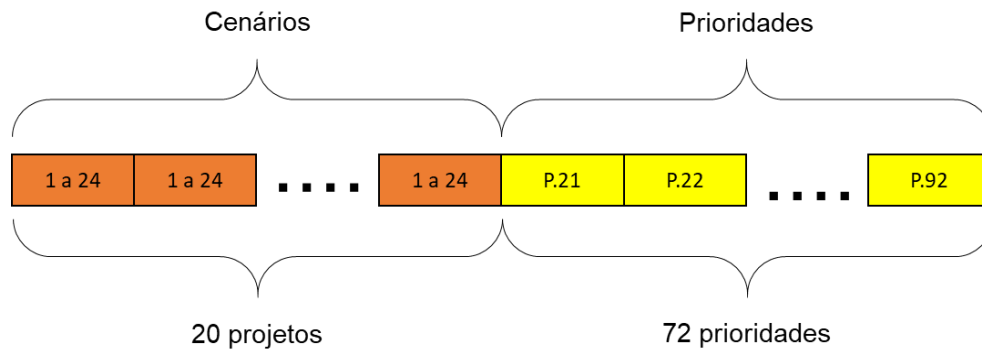
Definido todos os critérios e restrições no modelo conceitual o passo seguinte foi implementar e parametrizar o modelo no *software* de simulação que por conveniência foi utilizado o *software* Arena®. O modelo implementado no *software* de simulação consiste de três blocos: 1º bloco refere-se ao início da sequência, nessa parte os projetos já estão todos disponíveis para competir pela alocação dos RHE; 2º bloco refere-se as estações, ou seja os respectivos RHE; e 3º bloco é responsável por registrar o desempenho do sistema. Maiores detalhes de como realizar a parametrização do fluxograma representado na figura 3 pode ser obtido em Prado (2014).



Finalizado o modelo de simulação é necessário validar o modelo através de um teste, que no respectivo estudo foi realizado comparando as taxas médias dos recursos obtidas no *software* de simulação sem aleatoriedade com as taxas médias obtidas na base de dados. Se através de testes constatar-se que os resultados do modelo e da base de dados são iguais, pode-se concluir que o modelo de simulação consegue representar de forma adequada o funcionamento do sistema.

Finalizado a construção e validação do modelo a etapa a seguir é parametrizar o modelo de otimização através da biblioteca Galib conforme os requisitos sugeridos por Mitchell (1997): (i) população; (ii) avaliação de aptidão; (iii) seleção; e (iv) operadores genéticos. Com isso, o cromossomo utilizando neste trabalho, considera as melhores características da geração anterior, denominadas na literatura como pais (MITCHELL, 1997) e sua representação dá-se conforme a figura 4.

Figura 4. Representação gráfica do cromossomo utilizado nesta pesquisa



Fonte: Produzido pelos autores

Na representação da figura 4 a primeira parte do cromossomo refere-se a cada um dos cenários que o modelo deverá selecionar para cada projeto, de forma a obter a melhor alocação dos recursos e a segunda parte refere-se as prioridades de seleção das tarefas, responsáveis por determinar o sequenciamento que irá retornar o menor *makespan* do sistema.

Finalizado a construção e parametrização dos modelos de simulação e otimização basta agora realizar o acoplamento dos mesmos através do código VBA, que no *software* Arena® é realizado através do controlador ActiveX (PRADO, 2014) e analisar os resultados obtidos.

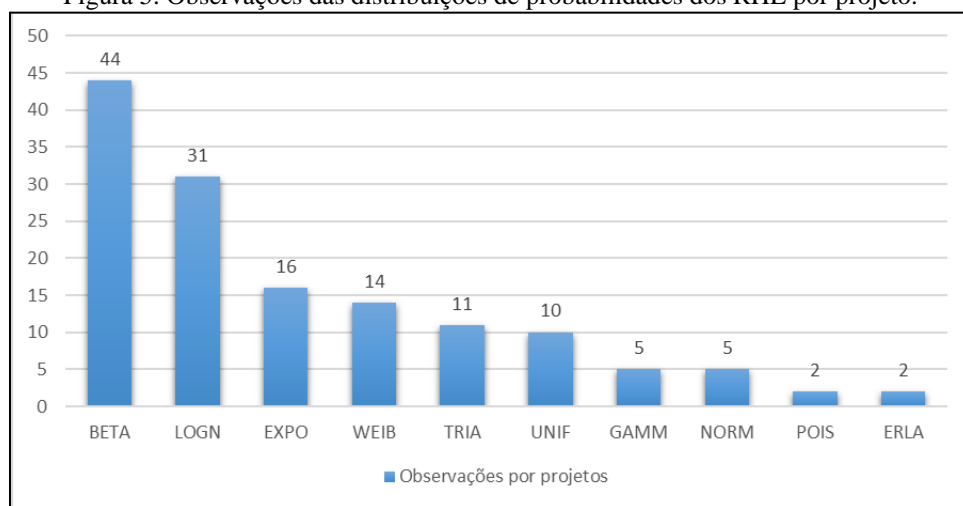
3 Resultados

Foi observado que o comportamento de cada recurso depende do projeto em que está alocado, ou seja, um mesmo recurso pode apresentar distribuições de probabilidade diferentes. No total foram encontradas as seguintes distribuições, conforme figura 5: Beta (BETA), LogNormal (LOGN), Exponencial (EXPO), Weibull (WEIB), Triangular (TRIA), Uniforme (UNIF), Gama (GAMM), Normal (NORM), Poisson (POIS) e Erlang (ERLA) (DEVORE, 2015).

Como pode ser visto na figura 5, não há uma regularidade em relação ao comportamento probabilístico dos RHE, o que vem a corroborar com a importância de se considerar como um processo dinâmico o sistema de alocação de RHE e aplicar um modelo de simulação computacional para otimizar o sistema.

Ao rodar o modelo trinta vezes foi observado uma regularidade em relação ao número de recursos alocados, sendo que em média por projeto a alocação de apenas três RHE foram suficientes para melhorar o desempenho do sistema e apenas em um teste realizado (teste 4) o modelo considerou a alocação de quatro RHE como o ideal para otimizar o sistema (Tabela 1).

Figura 5. Observações das distribuições de probabilidades dos RHE por projeto.



Fonte: elaborado pelos autores

Tabela 1. Resultados encontrados que minimizam o *makespan*

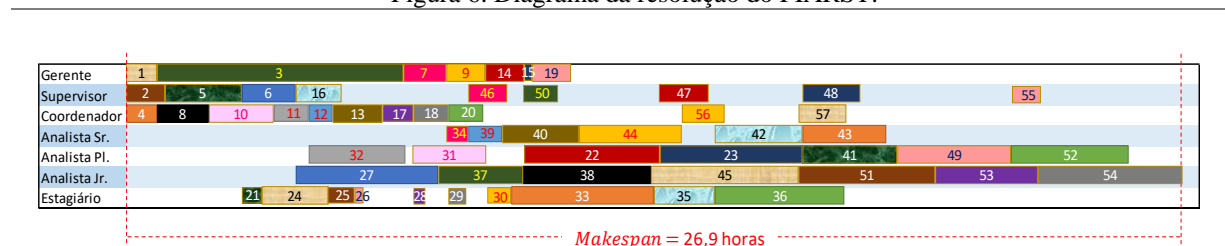
Resultado	Horas por projeto	RHE alocados por projeto	Makespan
Teste 4	5,6 h	4 RHE	39,2 h
Média por projeto	5,4 h	3 RHE	29,3 h

Fonte: elaborado pelos autores

Na tabela 1 é possível observar que a média de horas investidas para realizar um projeto, dos testes que alocaram três RHE, é menor do que do teste que alocou quatro RHE, este ultimo gerando um *makespan* aproximadamente 25% acima dos testes que alocaram em média menos recursos, ou seja, tendo um resultado inferior aos testes que alocaram menos recursos.

Afim de identificar se o modelo conseguiu resolver o problema integrado de alocação de recursos e sequenciamento de tarefas e identificar os cenários que otimizam o sistema foi selecionado aleatoriamente um entre os trinta testes realizados e foi possível observar, conforme demonstrado na figura 7, que o modelo de otimização conseguiu resolver o problema desta pesquisa e encontrou uma solução subótima que identifica os cenários que retornam o menor *makespan* do sistema.

Figura 6. Diagrama da resolução do PIARST.



Legenda:



Fonte: elaborado pelos autores

Na figura 6 os comprimentos dos retângulos representam o tempo médio que cada RHE demora para realizar um projeto, cada projeto é indicado por uma cor diferente, conforme a legenda, os números dentro de cada retângulo é a ordem de prioridade de atendimento estabelecida pelo modelo de otimização e os espaços vazios compreendido entre um retângulo (projeto) e outro é o tempo ocioso de cada recurso, ou seja, é o tempo que ele espera até que o próximo projeto esteja disponível para ser realizado.

Ainda em relação aos resultados encontrados na figura 6 é possível observar que um mesmo recurso pode levar tempos diferentes para realizar projetos diferentes, como por exemplo, é o caso do gerente que nitidamente no projeto dez demora muito mais tempo para finalizar do que em relação aos demais. Essa variação também é observada entre os diferentes recursos para um mesmo projeto, como é o caso do gerente no projeto dez e o supervisor no mesmo projeto. Exatamente é essa característica dinâmica presente nos sistemas regidos por RHE que dificulta a utilização de métodos puramente exatos e dificultaria a utilização da atribuição da disciplina de fila do tipo primeiro a chegar é o primeiro a ser atendido no processo de otimização do sistema.

As presenças de pontos de ociosidade no sistema não significam que os RHE ficarão improdutivos nesses períodos, na verdade o fato do modelo conseguir identificar os pontos e os tempos de ociosidade representa uma oportunidade para a empresa atribuir outras atividades para os RHE, tais como, cobrir a ausência de um colega, fazer cursos de reciclagem entre outras atividades.

Enfim, no teste selecionado aleatoriamente o total de horas necessárias para realizar os vinte projetos (26,9h) ficou abaixo da média dos testes que alocaram três recursos conforme descrito na tabela 1 (29,3h), o que dá um total de aproximadamente três dias de trabalho, considerando uma jornada de trabalho de 8 horas.

4 Conclusões

O modelo de otimização proposto nesta pesquisa, dentro das restrições impostas, conseguiu resolver o PIARST para o respectivo estudo de caso.

Com a implementação deste modelo foi possível identificar o número de RHE a serem alocados por projetos, a média de horas gastas por projeto e a sequência que os projetos devem ser atendidos de forma a minimizar o *makespan*.

Analogamente foi possível identificar os pontos e tempos de ociosidades entre os projetos, assim é possível que a empresa utilize esses pontos não otimizados para alocar os recursos em outras atividades, tais como treinamento.

O problema PIARST foi tratado como um problema de ambiente *job shop scheduling* e estudado através de simulação computacional, que permitiu através do acoplamento de uma heurística de otimização obter soluções subótimas.

A principal vantagem desta metodologia adotada frente aos métodos exatos é que permite aumentar o número de variáveis e restrições no sistema de forma rápida, o que é fundamental para os tomadores de decisões, para isso basta realizar pequenos ajustes nos parâmetros do modelo.

Como sugestão para trabalhos futuros poderá ser aplicado esse mesmo modelo para identificar quais os cenários retornam o menor investimento considerando o custo da hora de trabalho de cada recurso.

Referências

1. ALVES, Fernanda de Freitas et al. Modelos integrados de dimensionamento e sequenciamento da produção: aplicação em uma fábrica de cimento para refratário. *Gestão & Produção*, [s.l.], v. 23, n. 1, p.204-218, 2016.
2. CABANILLAS, Cristina et al. Priority-Based Human Resource Allocation in Business Processes. *Service-oriented Computing*, [s.l.], p.374-388, 2013.
3. DEVORE, J. *Probability and Statistics for Engineering and the Sciences*. 9. ed. 2015.
4. MITCHELL, T.M. *Machine Learning*. 16ª ed. New York: McGraw-Hill, 1997.
5. MORENO, Luis Fernando et al. Análisis Comparativo entre dos Algoritmos Heurísticos para Resolver el Problema de Planeación de Tareas con Restricción de Recursos (RCPSP). *DYNA Universidad Nacional de Colombia*, Medellín, v. 74, n. 151, pp. 171-183, 2006.
6. PENHA, Renato et al. *Aplicação de modelos matemáticos para a resolução de job*. Singep, São Paulo, v. 3, n. 467, p.1-15, 2014.
7. PRADO, D.S. *Usando o ARENA em simulação*. 5 ed., v.3, Série Pesquisa Operacional, Nova Lima: FALCONI, 2014.
8. ROCHA, I.M. *Uma abordagem para o problema de alocação de equipes e escalonamento de tarefas para a obtenção de cronogramas eficientes*. Universidade Estadual do Ceará. Fortaleza, 2011.
9. SERRA, N.; FERNANDEZ, R.S. Economia Criativa: da discussão do conceito à formulação de políticas públicas. *Administração e Inovação*, v.11, n.4, p.355-372, 2014.
10. SISTEMA FIRJAN. *Mapeamento da Indústria Criativa no Brasil*. FIRJAN, 2014.
11. VIEIRA, C.S.; BEZERRA, M.; FERREIRA, R.; LOPES, M.; NAKAO, R. O modelo matemático do problema de sequenciamento em projeto com restrição de recurso (PSPRR): um estudo de caso de uma fábrica automotiva. In: *XLVII SBPO*, Porto de Galinhas, PE, Brasil, 2015.
12. YU, Jia; BUYYA, Rajkumar. Scheduling Scientific Workflow Applications with Deadline and Budget Constraints Using Genetic Algorithms. *Scientific Programming*, [s.l.], v. 14, n. 3-4, p.217-230, 2006.

Localización de Ambulancias Para la Atención de Accidentes de Tránsito en la Ciudad de México

Zaida Estefanía Alarcón Bernal
Universidad Nacional Autónoma de México
zaida_ab@ciencias.unam.mx

Ricardo Aceves García
Universidad Nacional Autónoma de México
aceves@unam.mx

Resumen

En este trabajo, se estudia el problema de elegir el número de vehículos de emergencia y la ubicación de sus bases en una región de la Ciudad de México (CDMX) para una tener una respuesta efectiva a los accidentes de tránsito. Con este fin, se considerará la utilización de dos tipos de vehículo: ambulancias y moto ambulancias. Las demandas potenciales del servicio se consideran inciertas, por lo que desarrollamos un modelo de programación estocástica para el problema basado en escenarios, para tratar las diferentes categorías de incertidumbre asociadas, con el objetivo de minimizar el costo total para instalar los servicios asegurando un nivel de cobertura. Los resultados de esta investigación permiten a los diseñadores del sistema considerar diferentes decisiones tácticas y estratégicas en el diseño y la gestión de las redes de servicios de salud desde perspectivas de costo y cobertura. El modelo fue resuelto utilizando el método L-Shaped.

Keywords: Emergency service; Stochastic programming; Benders Decomposition; Location.

1. Introducción

Un problema localización de instalaciones implica varias decisiones a distintos niveles, como determinar el número y la ubicación de nuevas instalaciones, asignar nodos de demanda a las instalaciones ubicadas y diseñar una red de transporte de modo que se puedan cumplir los principales objetivos del sistema. Estos objetivos incluyen la minimización del tiempo total de viaje, los costos operacionales o la maximización de la cobertura del mercado. Una aplicación de los problemas de localización de instalaciones incluye la localización de servicios médicos de emergencia.

En el cuidado de la salud, las implicaciones de decisiones de ubicación deficientes van más allá de las consideraciones de costo y servicio al cliente. Si se utilizan muy pocas instalaciones o no se encuentran bien ubicadas, pueden producirse aumentos en la mortalidad y la morbilidad. Por lo tanto, la modelación de la ubicación de las instalaciones adquiere una importancia aún mayor cuando se aplica a la ubicación de las instalaciones de atención médica [4].

Las organizaciones de servicios médicos de emergencia (EMS por sus siglas en inglés) son elementos críticos de los sistemas de salud, ya que son responsables de los servicios prehospitalarios de los sistemas de salud, que consiste en la atención médica y las actividades de transporte realizadas desde la llegada de una llamada de emergencia hasta la liberación de un paciente o su traslado a un hospital [3]. Por lo tanto, la capacidad de un EMS para responder de manera eficiente a las llamadas de emergencia puede tener un impacto significativo en la salud, recuperación e incluso supervivencia de los pacientes.

Los traumatismos causados por accidentes de tránsito son un problema muy importante de salud pública en México. Los costos económicos y sociales que tenemos que pagar son muy altos por lo que se hace necesario crear un sistema de medicina de emergencia que categorice a los medios disponibles para atenderlos. Esta categorización implica un transporte rápido y adecuado, así como la atención médica en el lugar y durante el traslado [?]. Sin embargo, estos sistemas son costosos, por lo que deben buscarse alternativas de solución que minimicen costos y cumplan con los estándares solicitados.

El sistema de servicio de emergencia para responder a accidentes de tráfico es un componente importante de un EMS. Por un lado, como todos los sistemas de servicio de emergencia, es necesario que el sistema proporcione un servicio rápido para reducir la tasa de mortalidad y, por lo tanto, es deseable tener la capacidad suficiente para desplegar el servicio donde ocurra un incidente. Sin embargo, esto puede representar altos costos de instalación y mantenimiento, por lo que es necesario equilibrar estos dos aspectos. En este trabajo, tratamos el problema de elegir el número de vehículos de emergencia y la ubicación de sus bases en una región determinada para tener una respuesta efectiva a los accidentes de tránsito. Debido a la naturaleza de los accidentes, las demandas no pueden conocerse con precisión, por lo que se considera que las demandas potenciales del servicio son inciertas.

La secuencia de eventos que conducen a la intervención de un vehículo de emergencia en la escena de un incidente incluye los siguientes cuatro pasos: (1) detección e informe de incidentes, (2) detección de llamadas, (3) despliegue de vehículos y (4) intervención real de paramédicos. Las decisiones tomadas en un EMS están relacionadas con el segundo y el tercer paso. Durante proceso de selección de llamadas se debe determinar la gravedad del incidente y su grado de urgencia para tomar una decisión sobre el tipo de vehículo que se enviará [2]. La Ley de Servicios Médicos de Emergencia de los Estados Unidos de 1973 [2] establece algunos estándares: en las áreas urbanas, el 95 % de las solicitudes deben ser atendidas dentro de los 10 minutos siguientes a la llamada; en áreas rurales, deben ser atendidos dentro de los primeros 30 minutos. Por lo que es necesario modelar la ubicación y traslado de los vehículos de emergencia. Además, tomando en cuenta que la incertidumbre es un componente muy importante este problema, consideramos que las demandas del servicio son inciertas.

Considerando que las zonas urbanas suelen estar congestionadas y que el tiempo de respuesta es un factor determinante para la seguridad y supervivencia de los pacientes y que muchas de las emergencias pueden ser atendidas en el lugar del accidente, en este trabajo se considerará la utilización de vehículos de emergencia tradicionales (ambulancias con un equipo completo de desplazamiento más lento) y de moto ambulancias (vehículos con un paramédico y menor equipo de desplazamiento más rápido).

En las últimas décadas, la investigación sobre la localización de servicios médicos de emergencia, ha sido muy extensa. En [2, 8] se presentan revisiones a la literatura en el campo de la localización de servicios médicos de emergencia. De acuerdo con el nivel en el que se toman las

decisiones, en [3] se presentan los principales modelos desarrollados.

En general, las redes de servicios de salud deben satisfacer demandas variables y aleatorias. También en [3], se muestran los principales trabajos donde se proponen modelos probabilistas y estocásticos. Considerando demandas son estocásticas, en [9] se propone el uso de un enfoque de muestreo para que el modelo sea efectivo. Su propuesta consiste en considerar muestras de escenarios y usar el mismo modelo para resolver la instancia inducida por cada muestra. Al final, obtienen una muestra de soluciones “óptimas” una muestra de valores “óptimos”.

Considerando específicamente accidentes de tránsito, en [7] se propone un modelo de programación estocástica con el objetivo de optimizar el rendimiento del sistema de emergencias mediante el ajuste del plan de programación para reposicionar los vehículos de emergencia cuando algunos de éstos se vuelven temporalmente no disponibles.

En este trabajo se propone un modelo de localización para la atención de accidentes de tránsito en una zona urbana, considerando que se pueden utilizar dos tipos de vehículos y que la demanda es incierta, por lo que se plantea un modelo de programación estocástica que se resuelve utilizando el método L-Shaped.

El resto de este trabajo está organizado de la siguiente manera: en la Sección 2 se presenta la descripción del problema y su formulación como problema de programación estocástica de dos etapas. En la Sección 3 se desarrolla un método de solución para el problema basado en el método L-Shaped y se muestran los resultados de las pruebas computacionales. Al final de este trabajo se presentan algunas conclusiones.

2. Formulación del Problema

En esta sección, se presenta la notación y la formulación del modelo de localización de instalaciones para el diseño de redes de servicios de emergencia para la atención de accidentes.

Notación

Los conjuntos, parámetros y variables de decisión utilizados en el modelo propuesto son los siguientes:

Conjuntos:

I Conjunto de ubicaciones candidatas para las bases de los vehículos de emergencia

J Conjunto de nodos de demanda

K Conjunto de tipos de vehículo de emergencia que pueden atender el accidente

Parámetros:

f_i Costo fijo de instalar una base en la ubicación $i \in I$

a_{ik} Costo fijo de asociado con cada vehículo de emergencia $k \in K$ en la ubicación $i \in I$

c_k Costo promedio de atención por paciente por el vehículo de emergencia de tipo $k \in K$

λ Cobertura mínima requerida

m Número máximo de bases que pueden ser instaladas

t_{ijk} Tiempo de recorrido del vehículo $k \in K$ de la base $i \in I$ al punto de demanda $j \in J$

T Tiempo máximo permitido para la llegada a un accidente

Con los últimos dos parámetros se pueden definir el siguiente conjunto:

$$I_{jk} = \{i \in I : t_{ijk} \leq T\}$$

Como se supone que la demanda en cada unidad de tiempo es estocástica, se denotará por s_j , la variable aleatoria que representa el número de accidentes en el sitio j . Una realización completa de las demandas, es decir, el número de accidentes por cada punto de demanda, es un escenario s , y el número de escenarios es finito.

Dado que la distribución de probabilidad de la demanda en cada punto es discreta y la variable aleatoria correspondiente tiene un soporte finito, conocemos exactamente los escenarios que pueden ocurrir así como la probabilidad correspondiente [9]. Entonces, podemos definir a:

- S Conjunto de escenarios para la demanda.
- d_j^s Número de accidentes en el sitio j en el escenario s
- p^s Probabilidad de ocurrencia del escenario s

Cada escenario s determina completamente todas las demandas de ambulancias y el tipo de las mismas, en consecuencia, cuando esta información esté disponible, podemos decidir cómo asignar los vehículos.

Las decisiones independientes de los escenarios son las relacionadas con la localización de las bases y la asignación de vehículos a las mismas, por lo que las variables de decisión de primera etapa son:

$$x_i = \begin{cases} 1 & \text{si se ubica una base de vehículos en } i \in I_{jk} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

w_{ik} : Número de vehículos del tipo k que se instalarán en el sitio $i \in I_{jk}$

Las decisiones sobre el despliegue de vehículos a lugares donde ha ocurrido un accidente, dependen del escenario que acontezca, por lo que las variables de decisión de segunda etapa son:

y_{ijk}^s = Proporción de la demanda del sitio $j \in J$ que atenderá un vehículo del tipo k de la base $i \in I_{jk}$ bajo el escenario $s \in S$.

Con estas consideraciones, el problema se puede formular como:

$$\text{minimizar} \quad \sum_{i \in I_{jk}} f_i x_i + \sum_{i \in I_{jk}} \sum_{k \in K} a_{ik} w_{ik} + \sum_{s \in S} \sum_{i \in I_{jk}} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} p^s (d_j^s c_k y_{ijk}^s) \quad (1)$$

$$\text{sujeto a :} \quad \sum_{i \in I_{jk}} x_i \leq m \quad (2)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{k \in K} y_{ijk}^s \leq x_i \quad \forall i \in I_{jk}, \forall s \in S \quad (3)$$

$$\sum_{j \in J} d_j^s y_{ijk}^s \leq w_{ik} \quad \forall i \in I_{jk}, \forall k \in K, \forall s \in S \quad (4)$$

$$\sum_{i \in I_{jk}} \sum_{k \in K} y_{ijk}^s \geq \lambda \quad \forall j \in J, \forall s \in S \quad (5)$$

$$w_{ik} \geq x_i \quad \forall i \in I, \forall k \in K \quad (6)$$

$$x_i \in \{0, 1\} \quad i \in I_{ik} \quad (7)$$

$$w_{ik} \in \mathbb{Z} \quad \forall i \in I_{jk}, k \in K \quad (8)$$

$$y_{ijk}^s \in [0, 1] \quad \forall i \in I_{jk}, j \in J, k \in K, \forall s \in S \quad (9)$$

En la función objetivo se busca minimizar los costos fijos de instalación de las bases y la colocación de los vehículos de emergencia en las mismas, así como minimizar los costos de atención

por accidente. La restricción 2 limita el número de bases que pueden ser abiertas. Las restricciones 3 restringen el servicio sólo a bases que sean abiertas y las restricciones 4 limitan el número de servicios a los vehículos disponibles por tipo, ambos conjuntos de restricciones deben satisfacerse para todos los escenarios. Las restricciones 5 fuerzan a la solución a cumplir con un nivel mínimo de cobertura. Las restricciones 6 fuerzan a tener al menos un vehículo de cada tipo en cada base establecida. Las restricciones 7 limitan a las variables x_i a ser binarias, las 8 a las variables w_{ik} a ser enteras positivas y las 9 a las variables y_{ijk}^s a tomar valores entre cero y uno, ya que es la proporción de la demanda que será atendida.

3. Método de Solución

Dada la formulación del problema determinista equivalente, una vez que se determinan las decisiones enteras en la primera etapa, el problema de la segunda etapa solo contiene variables de decisión continuas. Dadas las características del problema, es oportuno utilizar el método L-Shaped [10]. El método resuelve iterativamente el problema maestro relajado (RMP) que consiste en el primer problema y un conjunto de cortes de optimalidad (y/o cortes de factibilidad), para obtener la solución de primera etapa. Luego, la solución de decisión de la primera etapa fija se usa como entrada en los subproblemas de la segunda etapa, que se resuelven para producir los cortes del RMP.

La idea principal del método L-Shaped en los problemas de programación estocástica es aproximar el término la función de recurso (función de costo de segunda etapa) para evitar numerosas evaluaciones de esta función. Por lo tanto, usamos ese término para construir un problema maestro para las variables de primera etapa, pero solo evaluamos la función de recurso como un subproblema. El pseudocódigo del algoritmo se muestra a continuación:

Algoritmo 1 Método L-Shaped

```

1:  $LB = -\infty, UB = \infty$ 
2: mientras  $LB < UB - \epsilon$  hacer
3:   obtener solución del problema maestro
4:   actualizar el valor de LB
5:   resolver el subproblema
6:   si el subproblema es factible entonces
7:     actualizar UB
8:     generar un corte de optimalidad
9:   si no
10:    generar un corte de factibilidad
11:   fin si
12:   Agregar cortes al problema maestro
13: fin mientras

```

4. Caso de Estudio

En México, los accidentes de tránsito se encuentran entre las diez principales causas de muerte. En 2015, fallecieron 16 mil 39 personas por esta causa (el 43.1% del total de lesiones accidentales

durante ese año). A partir de esta cifra, se calcula una tasa de 13.3 muertos por cada 100 mil habitantes. Por esta razón, las muertes, lesiones y discapacidades que se desprenden de los accidentes de tránsito ya son un problema de salud pública, que tiene un impacto directo en la economía nacional y significan un reto para el país, por los costos sanitarios, sociales y económicos.

México, al igual que otros países en desarrollo, enfrenta complejos problemas de salud pública ante la creciente demanda de atención de servicios de emergencia, principalmente por lesiones de causa externa. Una vez que ocurre un accidente, la muerte, las lesiones severas y la discapacidad, pueden atenuarse mediante la intervención oportuna y adecuada de personas capacitadas. En muchos casos, la rapidez de la atención de emergencia y el traslado de las víctimas con lesiones desde el lugar del incidente a un centro de atención médica puede salvar vidas, reducir la incidencia de discapacidad a corto plazo y reducir notablemente las consecuencias.

Con base en la propuesta gubernamental [6] para la integración del Modelo de Atención Médica Prehospitalaria, donde se considera como objetivo específico reducir los tiempos de atención prehospitalaria, en este trabajo se propone un modelo matemático con el que se pretende encontrar una alternativa de solución para la mejora de los tiempos de respuesta de los servicios prehospitalarios, de tal forma que el impacto social generado por los accidentes de tránsito sea menor.

Debido a que la mayor parte de los accidentes de tránsito ocurren en zonas urbanas [5] y la ciudad más congestionada del país es la Ciudad de México (Delegación Cuauhtémoc) [1], se seleccionó ésta para probar el funcionamiento del modelo propuesto.

Los principales puntos donde ocurren accidentes son cruces de vialidades primarias y secundarias, estos definen los nodos de demanda o conjunto J del modelo. Los sitios candidatos para la localización de las bases para vehículos de emergencia son módulos de atención ciudadana a cargo del gobierno de la Ciudad de México, misma que se encarga del despliegue de los servicios de emergencia a nivel prehospitalario. Ambos conjuntos de nodos se muestran en la figura 1.

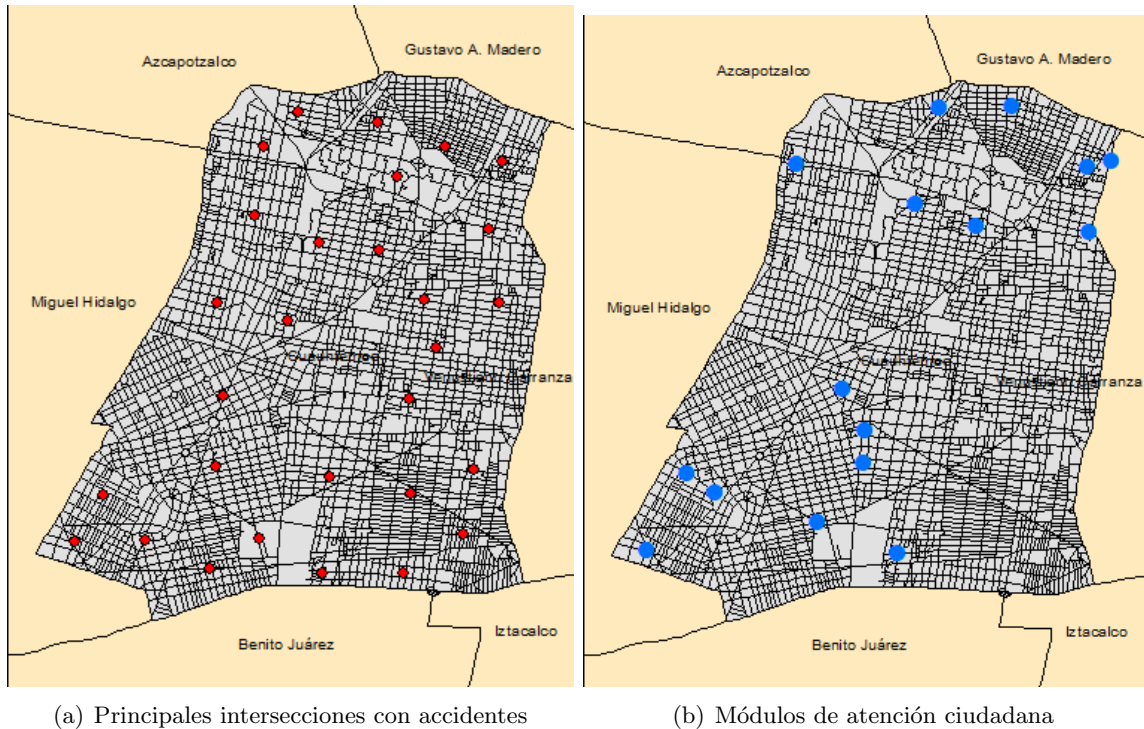


Figura 1: Nodos de demanda y nodos candidatos para localización de bases de ambulancias

En este problema, se consideraron dos tipos de vehículo: ambulancias y moto ambulancias. Los costos de atención por tipo de vehículo se calcularon con base en [11]. El número de accidentes por zona, así como sus probabilidades de ocurrencia se calcularon con base en los datos de [5].

Con base en esta información, se resolvió el modelo y se obtuvieron los siguientes resultados:

- Para cubrir el 95 % de la demanda, se requieren 4 bases de ambulancias localizadas como se muestra en la figura.

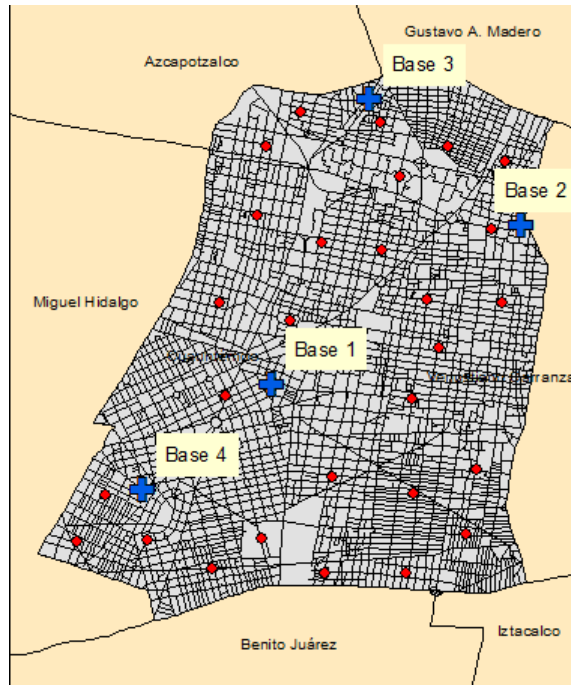


Figura 2: Localización de las bases de ambulancia

- El tipo de vehículos necesarios por base se muestran en el cuadro.

	Ambulancia	Moto ambulancia
Base 1	1	3
Base 2	1	2
Base 3	1	1
Base 4	1	2

Cuadro 1: Vehículos necesarios por base

5. Conclusiones

En este trabajo, propusimos un modelo para el problema de decidir el mejor número y ubicación de un conjunto de vehículos de emergencia y sus bases para cubrir una región bajo demanda estocástica, por lo que se consideró una formulación indexada por escenarios. Además, se consideraron tipos de vehículos distintos. El objetivo era minimizar el costo total asociado con las bases instaladas y la atención de los pacientes. Se impuso una restricción de cobertura tomando como base la Ley de Servicios Médicos de Emergencia de los Estados Unidos que establece en 95 %.

Se desarrolló e ilustró el funcionamiento del modelo con una aplicación en una zona urbana de la Ciudad de México. La investigación se realizó en considerando la incertidumbre de la demanda, lo que vuelve al modelo muy grande y difícil de resolver, sin embargo, el método de solución propuesto funcionó para la aplicación mostrada. En la práctica, el número de escenarios en un problema de

este tipo crece exponencialmente, lo que complica la solución del modelo exactamente utilizando un solver global.

Al calcular el valor esperado de la información perfecta y el valor de la solución estocástica, notamos que, incluso para tal instancia, la relevancia de usar un enfoque estocástico es bastante significativa. Esta es una clara indicación de la relevancia de considerar la incertidumbre en un problema como el presentado.

Referencias

- [1] Tomtom traffic index, 2017.
- [2] Luce Brotcorne, Gilbert Laporte, and Frédéric Semet. Ambulance location and relocation models. *European Journal of Operational Research*, 147(3):451 – 463, 2003.
- [3] V. Bélanger, A. Ruiz, and P. Soriano. Recent optimization models and trends in location, relocation, and dispatching of emergency medical vehicles. *European Journal of Operational Research*, 2018.
- [4] Mark S. Daskin and Latoya K. Dean. *Location of Health Care Facilities*, pages 43–76. Springer US, Boston, MA, 2004.
- [5] Secretaría de Salud/STCONAPRA. Informe sobre la situación de la seguridad vial, México 2016., 2017.
- [6] Secretaría de Salud/STCONAPRA. Modelo de atención médica prehospitalaria, 2017.
- [7] C. Lei, W. H. Lin, and L. Miao. A stochastic emergency vehicle redeployment model for an effective response to traffic incidents. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 16(2):898–909, April 2015.
- [8] Xueping Li, Zhaoxia Zhao, Xiaoyan Zhu, and Tami Wyatt. Covering models and optimization techniques for emergency response facility location and planning: a review. *Mathematical Methods of Operations Research*, 74(3):281–310, Dec 2011.
- [9] Stefan Nickel, Melanie Reuter-Oppermann, and Francisco Saldanha da Gama. Ambulance location under stochastic demand: A sampling approach. *Operations Research for Health Care*, 8:24 – 32, 2016.
- [10] Richard M Van Slyke and Roger Wets. L-shaped linear programs with applications to optimal control and stochastic programming. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 17(4):638–663, 1969.
- [11] Deisy A Velez-Jaramillo, Luz H Lugo-Agudelo, Blanca C Cano-Restrepo, Paula A Castro-García, and Hector I García-García. Costos de atención y rehabilitación de pacientes con lesiones por accidentes de tránsito en el mundo. *Revista Facultad Nacional de Salud Pública*, 34(2):220–229, 2016.

The Vehicle Sharing Problem with Physical and Social Constraints

Tatiane Fernandes Figueiredo
Federal University of Ceará
tatianefernandes@lia.ufc.br

Deyvison Nogueira Rodrigues
Federal University of Ceará
deyvison@alu.ufc.br

Rommel Dias Saraiva
Federal University of Ceará
rommel@lia.ufc.br

Abstract

Every year, statistical data show that the number of personal vehicles has grown a lot, being one of the responsible factors for generating environmental and mobility problems. Among possible solutions for this scenario is the idea that people performing similar itineraries could share a single vehicle instead of driving it individually. However, this solution requires certain precautions, since sharing a vehicle with unknown people may create safety risks. From both physical location and social network analysis, this work presents mathematical programming approaches to solve the Vehicle Sharing Problem with Physical and Social Constraints. Using concepts from Graph Theory to represent input data, the proposed techniques search for solutions that satisfy constraints related to the Shortest Path Problem Visiting Specified Vertices while trying to maximize social relations between individuals sharing a single vehicle.

Keywords: Combinatorial optimization; Constrained shortest path; Ridesharing.

1 Introduction

It is well-known that transportation is the largest single source of air pollution in many countries of the world, thus carrying significant risks for both human health and the environment. According to the Union of Concerned Scientists (UCS)¹, a nonprofit science advocacy organization based in the United States, cars and trucks produce air pollution throughout their life, including pollution emitted during vehicle operation, refueling, manufacturing, and disposal. Additional emissions are associated with the refining and distribution of vehicle fuel. Air pollution from cars and trucks is split into primary pollution, which are emitted directly into the atmosphere; and secondary pollution, which results from chemical reactions between pollutants in the atmosphere.

¹www.ucsusa.org

Among emerging initiatives to circumvent this issue is that drivers performing similar itineraries at the same time could share a single vehicle, thus reducing the number of active vehicles on the roads. This initiative could also reduce significantly the traffic congestion that increased noticeably in recent years due to population growth and the massive production of vehicles, thus becoming a frequent daily occurrence. Hence, ridesharing plays an important role in modern life.

Despite many advantages concerning ridesharing, this requires a careful thought since sharing a vehicle with unknown people may create safety risks. For this purpose, one could resort to social networks in order to select individuals who will share the service. For instance, an individual with vacant seats into his/her car would prefer to offer a ride to people having great affinity with him/her. Such affinity degree is encapsulated within a sociometric matrix [6], a problem input that measures the synchrony between individuals. It is one of the main tools for psychological analysis.

From the aforementioned point of views, we introduce in this paper the Vehicle Sharing Problem with Physical and Social Constraints (VSPPSC), which is an \mathcal{NP} -Hard combinatorial optimization problem that can be seen as a variant of the Shortest Path Problem Visiting Specified Vertices (SP-PVSV) [1] including both physical and social constraints. We define the VSPPSC as follows. Consider $D = (V, A)$ as a directed graph (or digraph, for short) with set of vertices V , where $s \in V$ is the origin and $t \in V$ is the destination. Let A be the set of arcs, being each $(i, j) \in A$, with $i, j \in V$, associated with a nonnegative cost c_{ij} . Finally, let $V' \subseteq V - \{s, t\}$ be a subset of vertices for which a function $d : V' \rightarrow \mathbb{Z}^+$ provides the affinity degree between s and $u \in V'$. The less the value of $d(u)$, the greater the affinity degree between s and u . The VSPPSC asks for a path between s and t that visits exactly w vertices of V' , and minimizes both the cost of such path and the affinity degree between s and w vertices of V' to be visited. Since the objective function takes into account two distinct measures (cost and affinity), we attach to them distinct multipliers $0 \leq \alpha \leq 1$ and $0 \leq \beta \leq 1$ such that $\alpha + \beta = 1$. These multipliers establish the priority given to each distinct measure. Setting $\alpha = 1$ and $\beta = 0$ leads to a SPPVSV visiting w vertices of V' , thus ignoring the affinity degree between s and V' . On the other hand, setting $\alpha = 0$ and $\beta = 1$ leads to a path visiting the w most “harmonic” vertices of V' , thus ignoring the cost of the path.

Note that the VSPPSC is intrinsically related to the emerging solution described above, namely, sharing vehicle with individuals performing the same route. In such case, an individual located in $s \in V$ needs to drive to $t \in V$ while giving a ride to w distinct individuals that also order a ride to the destination point. The choice for w individuals from a total of $|V'|$ depends directly on the affinity degree between s and each $u \in V'$, which is measured through the sociometric matrix.

In this work, we formulate the VSPPSC by means of pure integer and mixed-integer programming models. Computational experiments performed on randomly generated instances are used to make a comparative study between our proposals. To have better analysis, the remainder of the text is organized as follows. In Section 2, we present a brief literature review of vehicle routing involving ride sharing. In Section 3, we conceive mathematical programming models for the VSPPSC. In Section 4, we report computational experiments. Finally, in Section 5, we draw some conclusion and consider directions for future research.

2 Related work

In the literature, we find only some works addressing both routing and ridesharing. In [2], it is introduced the Traveling Salesman with Multiple Ridesharing (TSP-MR), which is a variant of the capacitated TSP that considers the possibility of sharing vacant seats with passengers taking

advantage of the paths the salesman travels through the cycle. The cost of a path is shared between boarded passengers. The motivation behind the TSP-MR arises when drivers are willing to share parts of a trip with tourists that wish to move between two locations visited by the driver's route, accepting to share the vehicle with other individuals visiting other locations within the cycle.

In [3], it is developed an optimal dynamic ridesharing algorithm that matches rides and requests in real time when satisfying multiple participant constraints (e.g. time bounds, availability of empty seat, maximum allowed deviation distance, and minimized route ride) to minimize the total travel distance. The algorithm, called Minimal Route Bisearching (MRB), is encapsulated into a working prototype and evaluated on GPS (Global Positioning System) trajectories of Lahore city dataset.

Both TSP-MR and MRB do not take into account any criterion to select individuals asking for a riding. Contrary, the VSPPSC uses characteristics coming from social network to both minimize the cost of the path and maximize the affinity degree between individuals. This is what distinguishes the VSPPSC from other problems, which mainly focus on a physical point of view as the SPPSV.

3 Mathematical programming models

In this section, we present mathematical programming models for the VSPPSC. They comprise both pure integer and mixed-integer programming models sharing binary decision variables

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{if arc } (i, j) \text{ belongs to the path,} \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

for all $(i, j) \in A$, and

$$y_i = \begin{cases} 1, & \text{if the path visits vertex } i, \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

for all $i \in V'$. We formulate the VSPPSC through the following model.

$$(P) \quad \text{Min} \quad \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ij} + \sum_{i \in V'} d_i y_i \quad (1)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{(i,j) \in A} x_{ij} - \sum_{(j,i) \in A} x_{ji} = \begin{cases} -1, & \text{if } i = s, \\ +1, & \text{if } i = t, \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad \forall i \in V \quad (2)$$

$$\sum_{i \in V' \mid (i,j) \in A} x_{ij} = y_j, \quad \forall j \in V' \quad (3)$$

$$\sum_{j \in V'} y_j = w \quad (4)$$

$$\text{subtour elimination constraints (SECs)} \quad (5)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall (i, j) \in A \quad (6)$$

$$y_i \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in V' \quad (7)$$

Basically, the proposed models differ from each other in how constraints (5) avoid subtours in any VSPPSC integer solution. In this paper, we devote the next sections to investigate two of them, namely, Dantzig–Fulkerson–Johnson (DFJ) constraints [4] and Miller–Tucker–Zemlin (MTZ) constraints [5].

3.1 Dantzig–Fulkerson–Johnson constraints

A straightforward way to break subtours in any VSPPSC integer solution consists in imposing the number of arcs in any subset of vertices $S \subseteq V$ to be equal to $|S| - 1$. This is performed by considering the following DFJ inequalities [4].

$$\sum_{(i,j) \in A(S)} x_{ij} \leq |S| - 1, \quad \forall S \subseteq V : |S| > 2 \quad (8)$$

The main drawback of constraints (8) is the requirement of an exponential number of inequalities, since enumerating all $S \subseteq V$ is exponential in the number of vertices. Hence, we resort to a branch-and-cut (B&C) framework to solve VSPPSC instances when employing DFJ constraints. To do so, we first omit constraints (8) from the model and, always when an integer solution is found by a “black-box” solver, we check the presence of subtours. If the solution contains subtours, then we only add constraints (8) associated with them. If it does not, then a feasible solution is known.

3.2 Miller–Tucker–Zemlin constraints

The MTZ constraints have been initially used to avoid subtour in traveling salesman problems. The principle behind those SECs is to assign labels to vertices such that the label of a vertex represents the order in which the vertex is visited in a traveling salesman tour.

We adopt MTZ constraints to break subtours in any VSPPSC integer solution. We first define continuous variables π_i representing the aforementioned label, $i = 1, \dots, |V|$. The MTZ inequalities [5] are presented in the following.

$$\pi_j - \pi_i \geq 2 - x_{ij} - \mathcal{M}(1 - x_{ij}), \quad \forall (i, j) \in A \quad (9)$$

$$\pi_s = 0 \quad (10)$$

$$\pi_i \geq 0, \quad \forall i \in V - \{s\} \quad (11)$$

Constraints (9)–(11) use information inherent only to variables x when imposing that if an arc $(i, j) \in A$ is in the solution (i.e., $x_{ij} = 1$), then $\pi_j - \pi_i \geq 1$, thus establishing an ordering between $i \in V$ and $j \in V$. Otherwise (i.e., $x_{ij} = 0$), such an ordering becomes redundant when employing a big constant factor \mathcal{M} that is set beforehand.

For sake of clarification, let $S = \{(v_1, v_2), (v_2, v_3), (v_3, v_4), (v_4, v_1)\}$ be a set of arcs belonging to a VSPPSC integer solution. Clearly, S induces a subtour composed by vertices v_1, v_2, v_3 and v_4 . By constraints (9)–(11), we obtain:

$$\pi_{v_2} - \pi_{v_1} \geq 1$$

$$\pi_{v_3} - \pi_{v_2} \geq 1$$

$$\begin{aligned}\pi_{v_4} - \pi_{v_3} &\geq 1 \\ \pi_{v_1} - \pi_{v_4} &\geq 1\end{aligned}$$

By summing variables π , we obtain $0 \geq 4$, which is impossible. As a consequence, set S (actually, any set of arcs leading to a subtour) cannot exist in the solution.

4 Computational experiments

We implemented all mathematical programming techniques of Section 3, which are compared experimentally in this section. The model referred to as (DFJ) is model (P) implemented with DFJ SECs, while (MTZ) is model (P) implemented with MTZ SECs. They were coded using CPLEX 12.7 and Java concert technology. Our experiments were performed on a PC Intel Pentium i7, 8×3.60 GHz, 16 GB DDR3 RAM under Linux Ubuntu 14.05 LTS. The CPU time limit for each instance was set to 3600 seconds.

Tables 1 and 2 provide numerical results for dense and sparse digraphs, respectively. The legend in these tables is as follows. The first two columns give the *instance* under consideration (as $|V|nID$, where ID is a simple identifier), and the objective function optimal value z . The remaining six columns present informations concerning both (DFJ) and (MTZ) models, as the number of relaxed subproblems (*bb*) solved by CPLEX, the elapsed time (*cpu*) in seconds required to obtain the optimal solution, and the integrality *gap* in percentage between the linear relaxed solution and the optimal one. The symbol “n/a” means values *not available* due to time limit.

Regarding results for dense digraphs, we note that model (MTZ) consistently outperforms model (DFJ). For problem instances as 100n02, 100n07, 120n02, 160n07, 180n09, 200n01, and 200n10, the latter model took more than 100 seconds of resolution time, while the former model took less than 2 seconds to solve them. For 200n05, in particular, model (DFJ) was not able to find the optimal solution within the time limit, whereas model (MTZ) found the optimal solution in 2.03 seconds. The number of relaxed subproblems solved by model (DFJ) is greater than that one of model (MTZ).

Concerning sparse digraphs, we note a slight advantage of model (MTZ) over model (DFJ). To solve instances 120n01 and 120n09, model (DFJ) spent 21.24 and 77 seconds, respectively, while model (MTZ) spent 0.18 and 0.19 seconds, respectively. For problem instance 200n06, model (DFJ) needed 2039.52 to obtain the optimal solution, while model (MTZ) required only 0.42 seconds. As for dense digraphs, the number of subproblems solved by (DFJ) is greater than that one of (MTZ).

5 Concluding remarks

We introduced in this work an \mathcal{NP} -Hard combinatorial optimization problem referred to as Vehicle Sharing Problem with Physical and Social Constraints (VSPPSC), which has characteristics coming from vehicle routing and social network analysis. We formulated the VSPPSC through mathematical programming models and presented computational experiments. Basically, the models differ from each other in how subtour elimination constraints (SECs) avoid cycles in any feasible solution: either by Dantzig–Fulkerson–Johnson (DFJ) constraints or by Miller–Tucker–Zemlin (MTZ) constraints. The experiments performed on randomly generated instances indicate that the proposed model implemented with MTZ constraints dominates the one implemented with DFJ constraints. Future research includes the development of new models, valid inequalities, and decomposition methods.

Table 1: Results for dense digraphs.

<i>instance</i>	<i>z</i>	(DFJ)			(MTZ)		
		<i>bb</i>	<i>cpu</i>	<i>gap</i>	<i>bb</i>	<i>cpu</i>	<i>gap</i>
100n01	5.00	0	0.56	15.00	0	0.28	15.00
100n02	5.00	2101	112.43	30.00	0	0.39	29.90
100n03	8.50	0	0.28	0.00	0	0.32	0.00
100n04	7.00	0	0.30	0.00	0	0.21	0.00
100n05	5.00	0	0.15	0.00	0	0.04	0.00
100n06	8.00	68	6.31	4.69	0	0.32	4.67
100n07	5.50	70756	1854.73	18.18	0	0.32	18.18
100n08	6.00	0	0.22	0.00	0	0.38	0.00
100n09	4.00	77	5.93	12.50	0	0.39	12.50
100n10	8.00	0	0.30	0.00	0	0.31	0.00
120n01	5.25	0	3.60	0.00	0	0.47	0.00
120n02	8.25	5002	207.74	18.18	0	3.23	18.11
120n03	4.75	0	1.46	5.26	0	0.42	5.26
120n04	2.75	0	1.06	6.82	0	0.34	6.82
120n05	5.00	0	0.44	0.00	0	0.35	0.00
120n06	7.25	59	4.43	15.52	0	0.89	15.49
120n07	4.50	0	0.54	0.00	0	0.36	0.00
120n08	2.50	4	2.15	35.00	0	0.30	35.00
120n09	4.75	0	0.28	0.00	0	0.32	0.00
120n10	3.75	0	0.74	11.11	0	0.49	11.11
140n01	4.50	0	0.62	0.00	0	0.48	0.00
140n02	7.25	0	1.11	6.21	0	1.11	6.21
140n03	5.25	0	0.69	4.76	0	0.98	4.76
140n04	7.50	0	0.89	1.67	0	0.64	1.67
140n05	2.75	0	0.70	0.00	0	0.28	0.00
140n06	5.25	0	0.49	0.00	0	0.31	0.00
140n07	3.75	0	0.48	0.00	0	0.34	0.00
140n08	5.25	5	3.83	8.93	0	0.58	8.93
140n09	4.00	0	0.59	3.13	0	0.56	3.13
140n10	6.00	4	1.23	6.25	0	0.60	6.25
160n01	5.50	6	6.09	9.09	0	0.79	9.05
160n02	2.00	0	2.20	0.00	0	0.46	0.00
160n03	5.00	0	1.27	0.00	0	0.61	0.00
160n04	2.50	4	11.04	20.00	0	0.37	20.00
160n05	4.00	0	1.22	0.00	0	0.68	0.00
160n06	3.00	2	4.38	0.00	0	0.64	0.00
160n07	2.50	1160	318.26	20.00	0	0.61	20.00
160n08	2.00	0	2.49	0.00	0	0.46	0.00
160n09	4.00	159	29.29	12.50	0	0.63	12.50
160n10	1.50	0	1.94	0.00	0	0.40	0.00
180n01	4.50	0	2.80	0.00	0	0.83	0.00
180n02	4.00	0	2.69	0.00	0	1.15	0.00
180n03	5.75	2	5.75	5.22	0	0.78	5.22
180n04	3.75	0	3.56	3.33	0	1.03	3.33
180n05	3.25	0	2.65	0.00	0	0.70	0.00
180n06	4.50	43	13.32	8.89	0	1.70	8.89
180n07	2.50	0	3.06	10.00	0	0.69	10.00
180n08	3.00	3	12.02	8.33	0	1.89	8.33
180n09	4.50	210	157.81	11.11	0	0.92	11.11
180n10	2.75	0	6.99	12.12	0	0.52	12.12
200n01	1.50	426	870.11	33.33	0	0.64	33.25
200n02	3.50	0	3.54	0.00	0	0.81	0.00
200n03	1.75	0	4.94	0.00	0	1.64	0.00
200n04	2.00	0	4.04	0.00	0	0.34	0.00
200n05	4.75	n/a	n/a	15.79	0	2.03	15.79
200n06	4.75	5	10.88	5.26	0	1.07	5.26
200n07	2.50	0	2.53	0.00	0	0.75	0.00
200n08	2.75	61	39.87	22.73	0	1.34	22.73
200n09	2.75	1	5.68	4.55	0	1.03	4.55
200n10	4.50	5051	2375.92	11.11	0	1.17	11.11

Table 2: Results for sparse digraphs.

<i>instance</i>	<i>z</i>	(DFJ)			(MTZ)		
		<i>bb</i>	<i>cpu</i>	<i>gap</i>	<i>bb</i>	<i>cpu</i>	<i>gap</i>
100n01	9.00	25	1.08	3.70	0	0.29	3.70
100n02	4.50	0	0.16	11.11	0	0.16	11.04
100n03	4.50	0	0.23	16.67	0	0.24	16.61
100n04	11.00	0	0.28	1.52	0	0.12	1.52
100n05	5.50	0	0.10	2.27	0	0.15	2.27
100n06	5.00	0	0.06	0.00	0	0.11	0.00
100n07	2.50	0	0.09	0.00	0	0.06	0.00
100n08	5.00	0	0.06	0.00	0	0.16	0.00
100n09	3.50	0	0.20	9.52	0	0.14	9.52
100n10	4.00	0	0.14	25.00	0	0.15	24.87
120n01	7.00	1606	21.24	7.14	0	0.18	7.11
120n02	6.00	0	0.10	0.00	0	0.14	0.00
120n03	7.00	0	0.31	0.00	0	0.19	0.00
120n04	3.00	0	0.28	27.78	0	0.12	27.78
120n05	5.50	12	0.94	14.55	0	0.27	14.51
120n06	7.50	0	0.34	0.00	0	0.20	0.00
120n07	3.00	0	0.15	8.33	0	0.18	8.33
120n08	6.50	3	0.77	7.69	0	0.26	7.67
120n09	5.00	11217	77.00	20.00	0	0.19	19.92
120n10	3.00	0	0.16	5.56	0	0.13	5.56
140n01	7.50	0	0.61	5.00	0	0.29	4.96
140n02	4.50	0	0.15	0.00	0	0.21	0.00
140n03	6.75	189	4.81	11.11	0	0.51	11.11
140n04	7.50	0	0.15	0.00	0	0.23	0.00
140n05	3.00	0	0.31	0.00	0	0.15	0.00
140n06	8.00	0	1.12	6.25	0	0.40	6.24
140n07	9.00	24	1.27	2.78	0	0.28	2.78
140n08	6.25	0	0.16	0.00	0	0.24	0.00
140n09	7.00	0	0.87	5.95	0	0.25	5.95
140n10	6.00	0	0.17	4.17	0	0.19	4.17
160n01	4.25	0	0.67	5.88	0	0.32	5.88
160n02	6.75	0	0.24	1.85	0	0.24	1.85
160n03	6.25	47	9.25	12.00	0	0.49	11.97
160n04	5.50	16	3.29	11.69	0	0.82	11.69
160n05	7.00	0	0.62	5.00	0	0.27	5.00
160n06	4.50	0	0.23	5.56	0	0.22	5.56
160n07	3.25	0	0.39	0.00	0	0.21	0.00
160n08	6.00	0	0.23	0.00	0	0.27	0.00
160n09	7.25	11	1.12	5.17	0	0.50	5.17
160n10	7.00	0	0.60	2.55	0	0.47	2.55
180n01	3.50	0	0.77	14.29	0	0.22	14.29
180n02	7.50	0	0.57	0.83	0	0.36	0.83
180n03	3.75	0	1.08	6.67	0	0.33	6.67
180n04	2.50	0	0.53	0.00	0	0.25	0.00
180n05	6.25	0	0.90	2.67	0	0.58	2.67
180n06	5.75	0	1.71	14.49	0	1.05	14.49
180n07	4.00	0	0.73	0.00	0	0.20	0.00
180n08	4.25	0	0.36	0.00	0	0.28	0.00
180n09	2.50	0	0.78	0.00	0	0.28	0.00
180n10	4.75	0	0.92	15.79	0	0.47	15.79
200n01	6.00	0	1.21	0.00	0	0.31	0.00
200n02	5.25	0	0.82	0.00	0	0.93	0.00
200n03	6.75	0	1.24	0.00	0	0.41	0.00
200n04	3.75	0	0.53	6.67	0	0.48	6.67
200n05	5.25	0	0.55	2.38	0	0.69	2.38
200n06	3.00	38814	2039.52	25.00	0	0.42	25.00
200n07	3.00	0	0.73	0.00	0	0.10	0.00
200n08	6.50	124	18.53	7.69	0	1.77	7.69
200n09	3.00	0	1.19	8.33	0	0.52	8.32
200n10	3.75	9	4.15	8.00	0	0.34	8.00

References

- [1] Andrade, R. C., *New formulations for the elementary shortest-path problem visiting a given set of nodes*, European Journal of Operational Research **254** (2016), pp. 755–768.
- [2] Araújo, G. F., “Algoritmos meta-heurísticos para a solução do problema do caixeiro viajante com múltiplas caronas,” Master thesis (in portuguese), Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal (2016).
- [3] Arshad, S., H. T. Mirza and I. Hussain, *A new method for optimization of dynamic ride sharing system*, Journal of Applied Environmental and Biological Sciences **5** (2015), pp. 73–89.
- [4] Dantzig, G., R. Fulkerson and S. Johnson, *Solution of a large-scale traveling-salesman problem*, Journal of the operations research society of America **2** (1954), pp. 393–410.
- [5] Miller, C. E., A. W. Tucker and R. A. Zemlin, *Integer programming formulation of traveling salesman problems*, Journal of the ACM (JACM) **7** (1960), pp. 326–329.
- [6] Moreno, J. L., *Foundations of sociometry: An introduction*, Sociometry (1941), pp. 15–35.

Distribución urbana de mercancías en el sector de alimentos procesados, a partir de un modelo de optimización propio de ruteo de vehículos

Javier Arias-Osorio

Universidad Industrial de Santander
jearias @uis.edu.co

Yeily Parra Pimiento

Universidad Industrial de Santander
yeka_9327@hotmail.com

Slendy Paola Malaver Rodriguez

Universidad Industrial de Santander
slendypaolamalavera@gmail.com

Abstract

En esta investigación en curso, se aborda el estudio del modelo de ruteo HFVRPTW (por su sigla en inglés del modelo de ruteo con ventana de tiempo y flota heterogénea) para la distribución de producto terminado en una empresa del sector de alimentos procesados.

En el problema se considera la demanda determinística en el periodo de planeación, el producto a transportar es único, los clientes tienen preferencias en las horas de recepción del producto y los vehículos tienen diferente capacidad entre sí.

El modelo de optimización desarrollado es un modelo de programación lineal entera mixta y se evalúa con datos sintéticos, analizando cambios en la función objetivo y en las ventanas de tiempo, y sus efectos en los resultados del modelo.

El modelo actual es una adaptación del modelo utilizado en una investigación anterior (realizada en el sector de confecciones y productos para el hogar) donde se probó el modelo con instancia real y se logró una disminución de cerca del 25% en la distancia recorrida en la ruta trazada comparada con la programación ya establecida mediante otro método de programación.

Keywords: distribución de mercancía; ruteo de vehículos; modelo de optimización: ventanas de tiempo

1. Introducción

La logística es definida por el Council of Logistics Management como la parte del proceso de gestión de la cadena de suministro encargada de planificar, realizar y controlar de modo eficiente y efectivo el almacenamiento y el flujo directo e inverso de bienes, servicios y toda la información relacionada con éstos, entre los puntos de origen y el punto de consumo, con el objeto de cumplir las expectativas del consumidor¹.

La logística urbana, como la logística enmarcada en el territorio de ciudad, se considera factor decisivo en el desarrollo y evolución de la misma condicionado por el aumento de la densidad poblacional en las urbes, así como el aumento del volumen de tránsito a través de ella.

Dentro de los desplazamientos propios de la logística urbana podemos destacar para nuestro fin, el movimiento de mercancías hacia los puntos de venta, o desde los puntos de venta hacia los consumidores finales. Y lo anterior depende de si se quiere considerar una red de distribución de uno o más escalones a la vez en el problema a analizar.

Entonces desde el marco de política, hasta el manejo de las operaciones empresariales individuales se vuelve imperiosa la optimización de procesos de logística urbana (operaciones de entrega, recogida y circulación de la carga, entre otros). Optimización de procesos que en esta investigación se enmarca en la programación matemática y se asocia a la fase de diseño de rutas de entrega de producto terminado en una empresa del sector de alimentos procesados en el área metropolitana de Bucaramanga.

2 Descripción del problema

2.a Investigación previa

Esta investigación en curso tiene como precedente un trabajo realizado en el seno del grupo OPALO de la UIS, también con distribución urbana de mercancías, pero en aquel caso la empresa pertenecía al sector de productos para el hogar, donde se consideró aplicar el modelo HFVRPTW (por su sigla en inglés del modelo de ruteo con ventana de tiempo y flota heterogénea) para organizar la distribución periódica del único producto a los clientes finales. El canal de distribución es uno sólo, con vehículos propios directamente al cliente.

En dicha investigación y gracias a las herramientas de rastreo satelital en la empresa, se pudieron obtener datos para el análisis de los vehículos. Se caracterizaron los tipos de estados que presentaban estos vehículos y se determinó que éstos podrían estar realizando las siguientes actividades: cargando, descargando, tanqueando, en desplazamientos intermunicipales o en recorrido. Estableciendo estos parámetros se codificó un algoritmo que analizara los datos de todos los vehículos y los resultados fueron como los siguientes:

Tabla 1. Resumen de estado vehículo TTT 609

PLACA	TIPO DE PARADA	TIEMPO DE PARADA	%	TIEMPO DE DISTANCIA RECORRIDA (HORAS)	%	TOTAL TIEMPO DEDICADO (HORAS)	%	KILOMETROS RECORRIDOS
TTT 609	CARGUE	127,0	27	4,30	5	131	23	119
	DESCARGUE	231	49	6,12	7	238	42	143
	TANQUEO	3,9	1	1,10	1	5	1	18
	INTER MUNICIPAL	114,6	24	80,61	87	195	34	3305
	TOTAL	476,9	100	92,1	100	569	100	3585,9

A nivel general se obtuvo que, entre el 39 y el 59% por ciento del tiempo de los vehículos es utilizado para la operación de entrega de productos, ya que al ser flota heterogénea, los pedidos a entregar por vehículo pueden ser diferentes debido a su capacidad.

Para dicha investigación se consideró, entre otros aspectos para la programación, que los transportes se realizaran 6 días a la semana, entre semana de 7 AM a 7 PM (8 PM para noviembre y diciembre), y los sábados de 7 AM hasta que se terminaran las mercancías por entregar, generalmente de 2 PM a 5 PM. La empresa clusterizó el mapa de clientes en dos secciones: *CENTRO* y *SUR*, donde el vehículo de menor tamaño se utilizaría para realizar recolección de los productos en servicio de garantía los días martes y jueves, por lo cual se inhabilita para transporte de mercancías esos días.

Se planteó un modelo de programación lineal entera mixta a describir más adelante y se adoptó como técnica de solución algoritmos exactos como la heurística de búsqueda grande de vecindario adaptable (ALNS). A partir de la codificación de las técnicas se pudo concluir en el trabajo a partir de la comparación con las prograaciones previas, una reducción de alrededor del 28% en las distancias recorridas por los vehículos (en algunos casos fusionando rutas, etc) lo cual permitió a la empresa comenzar el camino de la elaboración de indicadores de gestión en el área de distribución, para continuar el mejoramiento en la misma, que repercuta en satisfacción del servicio al cliente.

2.2 Investigación actual

El trabajo a presentar es un modelo de ruteo HFVRPTW para una empresa de alimentos procesados (donde la unidad de medida para considerar el producto como único, son kilogramos). Y en cuanto a canales de distribución, la empresa cuenta con cuatro tipos:

- Canal (indirecto largo) de distribución moderno: El producto terminado es producido en la planta de producción, luego es distribuido a un cliente mayorista, el cual reparte en sus tiendas el producto terminado y es obtenido por el cliente final.
- Canal (indirecto corto) de distribución puntos de venta: El producto terminado es producido en la planta de producción, luego distribuido a los puntos de venta y finalmente es obtenido por el cliente final.
- Canal (indirecto corto) de distribución tienda a tienda (TAT): El producto terminado es producido en la planta de producción, posteriormente son despachados a los puntos de venta propios (guarín, pedregosa, cañaveral y prado), los cuales se encargan de la distribución a las tiendas de barrio y finalmente es obtenido por el cliente final.
- Canal (directo) de distribución institucional: El producto terminado es producido en la planta de producción, luego es entregado al cliente final.

En la tabla 2 se pueden ver los clientes atendidos por cada canal.

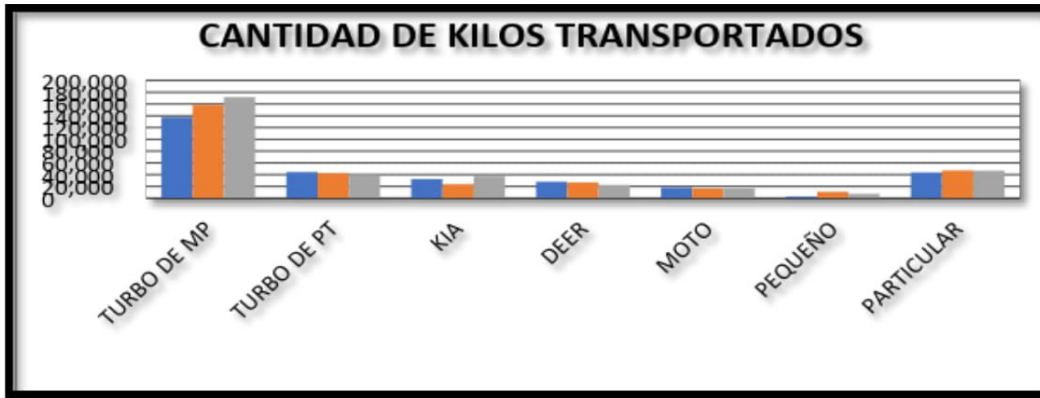
Tabla 2. Canal de distribución y promedio de clientes por canal

Canal de distribución	Promedio de cantidad de clientes
Puntos de venta: puntos de ventas de mostrador	31
Institucional: Restaurantes, colegios, cafeterías y otras empresas	170
TAT: Tiendas y amas de casa	130
Moderno: Envíos a nivel nacional (Pereira, Bogotá y Cartagena)	3

Dentro de las consideraciones del despacho se tienen:

- Tomando mediciones de meses representativos en una demanda estacional, se encontró que la mayor cantidad de kilos transportados fue de 340.926 kg y la menor cantidad fue de 306.436 kg.
- La cantidad de kilogramos transportados por tipo de vehículo es diferencial, pero estable. Ver Figura 1.

Figura 1. Cantidad de kilogramos transportados por tipo de vehículo



- En cuanto al porcentaje de utilización de los vehículos, el vehículo que más porcentaje de utilización tiene es la moto con 113% y el que menos tiene es el pequeño con un 33%, esto se debe a que los pedidos TAT y las amas de casa se despachan en moto. En promedio el porcentaje de utilización de la TURBO es del 97%, de la KIA de 75% y de la DEER del 71%.

En la Tabla 3, se observan las capacidades de los vehículos utilizados.

Tabla3. Capacidad de tipo de vehículo utilizado

<i>Vehículo</i>	<i>Capacidad en kg</i>
MOTO	70
TURBO	3800
KIA	800
DEER	700
PEQUEÑO	400

- Dentro de las políticas de la empresa están las de entrega, que se muestran en la Tabla 4 y que condicionan las ventanas de tiempo en el modelo.

Tabla 4. Política de entrega

Descripción	Hora de entrega
colegios (institucionales)	6-7 am
institucionales exceptuando los colegios	7-9 am
puntos de venta primordiales	7-10 am
clientes TAT y amas de casa	7-9:30 am
puntos de venta restantes	10am -3 pm

Algunos de los aspectos que se quieren mejorar con el rediseño de la rutas, entre otros, son:

- El 85% de los pedidos de los puntos venta están tomando de 45 a 60 min desde el momento en el que el vehículo llega al punto y sale sin el pedido, esto se presenta porque cuando los conductores llegan, los vendedores están atendiendo a los clientes del punto y hasta no desocuparse no pueden hacer la entrega del pedido.
- Las demoras en las entregas de los pedidos en los puntos de venta, hacen que los productos pierdan la cadena de frío.
- Como mínimo se despachan 2 vehículos diarios con una capacidad que no supera el 70% de ellos.

Para ello se adopta el modelo utilizado en la Investigación previa y se ajusta a partir de lo antes mencionado.

3. Modelo de optimización

Se define un grafo asimétrico incompleto $G = (V, A)$, donde V es el conjunto de nodos y A es el conjunto de arcos. La planta de producción o bodega se define como D , y se tiene un conjunto de n nodos de clientes, C , los cuales representan los pedidos, caracterizados con demanda, tipo de cliente, ubicación y ventanas de tiempo, que pueden no ser únicas. El cliente i puede tener múltiples ventanas de tiempo durante el día, de la forma $h \in H_i = \{1, \dots, n_i\}$, donde n_i indica el número, sin embargo, solo se puede atender una vez al día por máximo. La bodega D tiene una ventana de tiempo de operación única y un conjunto de vehículos heterogéneos m con capacidades $Q = \{q_{v_1}, \dots, q_{v_m}\}$. Cada vehículo k tiene asociada una jornada de trabajo compuesta por múltiples intervalos de tiempo $h' \in H_k = \{1, \dots, n_k\}$ (n_k indica la cantidad de intervalos de tiempo), durante el horizonte de planeación, en este caso diario, y estos turnos pueden diferentes para cada vehículo. Se presenta el problema de ruteo formalmente mediante esta programación lineal:

- $C = \{1, \dots, n\}$: conjunto n de clientes
- $V = \{0, n + 1\} \cup C$; conjunto de nodos, donde 0 y $n+1$ representan dos copias de la bodega.

s_i : Tiempo de servicio del cliente $i \in C$.

p_i : Tipo de cliente asociado al cliente $i \in C$

q_i : Demanda del cliente $i \in C$.

t_{ij} : Tiempo de viaje entre los clientes $i \in V$ y $j \in V$, con el arco $(i, j) \in A$.

d_{ij} : Distancia del trayecto entre los clientes $i \in V$ y $j \in V$.

$K = \{1, \dots, m\}$: Conjunto de m vehículos.

$Q = \{q_{v_1}, \dots, q_{v_m}\}$: Capacidades de los vehículos.

$[a_{ih}, b_{ih}]$, con $h \in H_i = \{1, \dots, n_i\}$: Múltiples ventanas de tiempo del cliente $i \in C$.

$[ad_0, bd_0]$ y $[ad_{n+1}, bd_{n+1}]$ representan la ventana de tiempo de la bodega.

$[a_{kh'}, b_{kh'}]$, con $h' \in H_k = \{1, \dots, n_k\}$: Múltiples intervalos de tiempo del turno de trabajo del vehículo k .

M : una constante de gran valor numérico.

Variables de Decisión

- $x_{ijkh'}$ es igual a 1 si y solo si el vehículo k pasa por el arco $(i, j) \in A$ en su turno $\{h'\}$ de trabajo.

- $y_{ijkh'}$ es igual a 1 si y solo si el cliente i es visitado por el vehículo k en la ventana de tiempo número h del cliente y el turno número $\{h'\}$ de trabajo del vehículo.
- u_i : Tiempo extra con respecto al inicio del servicio en el cliente i .
- $u_{ikh'}$: Tiempo extra con respecto al inicio del servicio en el deposito $i \in \{n + 1\}$ del vehículo k en su turno número $\{h'\}$.
- $e_{ikh'}$: Tiempo en el que el vehículo k inicia el servicio al cliente i en el turno de trabajo número $\{h'\}$ de ese vehículo.

Para el caso actual de Espumas Santambos casos tratados, se simplifica el modelo asignando únicamente una ventana de tiempo por cliente y una jornada de trabajo por vehículo, por lo cual los conjuntos H_i y H_k contienen únicamente los elementos 0 y 1. El tiempo de servicio se ve afectado por el tipo de cliente a visitar según el coeficiente de tipo de cliente p_i asociado a cada cliente.

Criterio de función objetivo

Considerando que el objetivo empresarial de Espumas Santander es brindar a sus clientes un servicio acorde a la calidad de sus productos, la función objetivo estará dada a lograr la menor distancia recorrida para realizar entregas más oportunas; entonces se plantea la función:

$$\begin{aligned}
& \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} d_{ij} \sum_{k \in K} \sum_{h' \in H_k} x_{ijkh'} + \\
& + M \sum_{i \in V} u_i + M \sum_{k \in K} \sum_{h' \in H_k} v_{(n+1)kh'} + \\
& + \sum_{i \in C} M(1 - \sum_{k \in K} \sum_{h \in H} \sum_{h' \in H_k} y_{ikh'h'}) \tag{1}
\end{aligned}$$

El primer término es la función mínima de distancias, el segundo término se encarga de penalizar las llegadas tarde de los vehículos si atienden a los clientes de la ruta por fuera de horas; el tercer término se ocupa de penalizar las llegadas tarde a la empresa después de realizar sus entregas, y el termino final penaliza las rutas inviables o no posibles dentro del algoritmo. Los tres términos posteriores son penalizados altamente para preferir las soluciones viables que reduzcan la distancia total de recorrido.

Restricciones

Se implementa la restricción (2) para asegurar que la capacidad de los vehículos no es excedida en cada uno de los intervalos de sus turnos de trabajo:

$$\sum_{i \in V} \sum_{h \in H_i} q_{ikh'h'} \leq q_{vk} , \forall k \in K, h' \in H_k \tag{2}$$

Las restricciones (3) y (4) aseguran que cada cliente es visitado máximo una vez y que la bodega es usada por cada vehículo k en cada uno de los intervalos de tiempo de su turno de trabajo. Nótese que los clientes pueden ser dejados como alternativa de vista, lo cual es penalizado en el tercer término de la función objetivo.

$$\sum_{k \in K} \sum_{h \in H_i} \sum_{h' \in H_k} y_{ikh'h} \leq 1, \forall i \in C \quad (3)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{h \in H_i} \sum_{h' \in H_k} y_{ikh'h'} \leq \sum_{k \in K} n_k, \forall i \in \{0, n+1\} \quad (4)$$

Las siguientes restricciones están diseñadas para mantener el flujo de las rutas, es decir, que un vehículo que visita un cliente j partiendo desde un cliente i solo podrá partir nuevamente desde ese cliente j hacia un cliente diferente de i y j :

$$\sum_{i \in V} x_{ijkh'} = \sum_{h \in H_j} y_{jkh'h'}, \forall j \in V \setminus \{0\}, k \in K, h' \in H_k \quad (5)$$

$$\sum_{j \in V} x_{ijkh'} = \sum_{h \in H_i} y_{jkh'h'}, \forall i \in V \setminus \{n+1\}, k \in K, h' \in H_k \quad (6)$$

La restricción (7) asegura la viabilidad con respecto al tiempo:

$$e_{ikh'} + s_i + t_{ij} \leq e_{jkh'} + M(1 - x_{ijkh'}), \quad \forall i, j \in v, k \in K, h' \in H_k \quad (7)$$

Las restricciones (8), (9) y (10) hacen cumplir las ventanas de tiempo de los clientes y los turnos de trabajo de los vehículos, y sus transgresiones son penalizadas en la función objetivo:

$$\sum_{h \in H_i} \sum_{h' \in H_k} a_{ih} y_{ikh'h'} \leq \sum_{h' \in H_k} e_{ikh'} \leq \sum_{h \in H_i} \sum_{h' \in H_k} b_{ih} y_{ikh'h'} + u_i, \forall i \in C, k \in K \quad (8)$$

$$ad_i \leq e_{ikh'} \leq bd_i + u_i, \forall k \in K, h' \in H_k, i \in \{0, n+1\} \quad (9)$$

$$a_{kh'} \sum_{h \in H_i} y_{ikh'h'} \leq e_{ikh'} \leq b_{kh'} \sum_{h \in H_i} y_{ikh'h'} + v_{ikh'}, \quad \forall k \in K, h' \in H_k, i \in \{0, n+1\} \quad (10)$$

Finalmente, las restricciones (11) a (15) imponen condiciones generales a las variables de decisión:

$$x_{ijkh'} \in \{0,1\}, \forall j \in V, k \in K, h' \in H_k \quad (11)$$

$$y_{ikh'h'} \in \{0,1\}, \forall i \in V, k \in K, h \in H_i, h' \in H_k \quad (12)$$

$$e_{ikh'} \geq 0, \forall i \in V, k \in K, h' \in H_k \quad (13)$$

$$u_i \geq 0, \forall i \in V \quad (14)$$

$$v_{ikh'} \geq 0, \forall i \in \{0, n+1\}, k \in K, h' \in H_k \quad (15)$$

$$p_i \geq 0, \forall i \in \{0, n+1\} \quad (16)$$

4. Conclusiones

- a. El trabajo en curso ha evolucionado en la reorganización del trabajo a partir del diagnóstico previo, pudiendo establecer que es importante:
 - Crear rutas diferentes para los canales punto de venta e institucional; con esta mejora se busca dar una mejor respuesta en la hora de entrega de los pedidos de estos canales.
 - Para el canal punto de venta mantener las zonas, pero cambiar los días de entrega de algunos puntos con el fin de disminuir las entregas los días sábados, dado que este es el día que mas ventas registra el canal y por tanto es el día que menos pueden estar atentos a la hora de entrega del pedido.
 - Entregar los pedidos del canal punto de venta de 1 a 4 pm, esto con el objetivo de disminuir el tiempo desde que el conductor llega con el pedido al punto hasta q sale sin él. Es importante mencionar que de 1 a 4 pm es el flujo de venta más bajo durante el día para los puntos de venta.
 - Eliminar los traslados de productos entre puntos de venta alineando el inventario del punto con el pedido TAT.
 - Repartir zonas y/o clientes por punto de venta propio para la entrega de los pedidos TAT, Con el propósito de dar una mejor respuesta en la hora de llegada del pedido al cliente.
- b. Así mismo, el ajuste del modelo y la aplicación de las técnicas utilizadas en la investigación previa han arrojado hasta ahora resultados satisfactorios.

5. Referencias

En las referencias se encuentran algunos de los autores utilizados para el análisis del modelo y las técnicas usadas en ambas investigaciones.

1. Institut Cerdá. Ciudad y mercancías, Logística urbana. Marge Books. 2ª edición. 2013.
2. Linfati, R., Escobar, J. W., & Gatica, G. (2014). Un algoritmo metaheurístico para el problema de localización y ruteo con flota heterogénea. *Ingeniería y Ciencia*, 10(19), 55-76.
3. Ochoa, O. H., Mayorga, O., & Navarro, A. (2016). The design of the logistics operation of food distribution in different localities in the south of Bogotá based on a multistage model doi:10.1007/978-3-319-40506-3_12
4. Osorio, J. A. (2012). Optimización aplicada a un problema de recolección de residuos industriales. *Gerencia Tecnológica Informática*, 11(29), 25-33.
5. Paraskevopoulos, D. C., Repoussis, P. P., Tarantilis, C. D., Ioannou, G., & Prastacos, G. P. (2008). A reactive variable neighborhood tabu search for the heterogeneous fleet vehicle routing problem with time windows. *Journal of Heuristics*, 14(5), 425-455.
6. Patiño Chirva, J. A., Daza Cruz, Y. X., & Ramiro Lopez-Santana, E. (2016). A Hybrid Mixed-Integer Optimization and Clustering Approach to Selective Collection Services Problem of Domestic Solid Waste. *Ingeniería (0121-750X)*, 21(2), 235-247.
7. Puenayán, D. E., Londoño, J. C., Escobar, J. W., & Linfati, R. (2014). Un algoritmo basado en búsqueda tabú granular para la solución de un problema de ruteo de vehículos considerando flota heterogénea. *Revista Ingenierías Universidad de Medellín*, 13(25), 81-98.
8. Shah, N., et al. (2011). Optimization models for assessing the peak capacity utilization of intelligent transportation systems. *European Journal of Operational Research*. 216. 239-251.

Desarrollo de un modelo de simulación de eventos discretos en la producción de suelas termoplásticas

Angie Paola Correa Sepúlveda
Universidad de Antioquia
angiepcorreas@gmail.com

Carolina Garcés Jiménez
Universidad de Antioquia
carogarces08.cg@gmail.com

Julián Andrés Castro Castro
Universidad de Antioquia
juliocastro1297@gmail.com

Yony Fernando Ceballos
Universidad de Antioquia
yony.cebillos@udea.edu.co

Resumen

Es ampliamente conocido que existen múltiples áreas de la industria asociadas a la producción de calzado para diversos usos (casuales, de trabajo, ortopédicos entre otros). Las suelas termoplásticas son usadas por sus cualidades en cuanto a calidad, formas y colores y la elaboración de las mismas en Colombia se hace con un procedimiento empírico, en el cual hay desperdicio de materia prima, condiciones de almacenamiento inapropiadas y por consiguiente retraso en los tiempos de entrega a los clientes. Mediante el empleo de la simulación se representa de manera apropiada la realidad de la producción y se concluye que es necesario la revisión del proceso de pintura, la cual tiene un cuello de botella en conjunto con la de inspección previa al empaque, y la posibilidad del uso de empleados que atiendan diferentes procesos, ya que los que trabajan en inyección poseen un alto tiempo de ocio, generando altos costos y retrasos en la producción.

Palabras clave: simulación discreta; simul8; cuello de botella; suelas termoplásticas.

1 Introducción

La producción de calzado a nivel mundial es una industria creciente [1], y en el último año el sector del calzado en Colombia ha tenido un aumento significativo, principalmente en las exportaciones por más de 7,9 millones de dólares en calzados cuyas suelas son de caucho y termoplástico [2]. Este último material ha incrementado la producción debido a que es uno de los tipos de suelas más apetecidas por su gran variedad de estilos, ya que es un material que puede fundirse a altas temperaturas y permite darle diversas formas y colores, dando un valor añadido al calzado. Normalmente, las empresas de suelas cuentan con máquinas de termoplástico para llevar a cabo el proceso de inyección y poder dar forma a las suelas de este material a través de moldes de aluminios, y si bien este subproceso es en gran parte automatizado, los subprocesos

posteriores como el pulido, pintura, cepillado y empaque son manuales dando lugar a cuellos de botella y a que las empresas tengan que realizar un análisis detallado para equilibrar el componente automatizado con el manual, de forma que los tiempos de entrega del producto final no se vean afectados por demoras y la relación con los clientes no se deteriore.

Por lo anterior, es necesario analizar de qué forma se puede modificar el proceso de manera que exista un equilibrio entre cada uno de los subprocesos (manual y automatizado). Para ello puede utilizarse una herramienta como la simulación de eventos discretos la cual, mediante el desarrollo de un modelo acorde a la realidad, puede proveer información esencial sobre problemas que estén presentes en el proceso y a la vez permite evaluar alternativas en dicho modelo analizando su comportamiento y ayudando a la solución de los problemas reales [3].

2 Descripción del problema

Para contextualizar el proceso, en la **Figura 1** se presenta a manera de diagrama de flujo las diferentes etapas y actividades del proceso de elaboración de suelas termoplásticas.

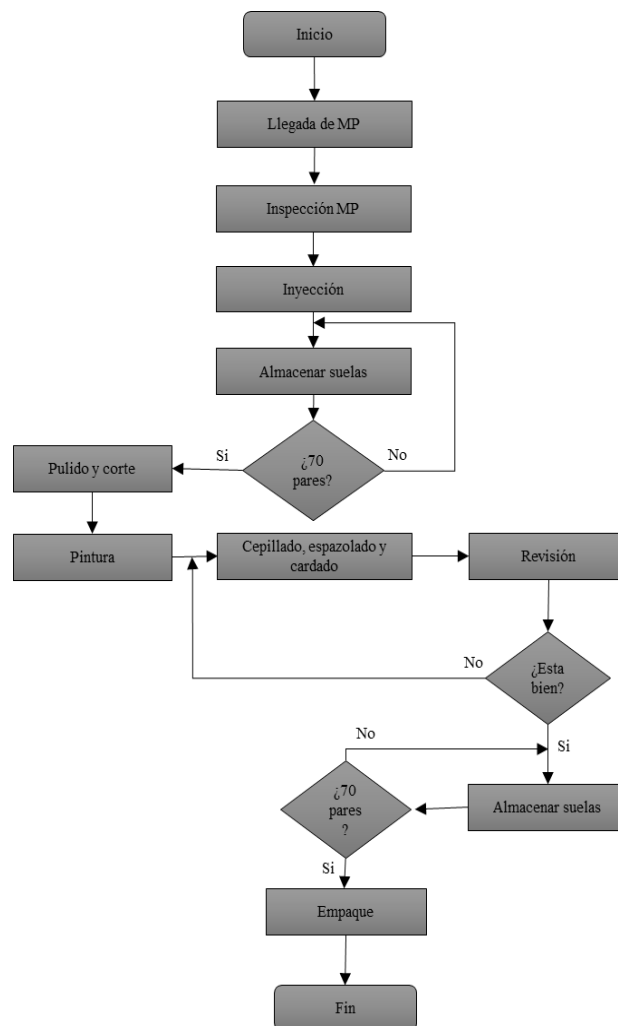


Figura 1. Diagrama de flujo proceso de elaboración de suelas.

Uno de los principales problemas que se observó, fueron las grandes cantidades de material en proceso acumuladas antes de las actividades manuales debido a que la primera parte del proceso es automatizada. Uno de los primeros procesos es el de inyección y éste es automatizado, pues las máquinas termoplásticas dan forma a las suelas mediante moldes diseñados previamente y pocos empleados son encargados de éste, porque sólo deben quitar las suelas ya moldeadas por la máquina. Desde este punto hasta que las suelas son finalmente empacadas todo es manual, así que se forman grandes colas de pares de suelas esperando ser manipuladas en el resto de actividades. Todas estas demoras en cada uno de los servicios hacen que en muchos casos no se pueda cumplir con el tiempo de entrega de los pedidos a los clientes teniendo que pactar nuevos plazos de despacho.

3 Metodología

Para analizar los comportamientos de múltiples procesos productivos, se recomiendan diferentes herramientas que se adapten fácilmente al contexto a estudiar. En los últimos años, el uso de la simulación de eventos discretos ha despertado gran interés en la modelación de procesos productivos debido a su versatilidad y bajo costo [4]. La utilización de modelos de simulación facilita en gran medida el estudio de diversos sistemas, de manera que se pueden identificar sus características y las potenciales interacciones de los elementos que lo componen. A través de la simulación, se pueden llevar a cabo diferentes experimentos que si se hacen de manera real pueden llegar a ser muy costosos, son complejos de hacerlos físicamente, riesgosos o tardan mucho tiempo. En particular, para el estudio en cuestión, se utilizó la simulación de eventos discretos para la modelación del proceso de producción de suelas termoplásticas.

Para describir el proceso de elaboración de suelas de termoplástico, se comienza con la formulación del problema donde se identifican las necesidades y condiciones específicas del proceso, las cuales hacen necesario este análisis. En esta etapa también se lleva a cabo la recopilación y el modelamiento de datos. Posteriormente, se desarrolla la fase de conceptualización en donde se construye el modelo computacional, se realiza la validación y verificación de éste con algunas técnicas que serán descritas posteriormente, las cuales tienen como fin comprobar que el comportamiento del modelo computacional se relacione con la realidad. Adicionalmente, se hace un análisis de sensibilidad con el objetivo de comprobar que el modelo sea robusto. En último lugar, se realizará el diseño de experimentos con el cual se espera hallar una posible solución a los problemas planteados en el modelo, para ello se elaboran posibles escenarios seguido de un análisis de cada uno de éstos que determinará cuál es el mejor escenario para las condiciones especificadas. En la **Figura 2** se presenta en esquema que resume la metodología descrita.

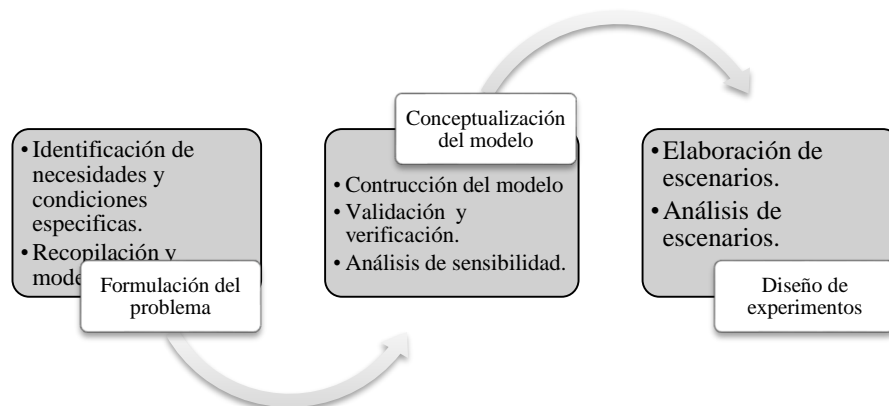


Figura 2. Proceso de modelado.

4 Resultados y discusión

4.1 Descripción del modelo real

El proceso de elaboración de suelas termoplásticas comienza con un pedido realizado por el cliente con unas cantidades de suelas demandadas, de inmediato el coordinador de producción de acuerdo a dicho pedido genera una orden de materia prima a los diferentes proveedores de la empresa de suelas. Una vez que llega la materia prima requerida, es inspeccionada para comenzar a producir unas suelas de excelente calidad, dicha inspección está a cargo de 2 operarios, posterior a ello, se lleva a cabo la actividad de inyección donde los polímeros y el material termoplástico se funden a altas temperaturas en la máquina inyectora y se vierten en los moldes de las suelas; esta actividad es realizada por la máquina y el operario sólo tiene que colocar los bordes decorativos de la suela y quitar las suelas una vez que la máquina inyectora las ha moldeado.

Posteriormente, una vez estén moldeados 70 pares de suelas, se pasan en canastas a la zona de pulido y corte donde los operarios que no están en empaque se encargan de limpiar las suelas que resultaron sucias en la inyección y de cortar o eliminar las imperfecciones que éstas tengan.

Después, las suelas pasan por pintura donde un sólo operario se encarga de rociarlas con un pulverizador de acuerdo al color requerido. Luego, las suelas una vez secas pasan al espazolado (proceso de pulido después de la actividad de pintura), cepillado (proceso de limpieza de los residuos que quedan en las suelas durante la actividad del espazolado) y cardado (proceso de rectificación de pulido por medio de una máquina de cardado) donde reciben el último toque de su elaboración y van pasando a una inspección donde aproximadamente un 10% de pares de suelas tienen imperfecciones y necesitan volver a realizar los procesos antes descritos. Aquellos pares de suelas que no tienen ningún tipo de imperfección pasan a ser almacenados hasta completar 70 pares para ser empacados. Allí, las suelas son empacadas en bolsas plásticas y acomodadas para su distribución, dicha actividad es llevada a cabo por los dos operarios que también se encargan del pulido y corte.

En la empresa se laboran 5 días a la semana y 10 horas de trabajo diarias y es de aclarar que la materia prima inspeccionada que no esté en buen estado es devuelta al proveedor.

4.2 Construcción del modelo

Es propicio conocer las distribuciones de llegada de cada uno de los centros de trabajo utilizados en el modelo de simulación. Para ello, se procedió a la toma de datos preliminares en el proceso real para realizar pruebas de bondad de ajuste y de esta manera, conocer la distribución apropiada a tener en cuenta en cada variable. Este procedimiento se ejecutó en el software @Risk [5] y los resultados de dichos ajustes se encuentran en la **Tabla 1**:

Tabla 1. Parámetros de las variables a medir en el proceso de realización de suelas.

Variable	Tamaño de muestra	Distribución	Parámetros
Tiempo proceso de inspección de MP	8	Exponencial	Media = 3,84138
Tiempo de Inyección máquina 1	95	Weibull	Alpha = 2,4805 Beta = 2,3006

Tiempo de inyección máquina 2	27	Weibull	Alpha = 1,5934 Beta = 0,9599
Tiempo proceso de pulido	27	Triangular	Mínimo = 1,2428 Más probable = 1,789 Máximo = 2,92
Tiempo proceso de pintura	23	Uniforme	Mínimo = 1,1418 Máximo = 3,7917
Tiempo proceso de cepillado, espazolado y cardado	12	Normal	Media = 2,45 Desviación estándar = 0,3572
Tiempo proceso de inspección de suelas	30	Triangular	Mínimo = 0,9877 Más probable = 0,9877 Máximo = 3,3056
Tiempo proceso de empaquetado	31	Normal	Media = 1,9769 Desviación estándar = 0,9136

Para la elaboración de un modelo formal que represente el proceso de elaboración de suelas termoplásticas, se utilizó el software Simul8 [6], donde se tuvo en cuenta la estructura real del proceso y la descripción realizada anteriormente. El sistema se modeló desde las 8:00 am hasta las 6:00 para un total de 10 horas de trabajo diarias y teniendo en cuenta que la empresa labora 5 días a la semana. El tiempo de simulación decidido por los investigadores fue de 1 semana, tiempo considerado suficiente para realizar conclusiones según los modeladores de este proceso.

La implementación del modelo se encuentra en la **Figura 3**, donde se ilustra el esquema general del proceso con sus respectivos centros de trabajo y los operarios asignados a cada actividad. En la **Figura 3** se evidencia una cola (encerrada en círculo rojo en la figura) antes de la tarea de pintura, lo cual hace que las tareas consecutivas a la pintura no tengan material (suelas) para trabajar y el tiempo de ocio se incrementa. Por otra parte, el almacenamiento de los 70 pares de suelas (antes de pulido y corte y de empaque) hace que se pierda tiempo mientras se espera que éstas sean recolectadas.

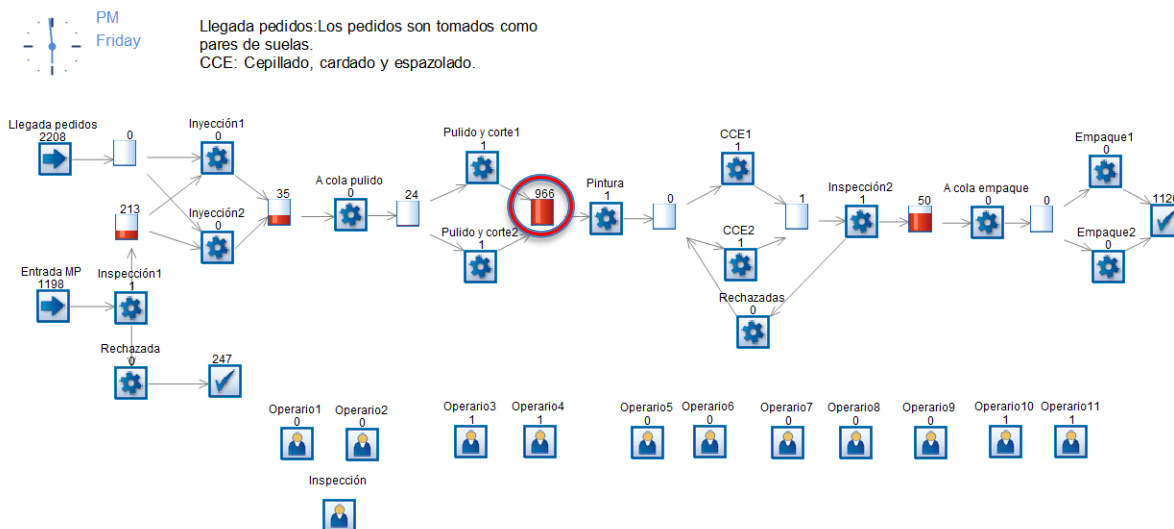


Figura 3. Modelo del proceso de realización de suelas.

En la **Tabla 2** se observa que 7 de los 11 operarios tienen una utilización inferior o igual al 70%, lo cual se traduce en muchos empleados ociosos e innecesarios.

Tabla 2. Porcentajes de utilización promedio de los operarios en sus actividades.

Tarea	Operario	Porcentaje de utilización promedio
Inspección	Operario1	100
	Operario2	75,72
Inyección	Operario3	25,39
	Operario4	10,52
Pulido y corte	Operario5	70,62
	Operario6	70,55
Pintura	Operario7	96,54
Cepillado, cardado y espazolado	Operario8	52,7
	Operario9	52,78
Empaque	Operario10	37,21
	Operario11	37,17

4.3 Verificación del modelo

La verificación es un elemento fundamental en la simulación de sistemas discretos, dado que es el proceso por el cual se comprueba que la lógica del modelo computacional corresponda con el modelo conceptual y los requisitos de diseño de éste, es decir, que el modelo sea lo que los diseñadores de éste piensan que es [7].

Por lo anterior, para la verificación del modelo realizado se utilizaron técnicas como las trazas de simulación, donde se realiza el seguimiento del flujo de las entidades (pares de suelas, en este modelo) a través de cada sección del modelo y en el modelo completo, con el objetivo de determinar si su comportamiento y lógica son adecuados [8]. También se hizo la verificación del modelo mediante el método de degradación analizando el comportamiento del modelo computacional en condiciones extremas; esto fue aplicado tanto para los valores de entrada o variables exógenas como para los parámetros y variables internas [8].

4.4 Validación del modelo

Con el objetivo de incrementar el nivel de credibilidad y aceptación del modelo se realiza la validación, de esta manera podremos asegurar que el modelo representa el comportamiento real del sistema y puede ser utilizado para futuros experimentos cuyos resultados permitirán a las directivas de la empresa tomar decisiones [3]. Por eso, para averiguar si el modelo produce resultados cercanos a la realidad, es fundamental conocer la opinión de aquellas personas inmersas en el proceso, por lo que la intuición de expertos fue una técnica importante para validar el modelo representado. Así que basados en las opiniones de personas expertas en el proceso que se simuló, el modelo representado es válido, su comportamiento se aproxima a lo que sucede en el proceso real y permite continuar para analizar de lleno los resultados arrojados.

4.5 Análisis de sensibilidad

Para analizar qué tan sensible es el modelo representado en Simul8, se realizaron cambios en la tasa de llegada de los pedidos, los parámetros del tiempo de cepillado, cardado y espazolado, y el número de suelas que requieren ser almacenadas antes de pasar a pulido y empaque.

En la **Tabla 3**, se muestra el cambio en la llegada de pedidos, pasando de una distribución Average con media 1,3643 minutos a la misma distribución, pero con media de 1 minuto. Adicionalmente, se tiene un segundo cambio, colocando la llegada de pedidos con la misma distribución inicial, pero con media de 2 minutos. Una vez realizado esto, se observan cambios significativos en la cola del pulido y la cola de pintura, sin embargo, no se presentan cambios abruptos en la cola de inspección de los pares de suelas, los pares de suelas rechazados, la cola de empaque y no hay mucha diferencia en el número de pares de suelas terminados con respecto al valor original del modelo.

Tabla 3. Variables a cambiar para el análisis de sensibilidad.

Variable	Valor promedio original	Cambio 1	Cambio 2
Llegada de pedidos	Average 1,3643	Average 1	Average 2
Cola de pulido (promedio)	24,19	33,03	16,49
Cola de pintura (promedio)	471,95	762,53	149,15
Cola de inspección suelas (promedio)	0,35	0,34	0,34
Pares de suelas rechazados (promedio)	129,6	130,4	128
Cola empaque (promedio)	12,54	12,65	12,57
Pares de suelas terminados (promedio)	1120	1120	1099,8

Además, también se cambió el número de suelas que requieren ser almacenadas antes de pasar a pulido y empaque. Inicialmente, se debían recolectar 70 pares y posterior a ellos, éstos podían ser enviados a pulido y de igual manera sucedía antes del empaque. Se probó pasando de 70 pares a 50, luego también se probó con 90 pares y los resultados no fueron muy diferentes a los valores originales.

Con base en los cambios analizados, el modelo representado en simul8 no mostró cambios significativos al modificar algunas tasas y parámetros, pero es preciso aclarar que, si en el modelo final se desean hacer dichos cambios, deben ser justificados teniendo en cuenta la opinión de expertos de elaboración de suelas termoplásticas.

5 Conclusiones

Según los resultados arrojados por el modelo, la cola más larga se presenta en el proceso de pintura, tal como los especialistas lo habían detectado, esto se debe a que un sólo operario se encarga de esta actividad, además el tiempo de proceso es más extenso que en otras. Adicionalmente, en las actividades anteriores hay un requerimiento de 70 pares de suelas, lo que ocasiona que la actividad de pintura sea un cuello de botella en el proceso.

Por otro lado, varios de los operarios tienen un alto porcentaje de ocio y esto es algo que sí ocurre en el proceso real, por lo que algunos de ellos, especialmente uno de los de inyección cuyo porcentaje de ocio es el más alto, deberían asignarse a tareas como la pintura en donde la cola de pares de suelas es bastante alta. Sin embargo, aunque con esta medida la cola de pintura disminuya notoriamente, podría ocasionar un aumento significativo en la cola de inspección previa al empaque, debido a que las suelas luego de la pintura circulan con mayor rapidez y en la inspección de los pares de suelas sólo hay un operario.

Observando la cola que se genera en la actividad de pintura, se propone realizar un diseño de experimentos donde se evalúen diversos escenarios con los que se pueda solucionar o mitigar el cuello de botella encontrado. Además, se encuentra que en algunos casos el tiempo de ocio de los empleados es muy alto, por lo que la contratación de más operarios no es necesario sino la capacitación de los empleados actuales para que contribuyan en las actividades con mayores colas. En los escenarios se llevaría a cabo una redistribución de los operarios teniendo en cuenta su tiempo de ocio y/o la implementación de nuevos puestos de trabajo.

Referencias

- [1] Global Industry Analysts Inc. (2017). Rising household disposable incomes and footwear design innovations drive the global footwear market. Recuperado a partir de https://www.strategyr.com/MarketResearch/Footwear_Market_Trends.asp
- [2] Portafolio. (2017). Producción de calzado muestra un crecimiento importante. Recuperado a partir de <http://www.portafolio.co/negocios/produccion-de-calzado-aumento-en-2017-503271>
- [3] Banks, J., Nelson, B.L., Carson, J.S., & Nicol, D.M. (2010). Discrete-Event System Simulation. PrenticeHall International Series in industrial and Systems Engineering, 640. Recuperado a partir de <https://doi.org/10.2307/1268124>
- [4] Gárriz, C., & Domingo, R. (2017). Simulation, through discrete events, of industrial processes in productive environments. *Procedia Manufacturing*, 13, 1074-1081.
- [5] "Software Risk Abatement," AFSC/AFLC pamphlet 800-45, US Air Force Systems Command, Andrews AFB, Md., 1988.
- [6] SIMUL8 Corporation. "SIMUL8 Standard 2008 FAQs". <http://www.simul8-online.com/products/standard/faq.htm>.
- [7] Izquierdo, L. R., Galán Ordax, J. M., Santos, J. I., & Del Olmo Martínez, R. (2008). Modelado de sistemas complejos mediante simulación basada en agentes y mediante dinámica de sistemas. *Empiria. Revista de metodología de ciencias sociales*, 0(16), 85. Recuperado a partir de <https://doi.org/10.5944/empiria.16.2008.1391>
- [8] Monleón Getino, T., Ocaña i Rebull, J., & Universitat de Barcelona. Departament d'Estadística. (2006). Optimización de los ensayos clínicos de fármacos mediante simulación de eventos discretos, su modelización, validación, verificación y la mejora de la calidad de sus datos. TDX (Tesis Doctorals en Xarxa). Recuperado a partir de <http://www.tdx.cat/handle/10803/1557>

Simulación de Eventos Discretos en una empresa colombiana de manufactura de ropa interior

Jorge I. Manrique.

Estudiante de Ingeniería Industrial - Universidad de Antioquia
01jorge10@gmail.com

Yesica Y. Quiñones

Estudiante de Ingeniería Industrial - Universidad de Antioquia
yesica.quinones@udea.edu.co

Resumen

El uso de herramientas de modelamiento y simulación de sistemas cada día toma más relevancia a la hora de implementar diferentes alternativas de solución a un mismo problema productivo [1]. En este documento se presenta el caso de una empresa dedicada a confeccionar ropa interior cuyo principal problema en la toma de decisiones se encuentra en la dispersión de la información; este estudio se realiza con el fin de otorgar alternativas de mejora a una de sus líneas de producción la cual está enfocada en la manufactura de bóxers. Se hizo uso del software Simul8® con el fin de detectar y determinar aquellas operaciones que presentaban retrasos y limitaban la realización de la tasa de producción deseada. El objetivo perseguido es el de proponer opciones de mejora dadas las limitaciones que tiene esta empresa actualmente, presentando dos alternativas que no supondrían mayores esfuerzos que las capacidades actuales con las que se cuenta.

Palabras clave: Simulación; modelamiento; confecciones; toma de decisiones; escenarios.

1 Introducción

En Colombia la industria Textil-Confecciones genera aproximadamente 130 mil empleos directos y 750 mil empleos indirectos, lo que representa aproximadamente el 21% de la fuerza laboral generada por la industria manufacturera. Hay cerca de 450 fabricantes de textiles y 10.000 de confecciones, la mayoría son pequeñas fábricas, el 50% tiene entre 20 y 60 máquinas de coser. Las principales ciudades donde se ubican son Medellín, Bogotá, Cali, Pereira, Manizales, Barranquilla, Ibagué y Bucaramanga. El sector representa el 8% del PIB manufacturero y el 3% del PIB nacional [2]. Por lo anterior mencionado los cambios y avances en la logística y en los sistemas productivos hacen necesaria la realización de mejoras dentro de la organización, por lo cual se debe contar con alternativas a la hora de la toma de decisiones, que permitan evaluar tendencias y cambios que ocurren en el mercado. Es por esto que la simulación es una buena herramienta de apoyo para este tipo de acciones, la cual se usa para dirigir experimentos de forma computacional y ver el comportamiento del sistema y como es su interacción con cada uno de los componentes que en él intervienen. [3]

En el presente informe se analizó la dinámica dentro de una empresa colombiana que se dedica a la confección de ropa interior, más específicamente el comportamiento en la fabricación de bóxers, la cual es uno de los procesos que se realizan con mayor frecuencia dentro de la organización, en consecuencia, genera grandes utilidades. En este estudio de

simulación se permitió evaluar algunas alternativas de mejora al proceso, como incorporación de un nuevo agente, estandarización del metro de confección, capacitación a los empleados con el fin de disminuir o eliminar situaciones problema que afecten el proceso, entre otros.

2 Descripción del problema

El presente trabajo se realizó con el fin de generar alternativas de solución a una problemática hallada en la parte de manufactura, más específicamente en el proceso de fabricación de bóxers, por medio del cual se logró identificar algunas fallas en la actividad de confección, lo que, en consecuencia, genera retrasos en toda la línea posterior a ella, ya que se hace en serie; esto debido principalmente a incumplimientos durante la ejecución de esta actividad por parte de los operarios que ocasionan errores de costura, defectos y frecuentemente prendas con daños irreparables, que deben ser desechadas por completo. Dados estos antecedentes, es de importancia realizar un modelo que se asemeje a la realidad que vive la empresa durante la producción teniendo en cuenta sus limitaciones de personal e infraestructura, identificando el punto donde debe ser intervenido el problema. Para cumplir con el anterior requerimiento, se propone generar y proponer alternativas de solución frente al problema que sufre la línea de confección de bóxers de la empresa en la cual se llevó a cabo el estudio, así como identificar opciones de mejora frente a los “cuellos de botella” detectados dentro de las operaciones del proceso productivo.

3 Enfoque de solución

El diagrama de Causa y efecto permite tener bases para establecer un plan de recolección de datos, en este se muestra las principales causas que originan la problemática hallada en tanto a las demoras generadas en áreas de la empresa, durante la fabricación de bóxers.

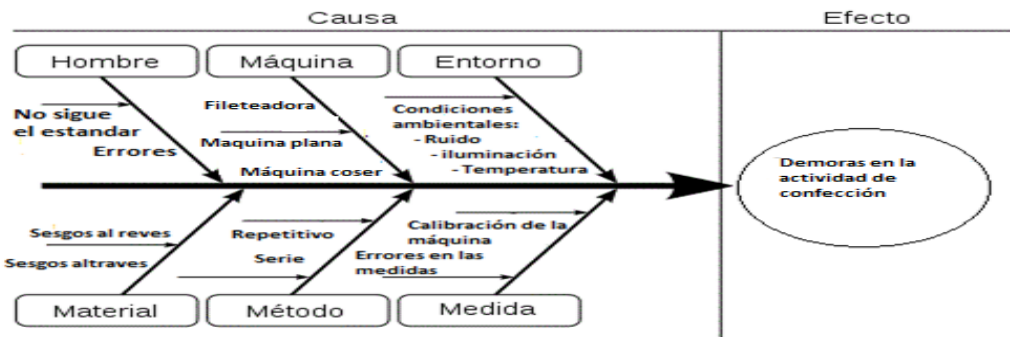


Gráfico 1: Causa y Efecto de la Elaboración de Boxers. [Elaboración propia].

Para la selección del proceso se realizó el siguiente Diagrama de Pareto, con la cantidad de prendas mensuales producidas a final de año, la empresa no cuenta con información histórica, las cifras presentadas a continuación fueron una aproximación aportada por un experto dentro de la organización.

El plan de recolección de datos consiste en la toma de tiempos de los operarios y la maquinaria, así como la disposición del material a través de los procesos con apoyo por

parte de expertos en la validación de la información debido a que la empresa no está muy interesada en guardar esta información.



Gráfico 2: Diagrama de Pareto de cantidades producidas. [Elaboración Propia].

Del gráfico 2, “*Diagrama de Pareto de cantidades producidas*”, se puede observar que la cantidad de prendas que representa mayor frecuencia dentro de la organización son los bóxers, con una cantidad de 2000 prendas mensuales, seguida de cacheteros y finalmente camisetas, además el 80% de las cantidades producidas en la empresa provienen de ropa interior, tanto de hombre como para mujer.

El proceso de fabricación de bóxers como todos los procesos de la organización se realiza bajo pedido, e inicia con la solicitud por parte del cliente, este proceso se realiza en serie, desde que llega la materia prima, que en este caso es la tela, hasta que sale el producto terminado y es entregado al cliente. A continuación, se ilustra de forma general el desarrollo del proceso.



Gráfico 3: Ingeniería del proceso Bóxers. [Elaboración propia].

Los recursos son todos aquellos elementos que se requieren para que la organización pueda lograr sus objetivos, estos son: Recursos humanos, financieros, materiales, técnicos y tecnológicos.

Recursos Humanos	Recursos Financieros	Recursos Materiales	Recursos técnicos y Tecnológicos
<ul style="list-style-type: none"> • Empleados: 30 	<ul style="list-style-type: none"> • Capital social: 200.000.000,00 Pesos Colombianos 	<ul style="list-style-type: none"> • Edificio. • Cortadora (2). • Máquinas de cocer (3). • Insumos: Tela, Botones, marquillas. 	<ul style="list-style-type: none"> • Computadores (7) • Red interna de facturación • Impresoras

Gráfico 4: Medios con los que cuenta la empresa. [Elaboración propia].

Para realizar la simulación del proceso de fabricación de bóxers se toma desde que inicia, con la llegada de la materia prima o insumos hasta que finaliza y es distribuida al cliente.

El modelo está conformado por:

1. Los diferentes puestos de trabajos.
2. Interacción de los recursos.
3. Armado de las prendas.
4. Relación entre variables, cuyos valores determinan los resultados temporales de otras variables.
5. Elementos defectuosos, reprocesados y desechados.

Estos conceptos se explican con más detalle posteriormente, y se plantean con el fin de familiarizar al lector con el modelo realizado.

El modelo se construyó por medio de información suministrada por los encargados de verificar el proceso de producción. Las actividades en el modelo de simulación se basan en las acciones reales dentro del proceso de producción.

Se inició con la definición de la actividad “Pedidos” y como ésta demarcaría el inicio del proceso ya que hace referencia a la cantidad de bóxers solicitados por el cliente.

Después se definieron las actividades “Diseño de prenda” y “Muestras de las prendas” que no son actividades físicas dentro de la fábrica ya que estas se hacen antes de iniciado el proceso.

Las actividades “Corte”, “Estampado”, “Confección”, “Inspección”, “Empaquetado” y “Entrada” son puestos de trabajo físicos dentro de la fábrica y siguen distribuciones de probabilidad para su ejecución dentro del modelo.

Esta información fue suministrada por la empresa, quienes no guardan datos históricos debido a que cada cliente solicita diferentes productos. Su proceso no es el mismo para cada producto.

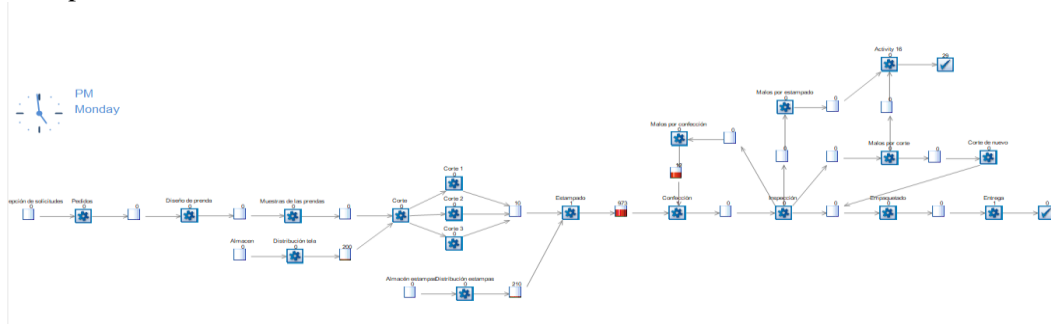


Gráfico 5: Representación en Simul8® del proceso actual de la línea de bóxers. [Elaboración propia].

Cada actividad está definida, cada cola es presentada como un almacenamiento antes de cualquier operación. La actividad “Corte” funciona como un enrutador de los tres puestos de corte que existen realmente, así mismo, esta actividad recolecta una unidad de información y la une con una unidad de tela, llevando a la realidad el pedido del cliente.

Dada la incapacidad de los modelos de simulación de predecir el comportamiento al 100%, estos deben ser validados para que se ajusten lo más fiel posible a la realidad.

Prueba de continuidad: Para esta verificación se realizan cambios pequeños en los datos iniciales con el fin de evaluar cómo estas modificaciones afectan el resultado final del proceso y si cumple con lo previsto. Una vez definidos estos cambios, se nota que estos

generan pequeñas variaciones en los resultados, pero más que todo definen si la entrega se puede llevar a cabo o no, dado que un pedido está listo para entrega si cumple con el número mínimo de bóxers dentro del plazo establecido por ambas partes (Cliente-Empresa).

Tabla 1: Datos de entrada del modelo. [Elaboración propia].

Datos	Pedidos (Bóxer)	Tela (Und tela; cada unidad corresponde a 0.18m ² de tela))	Estampas (Estampas)	Reproceso Confección (bóxer)	Bóxers no confeccionados (Bóxer)	Desechados (Bóxer)
Iniciales	2300	2500	2500	11	983	29
Modificados	1800	2300	2000	9	502	36

De la tabla 1, “Datos de entrada del modelo”, se puede notar como un cambio en los datos de entrada del modelo, con una disminución en los pedidos, tela disponible y estampas, dado el estado actual, generan una reducción del material en condición de reproceso, así como de bóxers no confeccionados y, por el contrario, aumenta la cantidad de estos desechados dado el porcentaje de desechos que espera la empresa que sea de un 2% aproximadamente en toda la jornada laboral de 8 horas.

Tabla 2: Distribuciones del modelo. [Elaboración propia]

Nº	Variable	Distribución	Parámetros	Observaciones
1	Cantidad de Pedidos	Fija	1 (Prenda/min)	2300 pedidos fijos
2	Cantidad de prendas diseñadas	Fija	1 (Prenda/min)	---
3	Cantidad de Muestras	Promedio	2 (Prenda/min)	---
4	Cantidad de prendas cortadas	Promedio	2 (Prenda/min)	---
5	Cantidad de estampas	Promedio	2 (Estampa)	2500 estampas iniciales
6	Cantidad de tela	Promedio	1 (Tela)	2500 unidades de tela iniciales
7	Cantidad de prendas estampadas	Promedio	2 (Prenda/min)	---
8	Cantidad de prendas confeccionadas	Promedio	3 (Prenda/min)	---
9	Cantidad defectuosos por confección	Fija	1 (Prenda/min)	1% de las prendas confeccionadas
10	Cantidad de defectuosos por corte	Promedio	1 (Prenda/min)	1% de las prendas cortadas
11	Cantidad de defectuosos por estampado	Fija	1 (Prenda/min)	3% de las prendas estampadas
14	Cantidad de prendas empacadas	Promedio	0.5 (Prenda/min)	16 bóxers empacados representan una caja
15	Cantidad de prendas entregadas	Promedio	1 (Prenda/min)	Entrega por cajas que contienen 16 bóxers cada una
16	Corte de nuevo	Promedio	2 (Prenda/min)	---

Según se aprecia en la tabla 2, “Distribuciones del modelo”, las distribuciones, de acuerdo a las validaciones de expertos y a la decisión del equipo de trabajo, se comportan, en su mayoría como si fueran promedio, debido a que son operaciones repetitivas con poca variabilidad.

Escenario solución 1. Desviar actividad temporalmente.

Justificación: Debido a los reprocesos causados por fallas en confección, se aumenta la cola de productos en esta operación y se ve reducida la eficiencia de esta etapa, por lo que se desea estudiar si es conveniente que este material vaya directamente a la confección. Es posible que, sin esta cola, el flujo del proceso sea realizado con una mejor productividad por lo cual se procede a desviar los malos por confección a una salida temporal mientras se estudia su viabilidad.

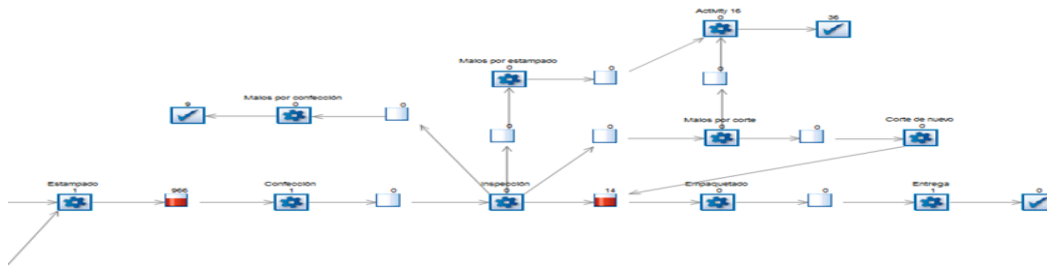


Gráfico 6: Primer escenario a considerar. [Elaboración propia].

La cola total que llega desde estampado no tuvo variación, lo cual indica que los productos que llegan a ser reprocesados en realidad no están siendo atendidos, solo se están acumulando en una cola adicional sin una aparente necesidad bajo las condiciones actuales, por lo cual no está alterando ni deteriorando el flujo del proceso. Sin esta cola el proceso de confección sigue teniendo el mismo porcentaje de utilización de 99.723%.

Escenario solución 2. Una sola estación de corte.

Justificación: Actualmente se presenta un cuello de botella en la actividad de confección, la cual está asignada sola en una estación mientras que, en corte, sección en la cual no se presentan problemas actualmente se cuenta con 3 puestos, los cuales podrían no ser requeridos y dichos recursos podrían designarse para mejoras en tiempos durante el proceso de confección.

Actualmente cada una de las estaciones de corte tiene un porcentaje de utilización de 29%, el cual es muy bajo. Se plantea la hipótesis de que el flujo mejoraría si se contara con una estación para corte.

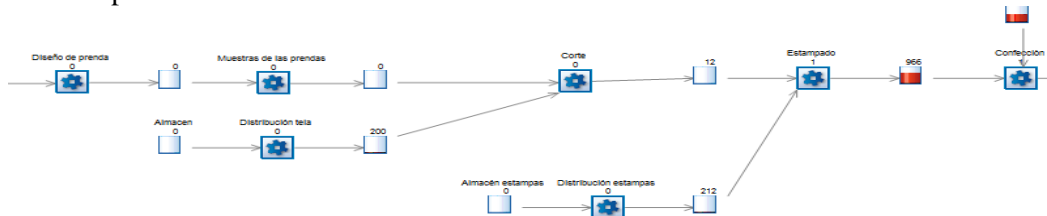


Gráfico 7: Segundo escenario a considerar. [Elaboración propia].

Al pasar de tres a solo un punto de corte se genera una cola de 12 prendas antes del estampado, lo cual es una leve disminución respecto a la cola inicial, además de evidencia que solo es requerida una estación para realizar la actividad de corte, la cual tiene un porcentaje de utilización de 44%. Esta modificación no genera cambio alguno en la cola antes de confección, por lo que se considera apropiado el cambio ya que no deteriora los resultados posteriores.

Escenario solución 3. Incorporación de otra persona en confección.

Justificación: Abordar el cuello de botella generado en la etapa de confección, para darle solución y mejorar el flujo de la producción y poder así dar cumplimiento a los pedidos en el periodo establecido. Actualmente este es el principal problema que se presenta en la producción del bóxer. Se decide agregar otra actividad de confección, con lo que se espera dar cumplimiento a la demanda por parte del cliente, pero se considera que el porcentaje de utilización sea mayor al 90%, el tiempo restante será considerado a actividades extras como transporte del producto.

El modelo se correrá con las mismas características iniciales definidas anteriormente y con la misma longitud de corrida para poder ver así que tanto influye la modificación.

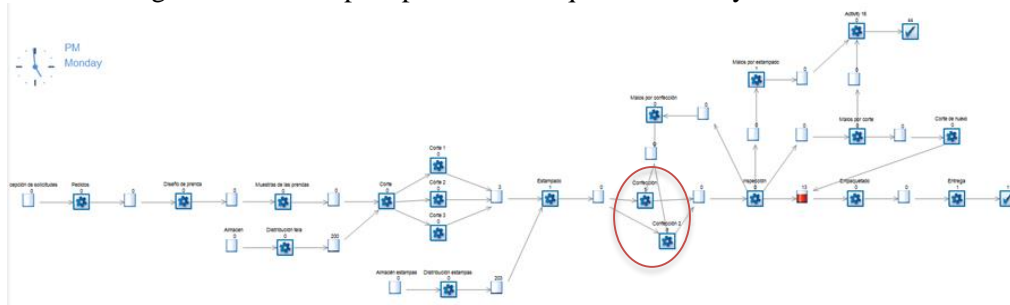


Gráfico 8: Primer escenario a considerar. [Elaboración propia].

Como se esperaba, la cola generada en esta etapa del proceso desaparece, por lo que se procede a analizar el porcentaje de utilización de cada actividad para decidir así que tan viable es esta decisión o si se está dando un derroche de recurso.

% Utilización Confección: 88%

% Utilización Confección2: 88%

Con ese resultado se encuentra que la alternativa es viable, aunque hay un pequeño margen de utilización que podría ser aprovechado, por lo que se podría analizar una pequeña variación para que los resultados se ajusten más a lo esperado.

Corridas y análisis

Dada la problemática principal, la cual se presenta en la cola de confección, se evidencia a partir de los resultados que la mejor alternativa es la tres. La cual permite atacar el problema directamente y darle una solución.

Con este cambio se logra cumplir con la demanda requerida en el lapso establecido.

Financieramente es viable para la empresa puesto que operarios que se encargan solo de procesos de corte o estampado, podrían ser capacitados para realizar el proceso de confección. Además que, si adicionalmente se prescindiera de recursos innecesarios en la etapa de corte, estos podrían ser destinados a la etapa de confección.

La reducción de tiempos para cumplir con la demanda permitiría a la empresa poder iniciar otras tandas de producción con mayor rapidez, aumentando así la calidad de su servicio, su productividad y disminuir los gastos en que se incurre por días de trabajo destinados solo a esta actividad.

Implementación de las recomendaciones

Como principal recomendación que se sugiere a la empresa es implementar herramientas de métodos y tiempos para estandarizar los métodos de trabajo, con ayuda de expertos en la materia, los cuales pueden ser ingenieros o estudiantes universitarios quienes trabajen en algún proyecto. Además, se sugiere a la empresa capacitar a los empleados para que el método de confección se realice de la mejor forma y en igualdad de condiciones con el fin de disminuir la variabilidad del producto final y evitar reprocesos.

Otra de las recomendaciones propuestas es la sugerencia de contratar otra persona en la confección para agilizar las salidas de esta actividad, aunque se debe estudiar de forma detallada, ya que con esta se puede disminuir el tiempo de ejecución, pero no necesariamente reduciría el número de defectos en las prendas o errores.

4 Conclusiones

Según el modelo realizado en Simul8®, se identificó que el área que debe ser intervenida corresponde al proceso de confección, dados los retrasos y la cantidad de defectos generados a la prenda y el modelamiento computacional en el análisis de procesos es de suma importancia, ya que permite ver de forma detallada el comportamiento del sistema. Para la validación de los datos es importante tener dentro de la organización un experto que certifique de forma contundente los datos referentes a las actividades del proceso y su relación con los elementos del sistema.

Como principal recomendación que se sugiere a la empresa es implementar herramientas de métodos y tiempos para estandarizar los métodos de trabajo.

Se llegó a la conclusión que la mejor alternativa para dar solución a las demoras en las entregas de pedidos por parte de la empresa es incorporar un nuevo recurso al área de confección, con la reducción de costos en el mejoramiento de este proceso se podría adicionar un nuevo empleado con el fin de aligerar el “cuello de botella” presentado, otorgando a la empresa una holgura en el tiempo de entrega de pedidos soportando contratiempos que se puedan presentar sin incumplir con el lapso pactado con los clientes.

Reconocimientos

El presente artículo se realiza como proyecto de trabajo del curso “*Simulación*” con el acompañamiento del Profesor Yony F. Ceballos, quien es el que ha inspirado la realización y mejoramiento de este trabajo.

Referencias

1. Fernando Ceballos, Germán Sánchez Torres y Paola A. Sánchez. “ANÁLISIS DEL PROCESO PRODUCTIVO DE UNA EMPRESA DE CONFECCIONES: MODELACIÓN Y SIMULACIÓN”. Consultado en: <https://revistas.unimilitar.edu.co/index.php/rcin/article/view/1436/1802>
2. Murugarren, P. I. (1974). Evolución de la industria textil castellana en los siglos XIII-XVI. Factores de desarrollo, organización y costes de la producción manufacturera de Cuenca (Vol. 84). Universidad de Salamanca.
3. Maestría en modelado y simulación. ¿Qué es modelado y simulación? Universidad de Bogotá Jorge Tadeo Lozano. Consultado en: <https://www.utadeo.edu.co/es/link/maestria-en-modelado-y-simulacion-mms/26106/layout-1/que-es-modelado-y-simulacion-ms,2016>.
4. Alexander, P., Ngai, E., Moon, K. y Peng, S. (2014). “Decision support and intelligent systems in the textile and apparel supply chain: An academic review of research articles”, *Expert Syst. Appl.*, Vol. 41, No. 1, pp. 81-91. Consultado en: <https://pdfs.semanticscholar.org/1adc/fe543543774270c8888a7d7b0a9742f380d0.pdf>
5. Alexander A. Correa E., Rodrigo A. Gómez M. “Métodos cuantitativos utilizados en el diseño de la gestión de almacenes y centros de distribución”. Consultado en: <http://bdigital.unal.edu.co/28802/1/26658-93569-1-PB.pdf>
6. Bingham, C., Davis, J. y Eisenhardt, k. (2007). “Developing theory through simulation methods”. Consultado en: <https://pdfs.semanticscholar.org/7b15/fb2c1ae0cdd599ae017985107d92ad53c5b1.pdf>
7. Steven C. Chapra. (2007). “Métodos numéricos para ingenieros”, McGraw-Hill Interamericana, 5th ed.
8. Stewart Robinson, S. (2004). “Simulation: The Practice of Model Development and Use”, 1st ed. Wiley.

Enfoque Integral en La Solución De Problemas en La Gestión De Residuos Sólidos Urbanos

Ricardo Aceves García
Universidad Nacional Autónoma de México
aceves@unam.mx

Zaida Estefanía Alarcón Bernal
Universidad Nacional Autónoma de México
zaida_ab@ciencias.unam.mx

Resumen

El manejo de los Residuos Sólidos Urbanos (RSU) en México es insuficiente e inadecuado. En la mayoría de los municipios no se cuenta con la infraestructura para prestar el servicio de recolección y disposición final de los RSU y mucho menos para un manejo integral de los mismos. Además, existen deficiencias y limitaciones en la prestación del servicio, sin dejar de lado, las pérdidas de oportunidades para el aprovechamiento de RSU, el cual es muy bajo comparado con países de igual o mayor desarrollo. Partiendo de la idea de considerar la gestión de los residuos sólidos urbanos en el municipio de Bacalar, México, en este trabajo se considerarán tres niveles de gestión y se podrán establecer las decisiones que deberán de resolver los problemas a considerar desde el punto de vista estratégico, táctico y operativo para que el sistema funcione. Considerando que la Investigación de Operaciones cuenta con modelos y técnicas para apoyar la toma de decisiones, es posible resolver los problemas en esta área en los diferentes niveles de decisión.

Keywords: Manejo de Residuos Sólidos Urbanos; Localización; Estimación de Demanda; Ruteo.

1. Introducción

El manejo integral de los residuos sólidos municipales es uno de los problemas internacionales más importantes y desafiantes [2]. Este problema ha ganado importancia debido al aumento de la cantidad de residuos, la complejidad y la naturaleza multidisciplinaria del problema. La rápida globalización y la urbanización han aumentado la cantidad de desechos sólidos municipales, que actualmente se arrojan principalmente en sitios de disposición a cielo abierto en muchos países. Lo cual genera contaminación ambiental con emisiones de dióxido de carbono (CO₂) y metano (CH₄) a la atmósfera y lixiviados de sustancias químicas o materiales tóxicos a las aguas subterráneas.

La Gestión Integral de los Residuos Sólidos (GIRSU) es una tarea muy compleja que se ha convertido en un problema común en los países en vías de desarrollo, debido a factores como el crecimiento poblacional y comercial, las crisis económicas que obligan a la reducción del gasto público disminuyendo el servicio de limpia, lo que se refleja en la falta de limpieza de vías públicas,

en la descarga de los residuos sólidos en cuerpos de agua y barrancas y el abandono de los mismos en tiraderos a cielo abierto.

Algo interesante desde el punto de vista de la planeación y toma de decisiones, es entender a la gestión integral de los residuos sólidos urbanos (GIRSU) como un sistema logístico, lo que permite conocer la interacción entre las distintas etapas y actores que la componen, la relación con el medio donde se desarrolla y posibilita medir el desempeño en su conjunto. Por lo que analizar a la GIRSU a través de los tres niveles de decisión: estratégico, táctico y operativo, permite establecer las decisiones a largo, mediano y corto plazo que se deben considerar, así como dar respuesta a las preguntas: ¿qué queremos hacer?, ¿cómo lo vamos a hacer? y ¿cuándo lo vamos a hacer?, lo que corresponde a la implementación.

En consecuencia y bajo este enfoque es posible establecer que en la GIRSU se deberán considerar como decisiones estratégicas: la ubicación del sitio de tratamiento, el de transferencia y el de disposición final, así como el dimensionamiento de la flota vehicular, el proceso y tecnología de tratamiento y el tipo y volumen de los contenedores a utilizar. Como decisiones tácticas: la partición del territorio en distritos o áreas para la recolección, las rutas de recolección, las alternativas o tipos de recolección y la ubicación de los contenedores. Y como decisiones operativas: la asignación de vehículos a las rutas de recolección y los días y horarios de recolección.

Estableciendo que, para cada uno de estos niveles de decisiones la Investigación de Operaciones cuenta con modelos y técnicas que pueden apoyar esta toma de decisiones.

En México la tarea de la GIRSU se le asigna al Estado y es de ellos la responsabilidad de la limpieza en áreas públicas y el servicio de recolección de los Residuos Sólidos Urbanos (RSU) generados en casas habitación. A nivel nacional [9] se generan diariamente 102,895.00 toneladas de residuos.

En México sigue predominando el manejo básico de los RSU, el cual consiste en recolectar y disponer los residuos en rellenos sanitarios, desaprovechando aquellos residuos que son susceptibles a reincorporarse al sistema productivo, lo que disminuiría la demanda y explotación de nuevos recursos, a diferencia de países como Suiza, Países Bajos, Alemania, Bélgica, Suecia, Austria y Dinamarca; donde la disposición final de los residuos es de menos del 5 % en rellenos sanitarios [9].

De acuerdo con la Ley General para la Prevención y Gestión Integral de los Residuos [8] establece que los municipios tienen a su cargo las funciones de la gestión integral de residuos sólidos urbanos, que consisten en la recolección, traslado, tratamiento y disposición final. Sin embargo, la realidad en la mayoría de los municipios mexicanos es que, se enfrentan a circunstancias que se escapan de sus capacidades técnicas y financieras, debido a la dificultad de contar con personal capacitado, de adquirir o comprometer recursos financieros que den certeza a las inversiones del sector privado y el corto tiempo que tienen por ley las administraciones municipales, lo que conlleva a la ruptura de la curva de aprendizaje y por ende a una falta de continuidad en las acciones y proyectos que garanticen una gestión integral de los residuos sólidos urbanos.

En consecuencia, del total de municipios 2,456 en el territorio mexicano, el 90 % realizan recolección y disposición final de los RSU y solo el 2.5 % de ellos realizan algún tipo de tratamiento [?]. Si bien en la mayoría de los municipios mexicanos se realizan recolección y disposición final, esto no implica que realicen una gestión integral de los mismos, con lo que la noción de gestión integral de RSU queda severamente reducida.

2. Formulación del Problema

El manejo de los RSU en México es insuficiente e inadecuado, en la mayoría de los municipios no se cuenta con la infraestructura para prestar el servicio de recolección y disposición final de los RSU y mucho menos para un manejo integral de los mismos. Además, existen deficiencias y limitaciones en la prestación del servicio, sin dejar de lado, las pérdidas de oportunidades para el aprovechamiento de RSU, el cual es muy bajo comparado con países de igual o mayor desarrollo.

Uno de los principales problemas en la RSU es la escasez de sitios de disposición final regulados, los cuales solo se tienen en las áreas metropolitanas o ciudades. En cambio, en los municipios no se dispone de rellenos sanitarios controlados sino de tiraderos a cielo abierto y no controlados en su mayoría, cuya ubicación se hace de forma empírica.

Otro de los problemas básicos que se presenta en México es con respecto a la flota vehicular para la recolección y transporte de los RSU, es su distribución y antigüedad, ya que en las 10 grandes ciudades o grandes zonas urbanas dispone del 67 % del total de vehículos a nivel nacional (16,615) [?], comparado con el que se tiene en las demás entidades y/o municipios, en donde la mayoría de los casos los vehículos son insuficientes, obsoletos e inapropiados.

En cuanto a las rutas de recolección estas se realizan sin fundamentos científicos, dejando a la experiencia su trazo y longitud. Lo cual sucede de forma similar en las grandes zonas urbanas y en los municipios. De igual forma para establecer la delimitación de las áreas o sectores de recolección, ésta se realiza sin fundamentos científicos dejando todo solo a la experiencia de los administradores.

Por otra parte, un volumen cada vez mayor de residuos implica el agotamiento de los recursos naturales de los cuales se extraen los materiales utilizados como insumos en la producción de bienes de consumo y que van a parar a la basura en forma de residuos, lo que en un futuro generará una escasez de los recursos.

Se estima que en México entre 45 % y 75 % de los materiales que van a parar a tiraderos a cielo abierto o a rellenos sanitarios es recuperable lo que se traduce en una oportunidad de creación de negocios y empleos a partir de la valorización de los materiales que actualmente se desechan [4].

Otra oportunidad desaprovechada es el valor calorífico de materiales desechados el cual podría utilizarse en la generación de energía como lo hacen los países de alto grado de desarrollo.

Asimismo, es común observar que los servicios de limpia carecen de la infraestructura y los recursos suficientes para operar adecuadamente, contribuyendo a crear graves problemas de contaminación del agua, aire y suelo.

Considerando el potencial económico de la basura, resulta que muchas personas en condiciones de pobreza extrema que viven de la “pepena”, lo hacen en condiciones inseguras, insalubres y carentes de prestaciones, siendo que podrían trabajar en mejores condiciones si existieran la infraestructura para operar bajo un esquema de GIRSU, a cargo del gobierno o privados bajo concesión.

3. Aplicación: Municipio de Bacalar

Bacalar es un municipio ubicado en la zona centro del Estado de Quintana Roo (QR). Tiene un territorio de 160 km² y un total de 36,747 habitantes y 57 comunidades (29 indígenas). Bacalar es considerado urbano pequeño, debido al tamaño de su población, y se clasifica como rural de acuerdo con la condición de urbanización de la población.

Se considera para este trabajo al municipio de Bacalar debido a que sus autoridades buscan sustancialmente, el desarrollo sustentable del mismo, lo que desemboca en un mejoramiento del

nivel de la calidad de vida, cuidado del atractivo turístico y el cuidado de la derrama económica.

Principales características que hacen importante al municipio de Bacalar:

Un Municipio de nueva creación. El municipio de Bacalar fue creado el 17 de febrero de 2011 por la XII legislatura del estado de Quintana Roo, con cabecera municipal la ciudad de Bacalar.

Un municipio turístico. En el municipio de Bacalar se encuentra la laguna de los siete tonos de azul que ofrece el espacio ideal para bucear, nadar y practicar esnórquel. También es la puerta de entrada a las cavernas subacuáticas del Cenote Azul y de interesantes zonas arqueológicas mayas cubiertas por la selva. Bacalar es un municipio meramente turístico, el empleo en este sector es la fuente principal de ingresos del municipio, el 91 % de la población económicamente activa (PEA) pertenece a él y la tasa de crecimiento del mismo es del 50 %, además se espera una derrama de 400 MDD y una llegada de 600,000 turistas para el año 2020 [12].

Programa Pueblos Mágicos. Bacalar se encuentra inscrito en el programa Pueblos Mágicos de México desde 2006 de la Secretaría de Turismo de México, el cual está dirigido a la conservación de la cultura de México, cuyo fondo es crear una oferta turística hacia el interior del país.

Áreas Naturales Protegidas (ANP). Distribuidas en el territorio correspondiente al municipio de Bacalar (1,612.25 km² de territorio protegido, 22.5 % de su espacio geográfico) tiene un sentido de conservación, restauración y desarrollo como áreas de conservación de la biodiversidad.

Cabe destacar que en ninguno de los programas en los que se encuentra inscrito el municipio de Bacalar se hace mención específica acerca de la GIRSU, sin embargo, esto no significa el desentendimiento de la misma, sino por el contrario, es un requisito que se da por sentado.

3.1. Situación actual en la gestión de residuos sólidos urbanos en Bacalar [10]

Recolección. La recolección domiciliar de RSU solo se realiza solamente en la cabecera municipal. Existen cuatro rutas de recolección (costera y centro), el método es por acera y se cuenta con dos vehículos compactadores para tal fin cuya capacidad es 6.7 tons. En las localidades distintas a la cabecera no cuentan con servicio de recolección y sus residuos son llevados a tiraderos clandestinos o son quemados.

Transferencia. Los dos camiones recolectores van directamente a descargar al sitio de disposición final el que se encuentra a nueve kilómetros de la cabecera municipal, por lo que no existe una fase de transferencia. Al no haber transferencia, no se tiene una fase de transporte.

Disposición final. En el municipio de Bacalar tiene un relleno sanitario tipo C que se encuentra en uso, tiene un área aproximada de 3 hectáreas y reciben de 10 a 11 toneladas diarias de la recolección que hace en la cabecera municipal.

El sitio se localiza a 9 kilómetros de la cabecera municipal, distancia que deben recorrer los camiones recolectores para disponer de los residuos. El relleno sanitario se encuentra operando desde el año 2010 y se considera que tiene una capacidad remanente del 10 %.

Cuenta con una laguna para lixiviados con 364 m³ de capacidad y los gases que se generan van directo a la atmósfera. Se encuentra en construcción una celda para ampliar la capacidad de captación de residuos de 1.5 km y otra laguna de lixiviados con capacidad para 1,800 m³.

Disposición final sin regulación. En el municipio existen muchos sitios de disposición final no controlados, se trata de lugares que cada localidad ha asignado para la disposición de sus residuos. Se visitaron 14 de estos tiraderos que en su conjunto tienen una superficie aproximada de 27,600 m², los cuales se encuentran actualmente en uso. Estos tiraderos se han generado como consecuencia de la falta del servicio de recolección y disposición final por parte del Municipio.

3.2. Análisis del municipio como un sistema logístico

Partiendo de la idea de considerar la GIRSU en Bacalar como un sistema logístico, que consta de tres niveles de gestión, se podrán establecer las decisiones que se deberán de resolver los diferentes problemas a considerar desde el punto de vista estratégico, táctico y operativo para que el sistema funcione.

En consecuencia, desde el punto de vista estratégico se deberán considerar decisiones que resuelvan los problemas para determinar la ubicación de una estación de transferencia, el tipo de separación de residuos que se realizará, el equipo de compactación para los residuos y el transporte y su capacidad para llevar los residuos hasta el relleno sanitario, y de ser necesario la adquisición vehículos para la recolección. Todo esto bajo el objetivo de minimizar costos de operación y aumentar el tiempo de vida al sitio de disposición final.

Desde el punto de vista táctico, para Bacalar se deberán tomar decisiones con respecto a la partición del territorio en distritos o áreas para la recolección, el diseño de las rutas de recolección y el tipo de recolección en la cabecera municipal y las localidades adicionales que formarán parte de este sistema de gestión.

Y por último desde el punto de vista operativo, se deberán tomar decisiones para realzar la asignación de vehículos a las diferentes rutas de recolección, así como los días y horarios de recolección.

Considerando que la Investigación de Operaciones (IO) cuenta con modelos y técnicas para apoyar la toma de decisiones, es posible establecer en el siguiente cuadro los modelos de la IO y los problemas a resolver en los diferentes niveles de decisión.

4. Resultados

4.1. Decisiones Estratégicas

Nivel de Decisión	Desiciones	Modelos a utilizar
Estratégico	Ubicación de la estación de transferencia Capacidad del equipo de compactación Capacidad del Transporte de los RSU compactados Capacidad de vehículos recolectores	Modelos de localización en redes Estimación de la demanda Estimación de la demanda Estimación de la demanda
Táctico	Partición del territorio en distritos para la recolección Diseño de las rutas de recolección Tipo de recolección: Por acera Punto Fijo	Estimación de la demanda Modelos de Redes Cartero chino Agente viajero
Operativo	Asignación de vehículos a rutas de recolección Días y horarios de recolección	Modelos de asignación Calendarización

5. Resultados

5.1. Decisiones Estratégica

1. *Localización de la estación de transferencia.* La metodología empleada para la localización de la estación de transferencia se resume en la figura 1.

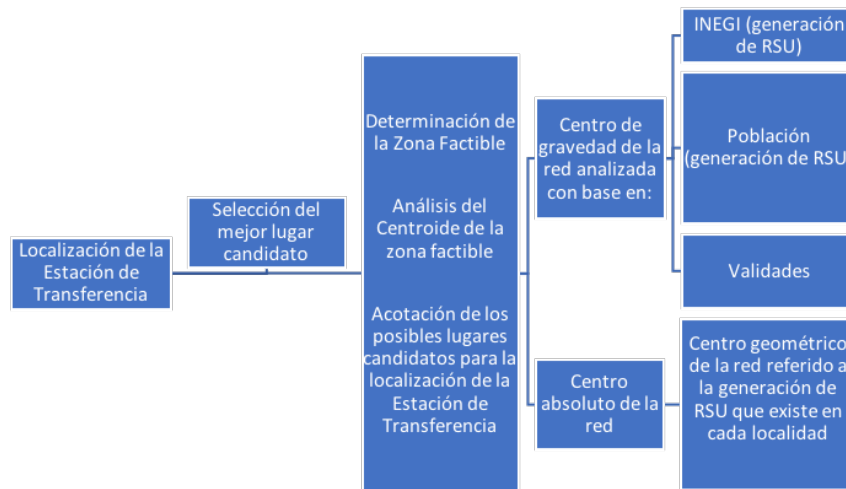


Figura 1: Metodología para la localización de la estación de transferencia

La región factible para la localización de la estación de transferencia se acotó a las dos vialidades que cortan la zona factible, ya que parte de esta se cruza con cuerpos de agua, zonas propensas a inundaciones o áreas naturales, y existen establecimientos (ranchos) y la localización de las estaciones de transferencia no pueden estar a menos de 500 metros de la población. Quedando como resultado para la ubicación de la estación de transferencia el centroide de la región factible con las coordenadas $(-88,339919, 18,777736)$.

2. *Capacidad del equipo de compactación.* Para determinar la capacidad del equipo se requirió calcular la generación de RSU del total poblacional. Se consideraron solamente las localidades con mayor población y cercanas a la cabecera municipal. En consecuencia, la capacidad de procesamiento del equipo de compactación deberá ser de al menos 30 toneladas, para atender la demanda correspondiente.
3. *Vehículos para transporte de los RSU compactados, capacidad y cantidad.* Con la generación de RSU determinada y la capacidad de la estación de transferencia y su equipo compactador. Se requiere tener al menos un tracto camión y dos góndolas con capacidad de 10 toneladas cada una, para dar el transporte de los RSU hacia el sitio de disposición final.
4. *Vehículos recolectores, capacidad y cantidad.* Este cálculo de recursos está en función de la generación de RSU de la población, de los turnos que pretendan realizar por día, de la capacidad de los camiones recolectores, de los días de trabajo, de la densidad de la basura en las localidades y de la cobertura que se quiera otorgar, básicamente del servicio que se quiera dar. Y como resultado del este análisis que es parte de decisiones a tomar en el nivel

táctico y operativo, la cantidad de camiones necesarios para llevar a cabo a recolección en las localidades del municipio de Bacalar es 3 camiones recolectores con una capacidad de 6,700 kilogramos comercialmente de 19 a 20 yardas cúbicas (14.5–15.3 metros cúbicos). De los cuales el municipio ya cuenta con dos de ellos, por lo solo se requerirá la adquisición de uno solo.

5.2. Decisiones Tácticas

1. *Partición del territorio en distritos para la recolección.* La zonificación consistió en dividir la localidad de Bacalar en regiones (o distritos) más pequeñas para la prestación del servicio de recolección, debido a que no se podría realizar el servicio en un solo turno de trabajo por el tamaño de la localidad y su generación de RSU.

Para realizar la zonificación se empleó el módulo de “partición regional” de TransCAD, con el cual se puede dividir la zona de estudio con base en: población, número de áreas, longitudes o cualquier característica común entre distintas áreas.

Para ello se utilizó una capa de polígonos vectoriales, los cuales representan las manzanas y tienen de atributo de población, entonces, la partición regional se llevó a cabo con el atributo de la población y su generación de RSU.

El análisis se realizó para distintos números de distritos (o zonas) y se determinó cual era la mejor opción para el ruteo, con base en la extensión, kilogramos de RSU y divisiones naturales que se existen en la localidad, resultando que una división en cinco sectores es la más adecuada para el Bacalar y las decisiones que deberán considerarse para el diseño de las rutas de recolección.

2. *Diseño de las rutas de recolección.* En las localidades del municipio de Bacalar consideradas como rurales donde el servicio de recolección es inexistente, se propone el tipo de recolección por parada fija. Debido fundamentalmente la cantidad de RSU generados. En la cabecera municipal de Bacalar considerada como urbana, el servicio de recolección de RSU se realizará por tipo acera debido a que cuenta con la infraestructura de vialidades adecuada y a que el servicio se presta de esta forma.

La metodología empleada para el diseño del servicio recolección de RSU se resume en la figura 2.

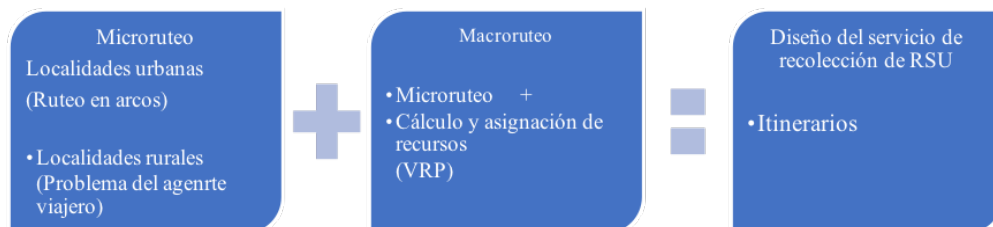


Figura 2: metodología para el diseño del servicio recolección de RSU

- *Microruteo Localidades Rurales.* El ruteo de vehículos se modeló por medio del problema del agente viajero (TSP), sin embargo, antes de ello se tuvieron que proponer las paradas

por medio de modelo de cobertura, una vez obtenidas las mismas se llevó a cabo el ruteo, la metodología fue la que se muestra en la figura 3.

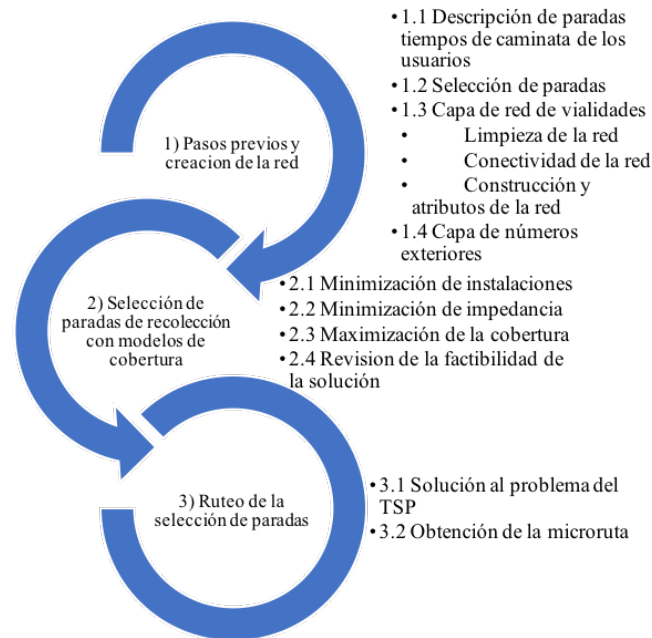


Figura 3: metodología para el ruteo de vehículos en localidades rurales

- *Microruteo Localidades Urbanas.* Para el caso de la localidad urbana de Bacalar cabecera, el desarrollo del diseño de las rutas de recolección se llevó a cabo por medio del principio del problema del cartero chino, debido a que se asemeja al tipo de servicio que se presta, recolección por acera. Para la solución del problema de ruteo se utilizó el software TransCAD ya que es un software especializado en la resolución de problemas de logística y transporte. La metodología empleada en este apartado se describe en la figura 4.

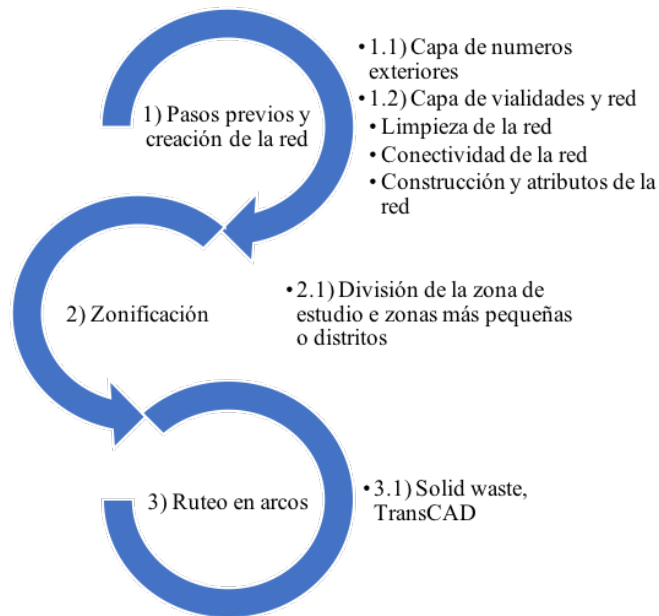


Figura 4: metodología para el ruteo de vehículos en localidades urbanas

Las microrutas obtenidas en las localidades urbanas y rurales del Municipio de Bacalar en total fueron 15 microrutas, 5 con el método de recolección por acera y el resto por parada fija, teniendo el primer método una mejor eficiencia en kilogramos de RSU recolectados vs tiempo, 719.4 y 588.9 kilogramos por hora respectivamente, con un promedio general de 632.4 kilogramos por hora.

En cuanto a las macrorutas en total se obtuvieron 9, las cuales se recorren dependiendo del servicio (un día sí y un día no), y en consecuencia en uno de estos dos días se utiliza un camión menos, el cual puede ser utilizado para brindar servicios especiales, mantenimiento, rol de camiones para mayores tiempos de vida útil de los mismos, utilización en caso de descompostura de algún otro, etc.

5.3. Decisiones Operativas

1. *Asignación de vehículos a rutas de recolección y días y horarios de recolección.* Para establecer las cargas de trabajo y la asignación de vehículos, es necesario establecer que se necesitan casi 40 horas de trabajo para brindar el servicio de recolección, por lo tanto, los escenarios son varios y básicamente cambian por los turnos de trabajo y el número de camiones empleados para el mismo, Los escenarios para realizar la tarea se muestran a continuación.

	Sistema actual	Opción 1	Opción 2	Opción 3	Opción 4	Opción 5	Opción 6
Turnos	2	1	2	1	2	1	2
Camiones	2	3	3	4	4	5	5
Horas laborales	8	8	8	8	8	8	8
Horas laborales totales	32	24	48	32	64	40	80
% Horas trabajadas	1.20%	1.59%	0.80%	1.20%	0.60%	0.96%	0.48%
Kg generados	12959	25048	25048	25048	25048	25048	25048
Capacidad de recolección	26800	20100	40200	26800	53600	33500	67000
% De utilización de camión	48.4%	124.6%	62.3%	93.5%	46.7%	74.8%	37.4%

De las alternativas analizadas las 1, 3 y 6 quedan descartadas, la 1 y 3 por la sobreutilización del equipo lo cual ni siquiera es posible ya que las horas disponibles son menos que los que se requiere para la recolección y la 6 por la baja utilización del equipo. La opción 5 a pesar de dar un porcentaje alto de utilización, significaría tener parados los camiones durante la mayor parte del día. Las opciones 2 y 4 son las más recomendables, la 2 en caso de que se quiera el mayor ahorro posible en cuestión de la compra de camiones y la 4 se recomienda para dar solución a problemas cotidianos como descomposturas, amortiguar el crecimiento de la población, menor uso de los recursos (aumento de vida útil de los camiones), administración de los recursos a tareas especiales (recolección de residuos en parques, jardines, lugares públicos, residuos especiales y limpieza y barrido de calles).

En conclusión, el analizar el problema de la GIRSU desde una visión de sistema logístico considerando la solución de problemas desde la perspectiva de los tres niveles de decisión, estratégico, táctico y operativo, fue posible obtener soluciones de forma integral para las distintas etapas y actores que intervienen, para la gestión integral de la recolección de residuos sólidos urbanos.

6. Conclusiones

En conclusión, el analizar el problema de la GIRSU desde una visión de sistema logístico considerando la solución de problemas desde la perspectiva de los tres niveles de decisión, estratégico, táctico y operativo, fue posible obtener soluciones de forma integral para las distintas etapas y actores que intervienen, para la gestión integral de la recolección de residuos sólidos urbanos.

Existen diversas variantes para el análisis y solución de proyectos de este tipo, así como enfoques metodológicos para llevarlos a cabo, por tanto, puede que coincidan o no con puntos de vista ajenos al mismo, sin embargo, se puede apreciar que el resultado obtenido es un sistema de recolección factible y próximo a la realidad, el que se encontrará en este trabajo.

Con el uso de modelos sencillos de la Investigación de Operaciones fue posible resolver los problemas planteados en los niveles de decisión estratégico, táctico y operativo.

Problemas a nivel Estratégico.

- Ubicación de la estación de transferencia
- Capacidad del equipo de compactación

- Capacidad del Transporte de los RSU compactados
- Capacidad de vehículos recolectores

Problemas a nivel Táctico.

- Partición del territorio en distritos para la recolección
- Diseño de las rutas de recolección
- Tipo de recolección: Acera o Punto fijo
- Paradas del vehículo recolector

Problemas a nivel Operativo

- Asignación de vehículos a rutas de recolección
- Días y horarios de recolección

Referencias

- [1] Portuguese-speaking Africa. Solid waste management in the world's cities. *Solid Waste Management in the World's Cities: Water and Sanitation in the World's Cities*, page 26, 2010.
- [2] Adisa Azapagic. Developing a framework for sustainable development indicators for the mining and minerals industry. *Journal of cleaner production*, 12(6):639–662, 2004.
- [3] PS Bundela, SP Gautam, AK Pandey, MK Awasthi, and S Sarsaiya. Municipal solid waste management in indian cities-a review. *International journal of environmental sciences*, 1(4):591, 2010.
- [4] Secretaría de Desarrollo Social. 6. dirección general de equipamiento e infraestructura en zonas urbano-marginadas, 2013.
- [5] Instituto Nacional de Estadística y Geografía. 9. censo de población y vivienda 2010, 2010.
- [6] Instituto Nacional de Estadística y Geografía. 12. encuesta intercensal 2015, 2016.
- [7] Instituto Nacional de Estadística y Geografía. 14. conjunto de datos vectoriales de carreteras y vialidades urbanas edición 1.0, 2016.
- [8] Diario Oficial de la Federación (DOF). 4. ley general para la prevención y gestión integral de los residuos, 2018.
- [9] 3. Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales. Acciones y programas. residuos-solidos-urbanos-rsu, 2017.
- [10] Banco Nacional de Obras y Servicios Públicos. Banco de proyectos municipales. municipio de bacalar, quintana roo, 2015.
- [11] Consejo Nacional de Población. 13. proyecciones de la población de méxico 2010 - 2050, 2015.
- [12] 7. Secretaría de Turismo. Diagnóstico de pueblos mágicos, indicadores de turismo de bacalar, quintana roo, 2014.

- [13] Karolina A Filipiak, Layek Abdel-Malek, Hsin-Neng Hsieh, and Jay N Meegoda. Optimization of municipal solid waste collection system: case study. *Practice Periodical of Hazardous, Toxic, and Radioactive Waste Management*, 13(3):210–216, 2009.
- [14] Gianpaolo Ghiani, Demetrio Laganà, Emanuele Manni, Roberto Musmanno, and Daniele Vigo. Operations research in solid waste management: A survey of strategic and tactical issues. *Computers & Operations Research*, 44:22–32, 2014.
- [15] Hui Han and Eva Ponce Cueto. Waste collection vehicle routing problem: literature review. *PROMET-Traffic&Transportation*, 27(4):345–358, 2015.
- [16] Vera Hemmelmayr, Karl F Doerner, Richard F Hartl, and Stefan Rath. A heuristic solution method for node routing based solid waste collection problems. *Journal of Heuristics*, 19(2):129–156, 2013.
- [17] James W Male and Jon C Liebman. Districting and routing for solid waste collection. *Journal of the Environmental Engineering Division*, 104(1):1–14, 1978.

Diseño de Ciclovías en Lima Metropolitana haciendo uso de un modelo formal de Teoría de Redes

Renato Vladimir Guevara Estrada
Pontificia Universidad Católica del Perú
guevara.renato@pucp.pe

Adrián Chirre Gaona
Pontificia Universidad Católica del Perú
adrian.chirre@pucp.edu.pe

Jorge Young Lores
Pontificia Universidad Católica del Perú
jyoung@pucp.pe

Jonatán Edward Rojas Polo
Pontificia Universidad Católica del Perú
jrojas@pucp.pe

Miguel Ángel Rodríguez Anticona
Pontificia Universidad Católica del Perú
miguel.rodriqueza@pucp.pe

Resumen

La presente investigación surge ante problemática actual que presenta la ciudad de Lima Metropolitana en lo que respecta a urbanismo y transporte. Según el consejo nacional de seguridad vial El parqueo vehicular nacional creció de manera acelerada en un 66.2% del 2010 al 2015, concentrándose la mayor cantidad de vehículos en la capital. Esto ocasiona que Lima se vea inmersa en constantes congestiones viales, tráfico excesivo, accidentes múltiples, entre otros. La estrategia propuesta es minimizar la congestión de tráfico mediante el uso de bicicletas, para lo cual es necesaria la implementación de ciclovías, distribuidas de manera eficiente en todo Lima Metropolitana. La metodología a utilizar será, principalmente, el algoritmo de árboles de flujo de optimización de redes, además se analizó las restricciones de flujo, tales como inclinación de las vías, estacionamientos para bicicletas, costos significativos de construcción, permisos legales, existencias previas de ciclovías. La investigación se acotará únicamente al distrito de Pueblo Libre.

Palabras claves: redes de ciclovías, optimización de la red de ciclovías, optimización de flujo de redes

I. INTRODUCCIÓN

Las bicicletas han marcado un hito en la historia del mundo. Su invención aproximada de hace 200 años, cuando Karl Von Drais hizo el primer intento de aproximación a una bicicleta actual, fue una máquina con 4 ruedas con poca movilidad y de difícil maniobrabilidad. Posteriormente en 1860 se creó (aunque no se sabe con certeza el inventor) un estilo de bicicleta más parecido con ruedas de metal, pedales y una maniobrabilidad más eficiente [1]. Actualmente la bicicleta es fácil de maniobrar, se distribuye en todo el

mundo, se usa cotidianamente y se encuentra en uno de los medios de transportes preferidos en el mundo junto a los autos, motocicletas, bicicletas con motor eléctrico, microbuses, entre otros.

En el 2017, a nivel mundial, aproximadamente 1 000 000 000 son usadas por la población, de las cuales 100 millones de bicicletas son manufacturadas cada año [1]. Solo en Europa se tiene que de los años 2010 a 2014 se tuvo una producción cercana a 12 millones de bicicletas, de las cuales la mayor parte se produjeron el 2014 en Italia (23% de la producción) y en Alemania (18% de producción) con un aproximado de 2 729 mil unidades y 2139 mil unidades, respectivamente [2]. Ahora bien, se tienen datos interesantes sobre 3 países que dé su totalidad de hogares, un 89% (Alemania), 85% (Italia), y 11% (Perú) tenían automóviles en sus hogares; Sin embargo, en el Perú se afirmó un 30% de los hogares poseen una bicicleta [3][4]. Lo importante de ver a este punto es que el Perú tiene potencial en el incremento acelerado del uso de este medio de transporte. Actualmente, Según una encuesta IPSOS por encargo de Diario El Comercio, un 88% piensa que no es seguro manejar bicicleta en Lima Metropolitana y, aunque el 70% aproximado no tiene bicicleta, un 32% afirma que compraría una si es que existieran más ciclovías [4].

Mencionado los datos estadísticos, es importante resaltar que lo que se presentará una propuesta operativa y matemática de cómo podría ser articulada y optimizada la construcción y el diseño de ciclovías de alguna muestra territorial de algunos distritos de Lima Metropolitana. Sin embargo, el hecho de su construcción no garantiza el uso de estas, ni la correcta seguridad de su público. Además, un 80% de ciudadanos iría a trabajar o estudiar en bicicleta si existieran ciclovías adecuadas [5]. Por último, se tiene el mapa de ciclovías actuales, proyectadas y necesarias que provisiona la página web CiclovíasdeLima.org, la cual se usará para poder mejorar la eficiencia del siguiente trabajo viendo la demanda y necesidad demostrada de la construcción de ciclovías eficientes [6].

Por lo mencionado, la presente investigación surge ante la actual problemática que presenta la ciudad de Lima Metropolitana en lo que respecta a urbanismo y transporte. El parqueo vehicular nacional creció de manera acelerada en un 66.2% del 2010 al 2015[7], concentrándose la mayor cantidad de vehículos en la capital. Esto ocasiona que Lima se vea inmersa en constantes congestiones viales, tráfico excesivo, accidentes múltiples, entre otros. Además, un estudio revela que el tráfico genera estrés a 92% de limeños [8], y estos gastan 50 soles a la semana en transporte público para movilizarse en la ciudad [9]. Esta problemática podría disminuir con el aumento del uso de bicicletas, para lo cual es necesaria la implementación de ciclovías, distribuidas de manera eficiente en todo Lima Metropolitana. La metodología a utilizar será, principalmente, el algoritmo de Floyd-Marshall. Además, la cantidad de nodos a tomar en cuenta serán significativos y el valor que se le pondrá a los mismos arcos será un tema de investigación adicional en el cual se encuentra restricciones de flujo, tales como inclinación de las vías, estacionamientos para bicicletas, costos significativos de construcción, permisos legales, existencias previas de ciclovías, entre otros.

II. ESTADO DEL ARTE Y MARCO TEORICO

A continuación, se mencionarán los principales conceptos que se usaron en la presente investigación:

a. Estado del arte

Debido a varias razones como el descongestionamiento del tráfico, mejoramiento de la salud, reducción de la contaminación sonora y atmosférica, el ciclismo urbano está creciendo no solamente en Europa y USA sino también en países latinoamericanos, el mayor caso de éxito es Bogotá el cual después de implementar una red de ciclovías integradas reportaron un aumento de ciclistas urbanos en un 300 % [10] desde 1995 al 2003. Según un modelo de regresión múltiple realizado por Jennifer Dill y Theresa Carr (2003) [11] para pronosticar las personas que se trasladan al trabajo en bicicleta con respecto a diversas variables de 35

grandes ciudades de Estados Unidos encontró que cada milla cuadrada de ciclovía construida adicional agrega en 1% la cantidad de viajeros que se trasladan hacia sus trabajos en bicicleta con respecto a otras modalidades. Por lo tanto, es importante darle una visión prospectiva y estratégica al diseño de ciclovías para que los ciclistas urbanos aumenten y no se reduzcan. En la literatura científica se han encontrado relativamente pocos modelos matemáticos para el diseño de ciclovías [12], que atacan el problema mediante programación lineal, métodos metaheurísticos y optimización binivel, dentro de estos modelos enfocados principalmente en reducir el tiempo de los viajeros también analizan las ventajas y desventajas de tener ciclovías conectadas o con interferencias en su red, qué tipo de infraestructura para bicicleta es mejor para cada segmento o en que partes de la red es mejor ubicar estación de préstamo de bicicletas. En contraste en la literatura peruana encontramos que a pesar de que hay propuestas de diseño de ciclovías en Lima todas ellas se basan en evaluaciones cualitativas o simplificadas evaluaciones cuantitativas que no consideran la complejidad combinatoria y analítica del problema.

b. Marco teórico

El algoritmo central que aplicaremos en esta investigación, es el algoritmo de Floyd-Marshall, el cual permite determinar la distancia más corta entre dos lugares cualesquiera de la red. Según Taha (2012) [13], el algoritmo representa una red de n nodos, expresada como una matriz cuadrada con n filas y n columnas. La entrada (i, j) de la matriz es la distancia d_{ij} del nodo i al nodo j , la cual es finita si i está vinculado directamente a j , e infinita en caso contrario. Básicamente, si tenemos tres nodos, i, j y k , con sus respectivas distancias en sus arcos, es más rápido llegar de i a j , pasando por k (observar figura 1).

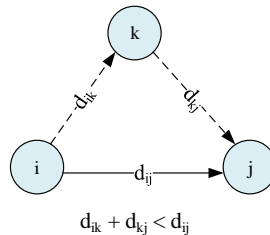


Figura 1 - Layout de la empresa.
Fuente: Taha, H. (2012) [13]

A continuación, se detallará el algoritmo de Floyd-Marshall [13]:

Paso 1. Defina la matriz de las distancias, D , y la matriz de secuencia de nodos, posición S , (las diagonales presentan un valor igual a cero). Establezca $k = 1$.

Paso k. Defina la fila k y la columna k como fila pivote y columna pivote. Aplique la operación triple a cada elemento d_{ij} en D_{k-1} , para todas las i y j .

Si la condición

$$d_{ik} + d_{kj} < d_{ij}, (i \neq k, j \neq k, y i \neq j)$$

Se satisface, realice los siguientes cambios:

- Crear D_k reemplazando d_{ij} en D_{k-1} con $d_{ik} + d_{kj}$.
- Cree S_k reemplazando S_{ij} en S_{k-1} con k . Establezca $k = k + 1$. Si $k = n + 1$, deténgase: de lo contrario repita el paso k .

III. ESTUDIO DEL CASO

A. Situación Actual

Lima sufre de graves problemas de tráfico que afectan a millones de sus habitantes cada día al viajar a sus trabajos por eso es importante diseñar una propuesta alternativa, barata, ecoamigable, holística y eficiente

como es una red de ciclovías. Pero este diseño debe contar con una metodología que pueda identificar el conjunto de rutas más adecuada para lograr satisfacer a los usuarios sin perjudicar las otras modalidades de transporte con el menor costo posible. Actualmente existen un conjunto de ciclovías en Lima (observar figura 2), sin embargo, las observaciones realizadas y según entrevistas realizadas a 75 ciclistas que utilizan este ecológico medio de transporte existen algunas carencias con respecto a la infraestructura que se detallan a continuación:

Conectividad:

Como se puede observar en la figura 2 existe una poca conectividad entre estas, puesto que están separadas en islas que tienen pocas conexiones entre sí. Esto dificulta el traslado entre distintos distritos por este medio. Las personas entrevistadas declaran que pueden tomar ciclovías por tramos, pero generalmente también suelen tener la necesidad de transitar por la pista dada la poca conectividad entre estas.

Estado y mantenimiento

Algunas de las ciclovías que se tienen en Lima se encuentran en estado no óptimo (universitaria, Salaverry, Arequipa). Tienen agujeros en las vías, no se encuentran pintadas inadecuadamente, no están correctamente señalizadas y tienen interrupciones. Esto causa que muchas veces los ciclistas prefieran hacer uso de la vía vehicular dado que se encuentra en mejor estado.

Cultura ciclista

En la ciudad de Lima aún no existe una cultura vial bien desarrollada y esto abarca el sector ciclista. Las personas usualmente no respetan las ciclovías y hacen mal uso de ellas. Es usual ver carros estacionados en las ciclovías, muchas veces son usadas como vías peatonales, los autos no dejan espacio para el paso de bicicletas en los cruces congestionados en los que existe una ciclovía, suelen encontrarse motos lineales y las personas muchas veces interrumpen estas vías bajando de taxis o realizando otras actividades.

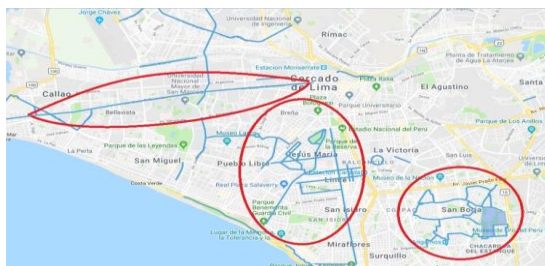


Figura 2 - Ciclovías existentes

Fuente: www.cicloviasdelima.org

Seguridad

Existe una sensación generalizada de inseguridad en la ciudad de Lima debido a los múltiples actos delictivos que se cometen en sus calles, la basura, poca iluminación y desorden de algunas zonas. Esto cohibe a muchas personas de utilizar la bicicleta como medio transporte, lo que se traduce en poca demanda de este medio que a pesar de todo está en crecimiento. Asimismo, la falta de una red estratégicamente distribuida de ciclovías limita el uso de las mismas dado que en la vía vehicular no se respeta a los ciclistas, contribuyendo a la inseguridad percibida en el transporte mediante bicicleta.

B. Descripción Del Modelo Propuesto

Como se explicó anteriormente, se escogieron nodos principales basándonos en las islas definidas de ciclovías que se desean conectar, la cantidad de gente que concurre las avenidas, cruces principales, centros comerciales, óvalos, etc. Asimismo, se consideró como un punto puente al nodo que conectará los puntos

principales. A continuación, se muestran los nodos principales (encerrados en rojo) y los nodos secundarios que conectarán dichos nodos principales. Se tienen 3 sectores, que representan 3 conexiones entre islas (ver figura 3). Luego de plantear las redes se procede a plantear las tablas a partir de las cuales se aplica el algoritmo de Floyd. Ahora bien, los costos de los arcos de nodo a nodo tienen que ser puntajes ponderados, ya que no se pueden basar solo en la distancia como se podría ver en un mapa a simple vista. Es por esto, que en necesidad de la información necesitada para poder conseguir parámetros de ponderación correctos se logró reconocer a través de encuestas como Lima Cómo Vamos de sus ediciones 2015 [14] y 2016 [15], y la encuesta de IPSOS Perú. Lo cual permitió elaborar un parámetro multivariado en función de variables como seguridad, costo y flujo de personas.



Figura 3 – (a) Sector 1, (b) Sector 2, (c) Sector 3

Otros factores muy importantes para los limeños son los puntos cercanos seguros para dejar sus bicicletas y el nivel de dificultad de la vía, los cuales no se tomaron en cuenta puesto que resultaban fuera del alcance del diseño de las ciclovías. De esta manera, se pondero para cada ruta (punto a punto) sus respectivos parámetros multivariados. En la tabla 2 se muestran los parámetros multivariados de cada sector.

Tabla 2 – Puntaje ponderado Sector 1, Sector 2 y Sector 3

S1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	1.5	2900	1.1	1.1	1.18	1.66	3060	5400
2	1.5	0	0	1.365	2.2	2799	2	1.02	3170
3	2900	0	0	2400	3520	4040	2.15	1.23	2.01
4	1.1	1.365	2400	0	1.68	2580	2.85	2.62	4650
5	1.1	2.2	3520	1.68	0	2.31	3000	1.92	4460
6	1.18	2799	4040	2580	2.31	0	7.5	2560	4600
7	1.66	2	2.15	2.85	3000	7.5	0	1.86	11.85
8	3060	1.02	1.23	2.62	1.92	2560	1.86	0	2.1
9	5400	3170	2.01	4650	4460	4600	11.85	2.1	0

S2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	2.0086	100000	3270	100000	1.29	2660	100000	3120	3220
2	2.0086	0	100000	1.628	2.59	1.21	2640	5.8	4.36	3.052
3	100000	100000	0	100000	2.36	100000	2.66	1.41	2.068	
4	3270	1.628	100000	0	0.89	8.67	4560	15.36	2.55	1.77
5	100000	2.59	2.36	0.89	0	3.185	3760	4.828	1.93	1.33
6	1.29	1.21	100000	8.67	3.185	0	1.38	4.738	1.96	1.93
7	2660	2640	100000	4560	3760	1.38	0	1.95	3.69	5.78
8	100000	5.8	2.66	15.36	4.828	4.738	1.95	0	2.86	4.068
9	3120	4.36	1.41	2.55	1.93	1.96	3.69	2.86	0	0.89
10	3220	3.052	2.068	1.77	1.33	1.93	5.78	4.068	0.89	0

S3	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	100000	3760	3510	3140	2480	100000	100000	2.82	1.44
2	100000	0	0	1.44	1590	2270	1960	2.076	100000	100000
3	3760	0	0	1.29	0.87	1280	1770	2880	100000	100000
4	3510	1.44	1.29	0	0.369	1120	840	1750	1920	100000
5	3140	1590	0.87	0.369	0	1.08	1180	2170	1390	4030
6	2480	2270	1280	1120	1.08	0	0.697	1410	0.99	3150
7	100000	1960	1770	840	1180	0.697	0	1.104	1.2	2870
8	100000	2.076	2880	1750	2170	1410	1.104	0	2.839	2.01
9	2.82	100000	100000	1920	1390	0.99	1.2	2.839	0	2780
10	1.44	100000	100000	100000	4030	3150	2870	2.01	2780	0

La programación del modelo matemático se realizó en Visual Basic for Applications dentro del software Microsoft Excel. El código se puede observar en la figura 4.

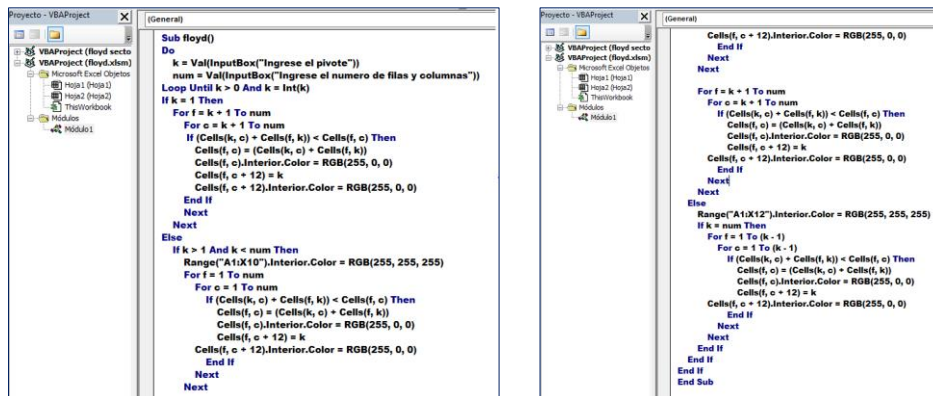


Figura 4 - Código VBA

IV. RESULTADOS

En la Tabla 3, se presentan los resultados del desarrollo del modelo de Floyd-Marshall sobre las matrices de distancias descritas en la tabla 2.

- **Sector 1:** Se concluye que la ruta ideal es 5 – 8 – 9.
- **Sector 2:** Se concluye que la ruta ideal es 1 – 10 – 8 – 2.
- **Sector 3:** Se concluye que la ruta ideal es 1 – 6 – 9 – 3.

V. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Conclusiones

A partir de los resultados obtenidos se tienen las siguientes rutas óptimas para ciclovías según el sector:

- Para el **sector 1** la ciclovía tomará toda la avenida La Marina hasta llegar a Plaza San Miguel.
- Para el **sector 2** la ciclovía tomará La Avenida Universitaria, La Calle Federico Gallese y la Avenida El Ejercito
- Para el **sector 3** la ciclovía tomará La avenida la Paz, Avenida Vásco Núñez de Balboa, Av. Reducto, Casimiro Ulloa, Roca y Boloña y Principal.

Se concluye que la construcción de estas ciclovías ayudará a la reducción del sedentarismo y la obesidad, impactará significativamente sobre el tráfico, permitirá un flujo más ordenado de transportes y contribuirá a la reducción de los gases de efecto invernadero y smog que se produce en La ciudad de Lima.

Recomendaciones

Se recomienda que, dado que la construcción de ciclovías podría implicar un cierre parcial temporal de las vías, el proyecto se realice en el menor tiempo posible para tener el menor impacto negativo sobre la problemática del tráfico posible.

Se recomienda hacer un estudio de los diferentes modelos y diseños de las ciclovías a construir, así como la correcta señalética de las vías. Esto con la finalidad de que se garantice la seguridad y viabilidad de los ciclistas que las utilizan.

Por otro lado, al tener de producto inicial de 3 ciclovías de distintos distritos es muy probable que su plan de construcción se de en políticas diferentes. Se toma en consideración que la construcción de estas

ciclovías no debería estar afectada por un pensamiento de alto costos o de poca seguridad sin importar el distrito o la ruta que se escoja, puesto que las demandas actuales que se tienen sobre transporte y sus proyecciones en Lima Metropolitana dejan en claro que las ciclovías habilitadas en el futuro estarán expuestas a cambios políticos sobre corrupción, mejora de la seguridad ciudadana y mejor manejo vial que contribuirán a una mayor factibilidad de usar transporte ciclovía cotidiano en el departamento de Lima de Metropolitana.

Por último, cualquier variable que se quiera agregar al modelo inicial presentado en esta investigación, como, por ejemplo, variables de nivel de turismo, tiempo de construcción e impedimento de flujos de tránsito, restricciones del entorno político, entre otros; podrán ser aplicadas siempre y cuando se piense en una cultura ciclovía a largo plazo y no solo en las necesidades actuales que pueda tener la coyuntura social.

Tabla 3 - Ruta crítica sector i – Matriz de distancia y posición – Mapa Ruta óptima para el sector i

Matriz de distancias

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0.00	1.50	1.50	1.10	1.10	1.18	1.66	2.52	3.51
2	1.50	0.00	0.00	1.37	2.20	2.68	2.00	1.02	2.01
3	1.50	0.00	0.00	1.37	2.20	2.68	2.00	1.02	2.01
4	1.10	1.37	1.37	0.00	1.68	2.28	2.76	2.39	3.38
5	1.10	2.20	2.20	1.68	0.00	2.28	2.76	1.92	4.02
6	1.18	2.68	2.68	2.28	2.28	0.00	2.84	3.70	4.69
7	1.66	2.00	2.00	2.76	2.76	2.84	0.00	1.86	3.96
8	2.52	1.02	1.02	2.39	1.92	3.70	1.86	0.00	2.10
9	3.51	2.01	2.01	3.38	4.02	4.69	3.96	2.10	0.00

Secuencia sector 1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	2	2	4	5	6	7	2	3
2	1	0	3	4	5	1	7	8	3
3	2	2	0	2	2	2	2	2	9
4	1	2	2	0	5	1	1	2	3
5	1	2	2	4	0	1	1	8	8
6	1	1	2	1	1	0	1	2	3
7	1	2	2	1	1	1	0	8	8
8	2	2	2	2	5	2	7	0	9
9	3	3	3	3	8	3	8	8	0



Matriz de distancias

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0.00	5.53	5.53	5.53	4.89	3.81	4.02	3.45	2.82	1.44
2	2.65	0.00	0.00	1.24	0.87	1.95	2.65	2.08	2.94	4.09
3	2.65	0.00	0.00	1.24	0.87	1.95	2.65	2.08	2.94	4.09
4	2.15	1.24	1.24	0.00	0.37	1.45	2.15	3.25	2.44	3.59
5	1.78	0.87	0.87	0.37	0.00	1.08	1.78	2.88	2.07	3.22
6	0.70	1.95	1.95	1.45	1.08	0.00	0.70	1.80	0.99	2.14
7	0.00	2.65	2.65	2.15	1.78	0.70	0.00	1.10	1.20	1.44
8	1.10	2.08	2.08	3.25	2.88	1.80	1.10	0.00	2.30	2.01
9	1.20	2.94	2.94	2.44	2.07	0.99	1.20	2.30	0.00	2.64
10	1.44	4.09	4.09	5.26	4.89	3.81	3.14	2.01	4.26	0.00

Secuencia sector 2

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	10	10	9	9	9	9	10	9	10
2	7	0	3	5	3	5	6	8	6	8
3	7	2	0	5	5	5	6	2	6	8
4	7	5	5	0	5	5	6	7	6	7
5	7	3	3	4	0	6	6	7	6	7
6	7	5	5	5	5	0	7	7	9	7
7	1	6	6	6	6	6	0	8	9	1
8	7	2	2	7	7	7	7	0	7	10
9	7	6	6	6	6	6	7	7	0	7
10	1	8	8	8	8	8	8	8	1	0



Matriz de distancias

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0.00	2.01	4.66	3.64	4.48	1.29	2.67	4.62	3.25	3.22
2	2.01	0.00	4.58	1.63	2.52	1.21	2.59	4.54	3.17	3.05
3	4.66	4.58	0.00	3.25	2.36	3.37	4.61	2.66	1.41	2.07
4	3.64	1.63	3.25	0.00	0.89	2.84	4.22	5.41	2.55	1.77
5	4.48	2.52	2.36	0.89	0.00	3.19	4.57	4.79	1.93	1.33
6	1.29	1.21	3.37	2.84	3.19	0.00	1.38	3.33	1.96	1.93
7	2.67	2.59	4.61	4.22	4.57	1.38	0.00	1.95	3.34	3.31
8	4.62	4.54	2.66	5.41	4.79	3.33	1.95	0.00	2.86	3.75
9	3.25	3.17	1.41	2.55	1.93	1.96	3.34	2.86	0.00	0.89
10	3.22	3.05	2.07	1.77	1.33	1.93	3.31	3.75	0.89	0.00

Secuencia sector 3

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	2	9	2	6	6	6	7	6	6
2	1	0	9	4	4	6	6	7	6	10
3	9	9	0	5	5	9	8	8	9	10
4	2	2	5	0	5	2	6	9	9	10
5	6	4	3	4	0	6	6	9	9	10
6	1	2	9	2	5	0	7	7	9	10
7	6	6	8	6	6	6	0	8	6	6
8	7	7	3	9	9	7	7	0	9	9
9	6	6	3	4	5	6	6	8	0	10
10	6	2	3	4	5	6	6	9	9	0



REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Live Science (2017). Who Invented the bicycle?. Publicado el 29 de agosto de 2017. Consulta: 6 de abril de 2018. <https://www.livescience.com/44765-who-invented-the-bicycle.html>
- [2] Confederation of the European Bicycle Industry (2017). European Bicycle Market. Publicado el 2 de julio de 2017. Consulta: 6 de abril de 2018. <http://asociacionambe.es/wp-content/uploads/2014/12/European-Bicycle-Industry-and-Market-Profile-2017-with-2016-data..pdf>
- [3] Fact Tank (2015). Car, Bike or motorcycle? Depends on where you live. Publicado el 16 de abril de 2015. Consulta: 6 de abril de 2018. <http://www.pewresearch.org/fact-tank/2015/04/16/car-bike-or-motorcycle-depends-on-where-you-live/>
- [4] El Comercio (2015). Solo el 5% de los limeños usa bicicleta como medio de transporte habitual. Publicado el 18 de marzo de 2015. Consulta: 6 de abril de 2018. http://www.actualidadambiental.pe/wp-content/uploads/2015/03/elcomercio_2015-03-18_p08.pdf
- [5] El Comercio (2018). Buscan Mejorar red de ciclovías en Lima. Publicado el 25 de febrero de 2018. Consulta: 6 de abril de 2018. <https://elcomercio.pe/lima/transporte/buscan-mejorar-red-ciclovias-lima-noticia-500011>
- [6] Ciclovías De Lima (2018). Ciclovías de Lima. Consulta: 6 de abril del 2018. <http://www.cicloviasdelima.org/>
- [7] Consejo Nacional de Seguridad Vial (2017). Plan estratégico nacional de seguridad vial 2017-2021. El peruano. Lima, 8 de septiembre de 2017. Consulta: 28 de marzo de 2018. <https://www.mtc.gob.pe/cnsv/documentos/PlanEstrategico.PDF>
- [8] Perú 21 (2017). Tráfico genera estrés a 92% de limeños. PERU21. Lima, 18 de agosto de 2017. Consulta: 27 de marzo de 2018. <https://peru21.pe/peru/trafico-genera-estres-92-limenos-372014>
- [9] El Economista (2017). ¿Cuánto le cuesta a los limeños movilizarse en Lima?. Lima, 18 de agosto de 2017. Consulta: 28 de marzo de 2018. <http://www.eleconomistaamerica.pe/economia-eAm-peru/noticias/8559741/08/17/Cuanto-le-cuesta-a-los-limenos-movilizar-se-en-Lima.html>
- [10] Pucher, J., Dill, J., & Handy, S. (2010). Infrastructure, programs, and policies to increase bicycling: An international review. Preventive Medicine,
- [11] Dill, J., & Carr, T. (2003). Bicycle Commuting and Facilities in Major U.S. Cities: If You Build Them, Commuters Will Use Them. Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board, 1828, 116–123.
- [12] Mauttone, A., Mercadante, G., Rabaza, M., & Toledo, F. (2017). Bicycle network design: Model and solution algorithm. Transportation Research Procedia, 27, 969–976.
- [13] Taha, H. (2012). Investigación de operaciones. México D.F.: Pearson Educación, 2012.
- [14] Lima Cómo Vamos (2015). Encuesta Lima Cómo Vamos 2015. Publicado el 18 de enero de 2016. Consulta: 1 de mayo de 2018. <http://www.limacomovamos.org/trabajo/descarga-la-sexta-encuesta-lima-como-vamos-2015/>
- [15] Lima Cómo Vamos (2016). Encuesta Lima Cómo Vamos 2016. Publicado el 26 de abril de 2017. Consulta: 1 de mayo de 2018. <http://www.limacomovamos.org/trabajo/descarga-encuesta-lima-como-vamos-2016/>

Referencia complementaria

- [16] El Comercio (2017). ¿Qué impide que limeños vayan a trabajar o a estudiar en bicicleta?. El Comercio, Lima 27 de noviembre. Consulta: 1 de mayo del 2018. <https://elcomercio.pe/lima/transporte/impide-limenos-vayan-estudiar-bicicleta-noticia-4769>
- [17] Hillier, F. y Lieberman (2015). Introducción a la investigación de operaciones. México D.F.: McGraw-Hill, 2010.
- [18] Winston, W. (2005). Investigación de operaciones: aplicaciones y algoritmos". Thomson, 2005.
- [19] Susan G. Zieff, Aaron Hipp, Amy A. Eyler, and Mi-Sook Kim (2013). Ciclovía Initiatives: Engaging Communities, Partners, and Policy Makers Along the Route to Success. J Public Health Management Practice, 2013, 19(3) E-Supp, S74–S82. DOI:10.1097/PHH.0b013e3182841982
- [20] Tam Wong, E. (2013). Plan maestro de ciclovías para el área metropolitana de Lima y Callao. Editorial Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas (UPC). <http://hdl.handle.net/10757/273531>
- [21] Sarmiento, O., Torres, A., Jacoby, E., Pratt, M., Schmid, T., and Stierling, G. (2010). The Ciclovía-Recreativa: A Mass-Recreational Program with Public Health Potential. Journal of Physical Activity and Health, 2010, 7(Suppl 2), S163-S180.

A Decision Support System to design multimodal networks for urban mobility

Jorge Freire de Sousa
INESC TEC / Faculty of Engineering, University of Porto
jfsousa@fe.up.pt

Jorge Pinho de Sousa
INESC TEC / Faculty of Engineering, University of Porto
jorge.p.sousa@inesctec.pt

Sérgio Pedro Duarte
Faculty of Engineering, University of Porto
s.duarte@fe.up.pt

Abstract

Designing mobility policies and solutions in modern congested cities is a considerable challenge, as we have to respond simultaneously to the needs of multiple actors and activities. Multimodal networks have a great potential to provide higher levels of service, and to improve system efficiency and sustainability.

A smart integration of modes, along with well-designed interfaces and multi-platform information systems, can address a diverse and dynamic demand from varied types of travelers (residents, visitors) and trip purposes (loading/unloading, services access). In cargo transport, vehicle dimensions, pollutant emissions or time/zone windows have also to be taken into account.

To help the design of these nets, and to promote the involvement of different stakeholders (citizens, authorities, business owners, transport operators, service providers), we have created a conceptual framework based on multicriteria models and service design approaches, and a Decision Support System to implement this framework.

Keywords: urban mobility, multimodal networks, multi-user platforms, public transport, urban logistics, stakeholders' involvement, multicriteria analysis, service design, sustainability.

1 Introduction

Urban population growth brings new challenges to policy makers as congestion, pollution and energy consumption also increase. In the EU alone, urban population may reach 80% of its total population by 2020. Statistics show that urban areas are growing, leading to more mega cities with larger suburbs (ALICE 2015). Seeking to improve sustainability, efforts are being made to increase mobility and accessibility efficiency.

Negative impacts are visible, not only on the movement of people, but also in freight movements because congestion delays deliveries and increases shipping expenses (Downs 2004). Logistics companies and public transport operators search innovative ways to improve their services, often through their own initiatives, and still with a quite limited integrated planning.

Considering today's challenges, planning should not only be present at the strategic level but also at the tactical and operational levels. Such multilevel approach will allow for flexible and adaptable mobility plans. Concerns related to environmental and sustainability issues are the basis for the creation of Sustainable Urban Mobility Plans (SUMP) that envision a global plan for all urban activities (European Commission 2013). SUMP guidelines point towards more integration between different transport systems that coexist in the city, leading to a multimodal network, and include recommendations for more integration between land use and transport planning. Planning for a multimodal network means integrating road and rail, private and public, and even passenger and freight (Sousa and Mendes-Moreira 2015). However, transport planning should consider other characteristics of the city such as morphology, economic activities and population. We base our research on the idea that the city can be studied as a dynamic system where population, technology, economic activities and urban morphology relate to each other, forming a loop where feedbacks may be quite significant.

Whether it is a vehicle related technology, a set of gadgets or a simple smartphone app, current technology evolution is changing citizens' habits and activities. Technology will more and more affect how and why people move and this should be considered in mobility plans. How, because new transport modes are available; and why, because technology allows for constant connectivity and many tasks are becoming non-dependent on location. Regarding demographic changes, technology usage varies across different age ranges. These new socio-technical scenarios must be included in new action plans. Governments and companies should take advantage of technology and create flexible action plans that easily adapt to different technological scenarios. Spickermann, Grienitz, and Von Der Gracht (2014) argue that socio-technical systems of multimodal mobility can be the solution for several of today's mobility challenges. The reason for a socio-technical transition is that, besides technology changes, organizational and institutional changes are needed. In a socio-technical transition, new business models help to bring new technology into city's daily activities (Spickermann, Grienitz, and Von Der Gracht 2014). Businesses based on the sharing economy principles are emerging. Not only passenger related businesses, but freight related businesses are changing as well. E-commerce leads to smaller and more frequent door-to-door (D2D) deliveries, increasing the number of urban freight movements in the urban area. Moreover, collaboration also enables the creation of new freight related business models that will also increase urban freight movements. The success of those new business models will strongly depend on the stakeholders' acceptance of collaboration. Since collaboration is critical in a multilevel approach to develop a socio-technical system of multimodal mobility, planning initiatives should also be multi-stakeholder. Local authorities are, usually, the main stakeholder and lead the process. Citizens should be able to participate to express their needs and expectations. But transport operations cannot be planned without public transport operators and logistic service providers. In the end, all stakeholders should be included in planning activities, from the beginning until implementation (Macharis, Turcksin, and Lebeau 2012). Our proposal is grounded on the premise that changes are better accepted when they are developed in collaboration because people view decisions as their own.

Nevertheless, a multi-stakeholder planning approach is typically a rather challenging process (Lindenau and Böhler-Baedeker 2014). In Urban Freight Transport building trust among stakeholders is one common barrier. Participation and collaboration are based on shared information but most companies are not willing to share their operations (Lindawati et al. 2014). Another challenge is that human behavior is not always rational and the same person can have different roles across time. This needs to be accounted for when implementing a planning strategy.

In this work, we propose the development of a DSS for urban mobility planning initiatives, intended to allow for strategic, tactical and operational decisions. This DSS considers the socio-technical profile of the city and other factors that influence the transport of people and goods (e.g. demography, economic stage, city's topography, transport mode and stakeholders' needs). To improve the designing process, all stakeholders will be included. This process will result in a set of guidelines to help the involvement of

stakeholders in projects of the same nature. This involvement is not only in the design process but also in the decision process.

The issue of urban mobility is addressed here in a multidisciplinary perspective, bringing together different aspects from operations management, service design and decision theory, adding value to the current state of the art on mobility research.

To support the framework presented in section 3, a brief theoretical background is presented in section 2. Then, some conclusions and future research topics are presented in the end of the paper.

2 Theoretical background

Urban mobility planning is a multidisciplinary field that requires both quantitative and qualitative methods. We have therefore adapted different types of methods for designing a multimodal network in a multi-stakeholder environment.

Moreover urban mobility is the result of flows of people and goods in a urban area, due to the interaction of several subsystems that coexist in cities (Fistola, Raimondo, and La Rocca 2017). New approaches to mobility have to consider the relationship between how, why and where people and goods move:

- *How*, relates to the transport services that carry passengers or freight.
- *Why*, refers to the activities performed by citizens.
- *Where*, means the infrastructure and the transport networks used.

Policy and regulations

Local governments recur to regulations to implement strategic plans. Recently, the EU introduced the concept of Sustainable Urban Mobility Plans (SUMP), so that mobility and transports could be included in the urban planning process. These plans are part of the Mobility Package, and they introduce the cooperation between various fields, bringing together different sectors and different stakeholders. According to the Commission's platform for Urban Mobility (ELTIS 2015), a SUMP is a "strategic plan designed to satisfy the mobility needs of people and businesses in cities and their surroundings for a better quality of life. It builds on existing planning practices and takes due consideration of integration, participation, and evaluation principles."

Despite EU guidelines about SUMP being recent, congestion and mobility issues have been addressed before. Studies about congestion control usually propose the development of policy measures that discourage private car usage and promote public transport services. In addition, due to its characteristics, freight transport is also regulated. Regulations reflect policy measures used to create Limited Traffic Zones – LTZ (Gholami and Tian 2016). Common practices are associated to pricing, vehicle weight, pollution, time windows, traveler type (residents, visitors, workers, customers, etc.), number of vehicles, and parking (availability, pricing, location).

Besides LTZ, other measures aim at reducing vehicle circulation inside the urban area. These methods may include capacity reduction measures, such as *road diet* that reduces car accessibility by decreasing the number of available lanes for private cars, pricing measures, and restricted access areas (Gholami and Tian 2016).

Urban Transport Planning

Problems related to Urban Transport Planning were first formulated in the 1960's. The main problems concern decision making processes, using available resources to fulfil, most of the times, more than one objective (Tong, Zhou, and Miller 2015). Whether they relate to infrastructure or service planning; or freight or passenger, they seek to support a diversity of strategic, tactical and operational decisions. Objectives vary throughout time, with a recent focus on accessibility and environmental problems (Tong, Zhou, and Miller 2015; Farahani et al. 2013).

Tong, Zhou, and Miller (2015) refer to the existing literature in network design models and some more recent works about freight transport design problems. Also, Farahani et al. (2013) present a comprehensive review of Urban Transport Network Design Problems (UTNDP). UTNDP include the Road Network Design Problem (RNDP) and the Public Transit Network Design and Scheduling Problem (PTNDSP). The model developed proposed in this work can be adapted from existing models in the literature, by adding new criteria and constraints.

Stakeholder involvement

Urban activities affect different groups of stakeholders that need to be included in city planning. There are at several benefits from public participation, namely by taking into account everyday knowledge, and by increasing the process transparency, the knowledge base, the mutual understanding among stakeholders, and the acceptability of solutions (Lindenau and Böhler-Baedeker 2014).

Different European research projects mentioned in the Road Map developed by ERTRAC and ALICE (ALICE 2015) for urban freight show that stakeholders involvement is desired even for urban freight transport (Andersen 2017). Stakeholders may help by presenting different perspectives, goals and constraints. On the other hand, the level of acceptance and open-mindedness may difficult the process (Lindawati et al. 2014).

Moreover, freight related studies have shown that stakeholders should be involved in initiatives that relate to policy development and technology deployment (Lindawati et al. 2014; Eidhammer, Andersen, and Johansen 2016). In these two groups of initiatives, stakeholders may participate with different roles and with different levels of engagement.

In this work we use both Multi-actor Multi-criteria Analysis (MAMCA) and Multilevel Service Design (MSD), that are stakeholder-focused methods (Figure 1 and Figure 2). While MAMCA is a project evaluation method that can help in policy design and decision making for transport related projects (Macharis, De Witte, and Ampe 2009), MSD is a customer focused method used in services design (Patricio et al. 2011). Though MSD is not common in transport projects, it can relate to urban planning if one considers that citizens are customers, and local authorities, the service provider. Moreover, with the increase of e-commerce and the sharing economy, services become an important part of urban life, and citizens are important stakeholders. Therefore, the services perspective should be included in the transport planning issues.

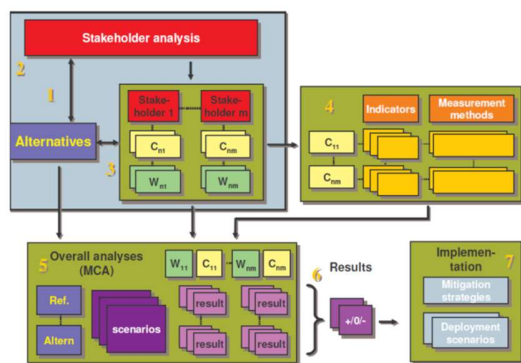


Figure 1. MAMCA Methodology (Macharis, De Witte, and Ampe 2009)

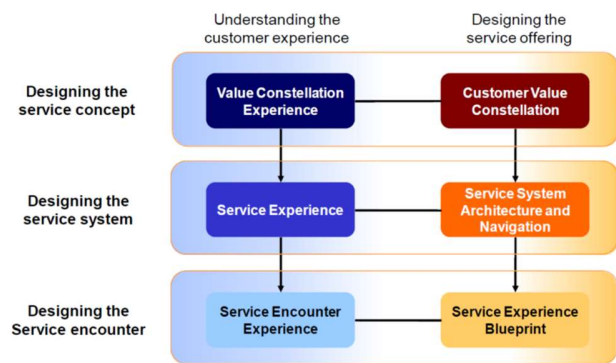


Figure 2. Multilevel Service Design scheme (Patricio et al. 2011)

Some of the MSD features are related to Business Process Management (BPM), but they have been adapted to increase awareness about customer experience. Though MSD cannot respond to the complete design of the DSS, it can be merged with other approaches, such as BPM (see e.g. (Duarte 2014) for an application to an information system design) (Figure 3).

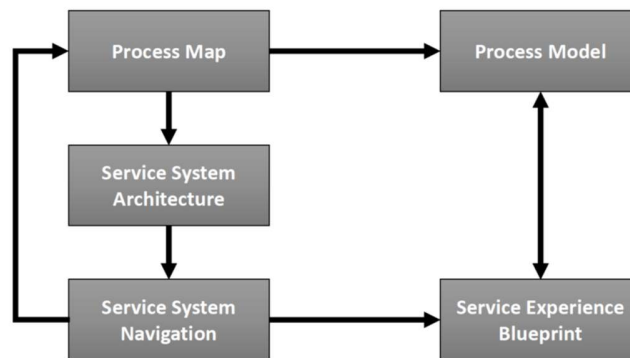


Figure 3. Methodology based on BPM and MSD models (Duarte 2014)

3 The conceptual framework

To comprise the different multidisciplinary aspects of policy design in an urban context, the developed conceptual framework integrates concepts from transport network design (TND), multi-criteria decision analysis (MCDA), and service design (SD). Since the goal is to design a multimodal network considering socio-technical aspects of city evolution, the framework also relies on the analysis of sociodemographic, morphologic, technological, and economic factors, and available transport modes. The conceptual framework can be represented by the scheme in Figure 4.

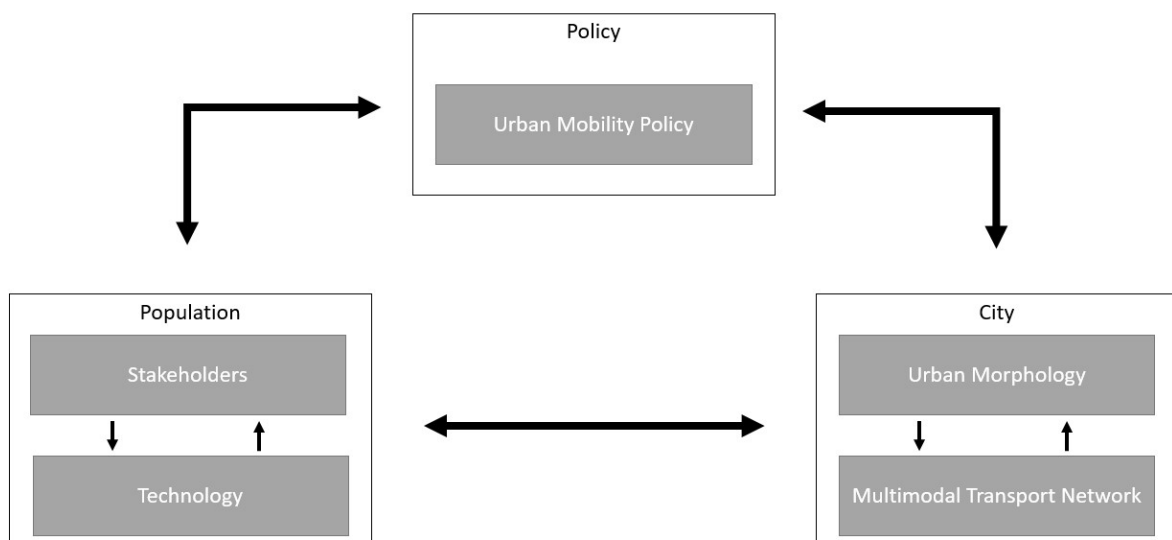


Figure 4. Conceptual Framework.

Besides the information gathered about the city, stakeholder participation is an important part of the process. All stakeholders participate from the beginning by expressing their needs and expectations and follow up in the discussion of scenarios and even in the decision process, working as partners. The quantitative data (city, transport modes, population, etc.) and the qualitative data (stakeholders inputs) feed a model that relates city socio-technical profile and population mobility needs (Figure 5).

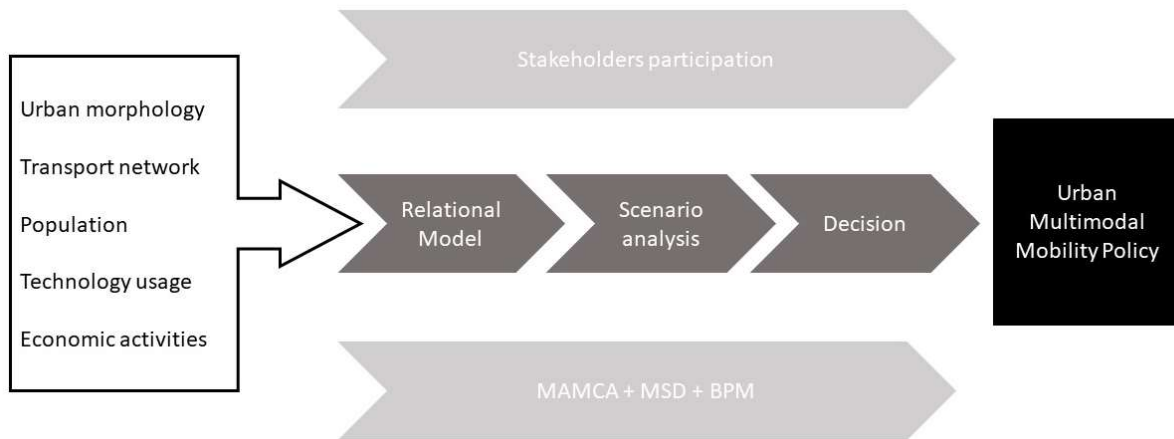


Figure 5. Decision process

As mentioned, the framework uses features from MAMCA, MSD, and BPM. These three methods can be used and adapted to develop a multilevel stakeholder focused approach. From the logistics perspective: BPM may respond to the redesign of some operations; from the service perspective, MSD helps to include customer in the design of the service; and in the policy decision process, MAMCA supports the multi-criteria decision process (Table 1).

Table 1. Methods relation to transport

Method	Main goal	Relationship to Transport initiatives perspectives
BPM	Internal processes and operations optimization	Operations Management
MAMCA	Project evaluation and decision-making processes.	Policy Design
MSD	Customer centric service design	Customer experience

When performing the evaluation of scenarios, the DSS can facilitate the discussion of new policies. The analysis can have several scopes, namely:

- input objectives and criteria, and the DSS will suggest feasible policies, based on an existing policy database and on previously designed heuristics;
- input policy scenarios, and the DSS will compute the values for each criterion selected.

Even though scenarios should, in general, result from stakeholders' inputs, some disruptive scenarios may be presented to introduce new mobility trends. These scenarios can be based in the adoption of new technologies and/or in fostering intermodality.

Stakeholders' involvement is important throughout the entire process, and that is why the MAMCA, MSD, and BPM methods are present from the beginning until the decision is completely taken. The first

interaction with the stakeholders aims at gathering information about their desires and expectations; the second interaction aims at discussing possible scenarios (presented to, or suggested by the stakeholders); and the third interaction aims at deciding the final solution. Since this is an iterative process, there can be several interactions following the suggestions from MAMCA and MSD. Potential stakeholders to be involved are represented in Figure 6.

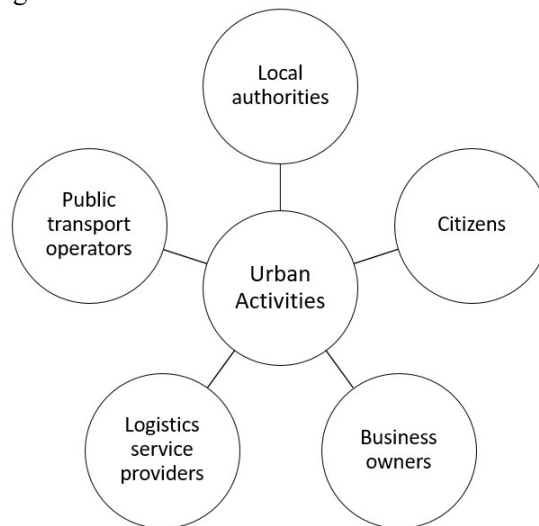


Figure 6. Stakeholders to involve in urban policy design

4 Conclusions

Our research is built on the premise that a multilevel integrated planning for a multimodal mobility is key to increase sustainability of a city. When creating a SUMP, designing the right policy encompasses many difficult issues. One of these issues is the complexity of involving different stakeholders in the process.

Due to the current developments in the transport sector, local authorities have to face many challenges and must be prepared to plan their transport network in such a way that it answers to new mobility requirements and citizens' expectations. Since there will be a transition phase before current transport habits change, those plans need to be flexible.

The approach proposed in this work states that mobility policy alternatives should simultaneously include physical, sociodemographic and technological variables and constraints. This can be achieved by using the this conceptual framework and DSS. The process includes the involvement of stakeholders in the design of policy scenarios to be analyzed with this DSS.

Our main contributions cover both decision support process and stakeholder involvement. The stakeholder inclusive decision process is based on existing methodologies, but it brings the concepts of Service Design to Transport Planning. By doing so, it introduces the service perspective in city planning. Once there are multiple stakeholders and several ways to interact with transport systems, the complexity of such systems resembles the complexity of a service with multiple interaction channels. For a multimodal network, users will consider the transport system as having different interactions depending on the transport mode.

Regarding the models, this research builds on existing works related to Urban Mobility and Sustainable Cities and explores the multidisciplinary perspective of transport problems.

As for future research, new practical stakeholder involvement methods can be developed, mainly using ICT to improve communication, collaboration, and transparency among stakeholders. After implementation, it will be important to add to the research how to evaluate the success of the new policies, by creating new metrics and performance indicators.

Acknowledgements

This work is partially funded by Fundação para a Ciência e Tecnologia (FCT), Portugal, through grant PD/BD/128064/2016.

References

- ALICE. 2015. "Urban Freight: Research and Innovation Roadmap," 60.
- Andersen, Jardar. 2017. "Final Report Summary - STRAIGHTSOL (STRAtegies and Measures for Smarter Urban FreIGHT SOLutions)." 2017. http://cordis.europa.eu/result/rcn/157981_en.html.
- Downs, Anthony. 2004. *Still Stuck in Traffic: Coping with Peak-Hour Traffic Congestion*. Washington, D.C.: Brookings Institution Press.
- Duarte, Sérgio Pedro. 2014. "Business Process Reengineering on High Education Institutions – An Integrative Approach of Enterprise Architecture and Service Design Methods."
- Eidhammer, Olav, Jardar Andersen, and Bjørn Gjerde Johansen. 2016. "Private Public Collaboration on Logistics in Norwegian Cities." *Transportation Research Procedia* 16 (2352). The Author(s): 81–88. <https://doi.org/10.1016/j.trpro.2016.11.009>.
- ELTIS. 2015. "What Is a Sustainable Urban Mobility Plan?" 2015. <http://www.eltis.org/guidelines/what-sustainable-urban-mobility-plan>.
- European Commission. 2013. "A Concept for Sustainable Urban Mobility Plans," 1–5.
- Farahani, Reza Zanjanirani, Elnaz Miandoabchi, W. Y. Szeto, and Hannaneh Rashidi. 2013. "A Review of Urban Transportation Network Design Problems." *European Journal of Operational Research* 229 (2). Elsevier B.V.: 281–302. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2013.01.001>.
- Fistola, Romano, Marco Raimondo, and Rosa Anna La Rocca. 2017. "The Smart City and Mobility: The Functional Polarization of Urban Flow." In *5th IEEE International Conference on Models and Technologies for Intelligent Transportation Systems (MT-ITS)*, 532–37. IEEE. <https://doi.org/10.1109/MTITS.2017.8005730>.
- Gholami, Ali, and Zong Tian. 2016. "Designing the Required Changes in the Bus Network after Performing Limited Traffic Zone in Mashhad, Iran." *Case Studies on Transport Policy* 4 (2). World Conference on Transport Research Society: 161–67. <https://doi.org/10.1016/j.cstp.2016.03.003>.
- Lindawati, Johan van Schagen, Mark Goh, and Robert de Souza. 2014. "Collaboration in Urban Logistics: Motivations and Barriers." *International Journal of Urban Sciences* 18 (2): 278–90. <https://doi.org/10.1080/12265934.2014.917983>.
- Lindenau, Miriam, and Susanne Böhrer-Baedeker. 2014. "Citizen and Stakeholder Involvement: A Precondition for Sustainable Urban Mobility." *Transportation Research Procedia* 4. Elsevier B.V.: 347–60. <https://doi.org/10.1016/j.trpro.2014.11.026>.
- Macharis, Cathy, Laurence Turcksin, and Kenneth Lebeau. 2012. "Multi Actor Multi Criteria Analysis (MAMCA) as a Tool to Support Sustainable Decisions: State of Use." *Decision Support Systems* 54 (1). Elsevier B.V.: 610–20. <https://doi.org/10.1016/j.dss.2012.08.008>.
- Macharis, Cathy, Astrid De Witte, and Jeroen Ampe. 2009. "The Multi-actor, Multi-criteria Analysis Methodology (MAMCA) for the Evaluation of Transport Projects: Theory and Practice." *Journal of Advanced Transportation* 43 (2): 183–202. <https://doi.org/10.1002/atr.5670430206>.
- Patrício, Lia, Raymond P. Fisk, João Falcão e Cunha, and Larry Constantine. 2011. "Multilevel Service Design: From Customer Value Constellation to Service Experience Blueprinting." *Journal of Service Research* 14 (2): 180–200. <https://doi.org/10.1177/1094670511401901>.
- Sousa, Jorge Freire de, and Joao Mendes-Moreira. 2015. "Urban Logistics Integrated in a Multimodal Mobility System." *IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems, Proceedings, ITSC 2015–Octob*: 89–94. <https://doi.org/10.1109/ITSC.2015.23>.
- Spickermann, Alexander, Volker Grienz, and Heiko A. Von Der Gracht. 2014. "Heading towards a Multimodal City of the Future: Multi-Stakeholder Scenarios for Urban Mobility." *Technological Forecasting and Social Change* 89. Elsevier Inc.: 201–21. <https://doi.org/10.1016/j.techfore.2013.08.036>.
- Tong, Lu, Xuesong Zhou, and Harvey J. Miller. 2015. "Transportation Network Design for Maximizing Space-Time Accessibility." *Transportation Research Part B: Methodological* 81. Elsevier Ltd: 555–76. <https://doi.org/10.1016/j.trb.2015.08.002>.

Simulación de un proceso de producción de Leche UHT en empresa de Colombia.

Valeria Romero Vargas
Universidad de Antioquia
valeria.romero@udea.edu.co

Mateo Andrés Colmenares Sánchez
Universidad de Antioquia
mateo.colmenares@udea.edu.co

Yony Fernando Ceballos
Universidad de Antioquia
yony.cebillos@udea.edu.co

Resumen

La simulación se utiliza en una amplia variedad de industrias para ayudar a la gerencia a tomar decisiones. Casi todas las empresas tienen problemas de planificación y esta herramienta puede ayudar a resolverlos. El estudio presentado se ejecuta en una importante empresa del sector lácteo en Colombia; busca realizar un análisis del proceso de producción de leche UHT, de la cual se produce leche entera y deslactosada en diferentes presentaciones. A través del software Simul8 se realiza la simulación del proceso para finalmente proponer escenarios de mejora y realizar un análisis de sensibilidad para identificar los recursos críticos del proceso. Se comprobó principalmente que el cuello de botella del proceso está en el tanque aséptico, esto impacta directamente en la utilización de la máquina de envasado, generando variaciones en los planes de producción y, finalmente, provocando que el cumplimiento de la empresa sea menor en varias ocasiones. *Keywords:* Simulación; Producción de leche; Cuello de botella; Leche UHT.

1. Introducción

Tanto la leche como sus derivados son productos que vienen incluidos y contemplados en la canasta familiar dado a su importante contribución a la alimentación de la sociedad en general, por lo tanto, al abordar una empresa tan importante en el sector lácteo, se está teniendo contacto directo con variables que definen e intervienen con la producción, distribución y consumo de uno de los productos commodities más relevantes del país.

La industria láctea compone una parte importante de la economía ya que para el año 2012 determinó el 10,2% del PIB pecuario del país (Superintendencia, 2013), aumentando hasta 24,3% en el 2017 (B, 2018); como toda su producción y sus derivados tienen gran relevancia en la canasta familiar, garantizar la suplencia de su demanda puede considerarse como un objetivo fundamental para garantizar el desarrollo de la población. Para esto, es

importante notar que muchas variables que intervienen en la producción de lácteos están restringidas por algunas limitantes que tienen actualmente las empresas productoras y se refiere principalmente al manejo de la capacidad en algunas partes de sus procesos relacionado con aspectos como los métodos y las tecnologías que intervienen, por lo tanto, trabajar en dichos puntos permitiría garantizar que los oferentes de leche y sus derivados puedan cumplir óptimamente con la demanda sin necesidad de desperdiciar o de perder oportunidad por defecto de los productos.

Se realizó una visita de reconocimiento a la compañía; la planta visitada es una de muchas que la empresa posee, ésta en especial se dedica a la producción de leche larga vida y leche deslactosada, cada una en sus diferentes presentaciones. El resultado principal de esta visita fue la extracción de información de parte de una persona experta en los procesos de esa planta, la cual aportó información de los subprocesos de la planta, la capacidad de los mismos y, grosso modo, la planeación horaria semanal (scheduling) para cumplir con los requerimientos. También se delimitó el enfoque del proyecto a la línea de producción de larga vida (UHT) que, a palabras del gerente de producción, poseía unos cuantos cuellos de botella que exigían mayor rigor en la planeación de la producción, por lo tanto, en este informe se realizarán las apreciaciones, suposiciones y estudios necesarios para mirar, por medio de las herramientas de simulación, cuál es el comportamiento actual y futuro del proceso de producción de la línea de leche larga vida si se analizara desde este punto de vista.

Con el trabajo realizado en la empresa se pretende garantizar, desde la línea de producción de leche UHT, que es posible simular el escenario actual, caracterizarlo desde sus unidades de trabajo y, de manera estadística, describir el comportamiento que obedece dicha producción para poder plantear cambios que, bajo supuestos definidos, permitan definir nuevos escenarios que faciliten mejorar los indicadores a lo largo del tiempo y poder precisar nuevos estándares acordes a nuevos modelos.

2. Descripción del problema

La planta principal recibe la leche cruda de los diferentes asociados productores del país; esta es recogida en carro tanques que van a las diferentes fincas asociadas a la empresa donde la leche es producida bajo estrictos criterios de calidad para garantizar la excelencia de los productos de la empresa. Luego que es recogida, se lleva a la planta principal donde es almacenada en tres silos que, en conjunto, tienen una capacidad de 400.000 litros (dos silos de 150.000 y uno de 100.000).

La planeación de la producción se hace anticipada, ya que la demanda es dada por el departamento de planeación y mercadeo, por lo tanto, se hace con antelación el pedido de las diferentes materias primas y materiales de empaque necesarios para cumplir con la planeación requerida; de esta manera, al iniciar la semana de producción, todos los insumos que son necesarios para realizarla están disponibles en la empresa. Después de recibir la

leche cruda se realiza un proceso de pasteurización. Este se ejecuta a 70°C durante 15 segundos y se dispone de 2 pasteurizadores para realizarlo, uno con velocidad de 27.000 Litros por hora y el segundo con velocidad de 23.000 por hora. En este punto se añaden enzimas y otros aditivos propios del producto.

La leche terminizada se lleva a almacenamiento en dos silos con capacidad de 100.000 Litros cada uno para posteriormente ser llevada a un proceso de ultra pasteurización donde adquiere las características de leche larga vida. Este proceso se realiza en una pasteurizadora a 140°C de 2 a 4 segundos a una velocidad de 13.000 Litros por hora. Posteriormente, la leche llega a un tanque, con capacidad de 30.000 Litros, de leche estéril lista para el envasado; dependiendo del tipo de leche que se esté produciendo se mezclan las enzimas que filtran la lactosa con agua y se añaden en el pasteurizador en razón de 23 Litros por hora si es de tipo descremada; de lo contrario, sigue el proceso al siguiente paso.

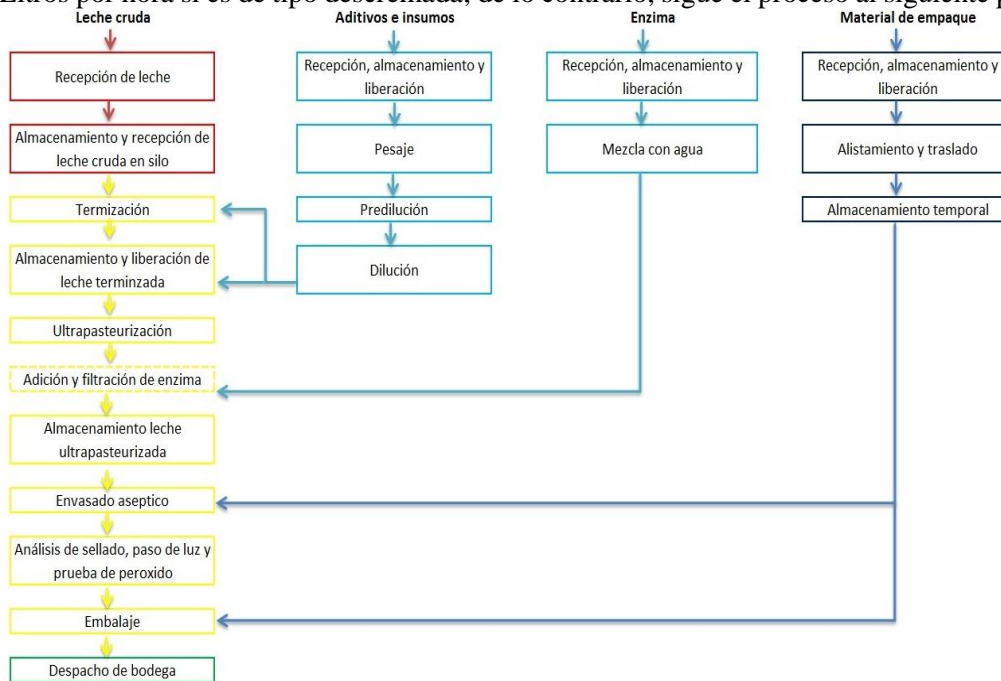


Figura 1. Proceso de producción de la leche UHT. Fuente: *Elaboración propia.*

Ahora la leche procede a ser empacada por 2 envasadoras cada una con 3 boquillas, estas envasadoras tienen como condición que deben estar a la misma velocidad dentro de ellas, pero no necesariamente entre ellas. Luego las bolsas se enfilan en tres bandas alimentadas por las seis boquillas para ser empacadas.

El proceso de empaque en cajas es realizado manualmente por operarios distribuidos así: 6 operarios reciben las bolsas de las bandas y las empacan en las cajas, otro operario que recibe la caja y la cinta en la selladora; y otro operario por selladora que recoge las cajas y arma la estiva, cuando esta está completa es llevada a una bodega de producto terminado

por el montacarguista. La bodega tiene estanterías de dos niveles y tiene capacidad para 56 estivas en total, en este punto las estivas deben esperar mínimo una hora para detectar filtraciones en las bolsas y retirar los productos defectuosos, pero pueden pasar más tiempo en esta ya que los camiones en los cuales se transportan tienen capacidad de 22 estivas por camión y no salen hasta tener completa la capacidad. Las especificaciones de velocidad de llenado de las boquillas, las unidades por caja y unidades por estiva para cada referencia se encuentran en la Tabla 1. El proceso descrito para el estudio en la empresa es la línea de producción de Leche larga vida o Leche UHT se puede observar en la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**

Tabla 1. Relación de referencias, velocidad y unidades de empaque.

Presentación	Velocidad de envasado (golpes/hora)	Unds por caja	Cajas por estivas	Unds por estivas
200 mL	3.400	60 und	75 cajas	4.500
500 mL	3.000	24 und	90 cajas	2.160
900 mL	2.800	12 und	105 cajas	1.260
1100 mL	2.600	12 und	90 cajas	1.080

Fuente: *Elaboración propia*

Según una revisión simple, se observa que, para una producción hipotética, se inicia el llenado de tanques el domingo a las 7 PM después del mantenimiento y lavado de la maquinaria; luego, el personal ingresa a la empresa a las 9 PM del mismo día momento en el cual se empieza el envasado; además, para ilustrar la problemática suponemos que se empaqueta unidades de 1100mL ya que es la referencia más demandada. Considerando las características del proceso descritos anteriormente, se observa que debido a que la velocidad del pasteurizador (13.000 L/h) es menor en comparación a la velocidad de envasado (17.160 L/h) y a que la capacidad del tanque aséptico es muy baja, se presenta un déficit de leche a partir del lunes a las 2 AM, lo cual representa una problemática para la empresa, lo que hace más complicada la planeación de la producción y uso eficiente de los recursos. Actualmente la empresa apaga una o ambas envasadoras para que el tanque vuelva a llenar y así continuar con la producción, mientras tanto, el personal queda sin funciones claras y es destinado a suplir alguna actividad mientras se reanuda el proceso.

3. Definición del modelo

El modelo principalmente muestra cómo funciona el proceso desde una entrada “infinita” de leche, dado que para las máquinas y las capacidades que maneja la planta, la leche siempre está disponible para los procesos de producción, pasa por algunos pasos que le agregan valor o propiedades innatas de la leche UHT tanto para la leche entera como para la deslactosada, y según las presentaciones de cada una arroja las cantidades producidas y las defectuosas a lo largo del tiempo.

La demanda de la producción se realiza por planeación, desde este departamento llega el pedido el día viernes al área de producción, luego esta dependencia envía el requerimiento de materia prima y material de empaque que necesitan para satisfacer este pedido, esta orden llega desde el día jueves para poder iniciar producción el domingo en el primer turno que inicia a las 05:00 am. Para el estudio, la empresa proporcionó la planeación de producción de dos semanas, con esta información identificamos los porcentajes promedio de participación de cada referencia para ingresarlas al modelo y se dividió el porcentaje de cada referencia para tipo entera y tipo deslactosada (Tabla 2); Para el modelo se asume que las enzimas, aditivos y material de empaque no representan una situación problemática para el proceso y tampoco son factores relevantes en este, por lo tanto, no se tendrán en cuenta de forma explícita en la simulación.

Tabla 2. Demanda en unidades por tipo de leche según la referencia.

Referencia	Semana 45		Semana 46		Promedio	
	Demanda	Participación	Demanda	Participación	Demanda	Participación
1100 mL	168.000	16,00%	140.400	12,50%	154.200	14,30%
Entera	96.000	57,14%	50.400	35,90%	73.200	47,47%
Deslactosada	72.000	42,86%	90.000	64,10%	81.000	52,53%
900 mL	366.000	34,90%	339.600	30,30%	352.800	32,60%
Entera	336.000	91,80%	293.600	86,45%	314.800	89,23%
Deslactosada	30.000	8,20%	46.000	13,55%	38.000	10,77%
500 mL	336.000	32,00%	477.600	42,70%	406.800	37,30%
Entera	288.000	85,71%	376.900	78,92%	332.450	81,72%
Deslactosada	48.000	14,29%	100.700	21,08%	74.350	18,28%
200 mL	180.000	17,10%	162.000	14,50%	171.000	15,80%

Fuente: *La empresa*

Ya que los operarios no intervienen directamente en el proceso de producción, la mano de obra de estos no afecta el tiempo de desarrollo del mismo, por lo tanto, las velocidades de cada actividad están dada exclusivamente por las máquinas. El empaquetado es realizado de forma manual, por consiguiente, se realizó una toma de tiempos para esta actividad. Debido a la dificultad para realizar un muestreo aleatorio, se decide implementar un muestreo por conveniencia ya que el proceso de empaque está estandarizado y la variabilidad no es muy alta. Se realizaron 10 corridas por referencia y se toma el tiempo en segundos. Además, se toman los tiempos para el operador encargado de encintar y armar el pallet; como este no depende de la referencia, sólo se toma una muestra de 10 corridas en esta actividad.

Los desperdicios se tienen contabilizados en dos momentos en el proceso. El primero es en producción, que puede darse porque la envasadora presenta alguna falla o porque al salir la bolsa de esta se maltrata y se revienta en ese instante. El segundo momento son las pérdidas en bodega que se detectan cuando están almacenadas. La empresa proporcionó el porcentaje de fallas global que corresponde a 3,27%, donde esta discriminado por 2,9491% de roturas en producción y 0,3302% de roturas en bodega.

Finalmente, la empresa proporcionó un registro donde se encuentra registrada la programación real de una semana de producción, allí se observa la referencia que está produciendo cada boquilla, la programación de mantenimiento, los paros por pausas activas y alimentación y los paros inesperados de las máquinas. Con esta información evaluamos la eficiencia de las boquillas, se considera que las boquillas no funcionan el 100% de tiempo calendario de producción ya que hay diferentes factores que afectan el tiempo efectivo de operación, por lo tanto, el tiempo disponible de las boquillas se calcula al restar los paros programados y no programados en la producción, éste se supone como una restricción dura debido a la poca información suministrada por la empresa, limitada a un porcentaje fijo que corresponde a 68,2% para la boquilla 1; 66,8% para la boquilla 2; 67,1% para la boquilla 3; 67,4% para la boquilla 4; 60,8% para la boquilla 5; y 20,8% para la boquilla 6. El gráfico del modelo final se observa en la Figura 2.

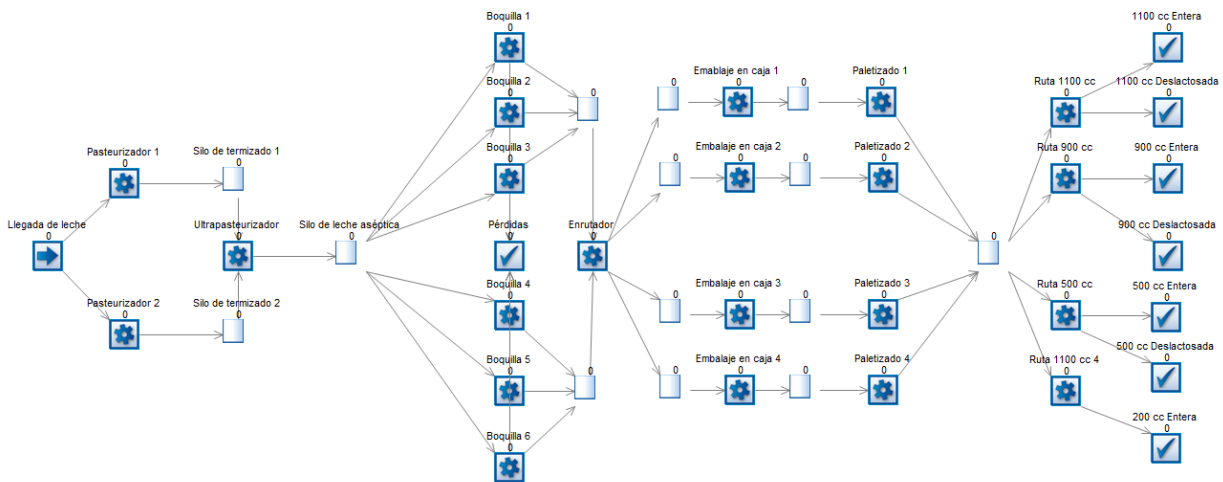


Figura 2. Modelo en Simul8 para producción de leche UHT. Fuente: *Elaboración propia.*

Para el modelo de consideran como variable de estado el tiempo de simulación, la empresa trabaja 3 turnos de 8 horas cada uno; como variables endógenas se considera las 7 referencias de leche que produce la empresa y la planeación de la producción semanal; finalmente, como variables exógenas se asume la demanda del mercado que afecta la planeación de la producción y la aleatoriedad de eventos, que es una forma general de llamar a los posibles efectos aleatorios que se tienen sobre máquinas, empleados, planta, efectos contraproducentes en la distribución de materias primas y de productos terminados, que no se pueden controlar pero que afectan al sistema y a la simulación directamente.

4. Resultados

Las semanas de las cuales se obtuvo la planeación de la producción, se obtiene también la producción real. Con esto se puede evaluar los resultados obtenidos con el modelo, en

balance con los resultados reales. Esta comparación se encuentra resumida por referencia en la Tabla 3.

Tabla 3. Comparación de resultados simulados y reales de la producción de leche.

	1100 Ent	1100 Desl	900 Ent	900 Desl	500 Ent	500 Desl	200 Ent
Real	92.94	73.44	336.06	30.96	288	48	187.98
Simulación	118.909	130.828	239.99	28.743	233.912	52.418	201.854
Diferencia	25.969	57.388	-96.07	-2.217	-54.088	4.418	13.874
Porcentaje	28%	78%	-29%	-7%	-19%	9%	7%

Fuente: *Elaboración propia.*

Aunque hay resultados un poco alejados de los datos reales, hay unos que son bastante cercanos como el caso de 900 deslactosada y 200 entera, además hay valores por encima y por debajo de los reales, el porcentaje global de acertamiento es del 10%, esto se debe a que los tiempos de producción no son constantes para cada referencia; por lo tanto, se puede establecer que el modelo es coherente con los resultados, así que el comportamiento es correcto.

Se observa en el modelo que las boquillas tienen un tiempo de inactividad alto debido a que se debe esperar la entrada de leche UHT; esto corresponde a que la capacidad del tanque aséptico es baja y se ve afectada por la tasa de salida de este tanque, ya que esta es mayor a la tasa de entrada.

Según la necesidad observada anteriormente sobre el desfase en las tasas de entrada y salida del tanque aséptico, se modela los escenarios posibles de mejora para esta situación que implican modificar, expandir o cambiar los elementos críticos del sistema. El primer y segundo escenario consiste en aumentar la capacidad de entrada (pasteurizadores) y salida (boquillas envasadoras) del tanque aséptico, manteniendo constante los demás elementos. Al correr de nuevo el modelo con los 2 escenarios implementados se encontró que las permutaciones en la producción fueron menores al 1% en ambos escenarios, esto se puede observar en la Tabla 4.

Tabla 4. Comparación de escenario 1 para la simulación de producción.

	1100 Ent	1100 Desl	900 Ent	900 Desl	500 Ent	500 Desl	200 Ent
Escenario 1	118.909	130.828	241.101	28.889	233.912	52.418	201.852
Escenario inicial	118.909	130.828	239.990	28.743	233.912	52.418	201.854
Diferencia	-	-	1.111	146	-	-	- 2
Porcentaje	0%	0%	0,46%	0,51%	0%	0%	0,0%

Fuente: *Elaboración propia.*

El tercer escenario se plantea teniendo en cuenta los anteriores. Para el máximo aprovechamiento de las boquillas, se aumenta la capacidad del tanque aséptico. De esta manera se espera reducir el tiempo que la maquina está inactiva y por consiguiente aumentar la utilización anteriormente mencionada. La eficiencia aumenta a 81,01% para las boquillas 1 a la 5; la boquilla 6 aumenta a 22,55%. La producción aumentó en promedio 24,75% por lo que se observa que el tanque aséptico afecta altamente la producción de la empresa. Estos resultados se observan en la Tabla 5.

Tabla 5. Comparación de escenario 3 para la simulación de producción.

	1100 Ent	1100 Desl	900 Ent	900 Desl	500 Ent	500 Desl	200 Ent
Escenario 3	148.578	163.578	301.685	35.995	293.767	65.770	246.705
Escenario inicial	118.909	130.828	240.788	28.743	233.912	52.418	201.854
Diferencia	29.669	32.750	60.897	7.252	59.855	13.352	44.851
Porcentaje	24.95%	25.03%	25,29%	25,23%	25,59%	25,47%	22,22%

Fuente: *Elaboración propia.*

5. Conclusiones

Se debe analizar detalladamente algunos supuestos debido a que la información de la empresa es limitada, por lo tanto, tomando información (planeación de la producción, eficiencia en las boquillas y desperdicios) en un mayor periodo de tiempo, pueden variar los resultados obtenidos.

Se verificó la revisión simple inicial mediante la simulación de la cadena de producción, comprobando que efectivamente la empresa presenta un cuello de botella evidente en el tanque aséptico, este es limitado por la capacidad y las tasas de ingreso y salida del tanque.

La variable que más impacta el tanque aséptico es la velocidad de llenado, ya que es dada por la capacidad de los pasteurizadores, por lo tanto, si se disminuye la velocidad de estos se afecta directamente la producción.

Las boquillas presentan una inactividad de más del 75%, donde el 34% es únicamente por falta de materia prima para el envasado, lo cual demuestra que, si se mejora esta situación, afectaría directamente el cumplimiento de la producción, que actualmente es una situación problemática para la empresa.

Al evaluar los escenarios que implican modificar, expandir o cambiar los elementos críticos del sistema, se obtuvo que, el primer y segundo escenario no representan mejoras significativas por sí solas; por otra parte, el tercer escenario aumenta la eficiencia de las boquillas en 81% y la producción crece en promedio 24,75%.

6. Referencias

1. Industrial y comercio (2014). Recuperado el 18 de Septiembre de 2016, de http://www.sic.gov.co/drupal/recursos_user/documentos/promocion_competencia/Estudios_Economicos/Estudios_Economicos/Estudio_Sectorial_Leche1.pdf
2. Joaquina de la Torre Escudero, ¿Qué es un modelo? Extraído de: https://www.uam.es/personal_pdi/ciencias/joaquina/BOXESPOP/que_es_un_modelo.htm
3. Shannon, Robert; Johannes, James D. (1976). «Systems simulation: the art and science». *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*. 6(10). pp. 723-724.
4. *Simulations Modeling with Pascal* - Ruth Davies & Robert O'Keefe, Editorial: Prentice Hall, 1989.
5. Superintendencia. (2013). Recuperado el 18 de Septiembre de 2016, de <http://www.sic.gov.co/>

A lower bound analysis for the flowshop scheduling problem

Carlos Ernani Fries

Department of Production Engineering and Systems, Federal University of Santa Catarina, Brazil
carlos.fries@ufsc.br

Bruno de Sousa Alves

Department of Production and Systems Engineering, Federal University of Santa Catarina, Brazil
bruno.alves@posgrad.ufsc.br

Abstract

Flowshop Scheduling Problem (FSP) is a common but not trivial problem in manufacturing scheduling. Lower bound (LB) measures can provide a reasonable estimation considering makespan minimization. This paper deals with an analysis of a LB measure comparing with the CDS heuristic and the optimal solution of FSP. Performed simulations varying the number of jobs (N) and machines (M) with processing times following uniform and exponential distributions show that the discrepancies between the solutions tend to increase until $N < M$ and decrease for $N > M$, with largest discrepancy observed for $N = M$. The divergences tend to be larger when greater variability on processing times is considered.

Keywords: lower bound analysis; flowshop scheduling; CDS heuristic.

1 Introduction

In Flowshop Scheduling Problems (FSP), a set of N jobs has to be processed in a predefined same sequence of M machines. The job processing time in each machine is known, and in most cases, the main problem consists to find a schedule that minimizes the makespan, i.e, the time difference between the end of the last job on the last machine, and the start of the first job on the first machine (Taillard, 1990). According to Gupta and Stafford (2006), the makespan minimization is the most studied criteria since the publication of Johnson's seminal paper in 1954. In FSP the sequence of machines of all jobs is known and each operation starts only after the end of the last one. Generally, finding the optimal solution of this problem is often difficult due its complexity regarding computation time. The complexity to find the best processing sequence of N jobs over the set of $N!$ feasible plans is considered NP-hard (Askin and Standridge, 1993). Scheduling is one of the most important decisions in production control systems. Hence, this paper aims to develop a makespan Lower Bound (LB) analysis comparing the LB measure defined by Askin and Standridge (1993) and the performance of a heuristic proposed by Campbell, Dudek and Smith (1970) (CDS heuristic). Further, optimal solutions for FSP problems with reduced number on jobs were evaluated and compared with those obtained with the heuristic and the LB measure. The discrepancies between these three makespan measures (LB, heuristic and optimal solution) for different number of jobs, number of machines and probability distribution of processing times may be the starting point for the gross estimation of production capacity necessary to process a set of jobs.

2 Mathematical models and heuristic methods

The FSP with makespan minimization has been a recurring subject of studies since Johnson (1954) proposed an exact procedure for the particular case of the two-machine FSP. According to Gupta and Stafford (2006), since Johnson's seminal work, over 1,200 articles related to the FSP were published until 2006 and today, beyond 2,500 citations could be observed as bibliometric analysis performed by the authors.

The criterion (or measure of performance) set for the scheduling may vary according to industry needs and/or research intent. Minimizing makespan is the most studied criterion (Gupta; Stafford, 2006), however, minimizing deviations from the deadline (Vallada et al., 2008) has also significant attention.

Several mathematical programming models have been formulated in attempt to determine exact solutions for this problem. Morton and Pentico (1993) for example, have proposed a mixed linear programming model using the makespan minimization as performance measure. Another mixed integer programming model, suggested by Zhu and Heady (2000) aims to minimize punishments for due date advances and delays. A detailed presentation of several mathematical models facing the FSP is presented by Souza (2009). Without exceptions, these models have in common the fragility of the inherent FSP complexity, which is known as NP-hard. For this reason, solving the FSP with a large number of jobs requires the application of heuristic procedures whose main purpose is the evaluation of good scheduling plans in acceptable search time.

Campbell et al. (1970) suggested a heuristic that uses principles of Johnson's exact algorithm for a flowshop with more than two machines. According to Johnson (1954) if a job has shorter processing time in the first machine, then it has to be inserted in the first position of the sequence of jobs to be processed in the shop; in case a job has the longest processing time in the second machine, then it has to be included as late as possible in the sequence of jobs to be processed in both machines.

The heuristic proposed by Campbell, Dudek and Smith, (or simply CDS heuristic), reduces the original problem with M machines in $(M-1)$ artificial FSP problems with two pseudo machines each. Thus, the artificial FSP can be solved by Johnson's algorithm. The pseudo machines processing times would result from the additive aggregation of the original machines processing times. The authors suggest solving $(M-1)$ problems with two pseudo machines that are made up of groups of machines as follows:

$$\begin{aligned}
 \text{Problem 1} &= \{\text{Machine 1}\}, & & \{\text{Machine } M\} \\
 \text{Problem 2} &= \{\text{Machines 1 and 2}\} & & \{\text{Machines } M-1 \text{ and } M\} \\
 &\dots & & \dots \\
 \text{Problem } M-1 &= \{\text{Machines 1, 2, ... and } M-1\}, & & \{\text{Machines 2, 3, ... and } M\}
 \end{aligned}$$

Lower bound measures for combinatorial problems of high complexity have also been object of research for other purposes. Several authors use measures of LB to evaluate the performance of their new algorithms comparing results obtained with those minimum values that can be effectively determined, i.e., the LB . In general, the evaluation of a LB measure is quite simple. The LB ensures that there will not be a solution under the given performance, thus providing a reference for comparing heuristics, and cut additional limits on the branch-and-bound search in mixed linear programming models (integer or binary).

Mastrolilli and Sveson (2009) defined a trivial LB measure: If D represents the size, (in terms of processing time), of the most time consuming job (dilation), and C denotes the time required to process all jobs in the most loaded machine (congestion), the LB for the system can be calculated as: $LB = \max[D, C]$. On the other hand, Askin and Standridge (1993) proposed an alternative LB measure: for each machine j a LB for the makespan can be given by the sum of: (1) total time of jobs on machine j ; (2) minimum of the sum of the processing times of each job on the machines upstream of machine j ; (3) minimum of the sum of the processing times of each job on the downstream machines of the machine j . Mathematically, this measure LB for each machine j is expressed as:

$$L_j = \min_i \left\{ \sum_{r=1}^{j-1} p_{ir} \right\} + \sum_{i=1}^N p_{ij} + \min_i \left\{ \sum_{r=j+1}^M p_{ir} \right\}$$

where: p_{ij} is the sum of processing and setup times of the job i in the machine j and L_j the estimation of makespan lower bound considering machine j . The lower bound of a shop of M machines is then defined by $LB = \max_{j=1, M} [L_j]$. Gharbi and Mahjoubi (2013) proposed variants for the makespan LB measure of FSP

with makespan minimization. Salmasi et al. (2011) proposed another LB measure for this problem by promoting a grouping of the jobs into small groups which are treated as independent jobs. The authors of these recent proposals for makespan LB measures plead for some advantages in reducing time when solving the mixed linear programming models, in the case such measures would be included in the formulation.

By the authors early performed simulations it was shown that the makespan LB measure suggested by Askin and Standridge provides, in approximately 93% of the simulated cases, stricter results, i.e., lower bounds with higher values when compared with those obtained with the LB measure proposed by Mastrolilli and Sveson. For this reason, the LB measure proposed by Askin and Standridge will be considered in this study.

3 Methodology

The methodology is based on the simulation of randomly generated FSPs. According Banks (1998), simulation is a technique of solution given by the analysis of a model that describes the behavior of a system using computer equipment. Simulation allows understanding the dynamics of a system and thus analyzes and predicts the effect of changes taking place on the simulated model. In this study, instances may vary by (a) number of jobs (N) being processed, (b) number of machines (M) available in the shop and, (c) job processing times. Figure 1 shows a flowchart of the methodological outline that was formulated to analyze the effects for one random generated instance.

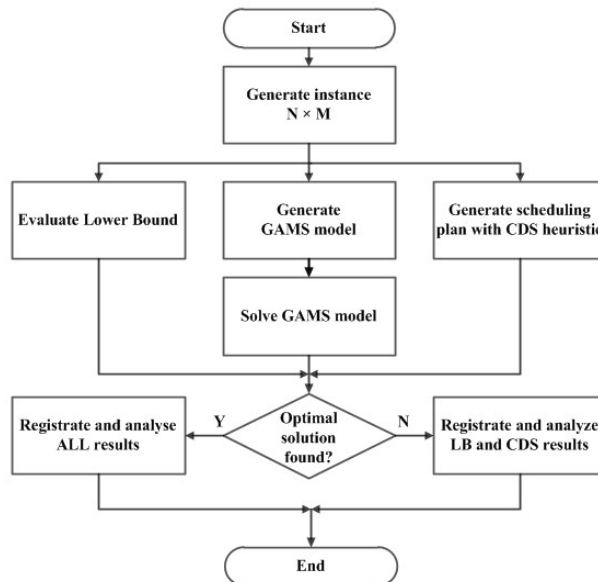


Figure 1 - Flowchart of methodological outline

For each instance with N jobs and M machines, makespan LB and makespan obtained with CDS heuristic were compared. Further, if an optimal solution for the mixed integer programming model could be found then its makespan was included in the analysis. The mixed integer programming model of the random instance was formulated after Gueret et al. (2000) using GAMS code. Simulations for the implementation of the CDS heuristic and LB evaluation were developed using Matlab.

4 Results and discussions

The performance was evaluated by varying the number of machines (M) of the shop, the number of jobs (N) and the probability distribution (uniform and exponential) of their processing times in the machines. For each configuration, 1,000 random instances were generated. The makespan LB as well as the makespan obtained by the scheduling generated by the heuristic CDS were evaluated for each instance. For the same FSP, mixed integer linear programming codes (in GAMS) were generated automatically in order to determine the optimal solution for each instance.

4.1 Lower bound and CDS heuristic comparison

Table 1 summarizes the average results obtained for the relationship between the makespan of plans evaluated with the heuristic CDS and the makespan LB for processing times following uniform and exponential distributions. Figures 2 and 3 allow the visualization of changes according to the number of jobs on a logarithmic scale for processing time following a uniform and exponential distribution, respectively.

Table 1 - Average ratio between CDS and LB for a selection of number of jobs (N) and machines (M) considering uniformly and exponentially distributed processing times

# jobs (N)	Uniformly distributed processing times				Exponentially distributed processing times			
	M=10	M=50	M=100	M=300	M=10	M=50	M=100	M=300
3	19%	14%	11%	7%	25%	21%	17%	11%
10	21%	27%	23%	15%	30%	45%	39%	26%
50	12%	36%	39%	33%	18%	59%	68%	59%
100	9%	32%	40%	40%	13%	53%	69%	72%
300	5%	22%	32%	44%	7%	36%	56%	80%
500	4%	17%	27%	43%	5%	29%	46%	77%
1000	2%	12%	20%	36%	4%	21%	34%	64%

Results show that keeping the same number of machines and increasing the number of jobs in the shop a higher relative discrepancy of the makespan value obtained with CDS heuristic and the corresponding makespan lower bound can be observed. The maximum discrepancy is reached when the number of jobs is identical to the number of machines in the shop. Considering uniform distributed processing times and 10 machines, for example, the maximum discrepancy of 21% occurs for 10 jobs. Similarly, for 50 machines this point occurs for 50 jobs with maximum discrepancy of 36%; for 100 machines it happens at 100 jobs with maximum discrepancy of 40% while for 300 machines the maximum at 300 jobs is observed with a maximum discrepancy of 44%. As shown in the Figure 2, increasing the number of jobs over the number of machines tends to decrease considerably the relative discrepancy.

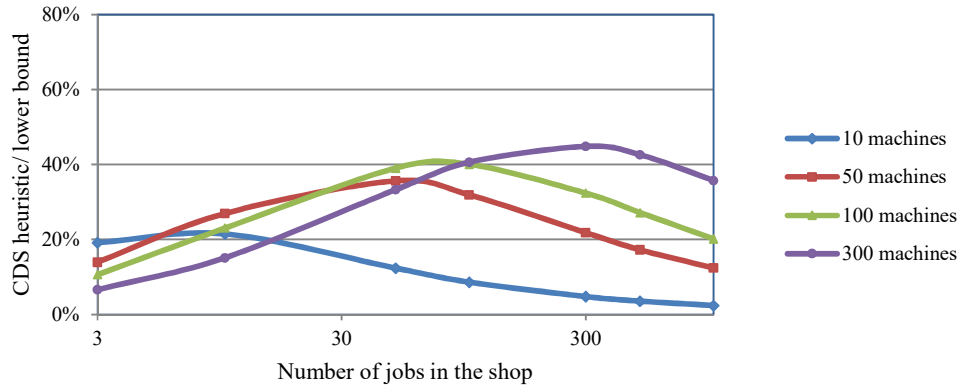


Figure 2 - Average ratios between CDS and *LB* with uniformly distributed processing times

A high idle manufacturing system can be observed in instances with number of jobs less than the number of machines. Inserting more jobs in a relatively idle system tends to increase the use of the machines and therefore a higher relative discrepancy of the CDS makespan and its corresponding *LB* can be observed. In instances with number of jobs higher than the number of machines, the number of possible scheduling solutions is higher. In this case, it should be possible to find a diminishing ratio to the increase in the number of jobs in the system, given that it will be possible to identify a job that has less processing time on the first machine and put it before other jobs to be processed or otherwise, if the processing time is shorter in the last machine.

Similar generated instances, but exponentially distributed processing times produced results shown in Figure 3. Analogously with the previous situation, the behavior of the ratios is similar but shows higher relative discrepancies than the former. The maximum point is also observed when $N=M$, but at a higher level than that obtained for the analysis, and lower dispersion obtained with uniformly distributed processing times.

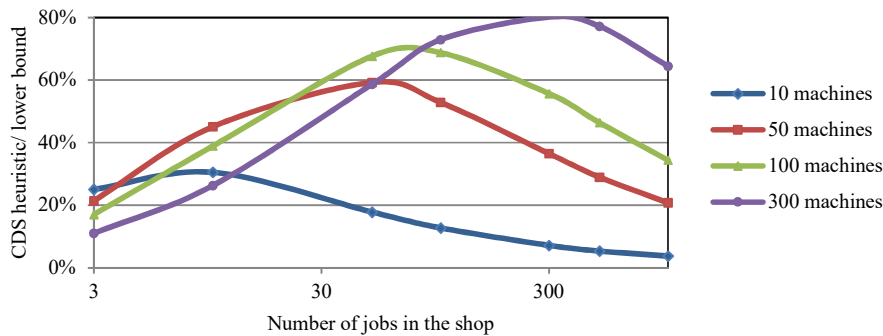


Figure 3 - Average ratios between CDS and *LB* for exponentially distributed processing times

Whilst for uniform distributed processing times 10 jobs in 10 machines provided average heuristic solution 21% higher than its *LB*, exponentially distributed processing times lead this gap to 30%. By comparing the graphics of Figures 2 and 3 it can be seen that the relative discrepancy is almost doubled for instances with 300 jobs and 300 machines (=80%), when comparing results obtained with exponentially distributed processing times and those obtained (=44%) for jobs with uniformly distributed processing times. Figure 4 shows the evolution of the average absolute makespan values obtained with the CDS heuristic and its corresponding makespan *LB* for a manufacturing system with 100 machines and progressive increase in the

number of jobs. It is obvious that increasing the number of jobs in system, the maximum makespan tends to increase. This increment is most strongly observed for a number of jobs less than the number of machines, as mentioned before. With the progressive increase in the number of jobs from 100 jobs ($N=M=100$), there is a relatively steady makespan growth evaluated with the CDS heuristic. The value of the LB also increases, but at a lower rate when compared to the heuristic solutions. However, with more jobs in the system and consequent increase in makespan, the ratio to makespan LB tends to decrease.

Problems with many jobs and many machines need more computation time to be solved. The total computational time for the execution of 1,000 instances was 9,181 seconds, or 2 hours and 33 minutes on a regular personal computer. It indicates that each instance needed about 9.2 seconds for the determination of a scheduling plan by using the CDS heuristic, the evaluation of the LB , and the compilation of results.

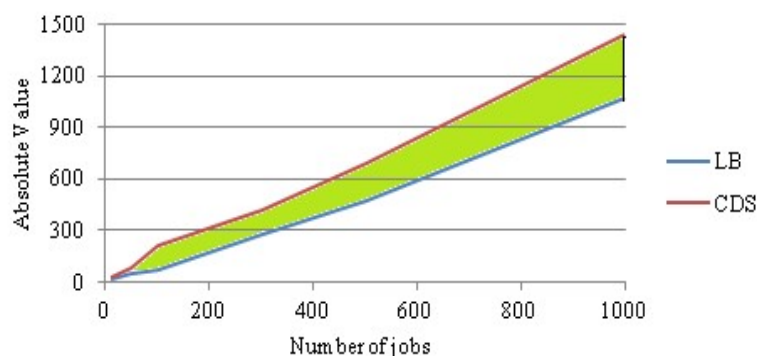


Figure 4 - Mean absolute values for the makespan LB and CDS heuristic obtained makespan considering exponentially distributed processing times ($M=100$).

4.2 Lower bound, CDS heuristic and optimal solution

To verify the feasibility of the MIP solver available, a program was developed using Matlab to generate instances that can be solved using a MIP model with GAMS. An automated batch system was also designed to process more than one MIP model in sequence without the need of user interaction. The results were compiled in a table and exported to Excel spreadsheet for further analysis. The limit for the simulation GAMS system time was set at 1,000 seconds. If the system did not find the optimal solution for an instance in this time interval, it abandons the current model and goes to search the optimal solution of the next generated instance.

Initially, 500 instances with 10 jobs and 10 machines were generated and processed in the time limit for the GAMS model. Instances with 10, 20, 40 and 50 jobs, 10 machines and random exponentially distributed processing times were generated and submitted to solve. Results are summarized in Table 2.

Table 2 - Comparison between optimal solution (MIP), LB , and CDS heuristic solution for different configurations

Problems	# instances generated	# of solved instances	Relative performance	
			CDS/LB	MIP/LB
10 jobs × 10 mach.	500	500	30%	21%
20 jobs × 10 mach.	200	92	24%	9%
40 jobs × 10 mach.	200	75	14%	1%
50 jobs × 10 mach.	120	44	14%	1%

For each configuration, the number of instances and number of optimal solved instances diverge with increasing number of jobs. All instances with 10 jobs and 10 machines were solved in the time limit of

1,000 seconds while for a FSP with 50 jobs and 10 machines, only 44 of 120 generated instances were solved. The relative performances of the heuristic CDS and MIP model with respect to its LB are presented in the same frame.

Obviously the optimal solution found for each case must lie between LB and CDS heuristic makespan solution. For problems with 10 jobs and 10 machines, the optimal solution was 21% higher of the LB, on average, while the heuristic solution remained above 30% of this same parameter. For problems involving a larger number of jobs, the optimal solution tends to the value of makespan LB. On average, MIP provided solutions that were only 0.89% above LB for problems with 50 jobs and 10 machines. In this case, the heuristic solution was, on average, 14% above LB. This indicates that, although the processing times follow an exponential distribution, the optimal solution is much “closer” to the LB than the CDS heuristic solution. For FSP with fewer jobs, the heuristic solution is “closer” to the optimal solution. It must be observed that this does not reflect the absolute makespan value of these instances but its relative discrepancies. For shops with many jobs or many machines, the discrepancy in absolute values may be high, although the relationship MIP/LB is probably very low.

As already mentioned, when the number of jobs tends to infinity, the relative discrepancy obtained by the CDS heuristic and its *LB* tends to decrease. Simulations show that for 1,000 jobs and 10 machines, the heuristic solution is only an average of 3% above the *LB*, but in this case, the optimal solution could not be evaluated due its complexity taking too much computational time. Since the difference between optimal makespan solution and its *LB* decreases by increasing the number of jobs - with its solution being always better than the CDS heuristic solution – it can be said that the optimal makespan solution will be proportionally very close to *LB* for problems with a large number of jobs.

5 Concluding remarks

FSP with makespan minimization can hardly be optimal solved when the number of jobs involved is considerably high. To undertake the remarkable variety and complexity of FSPs with large N and M machines ($M > 3$), several heuristics and optimization models have been developed throughout the past few decades. Lower bound measures have also been included in complex search algorithms to derive interesting solutions in acceptable time. Most of these procedures consider makespan minimization as natural criterion to generate scheduling plans. In this paper, a study on the relationship between the makespan obtained by applying the heuristic CDS and its corresponding *LB* for different manufacturing instances is presented. Additionally relations between these values and the makespan obtained from exact scheduling solutions were also included in the analysis.

Simulation results show that with the progressive increase of the number of jobs in the shop, the relative discrepancy of the makespan value obtained with the CDS heuristic tends to increase to the value of the respective makespan *LB* until the number of jobs is equal to the number of machines in manufacturing ($N=M$). Additional increments of jobs from $N=M$ lead to diminishing the relative discrepancy. On the other side, with more jobs in the shop higher makespan values are expected even if lower ratios between *LB* and CDS makespan are observed.

Additionally, further simulations analyses with lower number of jobs and machines were performed to the aim to identify how close the CDS heuristic and the *LB* would be situated from optimal makespan solution. Instances with 10, 20, 40 and 50 jobs and 10 machines were simulated and solved with a GAMS model. In terms of ratios, the values obtained for the relative makespan discrepancies were similar to those observed for the relationship between the values obtained with the CDS heuristic and its *LB*. Because the makespan value of optimal solution is always included between the makespan found by the heuristic and its *LB*, the value of the optimal solution tends to be closer the former with increasing number of jobs in the shop. Thus, it can be said that, in a shop with many machines and few jobs, the heuristic shows average results near

optimal solution while for shops with many jobs and few machines, the lower bound seems to be a good estimate for the optimal makespan.

References

1. Askin, R.G., and Standridge, C.R. *Modeling and Analysis of Manufacturing Systems*. John Wiley & Sons, 1993.
2. Banks, J. *Handbook of simulation: principles, methodology, advances, applications, and practice*. New York: John Wiley & Sons, 1998.
3. Campbell, H. G. Dudek, R. A., and Smith, M. L. A heuristic algorithm for the n job, m machine sequencing problem. *Management Science* 16:B630–B637, 1970.
4. Gharbi, A., and Mahjoubi, A. New lower bounds for flowshop scheduling. *International Journal of Humanities and Management Sciences* 1(1): 28-32, 2013.
5. Gueret, C., Prins, C., and Sevaux, M., *Applications of Optimization with Xpress-MP*, Translated and revised by Susanne Heipcke. Dash Optimization, 2000.
6. Gupta, J. N. D., and Stafford, E. F. Flowshop scheduling research after five decades. *European Journal of Operational Research* 169(3):699-711, 2006.
7. Johnson, S. M. Optimal two- and three-stage production schedules with setup times included. *Naval Research Logistics Quarterly* 1:61–68, 1954.
8. Mastrolilli, M., and Svensson, O. Improved bounds for flowshop scheduling. *International Colloquium on Automata, Languages and Programming (ICALP)*, pp. 677-688, 2009.
9. Morton, T. E., and Pentico, D. W. *Heuristic scheduling systems with applications to production systems and project management*. John Wiley & Sons Inc. New York, 1993.
10. Salmasi, N., Logendran, R., and Skandari, M. R. Makespan minimization of a flowshop sequence-dependent group scheduling problem. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 56:699–710, 2011.
11. Souza, E. C. Programação de tarefas em um flow-shop, *Tese de doutorado*, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Departamento de Engenharia Naval e Oceânica. São Paulo, 2009.
12. Taillard, E. Some efficient heuristic methods for the flowshop sequencing problem. *European Journal of Operational Research* 47:65-74, 1990.
13. Vallada, E., Ruiz, R., and Minella, G. Minimising total tardiness in the m-machine flowshop problem: A review and evaluation of heuristics and metaheuristics. *Computers & Operations Research* 35(4):1350-1373, 2008.
14. Zhu, Z., and Heady, R. B. Minimizing the sum of earliness and tardiness in multi-machine scheduling: a mixed integer programming approach. *Computer & Industrial Engineering* 38(2):297-305, 2000.

Uma Abordagem Lagrangeana para o Problema de Corte de Estoque

Rodrigo Rabello Golfeto

Departamento de Engenharia de Produção, Universidade Federal Fluminense
rodrigo.golfeto@gmail.com

Lidia Angulo Meza

Departamento de Engenharia de Produção, Universidade Federal Fluminense
lidiaangulomeza@id.uff.br

Luiz Leduino de Salles Neto

Instituto de Ciência e Tecnologia, Universidade Federal de São Paulo
luiz.leduino@gmail.com

Resumo

Nesse trabalho é proposta uma nova formulação matemática e uma heurística de solução para o Problema de Corte de Estoque Unidimensional Não-Linear, que visa permitir a aplicação da Relaxação Lagrangeana acoplada a um método de Geração de Colunas. Especificamente, a nova formulação permite trabalhar com os custos associados a minimização do número de objetos processados e o número de *setups* de forma explícita na função objetivo. O método proposto obtém soluções competitivas, em termos de qualidade, quando comparado a outros métodos descritos na literatura. Além disso, o ambiente escolhido para a construção do algoritmo visa permitir sua aplicação em indústrias e a fácil consideração de outros objetivos que sejam relevantes a casos práticos. Vale ainda notar que esse problema possui grande aplicabilidade prática e complexidade teórica, visto que pertence a classe de problemas NP-Difícil.

Keywords:

Problema de Corte de Estoque; Relaxação Lagrangeana; Otimização Combinatória.

1 Introdução

Este trabalho aborda os Problemas de Corte e Empacotamento (PCE), que estão presentes nos mais variados ramos de desenvolvimento tecnológico e científico. O primeiro trabalho publicado acerca deste problema foi realizado por Kantorovich [11] na década de 30 do século passado, publicado 30 anos mais tarde. Problemas de mesma natureza foram tratados por [4, 13, 15]. Algumas de suas aplicações industriais são: determinação dos planos de corte em indústrias de papel, vidro, aço e madeira; carregamento de veículos e contêineres; alocação de tarefas; otimização da estrutura de satélites artificiais; empacotamento de dados em redes de computadores.

Apesar de seu grande leque de aplicações e seu importante valor econômico, para a maior parte dos casos, não é conhecido um algoritmo de otimização que produza uma solução eficiente num tempo

de processamento computacional viável, ou seja, que encontre a solução ótima para o problema num tempo de processamento aceitável para fins práticos. Para ser mais exato, como demonstrado em [12], o PCE faz parte da classe de problemas NP-Difícil e conjecturasse que os problemas dessa classe não possam ser resolvidos em tempo polinomial [16].

Dentre as diversas classificações de PCE o interesse desta pesquisa está especificamente no estudo do Problema de Corte de Estoque Unidimensional. Esse problema consiste no corte em apenas uma dimensão (por exemplo, barras ou bobinas) de peças maiores em itens menores que após o corte são destinadas ao estoque. Especificamente esse trabalho objetiva estudar e propor um novo método que produza soluções competitivas, em termos de qualidade de solução, para o Problema de Corte de Estoque Unidimensional Não-Linear, onde são abordados dois objetivos conflitantes:

- Minimizar o número de objetos processados, isto é, minimizar o desperdício;
- Minimizar o número de *setups* da máquina de corte.

Em geral, os métodos propostos na literatura que minimizam simultaneamente o número de objetos processados e o número de *setups*, não permitem ao decisor manipular os custos relativos entre os objetivos. Na prática, isso inviabiliza a adoção de alguns métodos na indústria, visto que esses custos variam no dia a dia [2].

Dessa forma, a formulação proposta visa dar flexibilidade ao decisor, permitindo variações de custos relativos, e versatilidade, de tal maneira que seja possível adicionar novas restrições, muitas vezes relevantes indústria.

O método proposto usará um método de geração de colunas, tipicamente chamado de *branch-and-price* [1]. A aplicação desses algoritmos não é trivial, visto que em muitos casos as restrições que estão sendo relaxadas são complexas e os algoritmos possuem parâmetros heurísticos. Apesar de nas últimas décadas um elevado número de pesquisadores terem voltado seus esforços para esses métodos, ainda existem diversos problemas em aberto.

O artigo está organizado da seguinte forma: na seção 2 abordar-se no que consiste o problema de corte, seus principais tipos e classificações, as formulações matemáticas encontradas na literatura e uma breve revisão de algoritmos proposto para a solução do problema. Na seção 3 apresentamos o novo método proposto. Na seção 4 trata-se da construção computacional realizada e os resultados obtidos. Por fim, na seção 5, são realizadas as conclusões e traçadas perspectivas para trabalhos futuros.

2 O Problema de Corte

O Problema de Corte de Estoque Unidimensional, classificado como (1/V/I/R) e SSSCSP (*Single Stock Size Cutting Stock Problem*), é caracterizado, como o próprio nome sugere, pelo corte em apenas um sentido, ou seja, uma bobina mestre passa numa máquina que faz cortes em apenas uma dimensão. Mais especificamente, tem-se um número m de diferentes itens, cada um de largura w_i , que devem ser produzidos para atender cada uma das demandas d_i , a partir de uma bobina mestre de largura $W > w_i$ para todo i , através de cortes ao longo de seu comprimento.

Um problema que pode surgir em indústrias que possuem processos de corte em sua linha de produção são os *setups*. Ele ocorre sempre que um padrão de corte diferente do padrão atual precisa ser processado e o equipamento de corte necessita ser preparado para o novo padrão. Esse processo

tipicamente consome recursos de mão-de-obra especializada e diminui a capacidade de produção do equipamento, uma vez que ele deve permanecer parado durante todo o processo.

Matematicamente, o Problema de Corte para Minimizar o Número de Objetos Processados e o *Setup* (PCOPS) pode ser escrito na forma do modelo (1).

$$\text{PCOPS} \begin{cases} \text{Minimizar} & c_1 \sum_{j=1}^n x_j + c_2 \sum_{j=1}^n \delta(x_j) \\ \text{sujeito a} & \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq d_i, & i = 1, \dots, m. \\ & x_j \in N, & j = 1, \dots, n. \end{cases} \quad (1)$$

onde a é a matriz de padrões de corte; x_j é a variável de decisão e representa a frequência de processamento do padrão j ; c_1 é o custo de cada bobina; c_2 o custo de *setup*; δ é a variável binária dada por $\delta(x_j) = \begin{cases} 1 & \text{se } x_j > 0, \\ 0 & \text{se } x_j = 0. \end{cases}$

Pode-se notar que o modelo (1) possui em sua função objetivo dois termos, o primeiro para minimizar o número de objetos processados e o segundo para minimizar o número de *setups*. A relação entre esses objetivos é expressa através das constantes c_1 e c_2 , que são utilizadas para direcionar a solução final para algum objetivo em específico. Por exemplo, se o material utilizado no corte possuir um custo muito elevado, c_1 será muito maior que o custo c_2 . Vale observar ainda que os objetivos são conflitantes, ou seja, uma diminuição no número de *setups* implica num aumento do desperdício. Alguns trabalhos que utilizam exatamente a formulação (1) são: [10, 3, 14, 9, 17].

Apesar de outros métodos descritos na literatura utilizarem Relaxação Lagrangeana para abordar o PCOPS ([17]), ainda não são encontrados métodos exatos que considerem os custos c_1 e c_2 de forma explícita dentro do modelo proposto e que ainda permitam a adição de novas restrições. A heurística proposta nesse trabalho tem por objetivo cobrir esses dois pontos: (a) considerar os custos de forma explícita e (b) permitir a adição de novas restrições.

3 Novo método

O método simplex pode ser usado na resolução de problemas de corte de estoque. Entretanto, durante as interações do método Simplex, é preciso determinar uma nova coluna para entrar na base, em nosso caso um novo padrão de corte. Este problema torna-se impraticável devido ao grande número de colunas que devem ser investigadas. Para contornar esse problema pode-se utilizar o método proposto do Gilmore e Gomory [7, 8], que consiste numa técnica de Geração de Colunas bastante eficiente. Este procedimento consiste em gerar uma coluna k , isto é, um novo padrão de corte utilizando o critério de Dantzig, que procura a variável x_k com o menor custo relativo, o que sugere o subproblema (2).

$$(c_k - \pi^T a_k) = \min\{(c_j - \pi^T a_j), j = 1, \dots, n\} \quad (2)$$

onde π é o vetor multiplicador Simplex de uma determinada iteração.

A relaxação lagrangeana é baseada na observação de que muitos problemas de programação inteira são modelados através de um conjunto de restrições que se consideradas isoladamente tor-

nam o problema de fácil solução. As outras possíveis restrições seriam restrições complicadoras, tornando o problema de difícil solução. Para explorar esta observação, é viável criar um Problema Lagrangeano, no qual as restrições complicadoras são adicionadas à função objetivo através de um vetor de multiplicadores e em seguida eliminadas do conjunto total de restrições.

A abordagem proposta consiste em utilizar a Decomposição Lagrangeana para dividir o PCOPS em dois problemas distintos: (a) determinar as frequências em que cada padrão de corte deve ser processado e (b) encontrar os melhores padrões de corte. O processo funciona de forma iterativa, análoga ao processo de geração de colunas proposto por Gilmore e Gomory. Porém, agora serão utilizados os multiplicadores lagrangeanos para a construção dos novos padrões de corte.

Para tornar viável a aplicação da Decomposição Lagrangeana, será introduzida uma nova formulação para o problema, que busca manter de forma explícita os custos c_1 e c_2 na função objetivo. Posteriormente descreve-se o passo-a-passo do algoritmo e, por fim, é apresentado um exemplo prático da aplicação do procedimento.

O principal elemento de complexidade da formulação (1) é a função de *setup*. Para que seja possível utilizar o método de Decomposição Lagrangeana para resolver o problema é necessário remover essa restrição e seu termo da função objetivo.

Para tornar a formulação 1 viável para aplicação da Decomposição Langrageana foram necessários 2 passos:

- Trocar a variável de decisão $x_j \in N$ pela variável binária $y_j \in \{0, 1\}$; e
- Adicionar um parâmetro de frequência f_j que associa previamente o número de vezes que o padrão escolhido será processado.

Com isso, é possível escrever a formulação 3.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Minimizar} \quad c_1 \sum_{j=1}^n f_j y_j + c_2 \sum_{j=1}^n y_j \\ \text{sujeito a} \quad \sum_{j=1}^n a_{ij} f_j y_j \geq d_i, \quad i = 1, \dots, m. \\ \quad \quad \quad y_j \in \{0, 1\}, \quad j = 1, \dots, n. \end{array} \right. \quad (3)$$

onde

- y_j é a variável binária que define se o padrão j está sendo utilizado;
- f_j é a frequência associada ao padrão j .

Na formulação 3 foi removido o termo complicador δ da função objetivo. Porém, vale notar que a frequência de processamento de cada padrão de corte deixa de ser definida por uma variável e passa a ser um parâmetro associado a cada padrão de corte durante a construção do modelo, isto é, será necessário criar uma variável binária para cada frequência possível de cada padrão de corte.

Com isso, apresenta-se o Problema de Corte para Minimizar o Número de Objetos Processados e *Setup* Binário (PCOPSB) em 4.

$$\text{PCOPSB} \left\{ \begin{array}{l} \text{Minimizar} \quad c_1 \sum_{j=1}^n f_j y_j^k + c_2 \sum_{j=1}^n y_j^k \\ \text{sujeito a} \quad \sum_{j=1}^n a_{ij} f_j y_j^k \geq d_i, \quad i = 1, \dots, m. \\ \quad \quad \quad \sum_{k=1}^l y_j^k \leq 1, \quad j = 1, \dots, n. \\ \quad \quad \quad y_j^k \in \{0, 1\}, \quad k = 1, \dots, l. \end{array} \right. \quad (4)$$

onde

- y_j^k é a variável binária que define se o padrão j do tipo k está sendo utilizado;
- k é o índice que representa um padrão de corte;
- l o número total de padrões de cortes distintos.

A formulação 4 pode ser relaxada, adicionando-se o produto da restrição $\sum_{j=1}^n a_{ij} f_j y_j^k \geq d_i$ pelos multiplicadores u a função objetivo. Com isso, apresenta-se o Problema de Corte para Minimizar o Número de Objetos Processados e *Setup* Binário Relaxado (PCOPSBR) em 5.

$$\text{PCOPSBR} \left\{ \begin{array}{l} \text{Minimizar} \quad c_1 \sum_{j=1}^n f_j y_j^k + c_2 \sum_{j=1}^n y_j^k - u_j (d_i - \sum_{j=1}^n a_{ij} f_j y_j^k) \\ \text{sujeito a} \quad \sum_{k=1}^l y_j^k \leq 1, \quad i = 1, \dots, m. \\ \quad \quad \quad u_j \in \mathfrak{R}, \quad j = 1, \dots, n. \end{array} \right. \quad (5)$$

onde

- u_j é a variável que representa o multiplicador lagrangeano; e
- y_j^k é o valor obtido da resolução do PCOPSB (4).

Através da solução desse modelo, com o uso do método dos subgradientes, serão obtidos os valores aproximados dos multiplicadores lagrangeanos u , que correspondem a uma aproximação dos valores duais associados a cada item. Por fim, com base nesses valores, é possível resolver o problema da mochila para obter-se novos padrões de corte.

4 Implementação e experimentos computacionais

O algoritmo proposto foi implementado na linguagem de programação Java 1.8 e com o *solver* IBM ILOG CPLEX 12.61, utilizando-se uma licença acadêmica. Todos os testes de qualidade das soluções foram realizados num computador portátil com sistema operacional Windows 10, processador Intel Core i7 e 8Gb de memória RAM.

Os testes computacionais foram conduzidos com base num conjunto de problemas teste amplamente divulgado e utilizado por outros pesquisadores.

Através do gerador CUTGEN1 [6], 100 problemas para cada uma das 18 classes caracterizadas pelos diferentes valores para o limite inferior e superior do comprimento dos itens (v_1 e v_2 do CUTGEN1), demanda média ($DBar$ de CUTGEN1) e número de itens demandados (m de CUTGEN1). Mais especificamente: v_1 assumiu os valores 0,01 e 0,2; v_2 assumiu os valores 0,2 e 0,8; o número de itens requeridos foi fixado em 10, 20 ou 40; a demanda média dos itens foi 10 ou 100.

Os testes foram realizados sempre mantendo-se equivalente o custo de cada objeto processado em relação ao *setup*, ou seja, $c_1 = c_2$. Essa estratégia foi adotada pois, em geral, os métodos propostos na literatura não possuem os custos explícitos na função objetivo, dificultando a sua comparação.

A análise dos resultados será realizada em relação ao custo total para quando $c_1 = c_2$, tendo em vista os métodos descritos em [9]. Os valores estão compilados na Tabela 1.

Como pode ser observado, o método ILS apresentou melhores resultados em 11 das 18 classes analisadas, seguido pelo método NANLCP que apresenta melhor desempenho que os outros métodos em 4 classes e, por fim, o método HH possui o melhor resultado em 3 classes.

Classe	SHP	KOMBI	ILS	NANLCP	HH	Symbio	RL
1	18,12	14,89	14,67	17,85	14,87	15,68	15,96
2	122,41	118,06	116,17	124,38	117,35	121,28	118,68
3	30,29	28,02	27,50	29,17	27,13	31,70	28,39
4	232,64	230,19	225,80	231,07	226,30	246,52	228,27
5	53,76	53,71	53,27	53,00	50,62	67,06	52,61
6	444,40	450,15	441,58	444,13	438,20	503,02	441,48
7	64,68	58,11	56,54	59,00	59,35	57,94	60,29
8	525,52	509,48	507,19	495,82	511,85	519,01	514,91
9	125,73	108,70	105,78	116,57	113,13	110,30	114,92
10	1020,96	951,60	948,29	945,47	966,62	987,27	978,69
11	235,00	205,71	200,42	237,79	220,27	221,30	218,64
12	1910,30	1803,51	1796,40	1864,88	1880,65	1965,09	1862,50
13	79,35	72,24	70,54	73,08	73,13	72,51	74,36
14	653,40	642,44	637,93	647,77	643,77	655,39	645,11
15	154,06	136,31	133,79	135,06	140,18	141,05	142,75
16	1273,18	1211,71	1210,37	1183,51	1217,55	1271,37	1233,75
17	290,40	256,14	251,11	284,03	273,78	271,71	271,86
18	2419,77	2280,68	2280,51	2273,14	2306,20	2446,77	2335,55

Tabela 1: Custo total de cada método considerando-se $c_1 = c_2$

Na Tabela 2 é comparado o custo relativo das soluções obtidas pelos outros algoritmos em relação a RL, quando $c_1 = c_2$. A equação a seguir exemplifica como os valores percentuais foram encontrados, utilizando-se o método SHP como exemplo: $v_{Setups} = 100 \times \left(\frac{Setups_{RL} - Setups_{SHP}}{Setups_{SHP}} \right)$.

O melhor resultado da RL é quando comparada ao método SHP, onde ela possui melhores resultados em todas classes. Apresentando resultados relevantes também quando comparada aos métodos NANLCP e Symbio.

Em comparação aos métodos ILS, Kombi, HH, NANLCP e Symbio os resultados são melhores em, respectivamente, 2, 3, 11 e 12 classes. Como observado anteriormente, esses métodos possuem como característica grande potencial para a redução do número de *setups*, muitas vezes causando um aumento significativo no número de objetos processados. Além disso, um ponto importante

a ser observado, é que os tempos computacionais do método proposto são em geral ligeiramente maiores do que os apresentados pelos outros métodos. Para instâncias pequenas, como da Classe 1, o tempo necessário para a resolução dos problemas é de cerca de 5 minutos e para os problemas maiores, como o da Classe 18, o tempo de processamento é de cerca de 20 minutos.

Classe	SHP	KOMBI	ILS	NANLCP	HH	Symbio
1	-13,56%	6,68%	8,06%	-11,87%	6,81%	1,73%
2	-3,14%	0,53%	2,12%	-4,80%	1,12%	-2,19%
3	-6,71%	1,29%	3,12%	-2,76%	4,43%	-11,67%
4	-1,92%	-0,84%	1,08%	-1,23%	0,86%	-8,00%
5	-2,19%	-2,09%	-1,25%	-0,74%	3,78%	-27,47%
6	-0,66%	-1,96%	-0,02%	-0,60%	0,74%	-13,94%
7	-7,28%	3,62%	6,22%	2,14%	1,56%	3,90%
8	-2,06%	1,06%	1,50%	3,71%	0,59%	-0,80%
9	-9,41%	5,41%	7,95%	-1,44%	1,56%	4,02%
10	-4,32%	2,77%	3,11%	3,39%	1,23%	-0,88%
11	-7,48%	5,92%	8,33%	-8,76%	-0,74%	-1,22%
12	-2,57%	3,17%	3,55%	-0,13%	-0,97%	-5,51%
13	-6,71%	2,85%	5,14%	1,72%	1,65%	2,49%
14	-1,28%	0,41%	1,11%	-0,41%	0,21%	-1,59%
15	-7,93%	4,51%	6,27%	5,38%	1,80%	1,19%
16	-3,20%	1,79%	1,90%	4,07%	1,31%	-3,05%
17	-6,82%	5,78%	7,63%	-4,48%	-0,71%	0,06%
18	-3,61%	2,35%	2,36%	2,67%	1,26%	-4,76%

Tabela 2: Variação percentual do custo total de cada método quando comparado ao método proposto quando $c_1 = c_2$

5 Conclusões

Nesse trabalho foi apresentado um novo método de solução para o Problema de Corte de Estoque Unidimensional Não-Linear, com o objetivo de minimizar o número de objetos processados e minimizar o número de *setups*. Além de ser uma nova alternativa para aplicações em ambientes industriais, as principais lacunas que a nova proposta objetivou preencher foram:

- Apresentar um método onde os custos relativos a cada um dos objetivos fossem apresentados e utilizados de forma explícita na formulação do problema, tornando mais direta a parametrização do modelo por um decisor; e
- Permitir que novas restrições ou objetivos possam ser facilmente adicionados, fazendo com que o método possa ser facilmente adaptado, principalmente em aplicações industriais.

Além do novo método, outra importante contribuição desse trabalho reside na proposição de uma nova formulação para o Problema de Corte de Estoque Unidimensional Não-Linear, que viabiliza a aplicação da Decomposição Lagrangeana em conjunto com o Método de Geração de Colunas, deixando os custos relativos aos objetos processados e *setups* explícitos na função objetivo.

Referências

- [1] Barnhart, C., Johnson, E., Nemhauser, G., Savelsbergh, M., Vance, P. Branch-and-Price: Column Generation for Solving Huge Integer Programs *Operations Research*, vol. 46, Issue 3, 1998.
- [2] Diegel, A., Chetty, M., Van Schalwyk, S., Naidoo, S. Setup combining in the trimloss problem. Working paper 7th draft, Business Administration, University of Natal, Durban, 1996.
- [3] Diegel, A., Montocchio, E., Walters, E., Van Schalwyk, S., Naidoo, S. Setup minimising conditions in the trim loss problem *European Journal of Operational Research*, 95:631-640, 1996.
- [4] Eilon, S. Optimizing the shearing of steel bars *Journal of Mechanical Engineering Science*, vol. 2, 129p, 1960.
- [5] Foerster, H., Wascher, G. Simulated annealing for order spread minimization in sequencing cutting patterns. *European Journal of Operational Research*, 110:272-281, 1998.
- [6] Gau, T., Wascher, G. CUTGEN1: A Problem Generator for the Standard One-dimensional Cutting Stock Problem *European Journal of Operational Research*, vol. 84, 572p, 1995.
- [7] Gilmore, P. C., Gomory, R.E. A Linear Programming Approach to the Cutting Stock Problem *Operations Research*, vol. 9, 849p, 1961.
- [8] Gilmore, P. C., Gomory, R.E. A Linear Programming Approach to the Cutting Stock Problem *Operations Research*, vol. 11, 864p, 1963.
- [9] Golfeto, R. R., Moretti, A.C., Salles Neto, L.L. A Genetic Symbiotic Algorithm Applied To One-Dimensional Cutting Stock Problem *Revista Pesquisa Operacional*, 2009.
- [10] Jardim Campos, M.H., Maculan N. Optimization problems related to the cut of paper reels: A dual approach *Investigación Operativa*, 5(1): (April), 45-53, 1995.
- [11] Kantorovich, L. V. Mathematical Methods of Organizing and Planning Production *Management Science*, vol. 6, 366p, 1960.
- [12] Martello, S. and Toth, P. Knapsack Problems: Algorithms and Computer Implementations John Wiley & Sons, Inc., ISBN 0-471-92420-2, 1990.
- [13] Metzger, R. W. Stock Slitting *Elementary Mathematical Programming*, Wiley, 1958.
- [14] Moretti, A. C., Salles Neto, L. L. Nonlinear cutting stock problem model to minimize the number of different patterns and objects *Computational & Applied Mathematics*, 27, 61p, 2008.
- [15] Paull, A. E., Walter, J. R. The trim problem: an application of linear programming to the manufacture of news-print paper *Presented at Annual Meeting of Econometric Society*, Montreal, 10p, 1954.
- [16] Woeginger, G.J. Exact algorithms for NP-hard problems : A survey *Lecture Notes in Computer Science*. vol. 2570, ISSN (Print)0302-9743, 2003.
- [17] Valério de Carvalho Exact solutions of cutting stock problems using column generation and branch-and-bound *International Transactions in Operational Research*, 5, 35-44, 1998.

On minimizing saw cycles and raw material costs for the Cutting Stock Problem with variable processing times depending on cutting pattern setting

Felipe Kesrouani Lemos

Faculdade de Engenharia de Bauru, Universidade Estadual Paulista (UNESP)
felipekemos@gmail.com

Adriana Cristina Cherri

Faculdade de Ciências, Universidade Estadual Paulista (UNESP)
adriana@fc.unesp.br

Silvio Alexandre de Araujo

Instituto de Biociência, Universidade Estadual Paulista (UNESP)
saraujo@ibilce.unesp.br

Abstract

Machine utilization and productivity are concerns inherent in production processes in general and, particularly, in materials cutting. Some industrial processes allow simultaneous objects cutting, arising the trade-off between raw material waste and machine time cost. In this work, we propose a mathematical model that combines the standard objective of minimizing the number of rolls used with machine time fixed costs and stock costs; in a production environment in which processing times of cutting patterns are dependent of the number of items on it. A solution method is proposed using column generation. Computational results are presented for a real industrial instance.

Keywords: cutting and packing; cutting stock problem; saw cycles; machine utilization; column generation.

1 Introduction

Cutting and packing problems seek the assignment of small items on big objects respecting geometric constraints [7]. It is one of the most famous set of combinatorial optimization problems [6]. Particularly, Cutting Stock Problems (CSP) are related to a set of items with big demands, having a size homogeneity [20].

Once those problems are related with real industrial situations, there is a motivation for studying objectives and constraints that capture technological and entrepreneurial features of production, market and distribution [16].

This study, in particular, looks at cutting processes where several objects can be cut simultaneously, where productivity and machine utilization is affected by the decision of so called saw cycles

[17, 21]. This condition is observed in furniture [19], mechanic [15], textile [4, 3] and vulcanization [18] industries. Using full capacity of the machine is a common solution on industry [17], but it is equivalent to optimal only on high demand conditions [21]. Otherwise, productivity and raw material use can be conflicting [17], depending on its relative costs [15].

Approaches for the minimization of saw cycles problem consider equal processing times for different cutting patterns. This work takes into accounting different processing times for different cutting patterns, according to its configuration. Its objective is, therefore, approaching the problem of minimizing saw cycles, considering fix costs associated to machine usage and variable costs associated to stocking items; on production environments in which processing times depend on the cutting pattern setting.

2 Literature

Good machine utilization is a concern presented on literature for some decades, with setup minimization problems [1, 14] and minimization of the number of different cutting patterns [5, 22, 12, 2, 11]. However, the explicit enunciation of the saw cycles problem dates back to the 90ths [21]. Cutting machines, in particular, are used to become bottlenecks in high demand contexts [17], generating a trade-off between better utilization and raw material waste.

A saw cycle is defined as the processing time that includes setups and executing times of a set of cutting patterns simultaneously, condition that gains more relevance in high machine costs environments [21]. The problem is intrinsically related to cutting and packing problems, however, it can be found in lot production systems [9].

Mathematical formulations were proposed on literature, either by the representation of the amount of saw cycles of a given cutting pattern in a decision variable [19, 21, 10]; or by the discretization of the amount of objects cut simultaneously for a given cutting pattern in an index [15, 4, 8].

Since it is a hard solution problem and, therefore, with its optimization constrained to small instances, literature presents heuristic and metaheuristic approaches for the saw cycle minimization problem [17, 21, 8, 13].

However, most of approaches consider equal processing times for different cutting patterns, independent of the amount of items on it. This feature is true for some processes, as paper cutting; but it is not real for other cases, as the own saw, tool that gives the name to this problem.

3 Mathematical model

This section presents the proposed mathematical model for the Cutting Stock Problem integrated to the minimization of saw cycles, considering variable processing times. Therefore, cutting patterns with more items on them take more time to be cut.

Let I ($i \in I$, $i = 1, \dots, NI$) be a set of unidimensional items to be cut, with length l_i and demand b_i . Stocks are allowed until e_i units beyond b_i at an unitary cost ce_i . Let P ($p \in P$, $p = 1, \dots, NP$) be a set of cutting patterns of an object with length L with unlimited availability, at an unitary cost θ , with a_{ip} items i . Each cutting pattern contains γ_p items, which means, γ_p cuts are necessary to execute it. This parameter is proportional, therefore, to the cut machine occupancy.

The objective of this model is to meet the demand of I , without exceeding the maximum stock amount permitted, minimizing total cost: raw material use, machine time utilization and stocks generated. Let X_{pk} be a set of integer decision variables that represent the amount of patterns p cut with k objects simultaneously ($k \in K$, $k = 1, \dots, NK$). The maximum amount NK of objects is limited by the machine physical capacity. The model is presented in (1)-(4).

$$\min \quad \sum_{p=1}^{NP} \sum_{k=1}^{NK} X_{pk} (\theta k + \gamma_p) + \sum_{i=1}^{NI} ce_i \left(\left(\sum_{p=1}^{NP} \sum_{k=1}^{NK} a_{ip} X_{pk} k \right) - b_i \right) \quad (1)$$

$$\text{subject to:} \quad \sum_{p=1}^{NP} \sum_{k=1}^{NK} a_{ip} X_{pk} k \geq b_i, \quad i = 1, \dots, NI, \quad (2)$$

$$\sum_{p=1}^{NP} \sum_{k=1}^{NK} a_{ip} X_{pk} k \leq b_i + e_i, \quad i = 1, \dots, NI, \quad (3)$$

$$X_{pk} \in \mathbb{Z}^+, \quad p = 1, \dots, NP, \quad k = 1, \dots, NK. \quad (4)$$

The objective function (1) minimizes the total cost: (i) raw material, (ii) machine time fixed cost and (iii) stocks generated. Constraints (2) assure total demand is met for all items i , while (3) limits this amount produced to the maximum amount allowed. Finally, (4) defines the decision variable X_{pk} domain.

4 Solution method

Since the potential number of cutting patterns is huge in a real problem, a column generation method is proposed. The subproblem associated to the cutting pattern generation must minimize reduced costs associated to variables X_{pk} , until the best one is still positive.

Let π_i^1 be the dual values associated to constraints (1), π_i^2 the dual values associated to constraints (2), α_i the amount of items i in the pattern involved by the generated column and γ_p time to process the pattern. The objective associated to the problem is:

$$\overline{c_{pk}} = c_{pk} - \pi^T \mathbf{a}_{pk} \quad (5)$$

$$\overline{c_{pk}} = \theta \times k + \gamma_p + k \left(\sum_{i=1}^{NI} \alpha_i (ce_i - \pi_i^1 - \pi_i^2) \right) \quad (6)$$

In the sub-problem associated to the column generation of (7)-(15), the parameter M is a value big enough to assure the disjunction of constraint (9). The parameter st is the cost of setup of a saw cycle, while γ^{un} is the cost of each cut of a set of objects simultaneously on a cycle. Considering the decision variable FO_k as the value of (6) for each amount k of objects cut simultaneously; FO_{min} the smaller value founded for all the possible values of k ; and the binary variable W_k , which takes value 1 when the cutting pattern has its smaller value of FO_k with k , and 0 otherwise.

$$\begin{aligned}
\min \quad & FO_{min} & (7) \\
\text{subject to:} \quad & FO_k = \theta k + \gamma + k \sum_{i=1}^{NI} \alpha_i (ce_i - \pi_i^1 - \pi_i^2), & k = 1, \dots, NK, & (8) \\
& FO_{min} \geq FO_k - (1 - W_k)M, & k = 1, \dots, NK, & (9) \\
& \sum_{k=1}^{NK} W_k = 1 & (10) \\
& \sum_{i=1}^{NI} \alpha_i l_i \leq L & (11) \\
& \gamma = st + \sum_{i=1}^{NI} \alpha_i \gamma^{un} & (12) \\
& W_k \in \{0, 1\}, FO_k \in \mathbb{R}, & k = 1, \dots, NK, & (13) \\
& \alpha_i \in \mathbb{Z}^+, & i = 1, \dots, NI, & (14) \\
& FO_{min}, \gamma \in \mathbb{R}. & (15)
\end{aligned}$$

It is important to notice that, in this subproblem, each cutting pattern has a set of possible reduced costs, depending on the amount k of objects cut simultaneously. The column generation procedure ends only when the smaller reduced cost of a cutting pattern is positive. This is reflected on (7), in which the smaller relative cost among all possible k is minimized. This set is expressed on (8). Constraints (9) assure variable FO_{min} represents, indeed, the smaller value of FO_k , choosing one, and only one through (10). In (11) the limits of the object is respected. The fixed cost associated to machine time (γ) is defined in (12), being the sum of the setup time and the unitary cost for each cut necessary to perform it. In (13)-(15) the domain of decision variables is defined.

Since FO_k is a linear function of k , FO_{min} will always be equal either to FO_1 or FO_{NK} in this problem structure. Also, FO_{min} is certainly positive when $FO_{min} = FO_1$. Hence, a simplified version of the subproblem is presented in (16)-(20), considering the minimization of the relative cost when $k = NK$. The objective function and constraints remain analogous to (7)-(15).

$$\begin{aligned}
\min \quad & \theta \cdot NK + \gamma + NK \sum_{i=1}^{NI} \alpha_i (ce_i - \pi_i^1 - \pi_i^2) & (16) \\
\text{subject to:} \quad & \sum_{i=1}^{NI} \alpha_i l_i \leq L & (17) \\
& \gamma = st + \sum_{i=1}^{NI} \alpha_i \gamma^{un} & (18) \\
& \alpha_i \in \mathbb{Z}^+, & i = 1, \dots, NI, & (19) \\
& \gamma \in \mathbb{R}^+. & (20)
\end{aligned}$$

5 Computational results

This section presents computational results obtained with the solution method proposed on a real instance, based on a metal-mechanic factory that manufactures components for rural tractors. The results are compared with the approach of shop-floor. Experiments were run on a 8 Gb RAM computer with i7 processor, using CPLEX as solver and OPL language for programming.

The steel pipes cut have a 5/4" diameter and they follow for a machining process then. These objects have 6.000 mm length and up to 7 units can be cut in together on the same cycle. This factory has products in its portfolio that are classified in "make-to-order", "make-to-stock with high demand" and "make-to-stock with low demand". The first ones have forbidden stocks ($e_i = 0$), while the other two have a certain flexibility, bigger on the higher demands, where the stock costs are also lower.

Demand and lengths of the 25 items to be cut were collected directly with project area, as well as stock costs with the financial area. Each unit of the objects has a cost of \$ 122.78. The machine fixed cost was estimated using outsourcing services fees (\$ 385.20 per hour), resulting on an unitary cost of cutting of \$ 2.14 (considering a 20 seconds time per cut). Setup time was estimated 10 times this value (2.5 minutes), according to data collected. Therefore, $st = \$ 21.40$.

Data was submitted to model (1)-(4), using the column generation method in (7)-(15). The columns were generated while relative costs of negative and, finally, after this process, columns generated were used to execute the integer version of the model, limiting processing time to 10 minutes.

The solution obtained presented a 666 cycles plan, using 4,662 objects (98.46% of full capacity of the machine, with 7 objects in all cycles). In this solution, 3 cycles had only 1 object, 3 cycles had 2 objects, 4 cycles had 4 objects, 5 cycles had 5 objects, 17 cycles had 6 objects and 634 cycles were complete (7 objects). It represents a total of 16,664 time units (11.6 shifts). For a 68,840 units demand among all 25 items, only 1.272 stock units were produced. Not considering them, raw material usage was 96.60%, while with them it is 98.21%. Total solution cost is \$ 597,519.00, which represents a gap of 0.2% over the relaxed solution of the problem (lower bound).

To establish a parallel with the factory *modus operandi*, it was made an interview with the area workers and their reasoning was simulated computationally. According to them, the logic step for the cycles produced follows: (i) items are ordered from the greater demands to the lower ones; (ii), for each item, an homogeneous pattern is cut, eventually completed with the biggest one not produced; (iii) all patterns are run in full cycles (7 objects) until demand is met or overcome. Adjusts are made on shop-floor, nevertheless the comparison is reasonable once the discipline to accomplish these steps is equally unlikely and subjected to failures.

Using these steps, the solution presented a 659 cycles plan, using 4,613 objects (100% of full capacity, by definition of the procedure). It represents a total of 16,610 time units for the problem (11.5 shifts). For the same 68,840 units demand, 1,300 units of surplus items were produced, 430 of those being items "make-to-order". Not considering stock items, the raw material use is 97.63%. Considering them, this figure grows to 99.41%. The false efficiency impression on shop-floor comes from this low amount of wastes, however most of the losses are in the shape of stock items. Total cost, in this case, is \$ 615,516.08.

Besides costs gains, intangible ones can be listed: less material movements, easier identification and stock utilization and less invested capital in raw materials (with doubts in its usage). Besides, a modest computational effort (10 minutes) was used, being possibly shorter than time spent by a

human being organizing the procedure described.

6 Conclusions and perspectives

The objective of this paper was to explore the integration of the unidimensional Cutting Stock Problem with the minimization of saw cycles. An integer model was proposed, using column generation as solution method. It has been submitted to an industrial instance, in order to prove potential gains on this integration for real cases. This study contributed to literature once it considers dependent processing times, according to the number of items on a cutting pattern, which is suitable for many industrial processes. Besides, it considers maximum limits for the stock generation and costs associated to them.

Future works can explore random generated instances in order to verify the impact of parameters on the difficulty of the problem and solution behavior.

References

- [1] Ali Allahverdi, Jatinder N D Gupta, and Tariq Aldowaisan. A review of scheduling research involving setup considerations. *Omega*, 27(2):219–239, 1999.
- [2] Cláudio Alves, Rita Macedo, and José Valério de Carvalho. New lower bounds based on column generation and constraint programming for the pattern minimization problem. *Computers & Operations Research*, 36(11):2944–2954, 2009.
- [3] Zeger Degraeve, Willy Gochet, and Raf Jans. Alternative formulations for a layout problem in the fashion industry. *European Journal of Operational Research*, 143(1):80–93, 2002.
- [4] Zeger Degraeve and Martina Vandebroek. A mixed integer programming model for solving a layout problem in the fashion industry. *Management Science*, 44(3):301–310, 1998.
- [5] Adolf Diegel, Garth Miller, Edouard Montocchio, Sias van Schalkwyk, and Olaf Diegel. Enforcing minimum run length in the cutting stock problem. *European journal of operational research*, 171(2):708–721, 2006.
- [6] Meghdad H. M. A. Jahromi, Reza Tavakkoli-Moghaddam, Ahmad Makui, and Abbas Shamsi. Solving an one-dimensional cutting stock problem by simulated annealing and tabu search. *Journal of Industrial Engineering International*, 8(1):24, 2012.
- [7] Igor Kierkosz and Maciej Luczak. A hybrid evolutionary algorithm for the two-dimensional packing problem. *Central European Journal of Operations Research*, 22(4):729–753, 2014.
- [8] Enrico Malaguti, Rosa Medina Durán, and Paolo Toth. Approaches to real world two-dimensional cutting problems. *Omega*, 47:99–115, 2014.
- [9] S Zamiri Marvizadeh and F F Choobineh. Reducing the number of setups for cnc punch presses. *Omega*, 41(2):226–235, 2013.
- [10] Gislaïne M. Melega. Problema integrado de dimensionamento de lotes e corte de estoque com restrição de ciclos de serra. *Blucher Mathematical Proceedings*, 1(1):620–625, 2015.

- [11] Azadeh Mobasher and Ali Ekici. Solution approaches for the cutting stock problem with setup cost. *Computers & Operations Research*, 40(1):225–235, 2013.
- [12] Antonio Carlos Moretti and Luiz Leduino de Salles Neto. Nonlinear cutting stock problem model to minimize the number of different patterns and objects. *Computational & Applied Mathematics*, 27(1):61–78, 2008.
- [13] Gabriela P Mosquera and Socorro Rangel. Redução de ciclos da serra no problema de corte de estoque bidimensional na indústria de móveis. In *Anais do XXX Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional*, Florianópolis, 2007. Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional (CNMAC).
- [14] Quan-Ke Pan and Rubén Ruiz. An estimation of distribution algorithm for lot-streaming flow shop problems with setup times. *Omega*, 40(2):166–180, 2012.
- [15] Guilherme Simões, Felipe Kesrouani Lemos, Adriana Cristina Cherri, and Silvio Alexandre Araújo. Otimização do processo de corte unidimensional com objetivo de minimizar custos de matérias-primas e utilização de máquina. In *Anais do Encontro Regional de Matemática Aplicada e Computacional - ERMAC 2017*, Bauru, 2017. Encontro Regional de Matemática Aplicada e Computacional.
- [16] Luka Tomat and Mirko Gradišar. One-dimensional stock cutting: optimization of usable leftovers in consecutive orders. *Central European Journal of Operations Research*, 25(2):473–489, 2017.
- [17] Alyne Toscano, Socorro Rangel, and Horacio Hideki Yanasse. A heuristic approach to minimize the number of saw cycles in small-scale furniture factories. *Annals of Operations Research*, 258(2):719–746, 2017.
- [18] Federico Trigos and Eduardo Manuel Lopez. A vulcanising decision planning as a particular one-dimensional cutting stock problem with limited part-related tooling in make-to-order industrial environments. *International Journal of Production Research*, 55(10):2881–2896, 2017.
- [19] Matheus Vanzela, Gislaine Mara Melega, Socorro Rangel, and Silvio Alexandre de Araujo. The integrated lot sizing and cutting stock problem with saw cycle constraints applied to furniture production. *Computers & Operations Research*, 79:148–160, 2017.
- [20] Gerhard Wäscher, Heike Haußner, and Holger Schumann. An improved typology of cutting and packing problems. *European Journal of Operational Research*, 183(3):1109–1130, 2007.
- [21] H H Yanasse. A note on the minimization of the number of cutting cycles problem. In *Livro de resumos do XI Simpósio de Pesquisa Operacional e Logística da Marinha - SPOLM*, Rio de Janeiro, 2008. Simpósio de Pesquisa Operacional e Logística da Marinha. Publicado em CD, ISSN 1806-3632, file 012.
- [22] Horacio Hideki Yanasse and Marcelo Saraiva Limeira. A hybrid heuristic to reduce the number of different patterns in cutting stock problems. *Computers & Operations Research*, 33(9):2744–2756, 2006.

Propuesta de ubicación, cantidad y ruta óptima para la movilización dentro de un campus universitario mediante un modelo de flujo de redes y teoría de colas

Diego N. Kawanishi Ramos

Pontificia Universidad Católica del Perú
diego.kawanishi@pucp.pe

Sandra L. Flores Lezama

Pontificia Universidad Católica del Perú
a20140499@pucp.pe

Bradith A. Zevallos Murillo

Pontificia Universidad Católica del Perú
a20141369@pucp.pe

Jonatán E. Rojas Polo

Pontificia Universidad Católica del Perú
jrojasp@pucp.pe

Resumen

Esta investigación se realiza en un campus universitario, que actualmente encabeza la lista de rankings de universidades a nivel nacional. Este campus está ubicado en el distrito de San Miguel. Uno de los objetivos de los estudiantes es llegar a tiempo a clases, desde su casa al aula o desde los pabellones en donde se encuentren; por lo cual los estudiantes tienen la necesidad de seguir una ruta que minimice el tiempo de llegada desde el punto de partida hasta su destino. Un caso muy frecuente es cuando el alumno tiene clases o evaluaciones a más de 600 metros, y la situación más crítica se da cuando son actividades continuas, con poca disponibilidad de tiempo para desplazarse. Es por ello que se propone un modelo optimización de redes; el cual mediante con data de densidad poblacional del alumnado (por escuelas profesionales y por sitios) y los lugares con mayor recurrencia, permita identificar las zonas estratégicas de paraderos, la capacidad óptima de cada uno de ellos (mediante análisis de teoría de colas) y las rutas que toman menor tiempo de conexión entre los paraderos de bicicletas, lo cual reducirá el tiempo de desplazamiento en un 60%. Por otro lado, se busca reducir los niveles de estrés académico en los estudiantes, como lo menciona BMJ Journals, la reducción del estrés puede ser una consecuencia importante del uso rutinario de la bicicleta.

***Palabras claves:** Paraderos de bicicletas, optimización de redes para bicicletas en un campus universitario, teoría de colas en el número de bicicletas.*

1. Introducción

El campus universitario posee más de 36 hectáreas de área total [1], tal área de infraestructura evidencia la necesidad de parte de los alumnos de desplazarse dentro de las instalaciones, así como del ingreso en las distintas puertas hacia la unidad académica de interés, la cual demanda una cantidad de tiempo significativa. De una manera similar, es la problemática cuando un estudiante necesita trasladarse de un pabellón al otro o a dirigirse hacia las bibliotecas.

La cantidad de hectáreas que posee, hace considerar la posibilidad de implementar un servicio de desplazamiento, el cual consiste en utilizar bicicletas dentro del campus universitario con la finalidad de que el alumno pueda trasladarse en menor tiempo, y también reducir su nivel de estrés por el ejercicio físico que estaría desarrollando. Para ello, se necesita analizar el número óptimo de bicicletas a requerir según el nivel de demandas, y luego asignar la cantidad de bicicletas y paraderos de bicicletas necesarias para el desplazamiento desde un pabellón hacia otro pabellón, lo cual

impactará en la reducción de las tasas de tardanzas de los alumnos por la distribución del horario de clases, además de que servirá para realizar un poco de actividad motora dentro de la saturada vida del estudiante universitario.

Dentro de los factores para poder implementar este servicio se destacó los casos de los alumnos de los primeros ciclos de las diferentes carreras profesionales, entre ellas tenemos las carreras de ciencias y estudio generales de ciencias, puesto que dentro de su malla curricular indica de que deben llevar cursos en la unidad de letras, estudio generales de letras, para lo cual significa movilizarse entre puntos casi opuestos ; además de que gran cantidad del alumnado ingresa por la puerta ubicada en la calle Urubamba, los cuales necesitan trasladarse a facultades como Derecho, estudios generales de letras o Artes, los cuales se encuentran en el otro extremo del campus universitario. Por lo mencionado anteriormente, es que surge la necesidad de implementar un sistema de movilización eco-amigable como son las bicicletas, además de analizar la cantidad de bicicletas, la ubicación de las estaciones considerando la densidad del alumnado por unidad académica y las rutas de conexión que tomen el menor tiempo posible para conectar las estaciones planteadas.

2. Marco teórico

En este punto se mostrará los conceptos básicos que han sido pilares para el desarrollo de esta investigación.

2.1. Algoritmo de Dijkstra

El algoritmo de Dijkstra se usa para determinar las rutas más cortas entre los nodos de origen y todos los demás nodos de la red [2, 3]. No obstante, el algoritmo propuesto por E. Dijkstra [4], quien analiza dos tipos de problemas usuales:

- Problema 1.- Construir el árbol de la longitud total mínima entre los n nodos de la red.
- Problema 2.- Encontrar el camino de la longitud total mínima entre dos nodos de interés dado P y Q.

Para empezar el algoritmo, se coloca a todos los nodos en el conjunto C y se transfiere el nodo P al conjunto A y luego se realiza los siguientes pasos:

Paso 1. Tener en cuenta todos los arcos r que conectan los nodos que son transferidos de un conjunto A con los nodos R, a los conjuntos de B o C. Si el nodo R pertenece al conjunto B, se analiza si el uso del arco r brinda una ruta más corta entre P y R que la ruta correspondiente al conjunto A. Si esto no es así, el arco r se rechaza. Caso contrario, si el uso del arco r resulta hasta ahora la ruta más corta entre P y R, que sustituye el arco correspondiente del conjunto A, se actualiza dicho arco en nuestro conjunto solución.

Paso 2. Cada nodo en el conjunto B se puede conectar con el nodo P de una sola manera. En este sentido, cada nodo del conjunto B tiene una distancia desde el nodo P; el nodo con distancia mínima de P es transferido del conjunto B al conjunto A. Luego, se vuelve al paso 1 y se repite el proceso hasta que el nodo Q se transfiere al conjunto A. Observa la figura 1 donde muestra la ruta más corta de transporte desde el nodo 1 hacia el nodo 6.

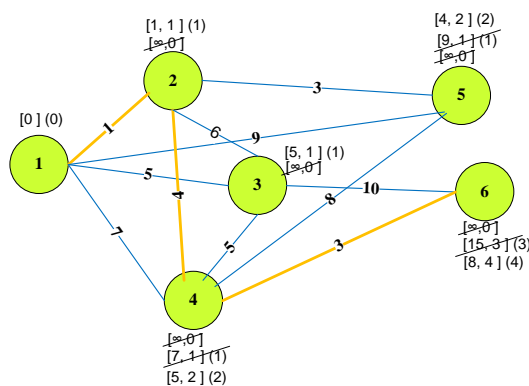


Figura 1 - Iteraciones de la solución de la ruta más corta
Fuente: Rojas, J (2011) [5]

2.2. Teoría o sistema de Colas

Se trata del uso de modelos matemáticos para poder describir sistemas de líneas de esperas. Uno de los objetivos es poder encontrar un estado estable para poder determinar la capacidad del sistema o del servicio, con lo cual se garantiza que los costos sean los óptimos según los requerimientos del sistema [6]. Dentro de los procesos de colas se tiene la participación de dos entidades denominadas Clientes y Servidores. En la Figura 2 se observa el sistema de llegadas (llegadas de los clientes) y servicios (Servidores) en donde se puede ver la interacción de ambas entidades, además de que se puede observar que en la mayor parte de los casos se puede transitar de un servicio a otro.

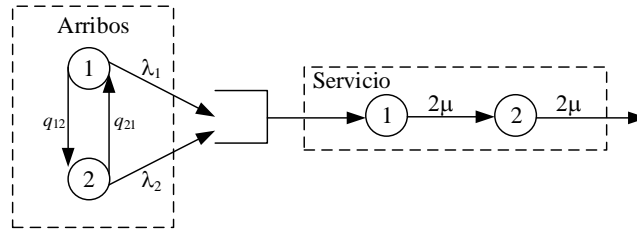


Figura 2 - Sistema de llegadas

Fuente: Takahashi, Y., Yue, W., Nguyen, V.-H (2016) [7]

Teniendo en cuenta la premisa anterior será necesario definir los siguientes parámetros para trabajar el sistema de colas [2]:

- Tasa de llegada de los clientes (λ), La capacidad de la cola, La disciplina de la cola.
- Tiempo de servicio (μ), Número de servidores (S), Fases del sistema (K_f).

2.3. Cadenas Cerradas de Jackson

Según Cao (2002), una cadena o red cerrada de Jackson es una red de colas cerrada (caso en el que la población no puede entrar ni salir del sistema, y viajan indefinidamente dentro de esta por un determinado tiempo) la cual cuenta con K estaciones o nodos, $i = 1, 2, 3, \dots, K$ y cada nodo cuenta con S_i servidores, los cuales cuentan con un tiempo de servicio que se distribuye exponencialmente con parámetro μ_i ; es relevante notar que el tamaño de la población N permanece constante en el tiempo, debido a la condición de cadena cerrada. Por lo tanto es necesario determinar la probabilidad de que haya n_i clientes en el nodo $i = 1, 2, 3, \dots, K$, lo cual se representa mediante $p_{n1}, p_{n2}, p_{n3}, \dots, p_{nk}$. A continuación, se detallará la fórmula para la probabilidad de \mathbf{n} personas en cada estación i dentro de una cadena cerrada [6].

$$p_{n_1, n_2, n_3, \dots, n_k} = \frac{1}{G(N)} \prod_{i=1}^k \frac{\rho_i^{n_i}}{a_i(n_i)}$$

donde:

$$a_i(n) = \begin{cases} n! & \text{si } n \leq S_i \\ S_i! S_i^{n-S_i} & \text{si } n \geq S_i \end{cases}$$

$$G(N) = \sum_{n_1 + \dots + n_k = N} \prod_{i=1}^k \frac{\rho_i^{n_i}}{a_i(n_i)}$$

y sabemos que la tasa de utilización dentro de un sistema de colas es $\rho_i = \lambda_i / \mu_i$

Finalmente se calcula las tasas efectivas de llegadas a cada estación de servicio mediante la siguiente formula:

$$\lambda_j = \sum_{i=1}^k \lambda_i p_{ij} \text{ para } j = 1, 2, \dots, k$$

Para las tasas efectivas de llegadas a cada estación se obtiene mediante el teorema de Jackson, donde las tasas de llegada desde afuera son iguales a cero, $\lambda_j = 0$ [6].


3. Situación actual:

En la actualidad se vive a nivel mundial una macrotendencia a favor del cuidado del medio ambiente y la sostenibilidad ambiental, en aras de reducir las toneladas de emisiones de gases de efecto invernadero por el uso indiscriminado de combustibles fósiles, las bicicletas se presentan como un gran aliado, en países como Holanda, llamado por algunos medios de comunicación como: “Paraíso de las bicicletas”, en Amsterdam hay aproximadamente 400000 bicicletas para sus 500000 habitantes, y es el medio de transporte más rápido para rutas cortas, en esta ciudad se puede alquilar bicicletas en un rango de costo entre el 9 a 15 euros al día [8]. En Londres, La British Broadcasting Corporation indica que en Londres cada vez se incrementa el número de ciclistas en la ciudad [9]; en Latinoamérica, en México el estado incentiva cada vez más el uso de este medio de transporte [10]. Por otro lado, otra tendencia actual es el cuidado de nuestra salud, cada vez las personas realizan más actividad física [11], donde las bicicletas juegan un importante papel.

En el Perú actualmente existen servicios de bicicletas implementados por ciertas municipalidades, básicamente en la capital del país, por ejemplo, la municipalidad de San Isidro, con el propósito de iniciar las bases de una ciudad sostenible tiene un sistema de bicicletas públicas, el cual cuenta con 500 unidades y 50 estaciones (paraderos), siendo este sistema operado por la empresa Consorcio Marfina – Smoove. Por otro lado, en la Av. Salaverry, se puede alquilar y hacer uso de bicicletas, además en este distrito se realizan diversas actividades para incentivar el uso de bicicletas en la población, tal es el caso de la campaña “Chapa tu Bici” [12]. Por otro lado, la municipalidad de Miraflores pondrá en marcha un proyecto similar, el cual empezó a mediados del año 2018 [13]. La municipalidad de Jesús María anunció que implementará más ciclovías. Otros Municipios también se están sumando y tienen proyectos relacionados al uso de este medio de transporte. El campus universitario en estudio no es ajeno a esta tendencia, durante los años 2014 a 2015 se implementó un sistema inicial de colocar bicicletas dentro del campus para el traslado de los alumnos, no obstante, tuvo algunas falencias por lo cual se suspendió temporalmente dicha iniciativa. La Población de esta universidad al año 2017, tiene caracterización de alumnos por facultad que se muestra en la Tabla 1, de los cuales se identificará cuántos de ellos emplearán bicicleta propia y cuántos de ellos requerirán el servicio de bicicletas [14].

Tabla 1 – Caracterización de la población de la universidad por tipo de facultad [14].

FACULTAD	NODO	Número de estudiantes
EEGGCC – Estudio generales de ciencias	31	4496
EEGGLL – Estudio generales de letras	7	4468
Facultad de arquitectura y urbanismo	37	868
Facultad de arte y diseño	4	685
Facultad de artes escénicas	5	643
Facultad de ciencias contables	33	210
Facultad de ciencias e ingeniería	46	4153
Facultad de ciencias sociales	36	829
Facultad de ciencias y artes de la comunicación	12	1022
Facultad de derecho	26	1607
Facultad de educación	14	562
Facultad de gestión y alta dirección	22	1371
Facultad de letras y ciencias humanas	9	335
Facultad de psicología	9	708
TOTAL, al 2017-2		21957



Como podemos observar en la Tabla 1, la mayor parte de la población está conformada por los alumnos pertenecientes a EEGGCC – estudios generales de ciencias, EEGGLL – estudios generales de letras, y Ciencias e Ingeniería, siendo el motivo que en estudios generales contempla la primera instancia universitaria de los alumnos de distintas carreras profesionales. El campus de la universidad cuenta con 10 estacionamientos de bicicletas colocados en puntos estratégicos. En el 2014 este campus implementó un servicio de bicicletas el cual solo era para desplazamiento interno por el campus. Las estaciones estaban distribuidas como se muestra en la Figura 3 [15].



Figura 3 - Mapa Bicipucp

Fuente: Pontificia Universidad Católica del Perú [15]

Como se puede observar en la Figura 3, una gran limitante del proyecto es la ruta habilitada para el tránsito de bicicletas, ya que implica bordear el campus para movilizarse entre las distintas facultades, situación que no ahorra tiempo, el cual incrementa el tiempo de transporte; además el número de bicicletas disponibles por estación es reducido, incluso algunas estaciones no tenían disponibles unidades de bicicletas. Adicionalmente, se observó la baja concientización por parte de los alumnos hacia el programa, es decir, algunos alumnos usaban las bicicletas como un medio recreacional para los tiempos muertos entre clases, aumentando el deterioro de las bicicletas, que determinó el retiro del programa BICIPUCP.

4. Elaboración de la propuesta de mejora

Se inició realizando la caracterización por cada sector de la población universitaria, para ello definiremos las siguientes variables:

X_i : Conjunto de individuos X pertenecientes a la facultad i , siendo $i = 1, 2, \dots, 14$.

P_j : Características a evaluar de cada grupo, $j = A, B, \dots, K$ (asignadas una letra a cada una).

Tabla 2 – Características del grupo

Tipo	Lugar y código	
1. Clase en la facultad a la que pertenece (Ciencias, Letras, Humanidades, Artes).	A	
2. Lugar de estudio.	CIA = B	Biblioteca central = C
	Biblioteca de Humanidades = D	Comedores = E
3. Lugares de ingreso al campus.	Puerta Principal = F	Riva Agüero = G
	Puerta Urubamba = H	Puerta 8 = I
4. Lugares recreacionales, Almuerzo.	Polideportivo = J	Tinkuy = K

Luego de haber identificado las estaciones de bicicletas procedemos a detallar la propuesta de investigación, en la Figura 4 se esquematiza los pasos a seguir.

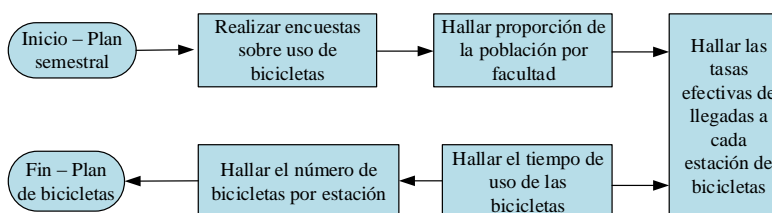


Figura 4 – Propuesta de mejora

Encuestas

Las encuestas han sido desarrolladas p durante el semestre académico 2018-1 con un total de muestra de 180. En la tabla 3 se observa los lugares solicitados por los alumnos para las ubicaciones de las estaciones de BICIPUCP en el campus.

Tabla 3 – Puntos que contienen estaciones de bicicletas

Resultados de Ubicación	Puerta Principal	Puerta Urubamba	EEGGCC - Estudios generales de ciencias	Polideportivo	Pabellón H y Z
	Pabellón A	Artes	EEGGLL - Estudios generales de letras	Comedor Central	

Por otro lado, se debe tener como consideración, que, por disposición de la universidad, no se puede transitar con bicicletas por la zona central del campus, por motivos de seguridad para los peatones. En tal sentido, las rutas que se usarán, son principalmente el perímetro del campus universitario, a través de las pistas habilitadas para los automóviles, observar figura 3. En la tabla 4 se detalla el flujo de desplazamiento de los alumnos desde cada pabellón donde inicia su actividad (zona descritas con letras), hacia su recorrido de otros pabellones dentro del campus universitario o su salida en un intervalo de tiempo de 4 horas, es decir con ello se evidencia el movimiento de los alumnos al culminar una clase en un *pabellón i* y que posteriormente se dirigen a un *pabellón j*.

Tabla 4 – Flujo de desplazamiento en intervalo de mayor saturación (alumnos) – proporción

Hacia \ De	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	Salida	Total de alumnos	Proporción
A	0	45	23	26	31	65	26	20	26	65	50	68	445	8.94%
B	54	0	64	32	40	23	67	22	39	25	51	14	431	8.66%
C	48	20	0	51	35	25	33	34	25	39	47	29	386	7.76%
D	35	36	27	0	44	52	13	46	45	64	18	39	419	8.42%
E	54	64	65	37	0	63	34	33	31	59	27	41	508	10.21%
F	37	45	58	41	27	0	36	57	54	16	69	65	505	10.15%
G	60	36	20	50	44	64	0	50	40	57	66	61	548	11.01%
H	24	18	34	28	71	29	66	0	44	47	47	69	477	9.58%
I	38	63	33	39	30	15	32	58	0	50	42	65	465	9.34%
J	44	59	47	36	15	18	29	40	52	0	43	31	414	8.32%
K	28	17	34	33	51	42	40	45	33	31	0	25	379	7.62%

4977

Proporción de la población de alumnos por facultad

En la tabla 4 se detalla la proporción del total de alumnos que se desplaza en el intervalo de 4 horas, para ello se realizará la cuenta total de alumnos de que iniciaron en cada pabellón y será dividida entre el total de alumnos que se desplazan. En la tabla 5 se muestra la matriz de proporciones entre estaciones de bicicletas (que contienen un grupo de pabellones), para ello se usó la definición de concepto de Cadena de Markov en estado absorbente, siendo el estado absorbente el supuesto que si un estudiante sale del campus ya no ingresará durante el periodo de análisis.

Tabla 6 – Probabilidad de tránsito entre zonas

De \ Hacia	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	Salida
A	0.00000	0.10112	0.05169	0.05843	0.06966	0.14607	0.05843	0.04494	0.05843	0.14607	0.11236	0.15281
B	0.12529	0.00000	0.14849	0.07425	0.09281	0.05336	0.15545	0.05104	0.09049	0.05800	0.11833	0.03248
C	0.12435	0.05181	0.00000	0.13212	0.09067	0.06477	0.08549	0.08808	0.06477	0.10104	0.12176	0.07513
D	0.08353	0.08592	0.06444	0.00000	0.10501	0.12411	0.03103	0.10979	0.10740	0.15274	0.04296	0.09308
E	0.10630	0.12598	0.12795	0.07283	0.00000	0.12402	0.06693	0.06496	0.06102	0.11614	0.05315	0.08071
F	0.07327	0.08911	0.11485	0.08119	0.05347	0.00000	0.07129	0.11287	0.10693	0.03168	0.13663	0.12871
G	0.10949	0.06569	0.03650	0.09124	0.08029	0.11679	0.00000	0.09124	0.07299	0.10401	0.12044	0.11131
H	0.05031	0.03774	0.07128	0.05870	0.14885	0.06080	0.13836	0.00000	0.09224	0.09853	0.09853	0.14465
I	0.08172	0.13548	0.07097	0.08387	0.06452	0.03226	0.06882	0.12473	0.00000	0.10753	0.09032	0.13978
J	0.10628	0.14251	0.11353	0.08696	0.03623	0.04348	0.07005	0.09662	0.12560	0.00000	0.10386	0.07488
K	0.07388	0.04485	0.08971	0.08707	0.13456	0.11082	0.10554	0.11873	0.08707	0.08179	0.00000	0.06596
Salida	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	1.00000

En nuestra investigación se define a la **matriz P** como la matriz de probabilidad de desplazamiento entre estaciones durante un intervalo de 4 horas sin considerar el estado absorbente.

Tasas efectivas de llegadas a cada estación de bicicletas

El input de las tasas efectivas de llegada son la matriz de desplazamiento y el cálculo de las tasas desde afuera de las estaciones de bicicleta. Según las mediciones realizadas en el intervalo de tiempo de mayor afluencia a la universidad,

la tasa total de llegadas al campus universitario asciende a las 1584 personas por hora, de las cuales solo el 17 por ciento desea usar el servicio de bicicleta, lo cual nos genera una población de aproximadamente 287 estudiantes por hora que requieren de este proyecto. En la tabla 6 se muestra las tasas de llegadas desde afuera de las estaciones.

Tabla 6 – Tasa de llegada desde afuera

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
Cantidad	8.94%	8.66%	7.76%	8.42%	10.21%	10.15%	11.01%	9.58%	9.34%	8.32%	7.62%
Tasa a_i personas/hora	23.87	23.12	20.71	22.48	27.25	27.09	29.4	25.59	24.95	22.21	20.33

Luego debemos calcular las tasas de llegadas efectivas a cada estación, para ello usaremos las redes de Jackson, con la finalidad de hallar tasas en un periodo estable y trabajar con un sistema de colas (M/M/s/DG/∞/∞). Las tasas efectivas de llegadas están en función a la matriz de probabilidad de tránsito entre m estaciones y la tasa de llegadas desde afuera, $\lambda_j = a_j + \sum_{i=1}^m \lambda_i p_{ij}$.

Tiempo de uso de bicicletas

El tiempo de uso de una bicicleta es la suma del tiempo de escoger bicicleta, desplazarse entre lugares y estacionar la bicicleta, dado que el tiempo de tomar y estacionar la bicicleta tienden a ser fijos, la optimización se centrará en minimizar el tiempo de desplazamiento.



Figura 5 – Tiempo total de uso de bicicletas.

Para minimizar el tiempo de desplazamiento se realizó una matriz de distancia en función al tiempo, y se aplicó el algoritmo de optimización del parámetro mínimo, el algoritmo de Dijkstra. En la tabla 7 tenemos los tiempos en minutos entre las estaciones (columna tiempos máximos). Con dichos resultados se asignó como tiempo de desplazamiento de cada estación, al máximo de los tiempos de desplazamientos que salen desde una estación de origen, por ejemplo, para la estación A, el tiempo de desplazamiento es 6.694 minutos, es decir, si controlamos el escenario pesimista, el tiempo normal será estable en el desplazamiento. En la tabla 7 en la columna tiempo total se observa el tiempo promedio de uso de una bicicleta.

Numero óptimo de bicicletas por estación

Una bicicleta es el equivalente al número de servidores dentro de una estación, es decir calcularemos a cuantos alumnos puede atender una bicicleta durante un intervalo de tiempo de una hora. En la tabla 7, en la columna μ se calcula el número promedio de alumnos atendidos por cada bicicleta en cada tipo de estación. El mínimo número de bicicletas en cada estación debe garantizar que el sistema de colas se estabilizará en un periodo dado, es decir la utilización del sistema debe ser menor que uno, $\rho_j = \frac{\lambda_j}{S_j \mu_j} \leq 1$. Donde λ y μ son tasas de llegadas efectivas y de servicio respectivamente, las cuales deben estar en las mismas unidades de entidades por tiempo. S denota el número de bicicletas en cada estación. El número de bicicletas se calculará de la división entre la tasa de llegada efectiva a cada estación entre la tasa de servicio de cada estación. En la tabla 7, columna S - número de bicicletas se observa el número de bicicletas con las que debe iniciar el plan en cada estación en un periodo estable.

5. Conclusiones y recomendaciones

- Al realizar el estudio de tasas de llegadas se pudo establecer una cantidad óptima para cada lugar seleccionado, de esta manera los miembros del campus universitario podrán desplazarse de manera saludable entre los pabellones que sean necesarios y reducir asimismo el tiempo desplazamiento. Además, ayudará a construir un ambiente ecológico entre los estudiantes ya que incentivará a que se desplacen por la ciudad en bicicleta y está a la vez sean usadas en el campus, así mismo esto ayudará a reducir la contaminación en nuestra ciudad.

- La presente investigación en un inicio tuvo como objetivo reducir el tiempo de transporte y mejorar el costo oportunidad del estudiante universitario (entre caminar largas distancias), es por esto que se recomendaría actualizar los datos para cada semestre universitario (2 veces al año) lo cual solo cambiará el input de la data, no obstante, la metodología propuesta sigue siendo la misma, la cual hallará los nuevos óptimos en la cantidad de bicicletas por estación.
- Para el semestre en análisis, número de bicicletas que se requieren en las once estaciones son de 324 unidades. El precio promedio de una bicicleta básica es de 400 soles, lo nos hace requerir de una inversión de 129 600 soles solo en la inversión inicial, y un costo de mantenimiento promedio de 50 000 soles al año. No obstante, el proyecto propuesto no tiene un fin lucrativo, sino más bien una concientización en la comunidad universitaria.

Tabla 7 – Tiempos en minutos para el desplazamiento luego de usar el algoritmo de Dijkstra

De \ Hacia	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	Tiempos máximos	Tiempo de selección de bicicleta	Tiempo de estacionamiento	Tiempo total = 1/μ (min)	μ	l	S – número de bicicletas
A	0.00	5.87	6.66	6.02	4.57	4.22	4.97	4.89	6.69	3.51	4.52	6.69	0.32	0.30	7.31	8.20	250.13	31
B	5.87	0.00	5.68	3.98	6.44	5.47	5.45	6.50	5.56	6.67	6.89	6.89	0.40	0.25	7.54	7.96	237.81	30
C	6.66	5.68	0.00	4.03	6.65	5.63	5.04	4.50	4.58	4.37	5.49	6.66	0.28	0.26	7.20	8.34	238.01	29
D	6.02	3.98	4.03	0.00	3.34	5.37	3.96	4.41	5.45	3.47	5.89	6.02	0.21	0.30	6.53	9.19	224.76	25
E	4.57	6.44	6.65	3.34	0.00	5.41	5.22	6.34	5.62	3.70	5.82	6.65	0.25	0.15	7.05	8.51	240.39	29
F	4.22	5.47	5.63	5.37	5.41	0.00	5.49	5.15	4.74	6.87	3.76	6.87	0.24	0.45	7.56	7.94	240.20	31
G	4.97	5.45	5.04	3.96	5.22	5.49	0.00	4.29	4.73	3.48	4.68	5.49	0.26	0.25	6.00	10.00	237.75	24
H	4.89	6.50	4.50	4.41	6.34	5.15	4.29	0.00	4.94	3.22	6.20	6.50	0.35	0.28	7.13	8.42	245.02	30
I	6.69	5.56	4.58	5.45	5.62	4.74	4.73	4.94	0.00	6.66	3.91	6.69	0.34	0.25	7.28	8.24	236.71	29
J	3.51	6.67	4.37	3.47	3.70	6.87	3.48	3.22	6.66	0.00	4.11	6.87	0.40	0.20	7.47	8.04	262.21	33
K	4.52	6.89	5.49	5.89	5.82	3.76	4.68	6.20	3.91	4.11	0.00	6.89	0.35	0.25	7.49	8.01	262.20	33

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Pontificia Universidad Católica del Perú (2018). PUCP: Datos administrativos. Consulta web: 11 de julio del 2018. <http://www.pucp.edu.pe/la-universidad/nuestra-universidad/pucp-cifras/datos-administrativos/?seccion=2datos-fisicos>
- [2] Winston, W. (2005). Investigación de Operaciones: Aplicaciones y Algoritmos” Cuarta Edición. Editorial Thomson, 2005.
- [3] Handy, T. (2012). Investigación de operaciones. Novena edición. Pearson.
- [4] Dijkstra, E. W. (1959). A note on two problems in connexion with graphs. Numerische Mathematik 1, 269 – 271.
- [5] Rojas, J. (2011). Propuesta de mejora en el abastecimiento de materia prima, en una empresa agroindustrial, usando el algoritmo de ruteo de vehículos. Tesis posgrado de Ingeniería Industrial – Pontificia Universidad Católica del Perú.
- [6] Cao Abad, R. (2002). Introducción a la Simulación y a la Teoría de Colas. Área de Estadística e Investigación Operativa Departamento de Matemáticas, Facultad de Informática. Universidade da Coruña.
- [7] Takahashi, Y., Yue, W., Nguyen, V. (2016). Queueing Theory and Network Applications: Advances in Intelligent Systems and Computing. Springer.
- [8] Holland (2018). Tu guía oficial para visitar Holanda: Las bicicletas en Holanda. Consulta web: 14 de abril del 2018. www.holland.com/es/turista/planifica-tus-vacaciones/moverse-en-holanda/las-bicicletas-en-holanda.htm
- [9] BBC (2015). Number of cyclists in London reaches record high. Publicado el 04 de junio de 2015. Consulta web: 14 de abril del 2018. www.bbc.com/news/uk-england-london-33002701
- [10] EXCELSIOR (2016). La bicicleta como medio de transporte en la CDMX. Publicado el 28 de diciembre de 2016. Consulta web: 14 de abril del 2018. www.excelsior.com.mx/comunidad/2016/12/28/1136775
- [11] CLARIN (2017). Estilo de vida: La onda "sana" de los millennials: ¿moda o tendencia a largo plazo?. Publicado el 04 de agosto de 2017. Consulta web: 14 de abril del 2018. www.clarin.com/entremujeres/belleza/onda-sana-millennials-moda-tendencia-largo-plazo_0_SyqzYNGv-.html
- [12] Municipalidad de San Isidro (2018). MSI: Sistema de Bicicletas Públicas. Implementado mediante resolución del Ministerio de Economía y Finanzas en enero de 2018. Consulta web: 14 de abril del 2018. msi.gob.pe/portal/sostenibilidad/movilidad-urbana/sistema-publico-de-bicicletas/
- [13] Municipalidad de Miraflores (2018). Miraflores en tu corazón: Miraflores tendrá servicio público de bicicletas. Consulta web: 11 de abril del 2018. www.miraflores.gob.pe/_contenTemp11.php?idcontenido=9595
- [14] Pontificia Universidad Católica del Perú (2018). PUCP: Datos académicos. Consulta web: 14 de abril del 2018. www.pucp.edu.pe/la-universidad/nuestra-universidad/pucp-cifras/datos-academicos/?seccion=comunidad-universitaria&area=pregrado

[15] Pontificia Universidad Católica del Perú (2014). PUCP: Súbete a la BICI PUCP. Publicado el 18 de setiembre de 2014. Consulta web: 10 de marzo del 2018. <http://vicerrectorado.pucp.edu.pe/administrativo/noticias/subete-a-la-bici-pucp/>

Evolving a Supply Chain using Optimization Based QFD

Omar Romero-Hernandez

Hult International Business School and University of California, Berkeley
omar.hernandez@faculty.hult.edu

Sergio Romero-Hernández

Department of Industrial Engineering and Operations, ITAM
sromero@itam.mx

Abstract

The present paper is based on a business case that tries to illustrate the evolution of Tesla's supply chain. The case evaluates an original set of suppliers who aim to meet the requirements of the Tesla Roadster supply chain. To aid in this process, a modified version of the product development methodology is proposed by the authors based on the Quality Function Deployment (QFD) method and a House of Quality (HOQ) Matrix, both used to improve the design and selection process of different actors within the supply chain under a short time frame. A QFD tool for decision-making is proposed to analyze different supply chain scenarios according to the market and company needs, the supplier's and supply chain specifications. Data obtained through this analysis shows the correlation between needs and specifications, and the point of optimization, at which the overall performance of the supply chain is maximized.

Keywords: Product Design, Multifactor Decision, Quality Function Deployment, Supply Chain

1 Introduction

A supply chain is a network that encompasses organizations and business activities necessary to design, make, deliver and use a product or service (Hugos, 2006). The design and management of a supply chain is one of the key contributing factors to the success or failure of any product or service. The management of a supply chain consists on the set of activities used to efficiently integrate suppliers, manufacturers, warehouses and stores so that the merchandise is produced and distributed in the amount, place, and time indicated in order to minimize costs while satisfying the needs at customer service level (Simchi-Levi, 2003).

Successful companies strive to fulfill demand for products at a faster, cheaper and more synchronized pace. This challenge involves more complexity as new products tend to have shorter products life cycles. Methodologies for product development represent one of the

responses to identify market needs and to translate them into product specifications. One of these product development methodologies is the Quality Function Deployment (QFD).

The Quality Function Deployment (QFD) is a method within the Design and Development of Products that is focused on the phases of development of concept and design at a systematic level (Ulrich, 2012). This process focuses on understanding what customers want, in terms of the attributes of a product and ensuring that these attributes are effectively translated into the specifications that must be covered with the product (Cross, 2001). Figure 1 shows the scheme of the House of Quality (HOQ), the final result of the application of the QFD method to product design, the HOQ is a roadmap that shows the correlations between needs, market, specifications and objective that will guide a product development.

Customer's needs are first identified by doing field work with customers, suppliers and anyone who can be labeled as a client of the product; a level of importance is assigned to each need. This level is then related to the technical specifications developed by the company, in order to know the scope of the product to be developed, the specifications are correlated to make a tradeoff among themselves, and a competitive analysis is performed to determine which is the improvement curve or positioning to be searched within the market. For this modified version of the HOQ three metrics are used for the analysis of the data: OP_i , TP_j , FE_j .

The general weighting, OP_i , shows an approximate value of what each need really represents for the company according to a sales power factor added to each need and an improvement factor granted by the specifications.

$$OP_i = LI_i(1 + SPF_i)(1 + IF) \quad (1)$$

Where LI_i represents the level of importance of the need i , SPF_i the power of sales factor of the need i and IF represents the improvement factor on the performance of the need.

The technical priority, TP_j , measures the accumulated importance of fulfilling each one of the technical specifications according to the relationship of these with the set of needs and their weighting. $R_{i,j}$ represents the level of relations (heavy, medium and low related) of the need i with the specification j .

$$TP_j = \sum_i R_{i,j}(OP_i) \quad (2)$$

FE_j represents the relationship factor that indicates the ability to relate the specification j to other specifications. $C(j, k)$ represents the correlation of the specification j with the specification k . The correlation factor FR_j for the specification is a scalar factor added to the QFD to include the relationship among specifications to the values obtained by the competition. The more relationships pertaining to a certain specification results in a higher value of the factor.

$$FE_j = (1 + FR_j)^{\sum C(j,k)} \quad (3)$$

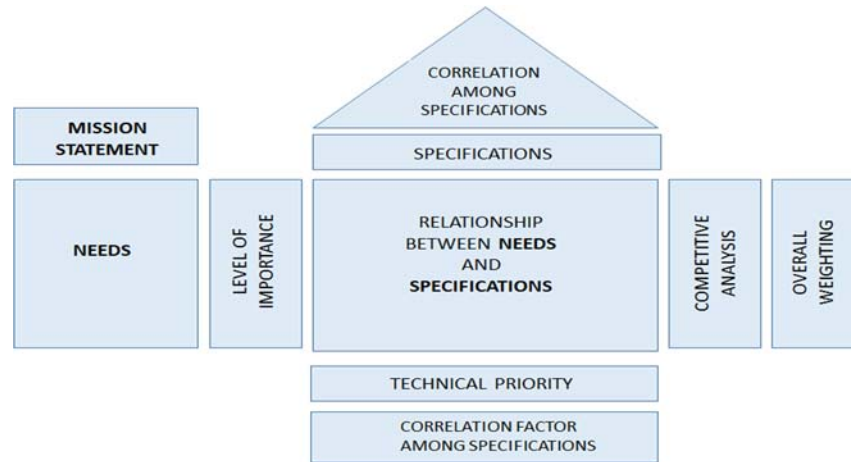


Figure 1: House of Quality (adapted from Clares, 2009)

2 Methodology

The objective of this study is to develop and validate a design method that is sensitive to the characteristics and physical aspects of the supply chain and the relative importance of these aspects with respect to the strategy pursued by the company.

The method considers an array of metrics and places them in context to the company's mission and philosophy. The QFD method is used as a backbone for the analysis of multiple supply chain scenarios within a product.

The QFD method is used due to the particularity of being focused on the client's needs. This method is be modified and adjusted to the selection process of a supply chain. This modification considers a company that wishes to benefit from a robust supply chain. The “product” to analyze is the supply chain itself. Customer needs represent those requirements that the company has to meet, and the supply chain must be able to achieve, while the technical specifications represent what the supply chain and its suppliers can do--their capabilities. Likewise, instead of an analysis of the competition, we carry out an analysis of different supply chain scenarios. These scenarios are analyzed on the correlation among the specifications and needs to subsequently make a selection among them.

The analysis within the House of Quality is also modified to facilitate the analysis of the scenarios with the inclusion of the following metrics: Factor 1 (F1) seeks to give a measurable value to the relationship that exists between all the specifications and the priority that should be given to each specification according to the needs of the client, facilitating the tradeoff between what to fulfill within the selection of the supply chain because of differing levels of importance. F1 relates the correlation factor between the specifications and the technical priority, making it the factor that encompasses all the

needs and specifications, showing the importance of each one of the specifications with respect to the client's needs.

$$F1_j = TP_j \times FE_j \quad (4)$$

Factor 2 (F2) measures the performance of each one of the scenarios with respect to the client requirements for their supply chain, and the suppliers capability to fulfill these requirements. This metric takes the technical benchmark of each of the scenarios and divides it by the desired target value. Factor 2 of scenario k with respect to specification j is defined as:

$$F2_{k,j} = \frac{\text{Technical Benchmark}_{k,j}}{\text{Target Value}_j} \quad (5)$$

When making the sum product of Factor 1 (4) of each specification j with its respective Factor 2 (5) within the scenario k, we obtain a value that encompasses all the other factors, and that serves as a reference for the performance of each one of the scenarios with respect to what you want to do, this is the scenario value E_k .

$$E_k = \sum_j F1_j \times F2_{k,j} \quad (6)$$

The best result will be that of the scenario that performs most efficiently within the metrics; therefore, also having the highest scenario value, finalizing the selection process.

3 Results

The method, while comparing two theories that in principle are thought of as independent, and in addition, being fully adequate to the client, becomes a difficult one to compare with others obtained, either within product or supply chain development. Four scenarios were used for the analysis and development of the method, where one of them (Scenario 1) represents the supply chain used at the time for the manufacture of the car, another (Scenario 3) the chain used three years later (Onecle, 2014; Shukla, 2013), in the last production of the vehicle (Onecle, 2014) and the other two were fictitious scenarios, where the level of vertical and horizontal integration of the company was modified, as well as the onshore and offshore activities of the same.

The needs obtained for the case were achieved after an extensive investigation of the automotive industry, conferences and talks with the people in charge of the development of the supply chain within the company, taking us to a total of 34 needs, divided into 9 groups according to the similarity within them, these are shown in Table 1, together with their respective level of importance for the company.

Table 1: Needs and Level of Importance of the Supply Chain (SC)

	Customer needs	Importance level
A	The SC has a flexible, satisfactory and efficient operation.	5
B	The SC has low associated costs.	4
C	The SC assimilates the mission and philosophy of the company	4
D	The SC has a good reputation in the industry	3
E	The SC has a competent workforce	3
F	The SC has a reliable provider network	3
G	The SC has a reliable production capacity	3
H	The SC has good production skills	2
I	The SC provides good quality control	2

The specifications were developed by means of a study of the different suppliers within the different scenarios, as well as research within the automotive industry on the characteristics of the supply chain and what it must accomplish. These specifications are shown in Table 2 together with their respective units and the direction of improvement with respect to these.

Table 2: Specifications and improvement direction

		Units	Direction of improvement
1	Transportation costs	\$/car	decrease
2	Variability on transport times	Days	decrease
3	Assembly cost	\$/car	decrease
4	Components cost	\$/car	decrease
5	Carbon footprint	Kg CO2e/car	decrease
6	Investment ranking index	Moody index	increase
7	Average level of technical education of employees	Degree	increase
8	Average working experience of workforce	Years	increase
9	Number of 2nd and 3rd level suppliers	Number	decrease
10	Delays on delivery time	Days/months	decrease
11	Overhead capacity to Tesla's demand	%	increase
12	Assembly time	hours/car	decrease
13	Specialized production tooling produced	# tools/car	decrease
14	Percentage of defective components per batch	%	decrease
15	Cost for design modifications	\$/car	decrease

Once the scenarios were defined, as well as the needs and specifications, we proceed to apply the QFD method, through the development of the house of quality. The HOQ depicts in graphic form the relations among all the needs with the specifications. It also shows the correlations between specifications and all the values that evaluate the performance of each of the scenarios with respect to the client's needs, in this case, the company in the automotive market.

An example with the results obtained for some of the technical specifications listed before are shown in Table 3:

Table 3: Factors obtained for the specifications and scenarios

		Technical Specifications	Transportation Cost	Variability on transport times	Assembly Cost	Components Cost	Carbon Footprint	Investment Rank Index (Moody or similar)	Average Level of technical education of employees
		Direction of Improvement	▲	▼	▲	▲	▼	▼	▼
		Technical Priority	36	27	45	45	18	36	45
		Interspecifications Correlation Factor	1.77156	1.61051	1.4641	1.331	1.94872	1.4641	1.1
		F1	63.7762	43.4838	65.8845	59.895	35.0769	52.7076	49.5
Technical Benchmarking	Scenario 1		600	4	24	60	23	1	1
	Scenario 2		300	5	13	70	10	1	1
	Scenario 3		200	10	56	80	7	3	2
	Scenario 4		170	7	17	56	15	2	1.5
F2	Scenario 1		1.88976	0.61538	0.87273	0.90226	1.67273	0.57143	0.72727
	Scenario 2		0.94488	0.76923	0.47273	1.05263	0.72727	0.57143	0.72727
	Scenario 3		0.62992	1.53846	2.03636	1.20301	0.50909	1.71429	1.45455
	Scenario 4		0.53543	1.07692	0.61818	0.84211	1.09091	1.14286	1.09091
		Reference Acceptable Value	317.5	6.5	27.5	66.5	13.75	1.75	1.375

With these computations, it is then possible to obtain the values of each scenario according to the needs of the automotive company, as shown in Table 4. It can be seen, the scenario that maximizes the fulfillment of the company's needs is Scenario 3, precisely the last used by the company for its last production. In this scenario, vertical integration is greater, giving increased control over employees and manufacturing methods and then achieving a greater adjustment to the mission and philosophy of the company. The worst is Scenario 2, where most of the operations are performed offshore, making the distances and times greater than the other scenarios and making it less convenient scenario.

Table 4: Scenario Valuation

Scenario	
Scenario 1	1123
Scenario 2	900
Scenario 3	1221
Scenario 4	1068

4 Conclusions

The study carried out shows the effectiveness of the QFD method used. The scenario recently selected as the one that most effectively fulfills the mission and philosophy of the company, as well as the ability to reduce both costs and distances within the company Supply Chain. It complies in the best possible way with the client's needs..

When using this method for the analysis of a supply chain, the capacities and characteristics that the nodes must meet based on the needs of the client are evaluated, not only in the conventionally used optimization metrics, giving a competitive advantage with respect to the final product that a logistics network changes according to the client's needs, thus making each one different from the other, which is achieved with this method.

An extended paper and the house of quality, generated as a result of applying QFD has also been prepared and is available upon request.

Acknowledgements

Authors would like to express their gratitude to those students and research assistants who contributed with this project: Jeshua John and Rodrigo Nava.

Support provided by Asociación Mexicana de Cultura A.C is appreciated.

References

1. Clares P., “*Definition of a residential automation system for management and energy efficiency*”, Instituto Tecnológico Autónomo de México, México.
2. Cross N., “*Engineering Design Methods: Strategies for product Design*”, Wiley, West Sussex (2001).
3. Hugos M. H., “*Essentials of Supply Chain Management*”, Parsons Education, New Jersey (2006).
4. Onecle Inc., “*Supply Agreement TESLA MOTORS INC. and SANYO Electronics Co., Ltd.*” <http://contracts.onecle.com/tesla-motors/sanyo-supply-2007-02-01.shtml>. 12th Nov. (2014).

5. Onecle Inc., “*Supply Agreement LOTUS CARS LIMITED and TESLA MOTORS INC.*” <http://contracts.onecle.com/tesla-motors/lotus-supply-2005-07-11.shtml>. 12th Nov. (2014).
6. Onecle Inc., “*Supply Agreement LOTUS CARS LIMITED and TESLA MOTORS INC.*” <http://contracts.onecle.com/tesla-motors/lotus-supply-2009-08-04.shtml>. 12th Nov. (2014).
7. Onecle Inc., “*Supply Agreement TESLA MOTORS INC. PANASONIC INDUSTRIAL COMPANY and PANASONIC CORPORATION*”, <http://contracts.onecle.com/tesla-motors/panasonic-supply-2009-07-21.shtml>. 12th Nov. (2014).
8. Shukla, V., “*Tesla Motors Deal to Have Little Upside For Chroma: Barclays.*” ValueWalk (en line). <http://www.valuewalk.com/2013/07/tesla-motors-deal-upside-for-chroma>. 31st July (2013).
9. Simchi-Levi D., Kaminsky P., Simchi-Levi E., “*Designing and Managing the Supply Chain*”, McGrawHill, New York (2008).
10. Ulrich K., Eppinger S., “*Product Design and Development*”, McGraw Hill, New York (2012).

Turning Waste into Electricity: A Multifactor Feasibility Study.

Omar Romero-Hernandez
Hult International Business School and University of California, Berkeley
omar.hernandez@faculty.hult.edu

Sergio Romero-Hernández
Department of Industrial Engineering and Operations, ITAM
sromero@itam.mx

Abstract

Population and economic growth are partially responsible for higher volumes of municipal solid waste (MSW) generated every year. Governments across the globe have adopted different programs to deal with solid waste including recycling, waste prevention programs, and waste-to-energy technologies (WTE). Deciding on a specific WTE involves an understanding of a complex blend of factors including location, haul distance, regulations, capital costs, feedstock availability, tipping fees, taxes, electricity price, and incentives which do not necessarily denote a linear behavior. This paper includes the development of a model that combines the aforementioned factors in the context of potential gasification plants in the United States. The model successfully concluded that location is the most sensitive factor for the majority of cases.

Keywords: Gasification; municipal solid waste; electricity production; economic analysis; United States

1 Introduction

In 2010, around 250 million tons of municipal solid waste (MSW) was generated in the United States [EPA, 2012] compared to 208 million tons generated in 1990. Despite undertaking recycling and waste prevention programs, small states face difficulties managing the increasing volumes of waste [WBJ]. Waste-to-energy (WTE) technologies convert waste into various fuels used to generate an energy supply. Incineration is one form of a WTE technology that is an effective method of reducing large volumes of waste. However, like many other WTE technologies, incineration raises ethical and environmental debates specifically concerning “Not-In-My-Backyard-ers” (NIMBY), visual aesthetics, and emissions.

Gasification is part of a new generation of WTE technologies that is emerging with the potential to create renewable energy from waste and increase energy efficiency, while offering a less environmentally controversial alternative. Gasification is the partial

combustion of organic matter at an oxygen concentration below stoichiometric proportions [Department of Energy]. The process results in a gas product known as synthesis gas (syngas), which is a mixture of hydrogen, carbon monoxide, carbon dioxide, methane, small quantities of hydrocarbon oils and ash. Today, the rise of energy costs, along with the increasingly accepted notion that human development needs to reduce its dependence on fossil fuels to be sustainable, supports the idea that gasification will play an important part in the transition towards a world with energy sustainability [Highman, 2008].

Japan, Denmark, and the Netherlands have embraced WTE opportunities through waste management policies, while the United States has lagged in adopting similar strategies. Through this research, authors explore the financial and social implications of Gasification projects in the USA. This paper focuses on one phase of the project: a first understanding on the financial viability of WTE projects.

2 Methodology

The model is designed using information available in literature and compilations from the Waste Business Journal for data specific to each state on waste generation, tipping fees, and electricity prices. The three main categories used are process variables, location specific variables and financial variables. Together, these are applied to calculate the indicators of financial feasibility: net present value, revenue structure, and cost structure.

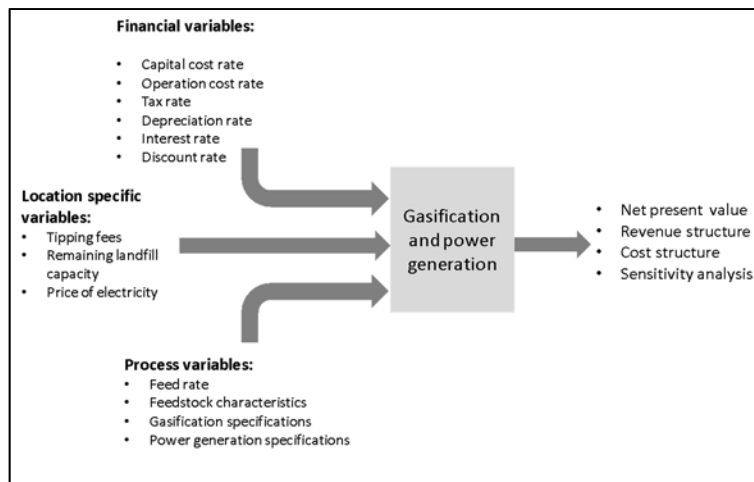


Figure 1: Model Structure.

Process variables

MSW is comprised of different ratios of organic and inorganic refuse from residential, commercial, and public sources [Choy, 2004]. The model assumes that the feedstock is ready to enter the drying, sorting and gasification stages. Feedstock with high water content has less combustible matter per kilogram of fuel [Faaij, 1997]. The main

variables used in the model are: the mass feed rate of waste that enters the process, the type of waste, and the proportion of non-gasifiable components in the waste mix.

An 80% conversion rate from gasifiable waste feedstock to clean syngas was used throughout the model in accordance to maximum gasification efficiency ranges [Highman, 2008]. Depending on the technology used in the power generation stage and the quality of the process design, electric efficiency can range from 5% to 40% [Faaij, 1997], [Fichter, 2004], [Morris, 1998].

The model also assumes that the electricity generated is sold back to the electrical grid at a price range of \$0.09 to \$0.12 per kWh, which coincides with reported ranges of electricity prices [9].

$$E = \frac{P_g \times H_{c_{syg}} \times \varepsilon}{3.6}$$

Where:

E is the electricity generated in kWh per year

$H_{c_{syg}}$ is the heat of combustion of the product syngas in MJ per ton/m³

ε is the overall electric efficiency of the process

3.6 is the conversion factor from MJ to kWh.

Location variables

As previously stated, waste to energy tipping fees in the USA vary across states from close to \$30 per ton to over \$90 per ton. This disparity is directly related to the remaining landfill capacity available in each region, those with low remaining capacity have the highest costs to landfill. The value of alternative waste management options become more attractive as landfill capacity continues to decrease.

The model accounts for the fact that incentives for renewable energy use vary throughout the nation with a customization option that overestimates the price of electricity fed into the grid per kWh. The model takes into account a \$0.01 to \$0.03 per kWh increase similar to the models used in states with moderate potential to benefit from gasification technologies because of lower than average remaining landfill capacity, but also lower than average tipping fees for their region [Desire, 2014].

Regional WTE tipping fee values are used to evaluate the relative impact on the financial feasibility. According to our results, WTE tipping fees represent a primary revenue source, accounting for over 60% of the total revenue. Depending on the buy-back price of electricity in the given state or region, along with the incentives set in place, the financial feasibility of a plant can improve if the electricity generated is used to power the facility instead of being sold directly to the grid.

For gasification to become an attractive alternative to landfills, significant stress needs to exist over the region's remaining landfill capacity. The Gasification Potential analysis represented in Fig. 2, shows that several North Eastern states present the above mentioned characteristic. A common factor for these states is that they all have high urban populations and little to no-land to use as landfills. In regions that form low landfill capacity clusters, there is a tradeoff between savings from exporting the waste to high landfill capacity regions, and the hauling costs incurred on transportation of waste over long distances.

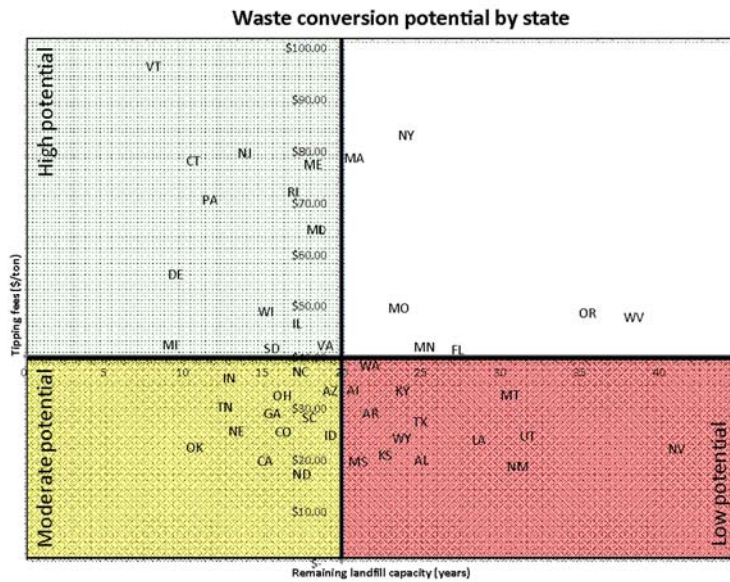


Figure 2: Distribution of gasification potential for U.S. states matrix [WBJ].

We have classified the potential for gasification in 4 quadrants:

- (1) High potential: States that charge tipping fees above the national average, and remaining landfill capacity below the national average.
- (2) Moderate potential: States that have tipping fees and remaining landfill capacity below the national average.
- (3) Low Potential: States that have tipping fees below the national average, and remaining landfill capacity above the national average.
- (4) Unclear Potential: States that have tipping fees and remaining landfill capacity above the national average.

Financial variables

The price at which utility providers buy electricity from third parties is not standardized across all states, and is subject to highly complex regulations. To avoid including varieties of electricity rates in the model, we used discrete values for the direct sale of

electricity from \$0.07 to \$0.12 per kWh, to capture a range of the average price of electricity in the commercial sector for many states [EIA, 2012], [Desire, 2014].

Fiscal incentives exist in different forms in every state; however, some of the common structures for incentives are an over-price for the buy-back electricity rate and fiscal deductions impacting the taxable profit [10]. We included a range of over-price of \$0.01 to \$0.02 cents per kilowatt-hour to account for the over price of the buyback electricity rate. To simulate the fiscal deductions, we applied discount of 5%, 10% and 15% over operation costs.

The model considers an initial investment and capital cost, including pre-treatment, gasification, and electricity generation stages estimated at a range of \$350 to \$550 per ton treated. Using these specifications, the range for the annual mass of feed is 25,000 to 300,000 tons and a range of \$2,296 to \$5,300 for the capital cost per kWh of power installed.

Operation costs for a gasification plant can be divided into fixed operating costs and variable operating costs [Choy, 2004]. Fixed costs such as labor, maintenance, and insurance do not vary widely with a change in the production rate. Therefore, variable operating costs depend on the amount of product produced including the variable costs of raw materials, utilities, and ancillary systems such as the gasifying agent. A study by Fitcher Consulting Engineers [Fichter, 2004] estimated \$30 per metric ton of waste and the model considers a \$25 to \$40 per metric ton of waste treated in the operating cost.

The revenue sources considered for the model are presented in the Table 1:

Table 1. Revenue sources.

Revenue sources	
Waste to energy tipping fees	= (Waste treated) x (Tipping fee)
Electricity generation	= (Electricity generated) x (Price of electricity sold into the grid)
Incentives	= (Electricity generated) x (Overprice of electricity through incentives)

Net present value, NPV, is one of the main indicators of the financial viability of a plant. The calculation follows the revenue and cost models as well as standard financial variables including cash flow in a ten-year period. To better represent the increase of waste generation over time, the model factors an annual increase of waste treated and waste-to-energy tipping fees.

3 Results and Discussion

Different parameters associated with the process and the location of a project were evaluated. To isolate the effects resulting from a particular variable, all other variables

were maintained at the baseline model. The parameters studied included feed rate, tipping fees, and buyback price of electricity. Additionally, a sensitivity analysis was performed to identify the relative impacts of the above variables, as well as the capital and operation costs.

Baseline scenario

A baseline scenario was defined in order to evaluate the financial impact of changes in key process and financial variables. The baseline conditions were selected based on the operating ranges described in the previous sections (Table 2).

Table 2. Description of baseline model specifications.

Baseline scenario: process variables	
Feedstock	
Type	MSW
Moisture content (%Wt)	21%
Heating value (MJ/ton)	9,500
Non-gasifiable components (%Wt)	12%
Gasifier specifications	
Conversion	0.8
Capital cost (\$/ton)	400
Operation costs (\$/ton/y)	30
Days per year	350
Location	
Region	Pacific
Landfill tipping fees (\$/ton)	22
Waste-to-Energy Tipping fees (\$/ton)	68
Remaining landfill capacity (ton)	611,596,632
Remaining landfill capacity (years)	15.23
Energy Generation process	
Heating value of syngas (MJ/ton/m ³)	8
Electricity buyback price (\$/kWh)	0.09
Electricity generation efficiency	30%
Baseline scenario: Financial variables	
Incentives as an overprice of electricity (\$/kWh)	None
Capital cost scale factor	0.9
Growth rate of MSW tons processed	1%
Growth rate of tipping fees	2%

Interest rate	6% ^a
Depreciation rate	10%
Tax rate	30%
Discount Rate	10% ^b
^a [Fichter]	
^b [Penniall]	

No incentives were considered in the baseline model since they are specific to the regulation of the particular regions where projects are being developed. Instead, the impact of possible incentives regarding electricity price was reflected by a reduction of the buy-back price per kWh of electricity. California was selected as the state for the baseline scenario because its reported region-specific variables lie close to the average values for the U.S., thus, simplifying the sensitivity analysis.

The model includes more factors to accommodate for the effect of scale, the effect of tipping fees and a sensitivity analysis that illustrates the effect of financial variables on the net present value.

4 Conclusion

In the United States, financial and regulatory factors have made determining the profitability of a gasification plant highly dependent on location and waste feed rate. Research by equipment and plant manufacturers has focused on technological designs and process specifications in an attempt to characterize the process for optimum efficiency. Location plays a significant role because tipping fees are determined on a state-by-state basis and can account for a large profit. Also, a local population must provide the minimum 100,000 tons of waste per year in order to return a profit.

Our work focused on modeling the effects of key variables associated with revenue and cost structures. The sensitivity analysis showed the relative impacts of these key variables and indicated that capital costs and tipping fees have the largest impact on the net present value of a project. While operation costs and the price of electricity are also important variables, they play a secondary role. This information can be used in the process for determining the likelihood of success of a gasification project proposal.

A complete model is available upon request as well as a complete sensitivity analysis report.

Acknowledgements

Authors would like to express their gratitude to those students and research assistants who contributed with this project: Jeshua John and Rodrigo Nava.

Support provided by Asociación Mexicana de Cultura A.C is appreciated.

References

1. K.K.H. Choy, J.F. Porter, C. Hui, G. McKay, Process design and feasibility study for small scale MSW gasification, *Chemical Engineering Journal*. 105 (2004) 31–41
2. Desire, *Database of State Incentives for Renewable Energy*. North Carolina Clean Energy Technology Center. 2014. Web. <http://www.dsireusa.org>
3. DoE, Department of Energy, National Energy Technology Laboratory. Web. <http://www.netl.doe.gov/research/coal/energy-systems/gasification/gasifipedia/syngas-composition>
4. EIA, "U.S. Energy Information Administration - EIA - Independent Statistics and Analysis." EIA. N.p., n.d. Web. 11 Sept. 2012. http://www.eia.gov/electricity/monthly/epm_table_grapher.cfm?t=epmt_5_06_b
5. EPA, Environmental Protection Agency. Municipal Solid Waste (MSW) in the United States: Facts and Figures, EPA 2012. https://www.epa.gov/sites/production/files/201509/documents/2012_msw_fs.pdf
6. Faaij, R. van Ree, L. Waldheim, E. Olsson, A. Oudhuis, A. van Wijk, C. Daey-Ouwens, W. Turkenburg, Gasification of biomass wastes and residues for electricity production, *Biomass and Bioenergy*. 12.6 (1997) 387–407
7. Fichter Consulting Engineers Limited (2004). *The viability of advanced thermal treatment of MSW in the UK*. United Kingdom.
8. Highman, M. van der Burgt, (2008). *Gasification*. Gulf Professional Publishing.
9. M. Morris, L. Waldheim, Energy Recovery from Solid Waste Fuels Using Advanced Gasification Technology, *Waste Management*. 18.6-8 (1998) 557-64
10. C.L. Penniall, C.J. Williamson, Feasibility study into the potential for gasification plant in the New Zealand wood processing industry, *Energy Policy*. 37.9 (2009) 3377-86
11. Waste Business Journal. *Information for the Waste Industry*. Web. <http://www.wastebusinessjournal.com/>

Probing for maximizing the expected number of transplants

Filipe Alvelos

Centro Algoritmi / Departamento de Produção e Sistemas,
Universidade do Minho, 4710-057 Braga, Portugal
falvelos@dps.uminho.pt

Ana Viana

INESC TEC, Campus da FEUP, 4200-465 Porto,
ISEP - School of Engineering, Polytechnic of Porto,
4200-072 Porto, Portugal
ana.viana@inesctec.pt

Xenia Klimentova

INESC TEC, Campus da FEUP, 4200-465 Porto, Portugal
xenia.klimentova@inesctec.pt

Abstract

Kidney exchange programs rely on the exchange of donors between patients having an incompatible willing donor. In this paper, we address two problems of deciding which potential transplants to probe for maximizing the expected number of transplants. For both of them each potential transplant has a probability of failure and a set of crossmatch tests can be made (removing the uncertainty of the potential transplants of that set) before the actual transplants are decided. In the first problem, tests are made sequentially and, in the second, they are made simultaneously. We propose one method for each problem based on solving integer programming models and on the concept of expected number of transplants *with probing* for selecting the tests to conduct. Preliminary computational tests are presented for the method that solves the sequential problem and for two variants of the method that solves the simultaneous problem.

Keywords: Kidney exchange programs; Integer programming; Health care.

1 Introduction

Kidney Exchange Programs (KEPs) represent an additional alternative for patients in need of a kidney that, although having a willing donor, that donor is not compatible with the patient. Pairs with such characteristics may join a pool and, if a donor in one pair, call it P_1 , is compatible with a patient in another pair, P_2 , the patient in P_2 can receive a kidney from the donor in P_1 . In order for the exchange to happen, it is obviously necessary to guarantee that a patient associated to a donor that is giving a kidney also receives a kidney.

Compatibility between patient and donor(s) is determined through a set of tests that verify blood and HLA compatibility. For the second case, common practice is to perform a “virtual” test (virtual crossmatch) where specific patients antigens are compared with donors antibodies. In case a patient has an antibody to a patient antigen, the pair is considered incompatible. Otherwise, it is considered compatible.

Based on the outputs of the tests, one can represent a KEP by a graph G where nodes represent incompatible pairs and an arc (i, j) from pair P_i to pair P_j exists iff the donor in i is compatible with the patient in j . After that, the aim is to select the arcs in G that would lead to maximum social welfare (usually measured in number of transplants), subject to the constraint that if one pair donates a kidney, it must also receive one.

Once the arcs are selected (hereby we will refer to this as the *planned transplants set*), additional compatibility tests must be performed for the pairs in the plan. Now, a more precise crossmatch test will be performed, involving blood from patient and his selected donor. These tests may elicit new incompatibilities which lead to cancellation of planned transplants.

In this paper we consider the possibility of making a limited number of crossmatch tests prior to defining the planned set of transplants. In practice, to the best of our knowledge, crossmatch tests are done in Czech Republic for all pairs in a pool. However, that is only possible because the size of the pool is very small and all pairs are centralised in a single hospital, under a single medical team. Other countries, with decentralised histocompatibility centers (the centers where crossmatch tests are performed) and hospitals, argue that this procedure would not be possible to implement in their programs due to lack of time. However, it might be possible to perform a limited number of tests.

The problem of deciding a transplants plan was modelled as an Integer Program (IP) by several authors [2, 4]. In general, those models do not take into account the possibility of failure of planned transplants after new incompatibilities are revealed. The work in [7] addresses the problem by considering an objective where cycles that can be replaced by other (sub)cycles if an arc fails are preferred. In [6], probabilities of positive crossmatch are taken into account for maximizing the *expected* number of transplants. A robust optimization approach can be found in [8]. In another line, [1] shows that conducting crossmatch tests may significantly increase the actual number of transplants. In that work, no arc failure probabilities were considered when selecting arcs to test and all tests were performed sequentially (i.e. the arc to test is decided after the result of the test of the previous arc is known).

In this work, we consider failure probabilities and, besides the sequential problem, we also address the problem where the set of tests must be made simultaneously (i.e. the arcs to test are decided before any result of the tests is known). Although, in general, a sequential approach conducts to more actual transplants than a simultaneous one, the fact that it takes more time may limit its use in practise. We also contribute with the concept of *expected number of transplants with probing*, which guides the selection of subsets of arcs for the policies conceived and computationally tested.

The paper is organized as follows. In section 2 we detail the problem addressed and the integer programming model to maximize the expected number of transplants with no probing. In section 3 we introduce the concept of *expected number of transplants before probing* and how it can be used to select the arc to test such that the expected number of transplants after probing is maximum. In section 4 we extend the concept of section 3 to subsets of more than one arc and describe an heuristic procedure that allows its use when the number of subsets precludes their complete

enumeration. In section 5, we report computational results and, in section 6, the main conclusions are drawn.

2 Problem definition

Let $G = (N, A)$ be a KEP network with a set N of nodes and a set A of arcs, where each arc $ij \in A$ has probability p_{ij} of failure. Without loss of generality, we only consider in this study exchanges corresponding to cycles of sizes 2 and 3, which are the most relevant in actual KEPs. Let C be the set of cycles and C^2 and C^3 be the set of 2-cycles and 3-cycles in G , respectively, $C = C^2 \cup C^3$.

The maximum expected number of transplants can be obtained by solving the Cycle Integer Programming Model (CIPM) [9]. In this model, each decision variable is associated with a distinct cycle: $y_c = 1$ if cycle c is selected, $y_c = 0$, otherwise, for each $c \in C$. Furthermore, parameters $a_{ijc} = 1$ if arc ij is part of cycle c , $a_{ijc} = 0$, otherwise, and $\mathbb{E}(c)$ is the expected number of transplants of cycle c .

The expected number of transplants of a 2-cycle $c \in C^2$, with arcs ij and ji is given by $\mathbb{E}(c) = 2(1 - p_{ij})(1 - p_{ji})$. The expected number of transplants of a 3-cycle $c \in C^3$, with arcs ij , jk and ki is given by $\mathbb{E}(c) = 3(1 - p_{ij})(1 - p_{jk})(1 - p_{ki})$.

The model is

$$\text{Maximize} \quad \mathbb{E}(A) = \sum_{c \in C} \mathbb{E}(c)y_c \quad (1)$$

$$\text{Subject to:} \quad \sum_{c \in C} \sum_{j:ij \in A} a_{ijc}y_c \leq 1 \quad \forall i \in N \quad (2)$$

$$y_c \in \{0, 1\} \quad \forall c \in C \quad (3)$$

The objective function (1) maximizes the expected number of transplants. Constraints (2) and (3) ensure that every node is in at most one of the selected cycles and define the domain of the decision variables. We will denote the optimal value of this problem by $\mathbb{E}(A)$.

The CIPM model assumes that after the optimal transplants plan is obtained, the existence of all arcs is checked and if an arc does not exist, the cycle where it belongs fails and the associated transplants are cancelled: no recourse is allowed.

In this paper we consider two problems where probing is allowed, meaning that prior to the definition of the transplants plan a given number of arcs can be tested (denoted by T), avoiding the inclusion of non-existent arcs in the plan. In the first problem, tests are considered to be done sequentially, i.e. an arc is selected to be tested whenever the result of the test is known, another arc is selected to be tested and so on until T tests were conducted. After each test the network is updated (the arc is removed or its probability of failure becomes 0), and a CIPM is solved in order to obtain the final plan or to guide the choice for the next arc to be tested.

In the second problem, T arcs are tested simultaneously. After all tests are conducted, the CIPM, updated with the result of all tests, is solved in order to obtain the final plan. The problem is to decide which subset of arcs to select such that the expected number of transplants is maximum.

In the sequential problem, it is not obvious how to model future implications of a decision except using Monte Carlo simulation to evaluate (promising) alternatives. In the present work, we address this problem by, at each step, selecting the arc with the higher expected number of transplants *with probing*. In the simultaneous problem, the issue is the very large number of

possible solutions (combinations of the total number of arcs), which also can be evaluated by Monte Carlo simulation. In the present work, we address this problem by generating smaller subsets of arcs with high expected number of transplants *with probing* and applying a greedy procedure to join them in a single subset of arcs, the one to be tested.

3 Sequential probing

In this section, we consider the problem of maximizing the expected number of transplants taking into account failure probabilities and that a given number, T , of crossmatch tests can be made sequentially before deciding a final transplants plan. Each test is made after the result of the previous test is known. After T tests the decision about which transplants to conduct is taken and no recourse is possible. Additional tests on the arcs of the transplants plan that were not tested before are required to be made. At this point, if an arc of the transplants plan fails the cycle which includes it also fails.

Let A^t be the KEP set of arcs after the t^{th} test is conducted, $t = 1, \dots, T$ and let $A^0 = A$. The network resulting from the t^{th} test made on an arc ij , A^t is obtained by updating the A^{t-1} network setting p_{ij} to 0 if the arc exists (crossmatch test is negative) or to 1 if the arc does not exist (crossmatch test is positive). The problem consists in deciding which arc to test at each step t , $t = 0, \dots, T - 1$ with the objective of maximizing the expected number of transplants in the problem defined by A^T .

In the following, for simplicity of notation, we remove the t superscript given that the (sub)problem to be solved in each step is the same (only the network is updated). We now introduce the concept of expected number of transplants *with probing* which is used to select the arc to test at each step. We represent an arc that may be tested by x , $x \in A$.

Let $\mathbb{E}(A, x)$ be the expected number of transplants if arc x is selected to be tested (the result of the test on x is still uncertain). We refer to $\mathbb{E}(A, x)$ as the expected number of transplants *with probing*. The value of a realization of the tested random variable is represented by v which takes value 0 if arc x exists and value 1 otherwise. The expected number of transplants if the result of test in arc ij is v is represented by $\mathbb{E}(A, x, v)$.

The value of the two expected number of transplants (without and with probing) is not necessarily the same. The expected number of transplants *with probing* for all arcs ij is given by:

$$\mathbb{E}(A, ij) = (1 - p_{ij})\mathbb{E}(A, ij, 0) + p_{ij}\mathbb{E}(A, ij, 1) \quad \forall ij \in A. \quad (4)$$

For all arcs ij , $\mathbb{E}(A, ij, 0)$ is computed by solving the CIPM with the weights of the cycles that include arc ij , updated with $p_{ij} = 0$. Note that, the weight of cycles with arc ij may increase and therefore $\mathbb{E}(A, ij, 0) \geq E(A)$. For $\mathbb{E}(A, ij, 1)$, the weights of the cycles that include arc ij are updated with $p_{ij} = 1$, and in this case, $\mathbb{E}(A, ij, 1) \leq E(A)$.

A procedure to obtain a solution to the problem is to select the next arc to test to be the one with higher expected number of transplants *with probing* in the initial network (through (4)) and then after each test result is known.

As an example, consider the instance on Figure 1. The maximum expected number of transplants with no probing is 2.18025 associated to the expected number of transplants of cycle (0, 1, 2).

The expected number of transplants with probing of arc 01 is 2.493, obtained by taking into account that when the arc 01 fails, the optimal expected number of transplants is 2.085 (the optimal

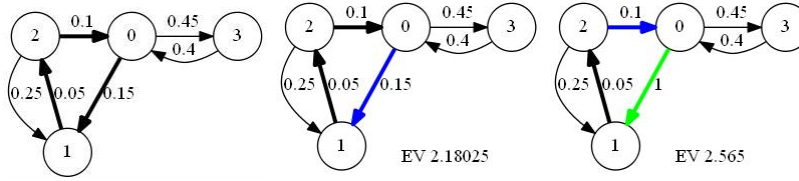


Figure 1: Instance of the sequential problem. On the left, the initial graph; on the center, arc 01 is selected to be tested ($t = 0$); on the right the result of the first test becomes known and arc 20 is selected to be tested ($t = 1$).

solution consists of cycles (1, 2) and (0, 3)). This is the highest value for all arcs and therefore this arc is tested, $x^0 = 01$. In this example, we consider that the arc exists. For selecting the next arc to be tested, the current expected number of transplants with probing for the remaining arcs are calculated for the updated network. The one with highest value is tested (in the example, arc 20, $x^1 = 20$).

4 Simultaneous probing

In this section, we consider the problem of maximizing the expected number of transplants taking into account failure probabilities and that a given number of T crossmatch tests can be made at the same time before deciding a final transplants plan, i.e. the decision on which arcs to test is prior to the knowledge of any test result.

Let X denote the set of arcs to be tested and $\mathbb{E}(A, X)$ be the expected number of transplants when all arcs belonging to X are tested simultaneously. We refer to $\mathbb{E}(A, X)$ as the expected number of transplants *with probing*. Let $v = (v_1 \dots v_{|X|})$ be the vector of the values of a realization of the random variables X ($v_a = 0$ if arc $a \in A$ exists, and $v_a = 1$ otherwise) and $\mathbb{E}(A, x, v)$ the corresponding expected number of transplants.

The expected number of transplants *with probing* can be obtained by considering all arcs and all possible subsets with T arcs for set A . If only one arc is considered, $X = \{ij\}$, $T = 1$, the expected number of transplants *with probing* is given by formula (4) and the optimal solution is to select the arc with a higher expected number of transplants *with probing* - $\mathbb{E}(A, X)$. The same reasoning can be extended for any T . For example, for $T = 2$, the expected number of transplants with probing for any sets of two arcs, $X = \{ij, pq\}$, is computed through:

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(A, ij, pq) = & (1 - p_{ij})(1 - p_{pq})\mathbb{E}(A, ij, pq, 00) + (1 - p_{ij})p_{pq}\mathbb{E}(A, ij, pq, 01) + \\ & + p_{ij}(1 - p_{pq})\mathbb{E}(A, ij, pq, 10) + p_{ij}p_{pq}\mathbb{E}(A, ij, pq, 11) \quad \forall ij, pq \in A \end{aligned} \quad (5)$$

In a network with m arcs, the number of subsets with k arcs is $\binom{k}{s}$ and the number of CIPM to be solved for each (sub)set of k arcs is $k^2 \binom{m}{k}$. This is a large value even for small networks and small number of arcs, T , to test. Therefore we propose a greedy heuristic based on defining the subset of arcs to be tested through the union of (disjoint) subsets of smaller size. The rationale is that the expected number of transplants with probing can be calculated exactly for small sets of arcs.

The first step of the greedy heuristic is to generate subsets of arcs. We implemented two versions of the greedy heuristic: all subsets with a single arc (termed *simultaneous one*) and all

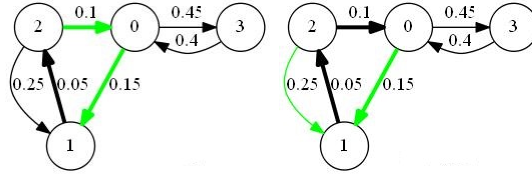


Figure 2: Solutions for probing two arcs in the simultaneous problem for the two versions of the greedy heuristic: few (left) and one (right).

subsets with one arc, two arcs where one arc is part of the current optimal solution, or 3-cycles (termed *simultaneous few*). In the second step, subsets are selected by decreasing order of expected number of transplants with probing, excluding subsets with arcs already selected. Note that no tests are actually conducted or simulated (no realization of the random variables) and, therefore, there are no updates on the values of the expected number of transplants with probing during the execution of the heuristic.

Figure 2 exemplifies the use of the heuristic for testing two arcs, $T = 2$. The variant *Simultaneous one* selects the arcs 01 (expected value with probing is 2.493) and arc 21 (expected value with probing is 2.4650625); arc 20 has value 2.38875. *Simultaneous few* variant selects arcs {01, 20} (expected value with probing is 2.670225).

5 Computational tests

We performed a set of preliminary computational tests to evaluate the increase of the expected number of transplants with increase on the number of tests allowed to be performed in the two problems (sequential and simultaneous). For that purpose we used a set of 20 instances with 10 nodes each. Each of the three approaches was run 500 times for each instance. The instances' generator takes into account probabilities of blood type and tissue incompatibility as described in [5]. In each run, the existence of each arc is determined according to the estimation of the probability of a positive crossmatch from [3]. All tests were conducted on a machine with a Intel Core i7 CPU @ 2.3 GHz and 6 GB RAM.

The results are given in Table 1 and represented in Figure 3. The first three columns are for the average expected number of transplants (for the 500 runs for each of the 20 instances) for a given number of possible tests T . Only values up to the number of arcs of the instance with less arcs (14 arcs) are presented, excluding from the average cases where the expected number of transplants does not make sense.

Given that the networks are small, the absolute differences are small. In fact, the average number of transplants if no limit on the number of arcs was considered is 3.750. For the sequential problem, with around 7 tests the expected number of transplants increases approximately 0.6.

As expected the sequential problem presents better solutions than the simultaneous one. In the latter, when larger subsets of arcs are considered (heuristic *Simultaneous few*) better results are obtained than when subsets with a single arc are considered.

T	Expected number of transplants			Relative improvement with respect to no probing (%)		
	Sequential	Sim. Few	Sim. One	Sequential	Sim. Few	Sim. One
0	3.082	3.082	3.082	-	-	-
1	3.323	3.323	3.323	7.8	7.8	7.8
2	3.482	3.454	3.366	13.0	12.1	9.2
3	3.573	3.491	3.447	15.9	13.3	11.8
4	3.636	3.543	3.517	18.0	15.0	14.1
5	3.669	3.582	3.563	19.1	16.2	15.6
6	3.691	3.620	3.585	19.8	17.4	16.3
7	3.704	3.645	3.613	20.2	18.2	17.2
8	3.712	3.668	3.630	20.4	19.0	17.8
9	3.719	3.682	3.644	20.7	19.5	18.2
10	3.729	3.689	3.667	21.0	19.7	19.0
11	3.737	3.697	3.675	21.3	20.0	19.2
12	3.740	3.703	3.682	21.3	20.1	19.5
13	3.744	3.707	3.686	21.5	20.3	19.6
14	3.746	3.713	3.688	21.5	20.5	19.7

Table 1: Average values for 500 runs in 20 instances.

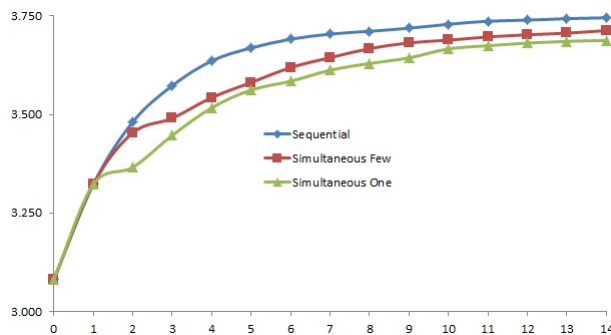


Figure 3: Expected number of transplants versus number of tested arcs.

6 Conclusions

In this paper we consider the possibility of testing some arcs of the KEP network before deciding the transplants to be performed. Two problems of choosing which arcs to test are addressed. In the first problem, arcs are tested sequentially: after the result of one test is known, the next arc to be tested is chosen. In the second problem, the arcs selected are tested together. We conceived two methods based on the calculation of the expected number of transplants with probing for subsets for arcs. Preliminary tests shown the usefulness of the proposed methods for increasing the expected number of transplants.

Acknowledgments. This work has been supported by COMPETE: POCI-01-0145-FEDER-007043 and FCT (Fundação para a Ciência e Tecnologia) within the Project Scope: UID/CEC/00319/2013 and by the ERDF European Regional Development Fund through the Operational Programme for

Competitiveness and Internationalisation - COMPETE 2020 Programme, and by National Funds through the Portuguese funding agency, FCT within project POCI-01-0145-FEDER-016677 and project SFRH/BPD/101134/2014.

References

- [1] Alvelos, F., Viana, A. (2017). Kidney exchange programs with a priori crossmatch probing, proceedings of the International Conference on Operations Research, September 06-08, Berlin, 2017.
- [2] Constantino, M., Klimentova, X., Viana, A., Rais, A. (2013). New insights on integer-programming models for the kidney exchange problem. *European Journal of Operational Research*, 231(1), 57-68.
- [3] Glorie, K. (2012). Estimating the probability of positive crossmatch after negative virtual crossmatch (No. EI 2012-25, pp. 1-8)
- [4] Dickerson, J. P., Manlove, D. F., Plaut, B., Sandholm, T., Trimble, J. (2016). Position-indexed formulations for kidney exchange. In *Proceedings of the 2016 ACM Conference on Economics and Computation* (pp. 25-42).
- [5] Saidman, S., Roth, A., Sonmez, T., Unver, M., Delmonico, F.: Increasing the opportunity of live kidney donation by matching for two- and three-way exchanges. *Transplantation* 81 (2006) 773–782.
- [6] X. Klimentova, J. P. Pedroso, and A. Viana. Maximising expectation of the number of transplants in kidney exchange programmes. *Computers & Operations Research*, 2016.
- [7] D. Manlove, G. OMalley, Paired and altruistic kidney donation in the UK: algorithms and experimentation, *Lecture Notes in Computer Science* 7276 (2012) 271–282.
- [8] K.M. Glorie. Clearing Barter Exchange Markets: Kidney Exchange and Beyond, Chapter VI. PhD thesis, Erasmus University Rotterdam, 2014.
- [9] A. Roth, T. Snmez, M. nver (2007) Efficient kidney exchange: coincidence of wants in markets with compatibility-based preferences, *The American Economic Review*, 97 (3), 828851.

Aplicación del modelo de localización de p-mediana gravitacional. Caso de estudio: Centrales de abasto de la ZMVM

Juan Pablo Zimbron Ramírez
UNAM, Posgrado de Ingeniería, México
jzimbron@calymayor.com.mx

Esther Segura Pérez
Posgrado de Ingeniería, UNAM
esegurap@ingen.unam.mx

Resumen

Actualmente la Zona Metropolitana del Valle de México (ZMVM) cuenta con cinco centrales de abastos como infraestructura para el comercio mayorista, sin embargo la demanda creciente en este tipo de establecimientos de la ciudad plantea la necesidad de localizar nuevos complejos, principalmente por los tiempos de traslado actuales de los productos que se comercializan y se consumen a lo largo de la metrópoli. De acuerdo a la literatura existe una vasta gama de modelos que establecen la mejor localización de diversos tipos de infraestructuras, desde la localización de basureros hasta la localización de ambulancias, ya sea considerando distancias, tiempos, demanda o alguna otra medida de eficiencia como la cobertura de servicio. En algunos casos de localización de infraestructura es importante hacer énfasis en la preferencia que tiene la demanda atendida por las instalaciones, sobre todo para modelos en entornos urbanos e interurbanos. En este sentido, surge el modelo de p-mediana gravitacional que supone una demanda que se divide entre las instalaciones con una probabilidad relacionada con el nivel de atracción que existe entre el cliente y la instalación. La atractividad de las instalaciones esta dada por aspectos cuantitativos y cualitativos; por mencionar algunos el tamaño y la capacidad.

En este trabajo de investigación se presenta un caso práctico del modelo de localización de p-mediana gravitacional para las centrales de abastos en la Zona Metropolitana del Valle de México. Para lograr lo anterior, se determino la demanda atendida a través de la población de los municipios que la conforman y se resolvió el problema a través de un algoritmo genético. Los resultados arrojados, muestran los ahorros en toneladas-kilometro al día para la localización de una o varias nuevas centrales de abasto.

Keywords: localización, modelos de gravedad, optimización, centrales de abasto.

1 Introducción

De acuerdo con la Organización de las Naciones Unidas para la Alimentación y la Agricultura (FAO) a nivel mundial, se desperdician o se pierden anualmente entre un cuarto y un tercio de los alimentos producidos para consumo humano. Esto equivale a cerca de 1,300 millones de toneladas de alimentos (Senado)¹. Las Centrales de Abasto como ultimo eslabón en la cadena de abasto alimenticio, representan un tema de interés para lograr esa disminución en la merma de alimentos. En el marco de su importancia

¹ http://www.senado.gob.mx/sgsp/gaceta/63/2/2017-06-07-1/assets/documentos/PA_PRI_Alimentos.pdf

en el sistema de abasto, según información de la Central de Abastos de la Ciudad de México², 80% de las frutas y vegetales que consume la población, lo hicieron a través de ella. Por ello el especial interés de optimizar el traslado de los productos alimenticios que circulan a través de ella, tomando como punto de partida su localización a lo largo de la metrópoli.

El problema de localizar diversos tipos de infraestructuras ha sido estudiado desde varias décadas atrás y surge de la necesidad de encontrar el sitio más conveniente para ubicar instalaciones como: centros de distribución, plantas de producción, vertederos de basura, estaciones de bomberos y policías, ambulancias, entre muchos más. El problema ha sido resuelto desde el enfoque de optimización y de simulación, siendo el primero con mayor desarrollo para la determinación de la mejor localización dada una medida de desempeño y sujeta a ciertas restricciones. De entre la amplia variedad de modelos de optimización, la p-mediana es uno de los más estudiados. El problema supone que cada cliente selecciona la instalación más cercana a él. En cierto sentido, esta puede ser una decisión válida si los clientes están centralizados en la instalación más cercana o si los clientes tienen información completa sobre las distancias y seleccionan la instalación de manera racional. Sin embargo, deja de lado importantes aspectos como la atractividad de la instalación, de ahí el surgimiento del modelo de p-mediana gravitacional.

En este sentido, el trabajo de investigación presenta la aplicación del problema de p-mediana gravitacional, tomando como caso de estudio las Centrales de Abasto. En la sección 2 se describe el objetivo y la problemática del caso de estudio, en la sección 3 y 4 se describe la metodología empleada y en la sección 5 se presenta los resultados obtenidos.

2 Descripción de la problemática

Según la Confederación Nacional de Agrupaciones de Comerciantes de Centrales de Abasto CANACCA existen cinco centrales de abasto en la Zona Metropolitana del Valle de México dedicadas al comercio de productos agroalimenticios. De estos, resalta la Central de Abastos de de Iztapalapa, con 327 hectáreas dedicadas a comercio al mayoreo de productos agroalimenticios, flores, abarrotes, víveres, aves y cárnicos. Por ella circulan diariamente 2 mil camiones articulados y 150 camiones torton. En la siguiente Figura 1 se muestra la localización de las centrales de abasto en la ZMVM.

² www.ficeda.com.mx

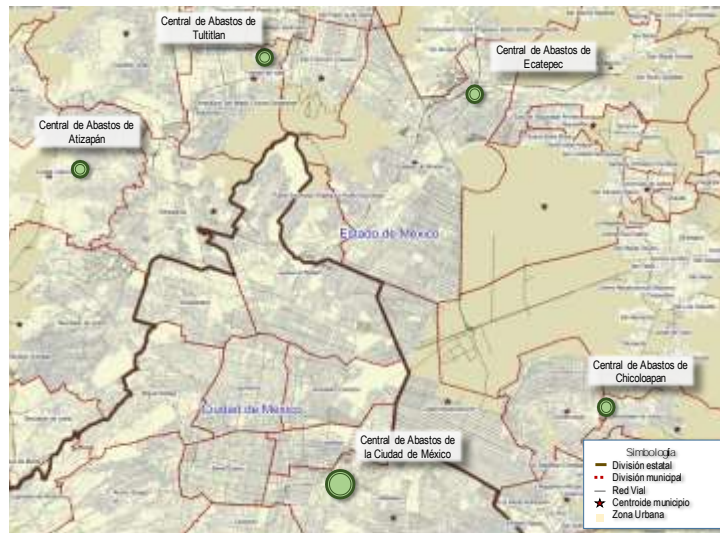


FIGURA 1. CENTRALES DE ABASTO DE LA ZMVM

Fuente. Elaboración propia con información CANACCA

De acuerdo con la ubicación de la Central de Abastos de Iztapalapa resulta ser inaccesible para algunas localidades de la parte sur de la zona metropolitana. Por ejemplo, para la población del municipio de Tlalpan son necesarios alrededor de 270 toneladas diarias de frutas y vegetales. La distancia promedio de recorrido al centroide de población del municipio es de aproximadamente 24 km, lo que implica que transportar dicha cantidad de alimentos produce una gran cantidad de combustible y desgaste en la infraestructura vial existente.

Otro punto importante es la disparidad en el tamaño de las cinco centrales de abasto existentes. Es evidente que la fuerza de atracción que ejerce la Central de Abastos de Iztapalapa genera demanda desde localidades lejanas, incluso en otros estados. En ese sentido, la infraestructura ocasiona un efecto gravitatorio sobre la demanda. Reilly (1931) propuso la aplicación de la ley gravitacional universal para modelar situaciones de crecimiento y transporte. Esta regla de gravedad fue luego utilizada por Huff (1964, 1966) para modelar el comportamiento del consumidor al seleccionar una tienda. Afirmó que la probabilidad de que un cliente frecuenta una tienda (o un centro comercial) es proporcional a la superficie de la tienda e inversamente proporcional a cierta potencia de la distancia a la tienda. Aplicó el modelo gravitacional al comportamiento de elección del consumidor y generalizó la función de disminución de la distancia desde el cuadrado de la distancia hasta la categoría minorista.

3 Objetivo

Determinar la localización de nuevas centrales de abasto que garantice la menor distancia entre los agentes involucrados en el comercio y abasto de los principales productos agroalimenticios consumidos por los habitantes de la Zona Metropolitana del Valle de México (ZMVM).

4 Metodología

A continuación se presenta la metodología general del trabajo de investigación:

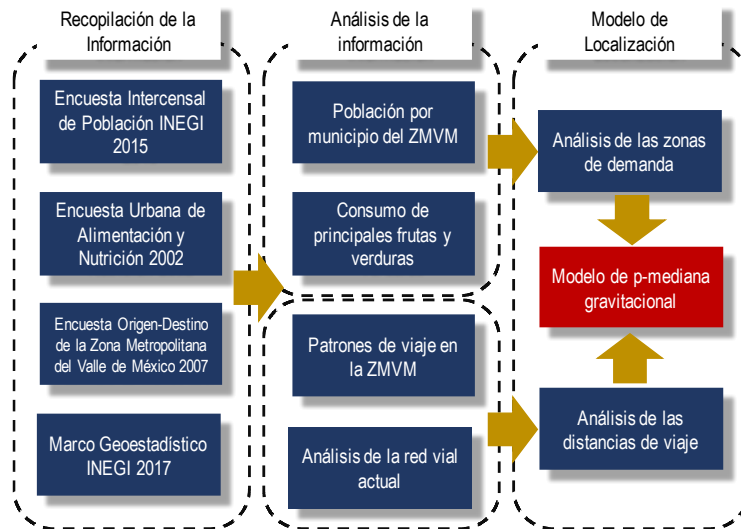


FIGURA 2. METODOLOGÍA DEL TRABAJO DE INVESTIGACIÓN

Fuente. Elaboración propia.

De acuerdo con los alcances del trabajo de investigación, a continuación se describen las tres principales etapas que la componen:

- **Recopilación de la información:** Para la elaboración, fue necesario la consulta y la recopilación de información documental disponible de fuentes oficiales. La información consultada fue la siguiente:
 - Encuesta Intercensal de Población 2015
 - Encuesta Urbana de Alimentación y Nutrición ENNURBAL 2002
 - Encuesta Origen-Destino de la Zona Metropolitana del Valle de México de 2007
 - Marco Geoestadístico INEGI 2017
 - Planes de Desarrollo de los municipios de la ZMVM
- **Análisis de la información:** De la información documental recopilada, se analizaron tres importantes rubros para el desarrollo del modelo gravitacional y del modelo de optimización de p-mediana:
 - La estimación de la demanda a través de la población de los municipios en el 2015, y del consumo promedio de las principales frutas y verduras en la ZMVM (80% frutas y vegetales de mayor consumo diario).
 - Los patrones de viaje a las centrales de abasto existentes en la ZMVM, como principal referencia para la partición de la demanda (viajes por motivo de compra desde el hogar a las centrales de abasto).
 - La red vial principal y secundaria de la ZMVM se definió a través de un sistema de información geográfica.
 - Las ubicaciones factibles se determinaron analizando los Planes de Desarrollo de cada municipio que conforma la ZMVM, con el propósito de definir un número finito con base en la viabilidad con los usos de suelo existentes. Las ubicaciones factibles son las siguientes:

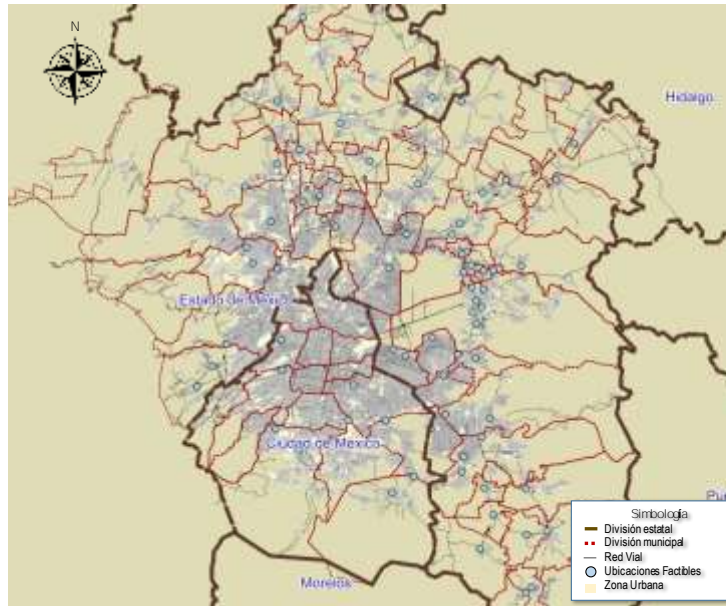


FIGURA 3. UBICACIONES FACTIBLES

Fuente. Elaboración propia.

- **Modelo de Localización:** Con los insumos de demanda, patrones y distancias de viaje, se desarrollo el modelo de localización de p-mediana gravitacional:
 - Mediante un software especializado en transporte (VISUM, 2018)³, se determinaron las distancias de viaje desde los centroides de demanda (municipios) a las ubicaciones factibles y existentes de las Centrales de Abasto. Una de las herramientas de gran importancia es la que permite estimar matrices de distancias a través de una red conectada.
 - Mediante los estimadores de mínimos cuadrados ordinarios, se determinaron los parámetros del modelo gravitacional. A continuación se muestran los parámetros de la función de utilidad (Ecuación 1), tomando en cuenta el tamaño en hectáreas de las centrales de abasto existente y la distancia a los centroides de población (municipios).

$$u_{ij} = e^{\beta_0} Hec_j^{\beta_1} dis_{ij}^{\beta_2}$$

TABLA 1 PARÁMETROS ESTIMADOS, MODELO GRAVITACIONAL

ID	Descripción	Parámetro	p-value
β_0	Intercepto	2.5520055	4.173625e-08
β_1	Hectáreas	0.6055127	2.396238e-09
β_2	Distancia	-0.8190821	2.336694e-16

- Mediante una plataforma de programación, se integraron los componentes principales del modelo, y se resolvió el problema mediante el algoritmo genético binario.

³ <https://www.ptvgroup.com/en/>

Para cada etapa de desarrollo se utilizaron los software QGIS (2018)⁴ y R(2018)⁵ como sistema de información geográfica y de análisis estadístico respectivamente; así como la plataforma de programación de Python (2018)⁶ para el desarrollo del algoritmo genético.

5 Elaboración del modelo y resultados

A continuación se presentan las bases teóricas del desarrollo del modelo, así como los resultados obtenidos.

5.1 Problema de p-mediana gravitacional

Primero se desarrollaron las bases teóricas del modelo de p-mediana gravitacional. Para simplificar la notación se formuló el problema como una red, siendo N el conjunto de nodos. Definimos u_{ij} como la utilidad de una instalación ubicada en el nodo j para un cliente que se origina en el nodo i; es decir, la probabilidad de que un cliente que se origina en el nodo i sea servido por la instalación localizada en el nodo j es proporcional a la utilidad u_{ij} . Esta medida de utilidad depende de la distancia del nodo i al nodo j y del atractivo de la instalación ubicada en el nodo j. Definiendo P, como el conjunto de nodos donde una instalación es localizada. Por lo tanto, la proporción de la demanda en el nodo i, w_i , servida por la instalación k es:

ECUACIÓN 1 MODELO GRAVITACIONAL DE PROPORCIÓN DE LA DEMANDA

$$w_i \frac{u_{ik}}{\sum_{j \in P} u_{ij}}$$

La función objetivo $f(P)$, es la distancia total recorrida por todos los clientes a la instalación seleccionada para el conjunto de instalaciones P:

ECUACIÓN 2 FUNCIÓN OBJETIVO DEL MODELO DE P-MEDIANA GRAVITACIONAL

$$f(P) = \sum_{i \in N} \sum_{k \in P} w_i d_{ik} \frac{u_{ik}}{\sum_{j \in P} u_{ij}} = \sum_{i \in N} \left\{ \frac{w_i}{\sum_{j \in P} u_{ij}} \sum_{k \in P} u_{ik} d_{ik} \right\} = \sum_{i \in N} \left\{ w_i \frac{\sum_{k \in P} u_{ik} d_{ik}}{\sum_{k \in P} u_{ik}} \right\}$$

Por lo tanto el modelo de p-mediana gravitacional es:

ECUACIÓN 3 PROBLEMA DE P-MEDIANA GRAVITACIONAL

$$\min_P \left\{ f(P) = \sum_{i \in N} \left[w_i \frac{\sum_{k \in P} u_{ik} d_{ik}}{\sum_{k \in P} u_{ik}} \right] \right\}$$

5.2 Algoritmos genéticos

⁴ <https://www.qgis.org/es/site/>

⁵ <https://www.r-project.org/>

⁶ <https://www.python.org/>

Según Goldberg, “los Algoritmos Genéticos son algoritmos de búsqueda basados en la mecánica de selección natural y de la genética natural. Combinan la supervivencia del más apto entre estructuras de secuencias con un intercambio de información estructurado, aunque aleatorizado, para constituir así un algoritmo de búsqueda que tenga algo de las genialidades de las búsquedas humanas”. Los Algoritmos Genéticos trabajan sobre una población de individuos. Cada uno de ellos representa una posible solución al problema que se desea resolver. La generación de una nueva población se obtiene a partir de la anterior por medio de los operadores de reproducción. Existen 2 tipos:

- Cruce. Se trata de una reproducción de tipo sexual. Se genera una descendencia a partir del mismo número de individuos (generalmente 2) de la generación anterior.
- Copia. Se trata de una reproducción de tipo asexual. Un determinado número de individuos pasa sin sufrir ninguna variación directamente a la siguiente generación.

Una vez generados los nuevos individuos se realiza la mutación con una probabilidad P_m . La probabilidad de mutación suele ser muy baja, por lo general entre el 0.5% y el 2%. Se sale de este proceso cuando se alcanza alguno de los criterios de parada fijados. Los más usuales suelen ser:

- Los mejores individuos de la población representan soluciones suficientemente buenas para el problema que se desea resolver.
- La población ha convergido. Un gen ha convergido cuando el 95% de la población tiene el mismo valor para él, en el caso de trabajar con codificaciones binarias, o valores dentro de un rango especificado en el caso de trabajar con otro tipo de codificaciones.
- Se ha alcanzado el número de generaciones máximo especificado

5.3 Resultados obtenidos

De acuerdo a la estructura del algoritmo genético, se definieron como individuos de población 65 alelos de codificación binaria para las ubicaciones candidatas y 65 de codificación real para el tamaño en hectáreas de las ubicaciones candidatas. La condición de paro fue a las 250 generaciones. Se ejecuto el algoritmo para determinar de 1 a 6 nuevas ubicaciones factibles. Los resultados en toneladas-km ahorradas al día y distancia promedio de recorrido se muestran en la siguiente figura 5.

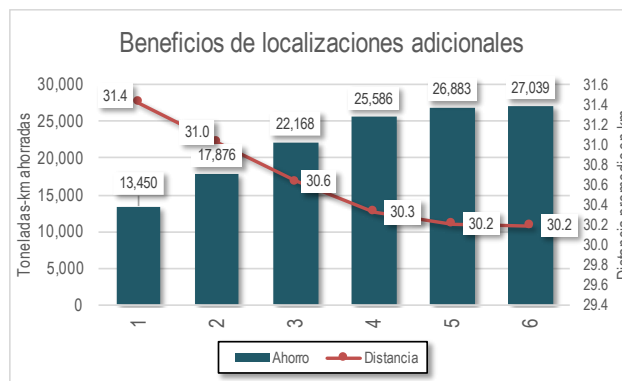


FIGURA 4. BENEFICIOS DE LOCALIZACIONES ADICIONALES DE CENTRALES DE ABASTO

Fuente. Elaboración propia.

La diferencia en beneficios entre 4 y 5 ubicaciones adicionales es mínima. La solución que implica localizar cuatro nuevas centrales de abastos es localizar dos con tamaño de 10 hectáreas (Miguel Hidalgo y Ecatepec) y dos con tamaño de 25 hectáreas (Álvaro Obregón y Nezahualcóyotl).

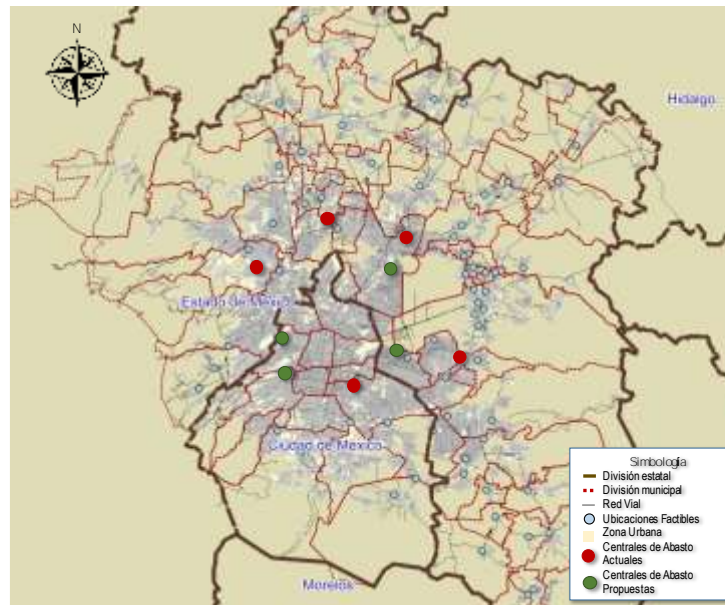


FIGURA 5. SOLUCIÓN UBICACIONES DE CENTRALES DE ABASTO

Fuente. Elaboración propia.

6 Conclusiones

La relación entre tamaño-ubicación de la instalación es un tema importante a considerar en la localización de infraestructura a nivel urbano, ya que el tamaño se vincula directamente con su capacidad. Los grandes proyectos de infraestructura que pretenden atender la demanda creciente de la metrópoli como la Central de Abastos de Iztapalapa; en primera instancia, resultan ser una solución adecuada para mitigar el problema de oferta-demanda de los productos agroalimenticios consumidos por la población.

No obstante, debido a su tamaño resulta ser ineficientes en el flujo de los productos hasta el consumidor final; sobre todo porque generan un atractivo hacia una demanda en puntos distantes de la metrópoli e inclusive en otros estados del país. Lo que genera grandes distancias de viaje y por lo tanto un consumo excesivo de combustibles y desgaste en la infraestructura vial para trasladar los productos.

En este sentido y tomando el caso de estudio del trabajo de investigación, el planteamiento de localizar un nuevo complejo de infraestructura debe contemplar el tamaño y su repercusión en la decisión de la demanda; es decir, determinar la solución mas eficiente de localizar una central de abastos de 20 hectáreas o dos centrales de abasto de 10 hectáreas, etc.

De acuerdo con la solución encontrada de localizar; dos centrales de abasto con tamaño de 10 hectáreas (Miguel Hidalgo y Ecatepec) y dos con tamaño de 25 hectáreas (Álvaro Obregón y Nezahualcóyotl), la distancia promedio de recorrido se reduce de 31.4 km a 30.3 km, lo que en primera instancia parece poco,

sin embargo, los beneficios impactan a cerca de 8,400 toneladas diarias de frutas y verduras consumidas por la población a lo largo de la ZMVM.

Por supuesto que los gastos se incrementan conforme el número de localizaciones aumenta, aspectos como administración y costos de infraestructura aumentan considerablemente. Todos estos temas han de considerarse para ser incorporados en el problema de p -mediana gravitacional.

Referencias

1. Tammy Drezner, Zvi Drezner, *The gravity p -median model*. Elsevier, 2012.

Algoritmos heurísticos para la solución del problema de enrutamiento abierto de vehículos

Byron Daniel Campo Zúñiga
Facultad de Ingenierías. Universidad del Atlántico.
bdcampo@uniatlantico.edu.co

Adel Alfonso Mendoza Mendoza
Facultad de Ingenierías. Universidad del Atlántico.
adelmendoza@uniatlantico.edu.co

Resumen

Este trabajo describe y compara el desempeño de dos heurísticas novedosas (algoritmo PST- Prim y del vecino más cercano modificado), con tres algoritmos heurísticos de uso extendido (vecino más cercano, de solución aleatoria, y de solución trivial). Las cinco técnicas se usan para dar solución al problema de enrutamiento abierto de vehículos OVRP (open vehicle routing problem), y también como subrutinas constructivas para la obtención de soluciones iniciales en la fase de inicio de metaheurísticas de trayectoria. Se emplearon 17 problemas comparativos de uso extendido. La técnica que obtuvo el mejor desempeño en términos de función objetivo (en el 82% de las soluciones) y ruta más larga con recorrido menor (en el 71% de las soluciones), fue el algoritmo PST-Prim. El algoritmo de solución trivial fue el que menos tiempo de ejecución consumió.

Keywords: heurística voraz; OVRP; PST-Prim; solución aleatoria; solución trivial; vecino más cercano.

1. Introducción

En todo problema de enrutamiento de vehículos se pretende diseñar las rutas de una flota de transporte que sirve a un conjunto de clientes. En el problema clásico o VRP¹ (*vehicle routing problem*, por sus siglas en inglés), cada vehículo parte de un único depósito principal, recorre un determinado número de clientes preasignados, y finalmente vuelve al punto de partida (ciclo hamiltoniano). Los clientes o nodos pueden ser visitados una única vez por un único vehículo, y la demanda agregada de todos los nodos asignados a un vehículo no debe superar su capacidad. Un problema de enrutamiento abierto de vehículos u OVRP (*open vehicle routing problem*, por sus siglas en inglés) es una variante trivial del clásico VRP, y difiere de él en que una vez cada vehículo sirve a todos y cada uno de los nodos que le han sido asignados no está obligado a volver al depósito principal (camino hamiltoniano). En otras palabras, cada ruta en el OVRP parte desde el depósito inicial, y termina necesariamente en un cliente. Desde esta perspectiva, el OVRP cuenta con un gran atractivo para organizaciones que optan por contratar, arrendar, o tercerizar una flota de vehículos en lugar de adquirir una propia [11, 12, 10].

El OVRP fue formulado formalmente por primer vez en [11], y se define como un grafo no dirigido $G = (V, A)$, donde el nodo cero v_0 es el depósito y $N = \{v_1, \dots, v_n\}$ es el conjunto de clientes. De esta manera, $V = \{v_0, \dots, v_n\}$ es el conjunto de todos los nodos del grafo G , con $v_0 \cap N = \emptyset$. Todo nodo v_i en

¹Historicamente, este nombre se ha traducido al español de manera incorrecta como «problema de ruteo de vehículos», sin embargo la RAE recomienda emplear el verbo *enrutar* en lugar del inexistente *rutear*. Por ello la traducción que se emplea en este trabajo.

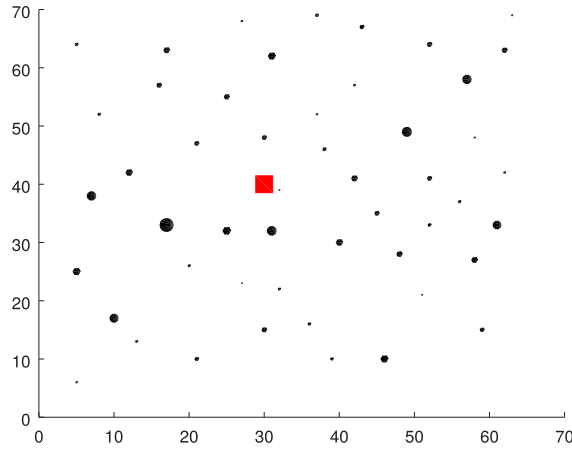


Figura 1: Representación gráfica de un problema de enrutamiento de vehículos. En rojo el depósito, en negro los clientes. Deliveradamente, las aristas no se han dibujado para evitar la sobrecarga visual. Fuente: Autores.

N ($1 \leq i \leq n$) tiene una demanda asociada constante $q_i > 0$; el depósito o nodo cero tiene demanda nula ($q_0 = 0$). El conjunto de arcos o aristas se denota por A . Cada arco (i, j) en A , con $i \neq j$ y $j \neq 0$, tiene asociado un costo o peso constante $d_{ij} > 0$ que es la distancia que un vehículo debe recorrer para ir del nodo i al j . En la matriz de distancias \mathbf{D} (ver (1)), la i -ésima fila es el nodo de partida y la j -ésima es el nodo de llegada.

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & \cdots & d_{1n} \\ d_{21} & d_{22} & \cdots & d_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{n1} & d_{n2} & \cdots & d_{nn} \end{pmatrix} \quad (1)$$

La Figura 1 muestra un conjunto de puntos en el plano euclídeo que modelan un problema de enrutamiento de vehículos con un depósito o nodo cero (recuadro rojo); los clientes están ubicados en los puntos negros. El tamaño de dichos puntos es una medida relativa de su demanda.

Para intentar dar solución al OVRP se han propuesto a lo largo del tiempo, distintos métodos: exactos, heurísticos, metaheurísticos y recientemente hiperheurísticos ([13]). Sin embargo, este trabajo se circunscribe a la comparación del desempeño de cinco técnicas heurísticas constructivas que no solo son capaces de brindar soluciones en tiempos de computo inferiores a los de técnicas de alto nivel (como metaheurísticas e hiperheurísticas), sino que también sirven como fase de inicio en algoritmos perturbativos, proveyéndoles de solución inicial. Son ellas: algoritmo PST-Prim, algoritmo del vecino más cercano, algoritmo modificado del vecino más cercano, algoritmo de solución aleatoria y algoritmo de solución trivial. El desempeño relativo de estos cinco algoritmos de evaluará comparando entre sí el valor de la función objetivo de la solución que cada algoritmo propone. Además, se comparará la distancia total recorrida por la ruta más larga de la solución propuesta por cada algoritmo; se desea que la ruta más larga de una solución, sea la menor posible. La tercera y última variable de comparación es el recurso tiempo que consume cada algoritmo para proveer de una solución sobre un problema determinado.

Este trabajo está dividido como sigue: la primera sección se describe el funcionamiento de los algoritmos en cuestión. En la siguiente sección se describen los resultados computacionales y por último se presenta la discusión final.

2. Heurísticas para solucionar el OVRP

De manera general estos cinco algoritmos son del tipo voraz, también conocidos como miopes, golosos, ávidos, devoradores o glotones, y, como restricciones, pueden tener en cuenta, por separado o en simultánea, la capacidad de los vehículo (Q) y la distancia total recorrida por ruta (L_m), entre otras. En particular, los algoritmos PST-Prim, del vecino más cercano, y el modificado del vecino más cercano, son heurísticas de inserción secuencial. Éstos son metodos constructivos en los cuales se crea una solución mediante sucesivas inserciones de nodos en las rutas. En cada iteración se tiene una solución parcial cuyas rutas sólo visitan un subconjunto de los clientes, seleccionando en cada iteración un cliente no visitado para ser insertado.

2.1. Algoritmo PST-Prim

Este algoritmo se basa en el algoritmo de Prim [8, 9, 4]. Con el algoritmo de Prim es posible encontrar un arbol recubridor mínimo (o MST por sus siglas en inglés: *minimum spanning tree*) en cualesquiera grafo no dirigido y conexo. Éstos resultan ser subgrafos del original, y, para su construcción, los nodos que lo constituyen disponen de grado de libertad ($g.l._o$) no restringido. Para su funcionamiento, el algoritmo de Prim parte en cualesquiera vértice, y en cada iteración busca la arista que cuente con el menor peso de todas las que parten del MST actual y terminan en algún nodo del grafo original no perteneciente al MST actual; los empates se rompen arbitrariamente. Es así como el algoritmo de Prim evita la aparición de subciclos. Este proceso termina cuando todos los nodos del grafo original se han insertado en el MST.

Como es de esperar, en el contexto del OVRP, los nodos en una solución no contarán con grados de libertad mayores 2, por ello es necesario definir un arbol recubridor solución con características que se ajusten a las condiciones particulares del OVRP. Un ejemplo de este tipo de construcciones es la que se cita en Brandão [1]. Este trabajo hace uso del *k-degree centre tree* k-DCT propuesto en Christofides et al. [3], que es un arbol que parte de un *degree-constrained minimum spanning tree* DCMST para dar solución al VRP. En lo que respecta a los grados de libertad de los nodos, un k-DCT cuenta con las siguientes restricciones:

1. El depósito o nodo cero tiene grado de libertad entre uno y k ($1 \leq g.l._o \leq k$).
2. Los nodos cliente tienen grado de libertad igual dos ($g.l._i = 2, \forall i \in N$).

Brandão propone como solución al OVRP hacer uso del k-DCT, y una vez construido se eliminan todos los arcos $(i, 0)$ en A que se han generado en la solución. Con esta propuesta las rutas cerradas del k-DCT se convierten en abiertas.

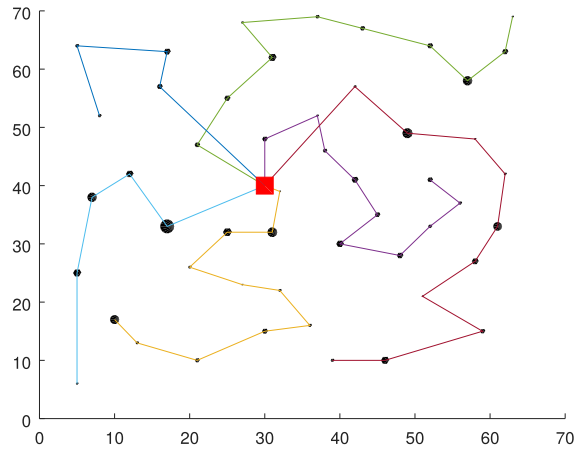
Para aplicar entonces la heurística PST-Prim, se requiere de la construcción de un arbol recubridor a partir de las características propias del OVRP, y se logra adoptando la primera restricción en grados de libertad del k-DCT, pero admitiendo una relajación en la segunda:

1. El depósito o nodo cero tiene grado de libertad entre uno y k ($1 \leq g.l._o \leq k$).
2. Los nodos cliente tienen grado de libertad entre uno y dos ($1 \leq g.l._i \leq 2, \forall i \in N$).

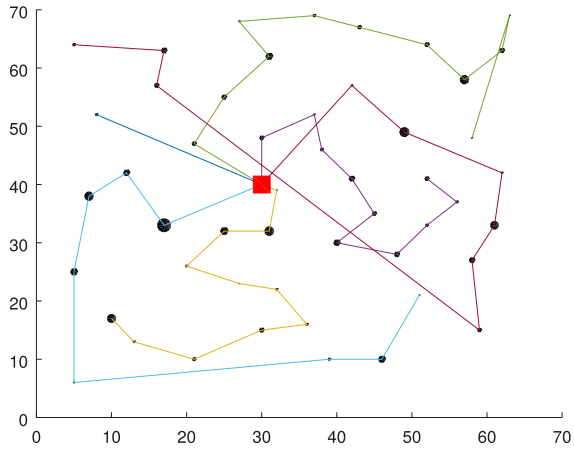
Con esta relajación, a todo algoritmo que se emplee para dar solución al OVRP se le permite establecer, según criterio, los nodos en los que finalizarán las rutas. Estos nodos tendrán $g.l. = 1$.

El arbol recubridor que surge de admitir esta relajación lleva por nombre Arbol Recubridor con Caminos o PST (por sus siglas en inglés *path spanning tree*).

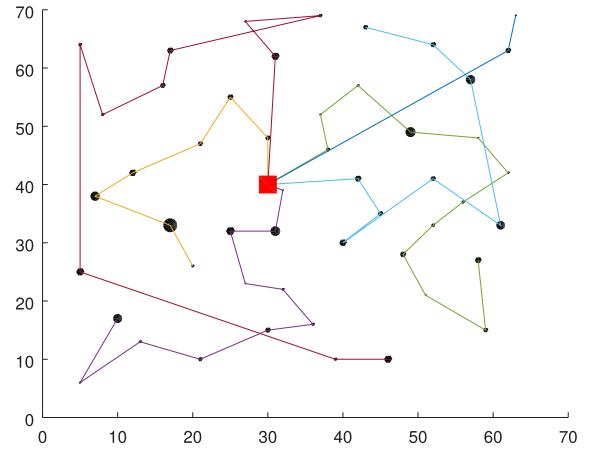
En el contexto de la heurística PST-Prim, dar solución al OVRP es intentar construir un PST mínimo en el que las rutas se superen las restricciones de capacidad y/o de distancia total recorrida de las rutas. Contrario al algoritmo de Prim, la heurística PST-Prim requiere que se tenga siempre como nodo de arranque v_o (el depósito). Dicha heurística busca en cada iteración el arco con menor peso que parte del depósito o de un nodo «frente de rama» y termina en un nodo del grafo original no incluido en el PST en construcción. Un nodo frente de rama es el que hasta la iteración actual ha sido ingresado al PST (en construcción) y cuenta con grado de libertad igual a uno ($g.l. = 1$). Similar a la propuesta de Prim, este procedimiento garantiza que no se den subciclos en las caminos hamiltonianos. La Figura 2a muestra la solución al problema de la Figura 1 en modo OVRP usando esta técnica.



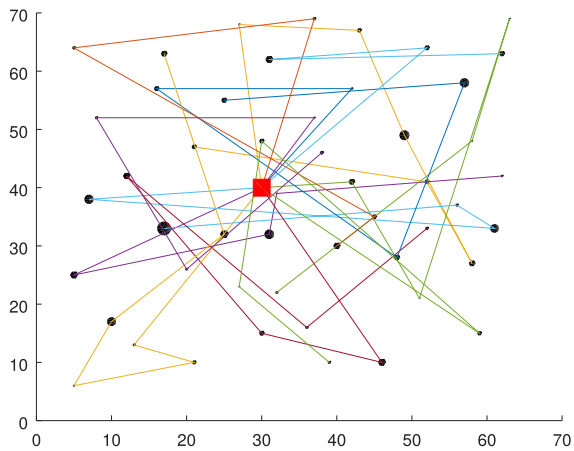
(a) Solución de la heurística PST-Prim. Fuente: Autores.



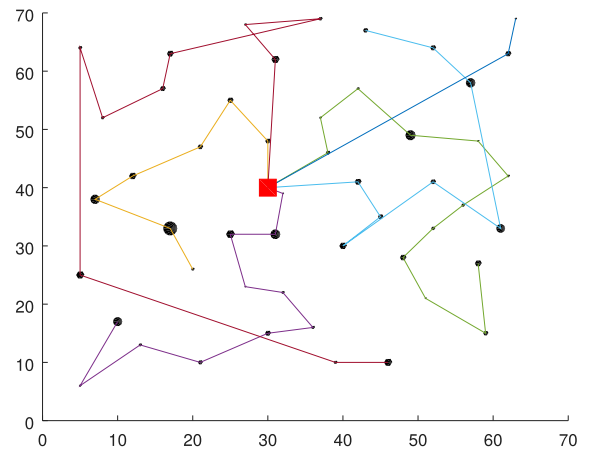
(b) Solución de la heurística del vecino más cercano. Fuente: Autores.



(c) Solución de la heurística modificada del vecino más cercano. Fuente: Autores.



(d) Solución de la heurística de solución aleatoria. Fuente: Autores.



(e) Solución de la heurística de solución trivial. Fuente: Autores.

Figura 2: Representación gráfica de las soluciones provistas por cada algoritmo al problema ejemplo de la Figura 1 en modalidad OVRP. Fuente: Autores.

2.2. Algoritmo del vecino más cercano

El algoritmo de vecino más cercano VMC genera rutas uniendo vértices, puntos o nodos, teniendo en cuenta la arista con la menor distancia o costo de un punto al último punto ingresado. Esta secuencia de inserción de puntos, inicia desde el nodo principal, y enseguida incorpora el punto más cercano o el menos costoso. En seguida se inicia la búsqueda del siguiente punto, que se insertará si es que tiene la menor distancia o el menor costo de los restantes; los empates se rompen arbitrariamente. A diferencia de la heurística PST-Prim, en el VNC sólo se considera insertar clientes en la última ruta creada. En la Figura 2b se muestra la solución al problema de la Figura 1 en modo OVRP usando esta técnica.

2.3. Algoritmo modificado del vecino más cercano

Este algoritmo se basa en el algoritmo del vecino más cercano, pero resulta de una modificación inspirada en la propuesta de [5] para \mathbf{D} , que, una vez obtenida con (1), se requiere la obtención del máximo por columna m_j ($m_j = \max(d_{.j}) \forall j$, donde $d_{.j}$ es el j -ésimo vector columna de \mathbf{D}). La matriz de distancias modificada \mathbf{D}^* se obtiene como se muestra en (2).

$$\mathbf{D}^* = \begin{pmatrix} m_1 - d_{11} & m_2 - d_{12} & \cdots & m_n - d_{1n} \\ m_1 - d_{21} & m_2 - d_{22} & \cdots & m_n - d_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m_1 - d_{n1} & m_2 - d_{n2} & \cdots & m_n - d_{nn} \end{pmatrix} \quad (2)$$

Con esta modificación se alimenta el algoritmo del vecino más cercano. Una solución al problema ejemplo de la Figura 1 usando esta técnica se puede observar en la Figura 2c.

2.4. Algoritmo de solución aleatoria.

El algoritmo de solución aleatoria, construye aleatoriamente y sin ningún procedimiento recursivo dado, una solución para el OVRP que eventualmente puede o no satisfacer todas las restricciones del modelo. A manera de arranque, preestablece el número de rutas y de manera aleatoria ubica todos los clientes en ellas. Hecho esto, evalúa sobre la solución resultante las restricciones del modelo. Si la solución cumple con las restricciones es entregada, de lo contrario se realiza un nuevo intento de asignación aleatoria de clientes. Como puede darse que el algoritmo emplee un número no razonable de intentos de asignación de clientes, se fija un número de intentos permitidos y de no encontrarse un solución viable, se realiza una relajación en el número preestablecido de vehículos. Hecho esto se realiza un nuevo ciclo de intentos. Este proceso se repite hasta que el algoritmo logre una solución que cumpla con todas y cada una de las restricciones del problema. En la Figura 2d se observa el problema ejemplo de la Figura 1, en el que del nodo cero o depósito (recuadro rojo) parte un número aleatorio de rutas que no conservan un criterio preconcebido de construcción.

2.5. Algoritmo de solución trivial.

Este algoritmo, conocido también como algoritmo dulce, consiste simplemente en asignar un vehículo a cada cliente. En la Figura 2e se observa un ejemplo gráfico del comportamiento de este algoritmo sobre el problema ejemplo de la Figura 1. En ella, se aprecia que del nodo cero o depósito (recuadro rojo) parte un número de rutas igual al número de puntos; cada una de estas rutas asigna únicamente el punto que visitan.

3. Resultados computacionales

Los algoritmos antes descritos fueron programados en un *script* .m y se corrió en el software de análisis numérico *GNU Octave 4.2.1* sobre *Lubuntu Linux 17.04* como sistema operativo. Se usó un computador con procesador Intel Core i3-2330 y con 6Gb de memoria RAM.

Los algoritmos se probaron en una selección de problemas de amplio uso con fines comparativos (Hosseinabadi et al. [7]). Dicha selección se basa en las propuestas de Christofides et al. [2] y Fisher [6], que son

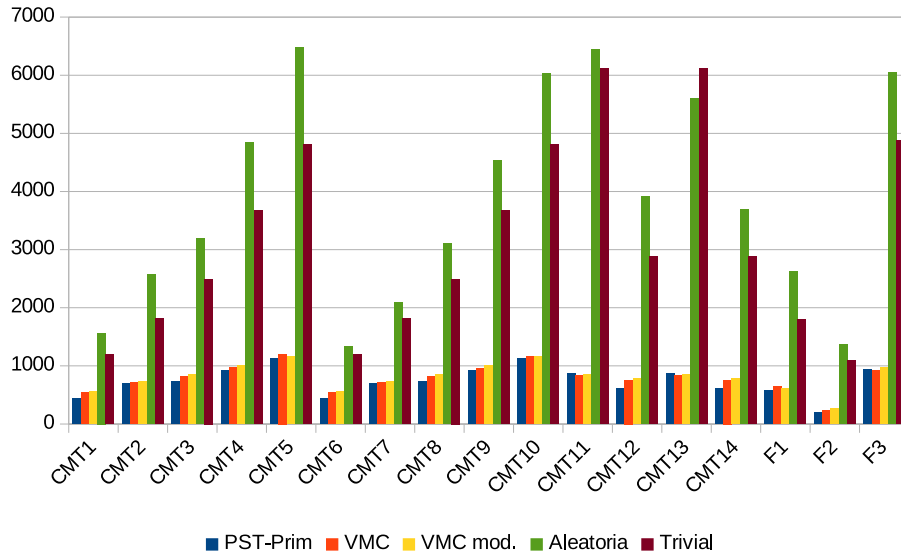


Figura 3: Valores de función objetivo de las soluciones provistas por los algoritmos para cada problema. El eje vertical es el valor de función objetivo que representan la suma de las distancias total recorrida de todas las rutas de una solución en unidades de distancia. Fuente: Autores.

conjuntos de datasets de problemas provistos por los autores. Como característica general, todos los problemas son euclídeos y simétricos. Son en total 17 problemas comparativos: 14 propuestos por Christofides et al. [2] (CMT) y 3 por Fisher [6] (F).

En las Figuras 3, 4, y 5, se muestra de manera gráfica la comparación del desempeño de cada algoritmo en cada problema.

4. Discusión

En la Figura 3 se observa como en 14 de los 17 problemas (82% de los problemas), la heurística PST-Prim es la que propone soluciones con valores de función objetivo inferior. Las heurísticas del vecino más cercano y la modificada del vecino más cercano se encuentran cercanas entre sí por encima de la PST-Prim. Sin embargo, es notable la diferencia en el desempeño que estas tres tienen con las dos restantes.

Sacando las propuestas de la heurística de solución trivial, en la Figura 4 se muestra como en 12 de los 17 problemas (71% de los problemas), la heurística PST-Prim es la que entrega rutas más largas con la menor distancia recorrida posible. Se realiza la comparación de este algoritmo con el resto sin incluir la propuesta de la heurística de solución trivial porque en este último caso, los vehículos están obligados a visitar a un único cliente, lo que va en contra de lo que se espera en la gestión de los sistemas logísticos de transporte reales. Sin embargo, este algoritmo cobra especial importancia por la facilidad de su programación respecto a los otros algoritmos comparados, por lo que en ese sentido, en implementaciones metaheurísticas e hiperheurísticas, es altamente deseable. Además, y como se observa en la Figura 5, el algoritmo de solución trivial es el que menor consumo de tiempo requiere para entregar una solución viable. Se puede ver como a la heurística de solución aleatoria es a la que le toma más tiempo, y en particular los problemas CMT6 hasta CMT10. Esto se explica en que estos problemas serían idénticos a los problemas CMT1 al CMT5 sino es porque estos últimos solo cuentan con restricción de capacidad (Q), mientras que los primeros, además de esta restricción, cuentan con la de distancia total recorrida por ruta (L_m); una restricción adicional requiere de un esfuerzo computacional adicional.

Se puede decir entonces que para encontrar soluciones a situaciones prácticas y de la vida real, es preferible

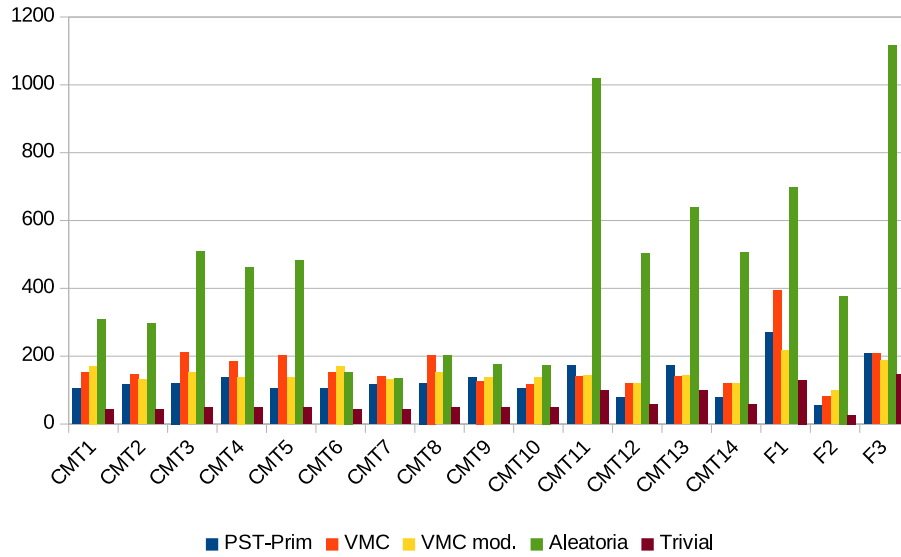


Figura 4: Valores de la distancia total recorrida por la ruta más larga de las soluciones provistas por los algoritmos para cada problema. El eje vertical es el valor de la distancia total recorrida de la ruta más larga de cada solución en unidades de distancia. Fuente: Autores.

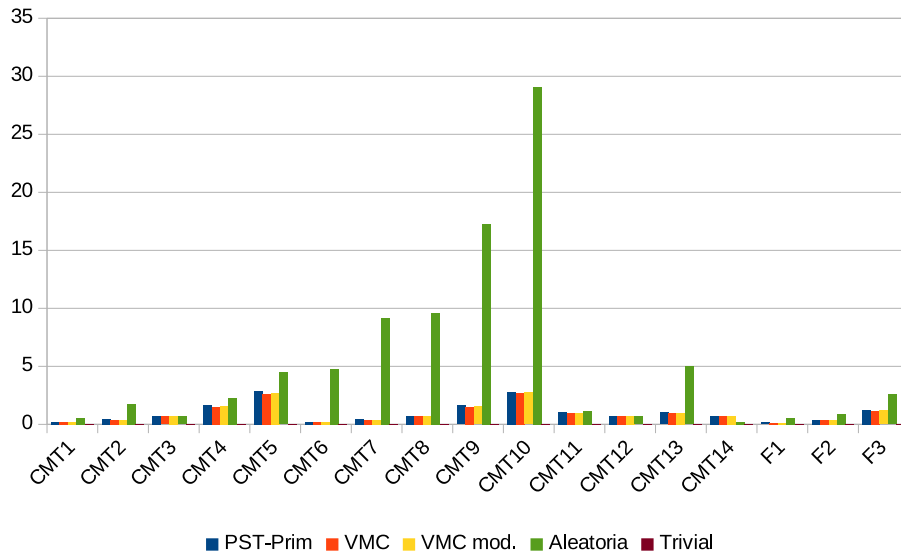


Figura 5: Valores del consumo del recurso tiempo empleado por los algoritmos para proveer de una solución a cada problema. El eje vertical es el intervalo de tiempo (en segundos) que un algoritmo demora en construir una solución viable. Fuente: Autores.

hacer uso de la heurística PST-Prim, sin embargo, siempre que se desee una solución en el menor tiempo posible, sin importar la calidad de la misma, se recomienda el algoritmo de solución trivial.

Para trabajos futuros se recomienda ampliar el número de variables para comparación de desempeño, como la ocupación de los vehículos, el número de vehículos, entre otras. Además se sugiere la comparación del comportamiento de estas técnicas en algoritmos de alto nivel como metaheurísticos e hiperheurísticos.

Referencias

- [1] José Brandão. A tabu search algorithm for the open vehicle routing problem. *European Journal of Operational Research*, 157(3):552–564, 2004. doi: 10.1016/s0377-2217(03)00238-8.
- [2] Nicos Christofides, Aristide Mingozzi, Paolo Toth, and Claudio Sandi. Loading problems. In Nicos Christofides, Aristide Mingozzi, and Paolo Toth, editors, *Combinatorial Optimization*, chapter 12, pages 339–369. John Wiley & Sons Ltd, 1979. ISBN 0471997498. URL <https://lib.ugent.be/catalog/rug01:000046302>. Based on lectures held in SOGESTA, Urbino, 30th May–11th June 1977.
- [3] Nicos Christofides, Aristide Mingozzi, and Paolo Toth. Exact algorithms for the vehicle routing problem, based on spanning tree and shortest path relaxations. *Mathematical programming*, 20(1):255–282, 1981. doi: 10.1007/bf01589353.
- [4] Edsger W Dijkstra. A note on two problems in connexion with graphs. *Numerische mathematik*, 1(1):269–271, 1959. doi: 10.1007/bf01386390.
- [5] Gary D Eppen. *Investigación de operaciones en la ciencia administrativa: construcción de modelos para la toma de decisiones con hojas de cálculo electrónicas*. Pearson Educación, 2000. ISBN 970-17-0270-0. URL http://www.ebook.de/de/product/12550008/investigacion_de_operaciones.html.
- [6] Marshall L Fisher. Optimal solution of vehicle routing problems using minimum k-trees. *Operations research*, 42(4):626–642, 1994. doi: 10.1287/opre.42.4.626.
- [7] Ali Asghar Rahmani Hosseinabadi, Javad Vahidi, Valentina Emilia Balas, and Seyed Saeid Mirkamali. OVRP_GELS: solving open vehicle routing problem using the gravitational emulation local search algorithm. *Neural Computing and Applications*, pages 1–14, 2016. doi: 10.1007/s00521-016-2608-x.
- [8] Vojtěch Jarník. O jistém problému minimálním. Z dopisu panu O. Borůvkovi. *Práce Moravské Přírodovědecké Společnosti*, 4(4):57–63, 1930. URL <https://dml.cz/handle/10338.dmlcz/500725>.
- [9] Robert Clay Prim. Shortest connection networks and some generalizations. *Bell Labs Technical Journal*, 36(6):1389–1401, 1957. doi: 10.1002/j.1538-7305.1957.tb01515.x.
- [10] Panagiotis P Repoussis, Christos D Tarantilis, and George Ioannou. The open vehicle routing problem with time windows. *Journal of the Operational Research Society*, 58(3):355–367, 2007. doi: 10.1057/palgrave.jors.2602143. URL <http://www.jstor.org/stable/4622703>.
- [11] Dimitrios Sariklis and Susan Powell. A heuristic method for the open vehicle routing problem. *Journal of the Operational Research Society*, pages 564–573, 2000. doi: 10.2307/254187.
- [12] Christos D Tarantilis, George Ioannou, Chris T Kiranoudis, and Gregory P Prastacos. Solving the open vehicle routing problem via a single parameter metaheuristic algorithm. *Journal of the Operational Research Society*, 56(5):588–596, 2005. doi: 10.1057/palgrave.jors.2601848.
- [13] Raras Tyasnurita, Ender Özcan, and Robert John. Learning heuristic selection using a time delay neural network for open vehicle routing. In *Evolutionary Computation (CEC), 2017 IEEE Congress on*, pages 1474–1481. IEEE, 2017. doi: 10.1109/cec.2017.7969477.

***Timetabling* – Estudo de Caso em uma Instituição de Ensino Superior (IFES) Brasileira**

Miriam Rocha

Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)
Universidade Federal Rural do Semi-Árido (UFERSA)
miriam.rocha@ufersa.edu.br

Monaliza Rodrigues de Paula

Universidade Federal Rural do Semi-Árido (UFERSA)
monalizafpr@gmail.com

Resumo

Para qualquer organização, independentemente do ramo de atuação, é importante utilizar técnicas de otimização para melhorar processos de bens e/ou de serviços. Nesse contexto, o presente trabalho traz um estudo de Pesquisa Operacional (PO) voltado para o serviço público, com o objetivo de criar uma modelagem matemática destinada à resolução de problemas referentes a horários escolares em uma Instituição Federal de Ensino Superior (IFES) na cidade de Mossoró/RN, Brasil. Problemas dessa natureza são conhecidos como *Timetabling*, uma abordagem que vem ganhando espaço nas últimas décadas. Assim, por meio da utilização de conhecimentos de *Timetabling*, modelagem matemática e auxílio do software XPRESS-MP, foi possível modelar um horário de disciplinas de forma mais rápida e eficiente do que a habitualmente utilizada pela instituição. Demonstrando assim, que a pesquisa operacional ligada a uma ferramenta computacional proporciona soluções satisfatórias e confiáveis.

Palavras-chaves: Pesquisa Operacional; *timetabling*, modelagem matemática, IFES.

1 Introdução

Por meio de recursos matemáticos e computacionais, o processo de tomada de decisão deixou de ser fruto exclusivamente do feeling dos empresários, passando a ser orientado por *softwares*. Dentro desse contexto, as instituições acadêmicas também podem e devem empregar métodos de tomada de decisão em suas atividades corriqueiras, porém essenciais, como, por exemplo, alocação de docentes nos horários de aula.

Problemas dessa natureza são estudados e conhecidos pelo termo *Timetabling*, o qual tem sua tradução mais próxima denominada de horários. As soluções de problemas desse tipo surgiram de propostas baseadas na teoria dos grafos, em soluções utilizando técnicas de otimização, e em algoritmos e técnicas usadas em inteligência artificial [1]. Problemas de tal natureza não são uma novidade, pois há uma infinidade de variações com Problema Turma-Professor (PTP), e essa variedade se dá por causa dos critérios educacionais diferenciados entre países e regiões, isto é, cada localidade é avaliada de modo distinto [2].

Dentre as abordagens existentes e técnicas de solução de um PTP, destacam algumas: as heurísticas diretas, redução ao problema de coloração de um grafo, fluxo em redes e as meta-heurísticas Busca Tabu, Algoritmos Genéticos, dentre outras [3]. Porém, estudos sobre *Timetabling* não são comuns no Brasil e, além disso, as pesquisas dentro dessa área ainda não se desenvolveram por motivos específicos, e um deles é que são realizados de maneira isolada e sob perspectivas diferentes de metodologia [4].

Ainda vale destacar que especialistas de pesquisa operacional têm se interessado por esses tipos de problemas devido à natureza combinatória dos vários problemas relacionados com este contexto [5]. Por meio de uma abordagem científica, os softwares surgem como uma ferramenta auxiliadora, juntamente

com a modelagem matemática, da pesquisa operacional na resolução de problemas de otimização de horários em Instituições Federais de Ensino Superior (IFES), tendo como foco a alocação dos professores nos horários e disciplinas disponíveis, considerando a satisfação dos mesmos e as restrições presentes no sistema.

Sob a ótica de problemas referentes à *Timetabling*, o referente trabalho apresenta o objetivo de construir uma modelagem matemática dos horários do Curso de Engenharia de Produção (CEP) em uma Instituição Federal de Ensino Superior. Diante de tal cenário, a hipótese a ser verificada no referente trabalho é de que o modelo matemático proposto é competente para proporcionar soluções satisfatórias, certificando-se de que o tempo gasto para determinar a alocação dos professores e das disciplinas nos horários disponíveis seja consideravelmente diminuído

2 Contextualização do problema

O estudo foi realizado em uma Instituição Federal de Ensino Superior (IFES) localizada na cidade de Mossoró/RN, Brasil. O curso tomado como objeto para a elaboração do horário escolar foi o de Engenharia de Produção. Em 2014, no momento da pesquisa, o curso contava com um quadro de 14 professores, sendo 10 pertencentes ao departamento de origem (DCAT) e 4 pertencentes a outros departamentos da Instituição. E quanto ao número de alunos, eram 93 discentes ativos.

Como se trata de um modelo matemático, primeiramente foi definido quais os parâmetros adotados, as variáveis de decisão e posteriormente, construídas as restrições que condicionam o problema estudado. O primeiro passo foi nomear e quantificar todos os professores que ministram no CEP, e além disso foi identificada a carga horária, em créditos, que cada professor é requisitado à ministrar (Quadro 1). Vale a ressalva de que cada crédito equivale à uma disciplina de 30 horas.

Quadro 1 – Disposição dos Discentes

#	PROFESSOR	#	PROFESSOR
1	Professor (A) – 4 créditos	8	Professor (H) – 4 a 6 créditos
2	Professor (B) – 4 créditos	9	Professor (I) – 6 a 8 créditos
3	Professor (C) – 4 créditos	10	Professor (J) – 6 a 8 créditos
4	Professor (D) – 5 a 6 créditos	11	Professor de outro departamento (L) – 4 créditos
5	Professor (E) – 5 a 6 créditos	12	Professor de outro departamento (M) – 2 créditos
6	Professor (F) – 4 a 6 créditos	13	Professor de outro departamento (N) – 2 créditos
7	Professor (G) – 5 a 6 créditos	14	Professor de outro departamento (O) – 1 crédito

Posteriormente foram coletadas e enumeradas todas as disciplinas do curso (as disciplinas obrigatórias e as eletivas), separadas por período e definidas suas cargas horárias semanais, as quais são expostas no Quadro 2. Vale a ressalva de que os semestres para essa modelagem só são contados a partir do período VI, pois até o período V, os alunos do CEP pagam somente disciplinas do curso de Bacharelado em Ciência e Tecnologia, ao qual está ligado.

Também é importante destacar que as disciplinas Programação de Computadores (PC), Estratégia Competitiva das Organizações (ECO), Logística e Gestão de Rede de Suplementos I (LGI), Gestão de Aprendizagem Organizacional e da Inovação (AOI) e Aspectos Psicológicos do Trabalho (APT) são disciplinas cujos professores (com exceção de ECO) não pertencem ao departamento do curso estudado, portanto as mesmas possuem o horário fixo, no qual o modelo já restringe os horários para tais disciplinas.

Cada professor possui um grau de satisfação relacionado à cada disciplina. Esse grau de satisfação geralmente se deve à especialização que cada discente teve em determinada área. A fim de constatar o grau de satisfação de todos os professores, foi aplicado um questionário aos mesmos, e através das suas respostas foi possível estruturar uma relação entre o professor e a disciplina, bem como o grau de satisfação correspondente entre eles.

A satisfação é indicada por uma escala de 0 a 3, na qual grau 0 significa que o professor não apresenta nenhuma satisfação em ministrar determinada disciplina, grau 1 representa pouca satisfação, grau 2 indica indiferença, ou seja, o professor não apresenta prazer em ministrar a disciplina, mas também não apresenta nenhum desconforto, e por fim, grau 3 significa muito satisfeito.

Quadro 2 – Disposição das Disciplinas

#	DISCIPLINA	PERÍODO
1	Engenharia de Qualidade I (EQI) - 2 créditos	VI
2	Engenharia de Métodos e Processos (EMP) - 2 créditos	VI
3	Fundamentos de Engenharia de Produção (FEP) - 2 créditos	VI
4	Fundamentos da Modelagem Econômico-Financeira (FMEF) - 2 créditos	VI
5	Automação da Produção (AP) - 2 créditos	VII
6	Engenharia de Qualidade II (EQII) - 2 créditos horas	VII
7	Planejamento e Controle de Operações I (PCOI) - 2 créditos	VII
8	Planejamento, Programação e Controle da Produção (PPCP) - 2 créditos	Disciplina Ofertada à Outro Curso
9	Ergonomia (ERG) - 2 créditos	VII
10	Programação de Computadores (PC) - 2 créditos	VII
11	Estratégia Competitiva das Organizações (ECO) - 2 créditos	VIII
12	Gestão de Projetos (GP) - 2 créditos	VIII
13	Modelagem de Custos, Preços e Lucros para Tomada de Decisão (MCPL) - 2 créditos	VIII
14	Logística e Gestão de Rede de Suplementos I (LGI) - 2 créditos	VIII
15	Pesquisa Operacional (PO) – 2 créditos	VIII
16	Gestão da Manutenção e Confiabilidade (GMC) - 2 créditos	IX
17	Projeto e Desenvolvimento de Produto (PDP) - 2 créditos	IX
18	Engenharia Econômica e Finanças (EEF) - 2 créditos	IX
19	Planejamento e Controle de Operações II (PCOII) - 2 créditos	IX
20	Gestão da Tecnologia da Informação (GTI) - 2 créditos	IX
21	Gestão de Aprendizagem Organizacional e da Inovação (AOI) - 2 créditos	X
22	Modelagem Probabilística e Simulação de Sistemas de Produção (MPSP) - 2 créditos	X
23	Projeto Integrado de Sistemas de Produção (PISP) - 1 crédito	X
24	Gestão de Operações em Serviços (GOS) - 1 crédito	X
25	Logística e Gestão de Rede de Suplementos II (LGII) - 2 créditos	X
26	Aspectos Psicológicos do Trabalho (APT) - 1 crédito	XI
27	Trabalho de Conclusão de Curso I (TCCI) - 1 crédito	XI
28	Gestão da sustentabilidade (GS) - 2 créditos	XI
29	Optativa I (OPI) – 1 crédito	XI
30	Optativa II (OPII) – 1 crédito	XI

3 Método de pesquisa

Tomando como base a pesquisa bibliográfica e tendo conhecimento da real situação através da pesquisa de campo, foi construído um modelo matemático, iniciado com a análise do problema, seguido da coleta de dados, formulação e validação do modelo matemática, e a análise e a interpretação da solução fornecida. Para implementar a modelagem matemática do problema analisado, foi utilizada a linguagem Mosel do software Xpress-MP. Trata-se de uma modelagem de alto nível a qual permite os usuários a formulação de problemas. Depois de ter as variáveis, função objetivo e restrições definidas, aplicou-se os dados no software, obtendo a solução ótima. A máquina na qual o software foi instalado e, conseqüentemente, executado o modelo possui a seguinte configuração: computador com processador Intel ® Core™ i5, CPU (1,80GHz), memória RAM de 4 GB (sendo utilizável 3,88 GB) e sistema operacional de 63 bits e processador com base em x 64.

4 Formulação matemática e resultados

Como se trata de um modelo matemático, primeiramente foi definido quais os parâmetros adotados, as variáveis de decisão e posteriormente, construídas as restrições que condicionam o problema estudado. Para tanto, as notações utilizadas neste trabalho são estas : *prof*: número total de professores; *profP*: número de professores pertencentes ao departamento do CEP; *turma*: número total de turmas; *hora*: quantidade de horários disponíveis (15h45min a 17h35min, 18h40min a 20h30min, 20h30min a 10h20min); *dia*: quantidade de dias da semana (segunda-feira à sexta-feira); *auxT*: auxiliar 1 para testar as turmas; *auxH*: auxiliar 1 para testar os horários; *Hd*: conjunto de todos os horários de aula de um dia *d* da semana. E os parâmetros adotados fornecidos à modelagem matemática para construção do horário do CEP estão dispostos a seguir: *EP*: conjunto de todos os professores do CEP; *D*: conjunto de todos os dias de aula por semana; *T*: conjunto com $NT = |T|$ turmas; *Rt*: carga horária para a turma *t*; *Rpmax*: carga horária máxima que o professor *p* pode atender; *Rpmin*: carga horária mínima que o professor *p* pode atender; *Spt*: Grau de satisfação do professor *p* na turma *t*.

A modelagem matemática descrita no presente estudo baseia-se no agendamento de aulas unitárias, pela variável de decisão binária x_{pthd} e, além disso, foi criada outra variável auxiliar binária, w_{pt} , com o propósito de facilitar a formulação matemática:

Variáveis:

$$x_{pthd} = \begin{cases} 1, \text{ se o professor } p \text{ leciona para uma turma } t \text{ em um horário } h \text{ do dia } d \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases}$$

$$w_{pt} = \begin{cases} 1, \text{ se o professor } p \text{ leciona para uma turma } t \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases}$$

Função Objetivo:

$$Maxz = \sum_{p=1}^{prof} \sum_{t=1}^{turma} S_{pt} * \sum_{h=1}^{hora} \sum_{d=1}^{dia} X_{pthd}$$

Restrições:

$$\sum_{t=1}^{turma} \sum_{h=1}^{hora} \sum_{d=1}^{dia} X_{pthd} \leq R_{pmax} \forall p \in prof \quad (1)$$

$$\sum_{t=1}^{turma} \sum_{h=1}^{hora} \sum_{d=1}^{dia} X_{pthd} \geq R_{pmin}, \forall p \in prof \quad (2)$$

$$\sum_{p=1}^{prof} w_{pt} = 1, \forall t \in turma \quad (3)$$

$$\sum_{h=1}^{hora} \sum_{d=1}^{dia} X_{pthd} = Rt * w_{pt}, \forall p \in prof, t \in turma \quad (4)$$

$$w_{pt} \geq X_{pthd}, \forall p \in prof, t \in turma, h \in hora, d \in dia \quad (5)$$

$$\sum_{t=1}^{turma} X_{pthd} \leq 1, \forall p \in prof, h \in hora, d \in dia \quad (6)$$

$$\sum_{p=1}^{prof} \sum_{h=1}^{hora} \sum_{d=1}^{dia} X_{pthd} \geq 1, \forall t \in turma \quad (7)$$

$$X_{p,t,3,1} + X_{p,t,3,2} + X_{p,t,2,4} + X_{p,t,3,4} = 0, \forall p \in P, tin 1.4 \quad (8)$$

$$X_{p,t,3,1} + X_{p,t,3,4} = 0, \forall p \in P, \text{tin } 5..11 \quad (9)$$

$$X_{p,th1} + X_{pij5} \leq 1, \forall p \in \text{prof}P, p \neq 1 \text{ e } 3, t \in \text{turma}, h \in \text{hora}, \quad i = 1 \dots 30 \in \text{turmae}j = 1 \dots 3 \in \text{hora} \quad (10)$$

$$\sum_{p=1}^{\text{prof turma}} \sum_{t=1,4} X_{p,thd} \leq 1, \forall h \in \text{hora}, d \in \text{dia} \quad (11.1)$$

$$\sum_{p=1}^{\text{prof turma}} \sum_{t=5,7} X_{p,thd} + \sum_{p=1}^{\text{prof turma}} \sum_{t=9,10} X_{p,thd} + \leq 1, \forall h \in \text{hora}, d \in \text{dia} \quad (11.2)$$

$$\sum_{p=1}^{\text{prof turma}} \sum_{t=11,15} X_{p,thd} \leq 1, \forall h \in \text{hora}, d \in \text{dia} \quad (11.3)$$

$$\sum_{p=1}^{\text{prof turma}} \sum_{t=16,20} X_{p,thd} \leq 1, \forall h \in \text{hora}, d \in \text{dia} \quad (11.4)$$

$$\sum_{p=1}^{\text{prof turma}} \sum_{t=21,25} X_{p,thd} \leq 1, \forall h \in \text{hora}, d \in \text{dia} \quad (11.5)$$

$$\sum_{p=1}^{\text{prof turma}} \sum_{t=26,30} X_{p,thd} \leq 1, \forall h \in \text{hora}, d \in \text{dia} \quad (11.6)$$

$$\sum_{t=1}^{\text{turma hora}} \sum_{h=1} X_{1,th3} = 0 \quad (12)$$

$$\sum_{t=1}^{\text{turma hora}} \sum_{h=1} X_{3,th5} = 0 \quad (13)$$

$$X_{13,10,1,1} = 1 \quad (14.1)$$

$$X_{13,10,1,3} = 1 \quad (14.2)$$

$$X_{11,14,2,2} = 1 \quad (14.3)$$

$$X_{11,14,2,4} = 1 \quad (14.4)$$

$$X_{12,21,2,4} = 1 \quad (14.5)$$

$$X_{12,21,3,4} = 1 \quad (14.6)$$

$$X_{14,26,1,5} = 1 \quad (14.7)$$

$$\sum_{p=1}^{\text{prof}P} (X_{p,11,2,1} + X_{p,11,2,3}) = 2 \quad (15)$$

$$\sum_{p=1}^{\text{prof turma dia}} \sum_{t=1} \sum_{d=1} X_{p,thd} \leq 5, \forall h \in \text{hora}, t \neq 8 \quad (16)$$

A função objetivo visa a maximização da satisfação de um professor p em lecionar na turma t , utilizando a variável binária $X_{p,thd}$. Na descrição das restrições, considera-se a separação entre as restrições genéricas, ou seja, se encaixam em qualquer IFES, e as restrições específicas do curso analisado. Dentro das restrições mais abrangentes, destacam-se as restrições de 1 a 7, já as restrições de 8 a 15 são moldadas pelas características peculiares do Curso de Engenharia de Produção.

Para cada professor, diante das peculiaridades do curso, foram estabelecidos limites máximos e mínimos de créditos a serem ministrados, e tais limites variam dependendo da classificação do professor. Os professores que exercem o cargo de coordenador do curso (atualmente professor B, no caso) e os que não são dedicação exclusiva (professores A e C) devem lecionar 4 créditos cada um, já os professores efetivos (professores D a H) devem lecionar numa faixa de 5 a 6 créditos, com exceção dos professores F e H, que ministram em uma faixa de 4 a 6 créditos. Foi construída essa abertura para professores efetivos que estejam em outra atividade, como por exemplo, cursando doutorado. Os professores substitutos (professores I e J), por sua vez, possuem uma carga horária maior, com faixa de 6 a 8 créditos (atualmente) e os professores que pertencem a outro departamento (professores L a O), possuem limites variáveis entre 1 e 2 créditos, o que depende da disciplina a ser ministrada.

A restrição 1 garante que a soma das cargas horárias máximas das disciplinas de um professor não exceda a sua carga horária máxima. Desta forma, para cada professor, serão testados todos os dias, todos os horários e todas as turmas, de modo que não ultrapasse o limite máximo da carga horária de cada professor. Já a restrição 2 garante que a soma das cargas horárias mínimas das disciplinas de um professor não fique abaixo de sua carga horária mínima. Desta forma, para cada professor, serão testados todos os dias, todos os horários e todas as turmas, de modo que o limite mínimo da carga horária de cada professor seja obedecido.

A restrição 3 garante que em toda turma, um professor seja alocado. Para isso, a variável de decisão auxiliar é utilizada e testada com todos os professores, sendo a equação igualada a um.

Não é interessante para os professores, e nem tão pouco para o desempenho dos alunos, que uma turma seja dividida entre dois ou mais docentes, isto é, uma turma, mesmo que seja de 2 créditos (60 horas) deve ser ministrada apenas por um professor. Sendo assim, as restrições 3, 4 e 5, servem para vincular as duas variáveis de decisão do problema, e dessa forma, garantem que a turma não seja dividida.

A restrição 6 garante que 1 professor não pode lecionar 2 turmas em um mesmo horário e em um mesmo dia. Assim, para todo professor, horários e dias, serão testadas todas as turmas e o resultado deve ser menor ou igual a um, dessa forma, o professor não será demandado por duas turmas em um mesmo instante.

A restrição 7 obriga o software a alocar todas as disciplinas. Para toda turma, serão testados todos os professores, todos os horários e todos os dias, de maneira que o resultado seja maior ou igual a um, pois há disciplinas que possuem 2 créditos. Assim, todas as disciplinas apresentadas ao modelo, obrigatoriamente, serão ministradas. O curso de Engenharia de Produção está ligado ao curso de Bacharelado em Ciência e Tecnologia (BCT), então os alunos que querem no CEP são obrigados a pagar, além das eletivas, disciplinas referentes ao BCT. O impasse é que as mesmas são alocadas em horários pertencentes ao 6º e ao 7º período do curso analisado, portanto, não é interessante que as disciplinas do BCT sobreponham as disciplinas de Engenharia de Produção, desta forma o aluno pode pagar em um mesmo período disciplinas do BCT e de CEP.

Sendo assim, a restrição 8 garante que, para todo professor e para toda turma variando de 1 a 4 (turmas pertencentes ao período VI), nos horários de 20h30min a 10h20min em dia de segunda-feira, 20h30min a 10h20min em dia de terça-feira, 18h40min a 20h30min e 20h30min a 10h20min em dia de quinta-feira, não serão alocados nenhuma turma do CEP, e é por isso que a equação se iguala a zero. A restrição 9 segue a mesma lógica, porém, evitando alocação de turmas no período VII, nos horários 20h30min a 10h20min em dia de segunda-feira, 20h30min a 10h20min em dia de quinta-feira, igualando também o somatório a zero.

O corpo docente do CEP é formado por professores, tanto da cidade na qual a IFES está instituída, quanto por professores advindos de outras cidades, sejam elas circunvizinhas ou não. Portanto, a fim de aumentar a satisfação desses professores quanto a seus horários, foi-se construída uma restrição que proporcionasse folga em dias próximos aos sábados e domingos, já que tais dias são os escolhidos para viagens à cidade natal. Então, a restrição 10 garante que todo professor pertencente ao DCAT tenha folga na segunda-feira

ou na sexta-feira, isto é, o professor ministrar alguma turma, em algum horário na segunda-feira, ele não terá que ministrar aula na sexta-feira e vice-versa. Vale a ressalva de que os professores A e C são excluídos dessa restrição, pois os mesmos apresentam suas específicas demandas de folga, e além disso, para validar essa restrição é necessário a utilização de dois auxiliares, um auxiliar i para testar todas as turmas, e outro auxiliar j para testar todos os horários.

Foram adicionadas ao modelo restrições referentes às disciplinas de cada período, evitando choque de horário entre as mesmas. Assim, para todo horário e turma, são testados todos os professores e todas as turmas referentes àquele período, de modo que a equação seja menor ou igual a um, já que em um determinado horário pode ter disciplina alocada ou não. Dessa maneira, as restrições 11.1, 11.2, 11.3, 11.4, 11.5 e 11.6 garantem que as disciplinas do período VI, VII, VIII, IX, X e XI, respectivamente, não se sobreponham. É importante destacar que a turma de PPCP foi excluída dessa restrição por se tratar de uma disciplina de outro curso e deve ser ministrada a tarde.

No curso onde ocorreu o estudo há também peculiaridades referentes à indisponibilidade de professores, por exemplo, o professor A não está disponível para dar aula na quarta-feira, e o professor C, por sua vez, não pode dar aula na sexta-feira. Então foi adicionada ao modelo restrições referentes à esses dois professores do DCAT. A Restrição 12 garante que o professor A não leccione nenhuma turma na quarta-feira, pois o somatório de todas as turmas em todos os horários do professor 1 (A) no dia 3 (quarta-feira) é igualado a zero. Já a Restrição 13 garante que o professor C não leccione nenhuma aula na sexta-feira, pois o somatório de todas as turmas em todos os horários do professor 3 (A) no dia 5 (sexta-feira) é igualado a zero.

As disciplinas PC (turma 13), LGI (turma 14), AOI (turma 21) e APT (turma 26) são ministradas pelos professores 10, 14, 21 e 26, nos horários de 15h45min a 17h35min em dia de segunda-feira e quarta-feira, 18h40min a 20h30min em dia de terça-feira e quinta-feira, 18h40min a 10h20min em dia de quinta-feira, e 15h45min a 17h35min em dia de sexta-feira, respectivamente. Isso acontece porque tais disciplinas não pertencem ao departamento do CEP, por isso, seus horários já são estabelecidos por seus respectivos departamentos. Há a exceção de ECO (turma 11), pois a mesma pode ser ministrada por professor do DCAT. Nesse sentido, foram construídas as restrições 14.1, 14.2, 14.3, 14.4, 14.5, 14.6 e 14.7, as quais obrigam que essas disciplinas estejam dispostas em seus respectivos horários sendo lecionadas por seus respectivos professores.

Apesar da disciplina ECO ser de outro departamento, a mesma é ministrada por professores do DCAT, e com isso, a restrição 15 garante que o horário dessa disciplina seja fixo, porém, com variação dos professores do departamento do curso estudado, por isso que o somatório de todos os professores pertencentes ao departamento do CEP é igualado a dois, para que se cumpram os dois horários estabelecidos.

Como mencionado antes, apesar de ter o horário da tarde disponível, por se tratar de um curso noturno, não é viável que muitas turmas sejam alocadas nesse horário, portanto, a restrição 16 garante uma minimização de aulas no primeiro horário, limitando as horas da tarde em, no máximo, 5 horários, excluindo dessa restrição a turma de PPCP. O modelo possui, em sua totalidade, 6.720 variáveis e 72.073 restrições. E o tempo para execução do modelo e fornecimento da solução foi de 1,2 segundos.

Além da alocação, o modelo forneceu a maximização o grau de satisfação de cada professor com relação às turmas. Foram agrupados os professores de acordo com suas características no quadro docente. Pode-se perceber que o grau de satisfação não é discrepante de um professor para outro, demonstrando assim, haver equilíbrio na solução proveniente do modelo. Esses resultados também foram validados por meio de consulta ao coordenador e os professores do CEP. Segundo a análise qualitativa, a alocação atendeu as necessidades do curso, uma vez que todas as disciplinas foram designadas a professores com maior familiaridade respeitando as restrições do problema analisado.

5 Considerações finais

A Engenharia de Produção se destaca por sua ampla área de atuação, e um dos papéis essenciais do engenheiro de produção é otimizar processos, seja de bens ou serviços. Dentro desse contexto, a Pesquisa Operacional destaca-se entre as ferramentas mais utilizadas por ser um meio de se chegar à uma solução para os problemas mais diversificados. No caso de *Timetabling*, a PO se apresenta como subsídio para resolução desse problema de natureza tão complexa, já que se trata, na maioria das vezes, de milhares de variáveis e restrições. No que diz respeito à IFES estudada, percebeu-se que o modelo se apresenta satisfatório, uma vez que atingiu todos os objetivos propostos, pois o problema de alocação de docentes nos horários escolares do Curso de Engenharia de Produção foi modelado, as variáveis de decisão foram identificadas e as restrições foram reconhecidas e consideradas.

A hipótese testada no trabalho foi a verificação da competência do modelo matemático em proporcionar soluções satisfatórias, certificando se o tempo gasto para construir o horário foi consideravelmente diminuído. Houve um tempo, bastante considerável, dedicado à modelagem de cada variável e restrição, porém, após o código estar pronto, foi verificado que o software fornece a solução em menos de 2 segundos. Se houver alterações no modelo, as mesmas serão feitas de maneira rápida, pois com a lógica já pronta, o operador fará somente alterações pontuais no código. Pode-se tomar então, a hipótese apresentada como verdadeira. Transformar algo subjetivo em número não é tão trivial. Uma das maiores dificuldades da pesquisa foi traduzir todas as especificações do ambiente em modelagem matemática. Além de tal transformação, converter modelagem matemática em linguagem mosel também requer tempo e perspicácia para encontrar os erros e corrigi-los.

É importante destacar que, com relação às disciplinas alocadas a tarde e que pertencem ao departamento do curso analisado, o modelo ofereceu um horário a mais do que o horário atual analisado. Entretanto, a utilização do modelo ainda é considerada vantajosa, uma vez que, com o já horário montado, é mais fácil e rápido para o coordenador visualizar os horários vazios e analisar quais as alterações de alocação que podem ser feitas. Ademais, o grau de satisfação dos professores em lecionar determinada turma pode ser considerado gratificante, pois se compararmos o resultado do modelo com as respostas dos questionários, veremos que os docentes estão lecionando as disciplinas que possuem maior grau de satisfação.

Diante do exposto, pode-se então concluir que o estudo foi válido, uma vez que se utilizou dos conceitos e práticas da Pesquisa Operacional, conjuntamente com o software Xpress – MP, e através do mesmo obteve-se resultados satisfatórios, o que proporcionou um modelo que pode ser facilmente utilizado, resolvendo assim, o problema de alocação dos professores do Curso de Engenharia de Produção da IFES estudada. Para trabalhos futuros, sugere-se a ampliação do estudo a outros cursos e instituições de ensino superior. Assim, um modelo genérico poderia ser criado e, conseqüentemente, isto facilitaria a alocação de disciplinas a professores em outros estabelecimentos de ensino que possuem a mesma dificuldade.

Referencias

1. Terra, I. P.; Radaelli, J. L. Utilização dos Métodos de Otimização em Problemas de Timetabling. *Principium Online*, Coronel Fabriciano, v. 1, n. 1, jul., 2007. X. Hernández. *The Art of Passing the Ball*. Wiley, New York, 2012.
2. SOBRAPO. *Pesquisa Operacional: Uma Publicação da Sociedade Brasileira de Pesquisa Operacional*. Vol 28. Rio de Janeiro, 2008.
3. Sousa, V. N. et al. Programação da Grade de Horário em Escolas de Ensino Fundamental e Médio, 2008. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0101-74382008000300002>. Acesso em Mar 2014.
4. Pillay, N. A survey of school timetabling research. *Annals of Operations Research*. 218.1: 261-293, 2014.
5. de Werra, Dominique. The combinatorics of timetabling. *European Journal of Operational Research* . 96.3: 504-513, 1997.

SERVICE ORDERS VEHICLE ROUTING PROBLEM WITH LIMITED AND HETEROGENEOUS FLEET

Carlos Leonardo Ramos Póvoa
Universidade Estadual do Norte Fluminense - UENF
clrp@uenf.br

Geraldo Galdino de Paula Jr.
Universidade Estadual do Norte Fluminense - UENF
galdino@uenf.br

Abstract

The routing service order problem can be characterized as an adaptation of the vehicle routing problem with multi-compartments with limited and heterogeneous fleet. In this work a GRASP heuristic with path relinking is presented for solver the problem. Computational tests based on instances of the literature were performed. The results obtained were compared with three studies in the literature. The average cost obtained in the 14 tested instances is less than two of the works used as reference and provides new best solutions.

Keywords: Vehicle routing problem; GRASP; Path relinking.

1 Introduction

Companies providing telephony, energy, water and sewage services has to keep external work teams to meet the requests of their customers and perform maintenance services on their equipments. An efficient management of these teams allows an increase in quality and cost reduction at services provided. The critical point of this operation is the distribution of service orders among teams and should be done in a way that minimizes the operational cost and ensures the fulfillment of all the requests.

The Service Orders Vehicle Routing Problem (SOVRP) can be described as an adaptation of Multi-Compartment Vehicle Routing Problem (MC-VRP) with an limited heterogeneous fleet, where each customer has an specific demand for each compartment.

Multi-Compartment Vehicle Routing Problem (MC-VRP) appears for the first time at Brown and Graves (1981) and Avella et. al. (2004) where is described as an application for the fuel distribution problem. The compartments are fixed and the product allocation can be made in any compartment. Chajakis and Guignard (2003) studied the problem applied to distribution in convenience stores. The vehicles had variable size dividers and developed a solution using Lagrangian relaxation.

El Fallahi et. al. (2008) describes the problem on a context of distribution of feed for farm animals. The compartment sizes are fixed and each product can only be allocated in one compartment type. They can not be mixed with any other similar product. A solution for the problem was proposed using memetic algorithms and tabu search.

Muyldermans and Pang (2010) consider a similar problem and developed a Guided Local Search (GLS) algorithm for their solution. Cornillier et al. (2008) extends the problem to multiple delivery periods. Lahyani et al. (2015) present a case study of the distribution of olive oil, which are categorized in different compartments according to their quality. Henke et al. (2015) presents a version of the problem adapted to the collection of recycled material, where the compartment sizes are flexible. A variable neighborhood search algorithm was developed to solve the problem.

2 Problem formulation

The problem can be formulated as follows: given an undirected graph $G = (P, E)$, the set of vertices $P = \{0, 1, \dots, n\}$ represents the points at which services are to be executed ($\{1, \dots, n\}$). The element ($\{0\}$) being the base of operations where the vehicles will depart. The services will be executed by a set of no identical vehicles (work teams) $V = \{1, 2, \dots, v\}$ with different costs and capacities. Each team is enabled to execute specific types of services, which will be represented by its set of compartments $C = \{1, \dots, m\}$. The set of edges $E = \{(i, j) \in P, i < j\}$ represents the connections between the vertices and has a non-negative cost $c_{ij} = c_{ji}$. All these costs satisfy triangular inequality. The service orders vehicle routing problem can be modeled as follows:

$$\text{Min} \quad \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \sum_{k=1}^v x_{ij}^k d_{ij} \alpha_k + x_{ij}^k F_k \quad (1)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i=0}^n \sum_{k=1}^v x_{ij}^k = 1 \quad i = 1, \dots, n \quad (2)$$

$$\sum_{i=0}^n \sum_{k=1}^v x_{ij}^k = 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (3)$$

$$\sum_{i=0}^n x_{ip}^k - \sum_{j=0}^n x_{pj}^k = 0 \quad p = 1, \dots, n \quad k = 1, \dots, v \quad (4)$$

$$\sum_{j=0}^n t_j \left(\sum_{i=0}^n x_{ij}^k \right) \leq T_k \quad k = 1, \dots, v \quad (5)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{0j}^k \leq 1 \quad k = 1, \dots, v \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{i0}^k \leq 1 \quad k = 1, \dots, v \quad (7)$$

$$\sum_{j=0}^n t_{cj} \left(\sum_{i=0}^n x_{ij}^k \right) \leq T_k^c \quad k = 1, \dots, v \quad c = 1, \dots, m \quad (8)$$

$$x_{ij}^k \in \{0, 1\} \quad \forall i, j, k \quad (9)$$

The objective function (1) represents the total cost of the routes, α_k is the variable cost (depends on the distance) and F_k is the fixed cost of using the team. Constraints (2) and (3) ensure that each customer is served exactly once. The continuity of the route is guaranteed by the restriction (4), where if a vehicle arrives at the point must departure from that same point. Equation (5) limits the time of operation of the team (T_k), where the sum of the times of execution of each service (t_j) can not exceed the daily workday of the team. Restrictions (6) and (7) ensure that each vehicle is used no more than once. Equation (8) limits the ability to execute service type (c) for each team: the sum of the execution times of each type of service can not exceed the team maximum time has to execute the services (T_k^c).

The purpose of the model is to briefly describe the problem in question. The SOVRP is *NP-hard*, since it is considered a generalization of the classic VRP. Only small instances can be resolved exactly. This is the justification for using heuristics to solve real problems (Silvestrin e Ritt, 2017).

3 GRASP - Path relinking algorithm

In this work, a GRASP algorithm with path relinking is proposed for solver the SOVRP problem. The GRASP algorithm (*Greedy Randomized Adaptive Search Procedures*) is an iterative method, proposed by Feo and Resende (1995), which consists of two phases: a construction phase, in which a viable solution is

generated at each iteration, element by element, and a local search phase in which the solution is improved. The final result is the best solution obtained in the different iterations of the procedure.

One of the failures of GRASP is that the solutions generated at each iteration are independent and discarded. A solution to this problem is to incorporate the path relinking algorithm proposed by Laguna and Marti (1999). Path relinking generates new solutions by exploring existing connections among GRASP solutions (Ho and Szeto, 2016). GRASP with Path relinking has been successfully applied to different routing problems, Ho and Gen-dreau, 2006; Souffriau et al., 2010; Campos et al., 2014; Ho and Szeto, 2016.

The proposed algorithm (Algorithm 1) is based on the work of Chaovalitwongse et al. (2003) and Kontovaris and Bard (1994). The construction of viable solutions is initiated by the seed selection procedure (Algorithm 2), which aims to initialize each new route with a consumer. This selection is made so that the most dispersed consumers are allocated first and the number of initial routes is equals the minimum number of vehicles needed for all services to be made. The minimum number of vehicles is calculated by the sum of the times of each type of service and the maximum working day of each team. The number of initial routes is given by:

$$I = \sum_{k=1}^n \sum_{c=1}^m t_k^c / \sum_{k=1}^v T_k \quad (10)$$

Initially the procedure allocates the farthest consumer from the starting point and chooses the least expensive viable vehicle. The procedure continues until the total number of initial routes I is completed. The choice of the vehicle to be initially allocated depends on the time available to do the service, the types of compartments and fixed and variable costs. The vehicles with the largest working hours available are initially allocated.

Algorithm 1. GRASP+PR - SOVRP.

```

P = P - {0}
ρ = SeedSelection(P, V)
f* ← ∞
for k = 1 to iter do
    x = ConstructGreedyRandomized (ρ, δ1, δ2, δ3, λ)
    x̂ = LocalSearch (x)
    x̃ = PathRelinking (x̂, R)
    R = Update (x̃, R)
    if ( f (x̃) < f* ) then
        s* = x̃
        f* = f (x̃)
    end if
end for
return s*

```

Algorithm 2. SeedSelection.

```

S = { }
s = Find customer c ∈ P that is farthest
    from depot
while |S| < I do
    S = S ∪ s
    Create new route r with customer s and associate
    a viable vehicle v for the route.
    ρ = ρ ∪ r
    V = V - v
    P = P - s
    s = Find customer c ∈ P that maximize the sum
    of distances to elements in S
end while
return ρ

```

In Algorithm 3 the cost of insert the client k , in route r , using o vehicle v , between clients i, j is $C_{i,j,k,r,v}$. This cost formulation is demonstrated in section 3.1. During the construction phase, first the lowest insertion cost ($C_{c,r^*,v}$) is found on each route r for each consumer c , using the vehicle v . Then a P_c opportunity is calculated that measures the cost to be paid later if the corresponding consumer is not associated with their minimal cost route.

Algorithm 3. ConstructGreedyRandomized.

```

while  $P \neq \emptyset$  do
  for  $c = 1$  to  $|P|$  do
    for  $r = 1$  to  $|\rho|$  do
      for  $v = 1$  to  $|V|$  do
        if (viable) then Find the insertion cost between costumers  $(i, j)$   $C_{c,r,v} = \{\min\{C_{i,j,c}\} \forall_{i,j} \in r\}$ 
      end for
    for  $c = 1$  to  $|P|$  do
      Find route  $r^*$  with overall minimum insertion cost  $C_{c,r^*,v} = \{\min\{C_{c,r,v}\} \forall_r \in \rho, \forall_v \in V\}$ 
    end for
    for  $c = 1$  to  $|P|$  do
      Find the Penalty cost  $P_c = \sum (C_{c,r,v} - C_{c,r^*,v}) \forall_r \in \rho, \forall_v \in V$ 
    end for
     $RCL =$  Build a list with the  $\lambda$  largest Penalty costs  $(P_c)$ .
     $\hat{c} =$  Randomly select one consumer from  $RCL$  to be routed.
     $P = P - \hat{c}$ 
  end while
return  $x$ 

```

Consumers with high penalty values should be associated with a route first, while those with lower values may wait. The restricted candidates list (RCL) is constructed with the highest penalty costs (λ) and the consumer to be routing is chosen at random.

3.1 Client insert cost

Solomon (1987) introduces many ways to calculate the cost of insert customers in routes. Computational experiences show that these functions are good to applications where the customers are grouped and the vehicle capacity is not considered. Because of this limitation we introduce the following cost function, based on the paper of Chaovalitwongse (2003):

$$C_{i,j,k,r,v} = \delta_1 c_{i,j,k,r,v}^1 + \delta_2 c_{i,j,k,r,v}^2 + \delta_3 c_{i,j,k,r,v}^3 \quad (11)$$

that $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ are non-negative constants that will measure the values of each cost function component and $\delta_1 + \delta_2 + \delta_3 = 1$. First component $c_{i,j,k,r,v}^1 = VFT_v - \sum_{c=1}^m t_k^c$ where VFT_v is free time of vehicle v . This function designates the cost associated with free time of vehicle and maps great services times in small costs, high demand customers should be associated to vehicles first. This logic also is used in knapsack problem (Martello e Toth, 1990). The second component is given by $c_{i,j,k,r,v}^2 = (d_{ik} + d_{jk} - d_{ij})\alpha_v$, where α_v is the cost per distance of vehicle v . This component measures the cost of the increase in distance with the insertion of the consumer k . The third one inserts the fixed cost of the vehicle v and it is given by $c_{i,j,k,r,v}^3 = F_v$.

3.2 Local Search

Two types of movements are used to improve the solution. The first one (*Move*) tries to relocate costumers to a lower cost route. The procedure is initialized with routes that there are less costumers. If

any route present at the end a null amount of costumers, it is eliminated of the solution, releasing team utilization. The second move is the classic 2-opt (Lin, 1965) that consists consists of changing two non-adjacent nodes $(i, i+1)$ and $(j, j+1)$ for (i, j) and $(i+1, j+1)$ in a same route. A variation was implemented for the case of two distinct routes (2-opt inter-route). Two arcs $(i, i+1)$ and $(j, j+1)$, of the routes r and r' are removed, and the routes are reconnected by the insertion of the arches $(i, j+1)$ and $(j, i+1)$. All the restrictions must be checked before the route change. If any vehicle is incompatible, it is attempted to change the vehicles of the routes or use some other available vehicle. All the movements have a complexity of $O(|P|^2)$.

3.3 Path relinking

The path relinking algorithm is described as a strategy to incorporate attributes of high quality solutions into the current solution under study by favoring these attributes in the choice of movements (Resende and Ribeiro, 2003). Ho and Szeto (2016) show that the goal of path relinking is to explore the paths connected by pairs of elite solutions.

The algorithm used is based on the work of Ho and Szeto (2016) that explores the paths between the initial solution (GRASP) and the guide solution (reference set R). Basically the algorithm attempts to incorporate links from the guiding solution into the initial solution using a neighborhood operator that gradually tries to improve the solution.

Algorithm 4 describes the procedure that initially explores the R reference set of elite solutions. This set is formed by the best solutions already generated and is limited by its maximum size (R_{max}). When a better solution is found the worst solution of R is discarded. The set T is formed by the common arcs between the guiding solution and the initial solution.

The neighborhood set $w(x)$ is formed by applying the 2-opt (inter-route) operator to the initial solution. The set of eligible movings H is formed with the arcs which are not contained in the set T . Then a moving is chosen that minimizes the result, If the arcs (i_u, i_v) and/or (i_u+1, i_v+1) belong to the guiding solution the set T is updated. If after five iterations the insertion of new attributes of the guiding solution in the new solution \bar{x} does not occur the procedure is interrupted. The whole procedure is run again, so that the initial solution assumes the role of guide solution ($x_I = R_b$; $x_g = \bar{x}$). The best result found during the path-relinking procedure is improved using local search procedure.

4. Computational experiments

The algorithm was implemented in *object pascal* using object oriented techniques. The following classes were implemented to facilitate the use of the code in future implementations: *TClient*, *TVehicle*, *TDemand*, *TCompartment*, *TRoute*, *TRouting*, *TGrasp*, *TRoutes*, *TVehicles*, *TClients*, *TLocalSearch* and *TPathRelinking*.

The instances used to evaluate the heuristic are those used in the work of El Fallahi et. al. (2008). These instances use vehicles with two compartments and initially each customer's demand was randomly divided into two parts. The demand for the first compartment was calculated using the equation $q_{i1} = q_i/k$, where q_i is the demand obtained in the VRP and k is an random integer between 3 and 5. The demand for the second compartment is the difference between the total demand and that of the first compartment. For the calculation of the capacity of the compartments, the average demand is used. Since c is the index of each compartment, the following formula is used: $Q_c = (Q \times \bar{Q}_c) / (\bar{Q}_1 + \bar{Q}_2)$. For more details consult El Fallahi et. al. (2008).

Algorithm 4. Path relinking

```

 $f_l = \infty$ 
for  $b = 1, \dots, |R|$  do
   $x_l = \hat{x}$  ;  $x_g = R_b$  ;  $repeat = 0$ 
  while  $repeat < 2$  do
     $T = A_l \cap A_g$  ;  $x = x_l$ 
     $noImpr = 0$ 
    while  $noImpr < 5$  do
       $w(x)$  = neighborhood of  $x$  obtained by applying 2-opt (inter-route)
       $H = \{ w(x) \notin T \}$ 
      select a tour  $\bar{x} \in H$  that minimize  $f(\bar{x})$ ,  $\bar{x}$  is obtained by removing  $(i_u, i_{u+1})$  and  $(i_v, i_{v+1})$ ,
      and adding  $(i_u, i_v)$  and  $(i_{u+1}, i_{v+1})$ 
      if  $(i_u, i_v) \in A_g$  and/or  $(i_{u+1}, i_{v+1}) \in A_g$  then
         $T = T \cup (i_u, i_v)$  and/or  $T = T \cup (i_{u+1}, i_{v+1})$ 
         $noImpr = 0$ 
      else
         $noImpr = noImpr + 1$ 
      end if
      if  $f(\bar{x}) < f_l$ 
         $f_l = f(\bar{x})$  ;  $\hat{x} = \bar{x}$ 
      end if
       $x = \bar{x}$ 
    end while
     $repeat = repeat + 1$ 
     $x_l = R_b$  ;  $x_g = \hat{x}$ 
  end while
end for
 $\hat{x} = \text{LocalSearch}(\hat{x})$ 
return  $\hat{x}$ 

```

A particularity of the routing service orders is the non-split of deliveries, that is, each customer must be serviced only by a team. This avoids an unnecessary reduction in the level of customer service in exchange for a possible cost reduction. After some initial experiments the parameters used by the algorithm were fixed and are presented in Table 1. The tests were done in an Intel Core i5-2400 at 3.1 GHz PC.

The results obtained were compared with El Fallahi et. al. (2008), Mendoza et al. (2010) and Silvestrin and Ritt (2017). El Fallahi et. al. (2008) developed a tabu search (TS) and a memetic algorithm (MA) to solve the problem. The work of Mendoza et al. (2010) also uses a memetic algorithm (MA). Silvestrin and Ritt (2017) developed a iterative tabu search (ITS). Table 2 presents the results and the comparisons.

Table 1 - Parameters

GRASP parameters	Path Relinking parameters
$iter = 300$; $RCL = 3$; $\delta_1 = 0.1$; $\delta_2 = 0.8$; $\delta_3 = 0.1$	$R_{max} = 3 $

Table 2 - GRASP comparison with the best results

File	n	El Fallahi et al. (2008)		Mendoza et al. (2010)	Silvestrin and Ritt (2017)	Cost	Time (s)	Best Result
		MA - MC-VRP-WS	TS - MC-VRP-WS	MA/SCS	ITS	GRASP + PR	GRASP + PR	Gain (%)
vrpnc1	50	558.8	556.1	550.2	534.7	550.2	11	2.9
vrpnc2	75	888.6	863.6	884.3	858.4	900.2	31	4.9
vrpnc3	100	878.4	837.6	852.7	832.9	854.1	65	2.5
vrpnc4	150	1089.1	1070.7	1080	1062.1	1081	166	1.8
vrpnc5	199	1408.5	1361.4	1403.5	1353.2	1471.2	317	8.7
vrpnc6	50	569.4	563.4	562.7	555.8	551.5	19	-0.8
vrpnc7	75	955.1	949	946.3	923.4	891.1	41	-3.5
vrpnc8	100	958.9	916.2	874.7	876.7	883.6	102	0.8
vrpnc9	150	1262.7	1290.8	1240.5	1183.8	1168	240	-1.3
vrpnc10	199	1509.1	1490.2	1515.6	1440.4	1492.7	464	3.6
vrpnc11	120	1122.9	1201.6	1162.4	1111.2	1220.1	125	9.8
vrpnc12	100	926.5	934.1	916.6	889.7	933.1	62	4.9
vrpnc13	120	1542.4	1582.3	1607.4	1545.8	1205	150	-22.0
vrpnc14	100	966.5	1141.6	937.6	929.1	1013.2	96	9.1
Average		1045.5	1054.2	1038.2	1006.9	1015.4	134.9	0.8

The File, n and Gain (%) columns indicate, respectively, the name of the instance tested, the total number of clients and the relative difference between the solution obtained by GRASP + PR and the best solution already found. The average cost in the 14 tested instances is lower than the work of El Fallahi et al. (2008) and Mendoza et al. (2010). The results were close to the values obtained by Silvestrin and Ritt (2017), with a difference of 0.8%. It should be noted that in 4 of the 14 instances (vrpnc6, vrpnc7, vrpnc9 and vrpnc13) the cost found is below the values obtained by the cited works.

The algorithm developed presupposes the use of a heterogeneous and limited fleet, due to the limitations and conditions found in service companies. This fact shows an important difference in the solution strategy. The algorithms developed by El Fallahi et al. (2008), Mendoza et al. (2010) and Silvestrin and Ritt (2017) have been developed for a homogeneous and unlimited fleet.

5 Conclusions

In this study, the service orders vehicle routing Problem (SOVRP) and a hybrid GRASP + PR heuristic was presented for the solution. Path relinking improved the results by searching around the local minimums obtained by GRASP.

The following future work can be developed. Firstly, the improvement of the local search procedure with the use of more sophisticated mechanisms, such as the tabu search. The path relinking algorithm could be improved by using random choice rather than making a greedy choice.

References

1. Avella, P., Boccia, M. and Sforza, A. (2004). Solving a fuel delivery problem by heuristic and exact approaches. *European Journal of Operational Research*, 152 (1) 170–179.
2. Brown, G., Graves, G. (1981). Real-time dispatch of petroleum tank trucks. *Management Science* 27, 19–32.
3. Campos, V., Marti, R., Sánchez-Oro, J., Duarte, A. (2014). Grasp with path relinking for the orienteering problem. *Journal of the Operational Research Society*, 65 (12), 1800–1813.
4. Cornillier, F.; Boctor, F. F.; Laporte, G.; Renaud, J. (2008): A heuristic for the multi-period petrol station replenishment problem. *European Journal of Operational Research* 191, 295-305.
5. Chajakis, E.D.; Guignard, M. (2003). Scheduling deliveries in vehicles with multiple compartments. *Journal of Global Optimization* 26, 43-78.
6. Chaovalitwongse, W., Kim, D., Pardalos, P. M. (2003) GRASP with a New Local Search Scheme for Vehicle Routing Problems with Time Windows. *Journal of Combinatorial Optimization*, 7 179-207.
7. Fallahi, A. El, Prins, C. Wolfler Calvo, R. (2008). A memetic algorithm and a tabu search for the multi-compartment vehicle routing problem. *Computers and Operations Research*, 35 (5) 1725–1741.
8. Feo, T. A., Resende, M. G. C. (1995). Greedy randomized adaptive search procedures. *Journal of Global Optimization*, 6(2), 109–133.
9. Henke, T., Speranza, M. G. Wäscher, G. (2015). The multi-compartment vehicle routing problem with flexible compartment sizes. *European Journal of Operational Research*, 246 (3) 730–743.
10. Ho, S. C., Szeto, W. Y. (2016). GRASP with path relinking for the selective pickup and delivery problem. *Expert Systems with Applications*, 51 14–25.
11. Ho, S. C., Gendreau, M. (2006). Path relinking for the vehicle routing problem. *Journal of Heuristics*, 12(1-2), 55–72.
12. Kontoravdis G., Bard, J. F. (1994) A GRASP for the Vehicle Routing Problem with Time Window. *Journal on Computing*, 7(1) 10-22.
13. Laguna, M., Martí, R. (1999). GRASP and path relinking for 2-layer straight line crossing minimization. *Inform Journal on Computing*, 11(1), 44–52.
14. Lahyani, R., Laporte, G., Coelho, L. C., Khemakhem, M. (2015). A Multi-Compartment Vehicle Routing Problem Arising in the Collection of Olive Oil in Tunisia. *Omega*, 51 1–10.
15. Lin, S. (1965). Computer solutions of the traveling salesman problem. *Bell System Technical Journal*, 44, 2245–2269.
16. Martello S., Toth P. (1990) Lower Bounds and Reduction Procedures for the Bin Packing Problem. *Discrete Applied Mathematics* 28, 59-70.
17. Mendoza, J. E., Castanier, B., Guéret, C., Medaglia, A. L., Velasco, N. (2010). A memetic algorithm for the multi-compartment vehicle routing problem with stochastic demands. *Computers and Operations Research*, 37 (11) 1886–1898.
18. Muyldermans, L., Pang, G. (2010). On the benefits of co-collection: Experiments with a multi-compartment vehicle routing algorithm. *European Journal of Operational Research*, v. 206 (1), 93–103.
19. Resende, M., Ribeiro, C. (2003) GRASP with path-relinking: recent advances and applications. *Operations Research/Computer Science Interfaces Series*, v. 32, p. 29–63.
20. Solomon M. M. (1987) Algorithms for the Vehicle Routing and Scheduling Problems with Time Window Constraints. *Operations Research*, 35(2) 254-265.
21. Souffriau, W., Vansteenwegen, P., Berghe, G. V., Oudheusden, D. V. (2010). A path relinking approach for the team orienteering problem. *Computers & Operations Research*, 37 (11) 1853–1859.
22. Silvestrin, P. V., Ritt, M. (2017). An Iterated Tabu Search for the Multi-compartment Vehicle Routing Problem. *Computers & Operations Research*, 81 192–202.

Uso de Aleatorización Sesgada para Mejorar el Desempeño de la Heurística del Vecino Más Cercano

Carlos L. Quintero-Araujo
Escuela Internacional de Ciencias Económicas y Administrativas
Universidad de La Sabana
carlosqa@unisabana.edu.co

Angélica Sarmiento-Lepesqueur
Programa de Ingeniería Industrial
Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito
angelica.sarmiento@escuelaing.edu.co

Abstract

El problema del agente viajero (TSP por su sigla en inglés) y el problema de ruteo de vehículos (VRP) son dos de los problemas más estudiados en la literatura de la Investigación de Operaciones. Debido a su complejidad, los métodos heurísticos son el camino apropiado para resolverlos, especialmente en instancias de gran tamaño. Sin embargo, este tipo de métodos no garantizan la optimalidad de las soluciones generadas. Las heurísticas, al ser de naturaleza determinística, generarán los mismos resultados en cada ejecución, si se mantienen las condiciones iniciales del algoritmo. Para evitar tal situación, la aleatorización de algunos pasos del algoritmo aparece como una alternativa para generar soluciones diferentes cada vez que se ejecute la heurística. En tal sentido, la aleatorización sesgada (BR) añade sesgo a las elecciones aleatorias, favoreciendo los movimientos más prometedores, para tratar de conservar la lógica del procedimiento determinístico. En este trabajo, se propone una modificación a la heurística del vecino más cercano mediante la implementación de aleatorización sesgada y se prueba su eficacia al solucionar tanto el TSP como el VRP. Pruebas iniciales realizadas con instancias de distinto tamaño muestran los beneficios de aplicar esta técnica.

Keywords: aleatorización sesgada; vecino más cercano; problema del agente viajero; problema de ruteo de vehículos.

1 Introducción

Los problemas de ruteo tienen una gran importancia en la planificación de las operaciones de transporte. Dentro de los problemas de ruteo los más conocidos se encuentran el problema del agente viajero (TSP) y el problema de ruteo de vehículos con restricciones de capacidad (CVRP). Mientras que el primero consiste en determinar un ciclo hamiltoniano de costo mínimo, el segundo consiste en encontrar una serie de rutas que no superen la capacidad de los vehículos asignados para atender la demanda de todos los clientes a costo total mínimo. Ambos problemas son conocidos por ser NP-Hard [9], lo que significa que no existen algoritmos exactos que puedan resolver cualquier tamaño

del problema en un tiempo polinomial. Por lo tanto, los métodos heurísticos son una herramienta poderosa para resolver el problema en tiempos razonablemente cortos, pese a que ello implique pérdida de la calidad de la solución. Las heurísticas son métodos aproximados, usualmente basados en el sentido común, que permiten encontrar, de manera muy rápida, soluciones a problemas de optimización complejos [13].

Mediante la aleatorización sesgada de heurísticas, se agrega un componente aleatorio a un procedimiento determinístico de tal manera que la lógica del método determinístico no se pierda[5]. Esta técnica ha sido empleada de manera exitosa en diversos problemas de ruteo [4, 6, 12]; sin embargo, la mayoría de las implementaciones se han hecho sobre la heurística de ahorros de Clarke & Wright [2]. En el presente trabajo, se modifica la heurística del vecino más cercano mediante la incorporación de aleatorización sesgada y se prueba la eficacia de esta técnica en un conjunto de instancias generadas del TSP y del VRP. El documento está organizado de la siguiente manera: en la sección 2 se presenta una breve marco conceptual sobre los problemas analizados y sobre el concepto de aleatorización sesgada; en la sección 3 se explica en detalle el método utilizado para aplicar BR a la heurística del vecino más cercano; en la sección 4 se describen las especificaciones de las pruebas realizadas, así como los resultados obtenidos; en la sección 5 se presentan algunas conclusiones derivadas del presente estudio y se esbozan algunas líneas de trabajo a futuro.

2 Fundamento Teórico

2.1 Problemas de Ruteo

Se puede decir que los problemas de ruteo son aquellos en los cuales se busca encontrar una serie de rutas que visitan una serie de puntos donde hay que realizar alguna tarea. Entre los problemas de ruteo más conocidos se encuentran el TSP y el VRP. En el primero, se busca encontrar un ciclo hamiltoniano de costo mínimo. Un ciclo es hamiltoniano si pasa por todos los nodos, visitando cada uno de éstos una única vez. En el VRP, se asume que hay un depósito central en el cual se encuentra disponible una flota de vehículos, usualmente de capacidad homogénea, los cuales salen del depósito, visitan una serie de nodos cuya demanda total no sobrepasa la capacidad del vehículo y luego vuelven al depósito. La idea del VRP es encontrar una serie de rutas de costo total mínimo. Cuando la capacidad de cada vehículo es superior a la demanda total, el VRP se convierte en el TSP. Ambos problemas pertenecen a la clase NP-Hard [9]. Lo anterior implica que los métodos heurísticos son una alternativa interesante a la hora de resolverlos. Entre las diversas variantes del VRP se pueden encontrar: el VRP con múltiples depósitos (MDVRP)[10], el VRP con flota heterogénea (HVRP) [7] y el problema de localización-ruteo (LRP) [12]. Sin embargo, tales variantes son representaciones que distan mucho de la realidad empresarial. Lo anterior, ha dado origen recientemente al concepto de problemas enriquecidos de ruteo de vehículos (Rich VRP) [1].

2.2 Aleatorización Sesgada

Dado que las heurísticas son de naturaleza determinística, al no tener variaciones en los datos de entrada se obtendrán los mismos resultados cada vez que se ejecute el procedimiento. Para afrontar este inconveniente, la aleatorización, es decir, la inclusión de pasos aleatorizados dentro del procedimiento heurístico surge como una alternativa para obtener resultados diversos en cada ejecución [11]. Sin embargo, una aleatorización total destruye la lógica de la heurística y podría

derivar en soluciones de mala calidad. Por lo tanto, para mantener la lógica subyacente a una buena heurística es necesario añadir sesgo a la hora de realizar las elecciones aleatorias.

En el proceso de construcción de una solución factible, la aleatorización sesgada [4] orienta las elecciones aleatorias hacia los movimientos más prometedores mediante el uso de distribuciones de probabilidad sesgadas (e.g. geométrica, triangular descendente, etc.). La aleatorización sesgada funciona similar al GRASP propuesto por [3]. Sin embargo, mientras que GRASP se basa en una lista restringida de candidatos de la cual se escogen los elementos de la solución utilizando una distribución de probabilidad uniforme, la aleatorización sesgada permite a todos los elementos ser potencialmente elegibles en cada paso del proceso constructivo, pero asigna mayor probabilidad de ser escogido a los movimientos que se espera produzcan mejoras más significativas en la función objetivo. Entre mayor sea el valor de la probabilidad asignada, la heurística aleatorizada tenderá a generar los mismos resultados que el procedimiento determinístico. A su vez, probabilidades bajas, generarán comportamientos similares a una aleatorización pura.

3 Método de Solución

La heurística del vecino más cercano es, tal vez, una de las heurísticas constructivas más famosas para resolver el TSP. Su lógica es muy simple: en cada iteración se agrega a la solución el nodo no visitado más cercano al nodo actual; cuando todos los nodos han sido visitados, se cierra el ciclo volviendo al nodo inicial. Se ha demostrado que la complejidad de esta heurística es $O(n^2)$ [8]. Como se puede ver, en cada iteración de la heurística, el nodo más cercano no visitado tiene un 100% de probabilidad de ser añadido a la solución. Es en este paso, en el cual se incluye la aleatorización sesgada, de tal manera que el nodo más cercano no visitado, tendrá una probabilidad alta de ser escogido, pero no será del 100%.

En el presente trabajo, se ha decidido de utilizar la distribución geométrica dado que ésta sólo tiene un parámetro asociado (α), el cual corresponde con la probabilidad de escoger el movimiento más prometedor. Para aprovechar al máximo las bondades de la aleatorización sesgada, el procedimiento anteriormente descrito se ejecuta en un marco multi-arranque y, cada vez que se obtenga una mejor solución, se actualiza el resultado correspondiente. El multi-arranque se ejecuta durante un cierto tiempo establecido por el usuario y al final se reporta la mejor solución encontrada. Esta heurística ha sido adaptada para resolver el problema del CVRP, verificando en cada momento si el siguiente nodo a visitar puede ser atendido por el vehículo dada la capacidad sobrante en la ruta. En caso de no poder atenderlo, se regresa al depósito y se empieza a programar una nueva ruta.

4 Pruebas y Resultados

El procedimiento descrito en la sección 3 fue programado en el lenguaje VBA como macro de Excel©. Se generaron 10 instancias (5 para el TSP y 5 para el VRP) cuyo tamaño varía entre 10 y 100 nodos. Las coordenadas X-Y de cada nodo se generaron de manera aleatoria con valores entre 1 y 50. La demanda asociada a los clientes, en el caso del VRP, también fue generada de manera aleatoria oscilando entre 1 y 10. A continuación se presenta el detalle de cada una de las instancias:

Para comprobar la calidad de las soluciones generadas al incorporar aleatorización sesgada a la heurística del vecino más cercano, se solucionaron tanto el TSP como el VRP en GAMS-CPLEX©, con un tiempo máximo de ejecución de 3600 segundos. Adicionalmente, se desarrolló un algoritmo

Table 1: Características de las Instancias de Prueba Utilizadas

Instancia	Nodos	Capacidad de los Vehículos	Vehículos disponibles
TSP10	10	Inf	1
TSP20	20	Inf	1
TSP25	25	Inf	1
TSP50	50	Inf	1
TSP100	100	Inf	1
VRP10	10	18	5
VRP20	20	90	15
VRP25	25	30	10
VRP50	50	100	5
VRP100	100	100	10

tipo *multi-start* del vecino más cercano, el cual en cada reinicio escogía el primer nodo a visitar, en el caso del TSP, de manera aleatoria. El tiempo de ejecución establecido para este último algoritmo, así como para la versión con aleatorización sesgada fue igual al consumido por GAMS para resolver cada instancia. Las pruebas fueron ejecutadas en un PC con procesador Core i7-6500 @ 2.50GHz y 8Gb de Memoria RAM con sistema operativo Windows 10.

En la tabla 2 se pueden apreciar, para cada instancia, los resultados obtenidos por cada uno de los métodos utilizados. Para las instancias del VRP de 25 clientes en adelante, el modelo planteado en GAMS no pudo suministrar la solución óptima, sino una solución entera factible, por tal motivo los GAPS de las heurísticas frente a este valor son negativos. Asimismo, se incluyen los tiempos computacionales en segundos. Para la versión con aleatorización sesgada, se presenta el mejor resultado obtenido en 5 ejecuciones distintas del procedimiento. Para finalizar se hace una comparación del desempeño entre los distintos procedimientos ejecutados. Se puede apreciar que la aleatorización sesgada genera mejoras promedio del 2.22%, con valores extremos de hasta el 9.8% en las instancias utilizadas.

Table 2: Resultados Consolidados

Instancia	Resultados GAMS		Resultados MS-VMC	Resultados MS-VMCBR	% GAP			
	Z (1)	TC (s)	Z (2)	Z (3)	(2) - (1)	(3) - (1)	(3) - (2)	
TSP10	162	5	162	162	0.00	0.00	0.00	
TSP20	246	5.9	246	246	0.00	0.00	0.00	
TSP25	266	3.7	266	266	0.00	0.00	0.00	
TSP50	346	245	372	366	7.51	5.78	-1.61	
TSP100	486	3600	546	526	12.34	8.23	-3.66	
VRP10	310	12.1	310	310	0.00	0.00	0.00	
VRP20	920	17.2	932	920	1.30	0.00	-1.28	
VRP25	738	1050.6	456	430	-38.2	-41.7	-5.71	
VRP50	506	3600	490	442	-3.1	-12.7	-9.79	
VRP100	Out of Memory	2447	934	920	-	-	-0.15	
PROMEDIO								-2.22

En la figura 1 se pueden apreciar las diferencias entre la solución generada por el método del vecino más cercano sin componente aleatorizado (a) y la generada por la solución con aleatorización sesgada de la misma heurística (b).

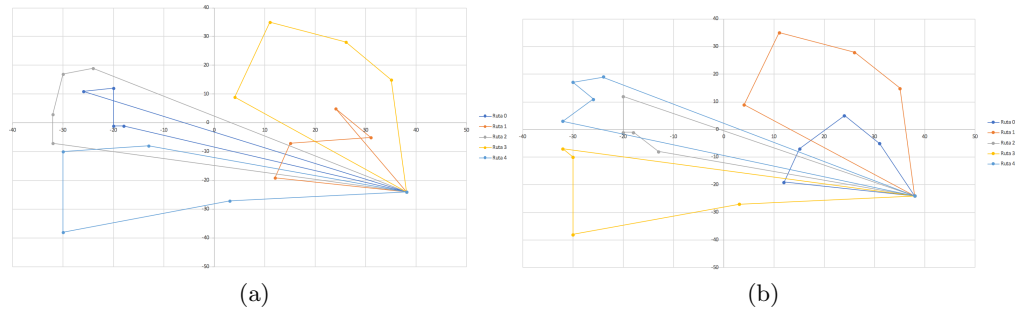


Figure 1: Solución con VMC tradicional (a) - Solución con VMC con aleatorización sesgada(b) - Instancia VRP20

5 Conclusiones e Investigación Futura

Se ha propuesto una modificación de la heurística del vecino más cercano en la cual se incorporó aleatorización sesgada para la escogencia del siguiente nodo a visitar, en cada paso del algoritmo. La distribución de probabilidad utilizada en las pruebas realizadas fue la geométrica. Sin embargo, cualquier otra distribución sesgada pudo haber sido utilizada. Se hicieron pruebas tanto para el TSP como el VRP, las cuales muestran la efectividad de la aleatorización sesgada. Múltiples líneas de investigación a futuro se visualizan del presente trabajo, entre ellas podemos destacar: análisis comparativo del desempeño entre distintas heurísticas con aleatorización sesgada, determinación de valores ideales de los parámetros del algoritmos y su comparación entre diferentes heurísticas, desarrollo de métodos heurísticos con aleatorización sesgada para resolver otras variantes de problemas de ruteo como el VRP con múltiples depósitos, VRP con ventanas de tiempo, VRP con flota heterogénea, etc.

References

- [1] Jose Caceres-Cruz, Pol Arias, Daniel Guimarans, Daniel Riera, and Angel A. Juan. Rich vehicle routing problem: Survey. *ACM Comput. Surv.*, 47(2):32:1–32:28, December 2014.
- [2] G. Clarke and J. Wright. Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. *Operation Research*, 12:568–581, 1964.
- [3] Thomas A. Feo and Mauricio G. C. Resende. Greedy randomized adaptive search procedures. *Journal of Global Optimization*, 6(2):109–133, 1995.
- [4] A. A. Juan, J. Faulin, A. Ferrer, H. Lourenço, and B. Barrios. MIRHA: multi-start biased randomization of heuristics with adaptive local search for solving non-smooth routing problems. *TOP*, 21:109–132, 2013.
- [5] A. A. Juan, J. Faulin, J. Jorba, D. Riera, D. Masip, and B. Barrios. On the use of Monte Carlo simulation, cache and splitting techniques to improve the Clarke and Wright savings heuristics. *Journal of the Operational Research Society*, 62(6):1085–1097, 2011.

- [6] A. A. Juan, I. Pascual, D. Guimarans, and B. Barrios. Combining biased randomization with iterated local search for solving the multidepot vehicle routing problem. *International Transactions in Operational Research*, 22(4):647–667, 2015.
- [7] Angel A. Juan, Javier Faulin, Jose Caceres-Cruz, Barry B. Barrios, and Enoc Martinez. A successive approximations method for the heterogeneous vehicle routing problem: analysing different fleet configurations. *European Journal of Industrial Engineering*, 8(6):762–788, 2014.
- [8] Fatma A. Karkory and Ali A. Abudalmola. Implementation of heuristics for solving travelling salesman problem using nearest neighbour and minimum spanning tree algorithms. *International Journal of Mathematical, Computational, Physical, Electrical and Computer Engineering*, 7(10):1524 – 1534, 2013.
- [9] J. K. Lenstra and A. H. G. Rinnooy Kan. Complexity of vehicle routing and scheduling problems. *Networks*, 11(2):221–227, 1981.
- [10] J. R. Montoya-Torres, J. López Franco, S. Nieto Isaza, H. Felizzola Jiménez, and N. Herazo-Padilla. A literature review on the vehicle routing problem with multiple depots. *Computers & Industrial Engineering*, 79:115–129, 2015.
- [11] Rajeev Motwani and Prabhakar Raghavan. Randomized algorithms. *ACM Comput. Surv.*, 28(1):33–37, March 1996.
- [12] C. L. Quintero-Araujo, J. P. Caballero-Villalobos, A. A. Juan, and J. R. Montoya-Torres. A biased-randomized metaheuristic for the capacitated location routing problem. *International Transactions in Operational Research*, 24(5):1079–1098, 2017.
- [13] Stelios H Zanakis and James R Evans. Heuristic optimization: Why, when, and how to use it. *Interfaces*, 11(5):84–91, 1981.

Towards a Collaborative Framework based on Evolutionary Algorithm and Decision Tree for Intrusion Detection^{*}

Javier Maldonado¹ and María-Cristina Riff¹

Departamento de Informática
Universidad Técnica Federico Santa María
Valparaíso, Chile
{jmalDONado, maria-cristina.riff}@inf.utfsm.cl

1 Introduction

Intrusion detection is a major research problem in network security. Intrusion Detection Systems (IDSs) analyse information from the network trying to identify suspicious behaviours and to detect intentions to perturbate the system [NDP18], [LYLL12]. Intrusion attempts are nonlinear with an unpredictable behavior of the network traffic. The process of selecting the key features to obtain an effective IDS is a crucial task in information security [SCWH05]. This paper focuses on recent advances in machine learning by implementing the IDEA classifier (Intrusion Detection using Evolutionary Algorithm) within intrusion detection, [NLDP17]. The proposed IDEA uses an Evolutionary Algorithm and an evaluation function from a classifier to automatically select key features from a data set before defining a Decision Tree that can be used to discriminate among the network data. The purpose of this study is to propose an intrusion detection system that its key features are selected using a specially designed evolutionary algorithm with individual evaluations done using C4.5, a well-known classifier that discriminate data using decision trees. For this work we have tested our approach on the DARPA 2000 intrusion detection benchmark data sets. The results are very encouraging and show that using more characteristics does not imply a better classification. Moreover, the evolutionary algorithm is able to select a set of characteristics to produce a higher accuracy in detecting intrusion attempts and lower false alarm with a reduced number of features than the original set of data.

2 Our Approach

We are interested in to propose a collaborative framework to built decision trees for the intrusion detection problem. The key idea is to use an evolutionary algorithm to select the best characteristics to be considered by a classifier which

^{*} The authors acknowledge support from CCTVal Project no. FB-0821

constructs the decision tree to identify attacks. In this work we propose an evolutionary algorithm specially designed to obtain various decision trees that use the same number of characteristics using an asexual operator and a crossover operator that is focused on inheriting the characteristics from two parents to generate one child according to their quality of the classification. In figure 1 we show the framework IDEA:

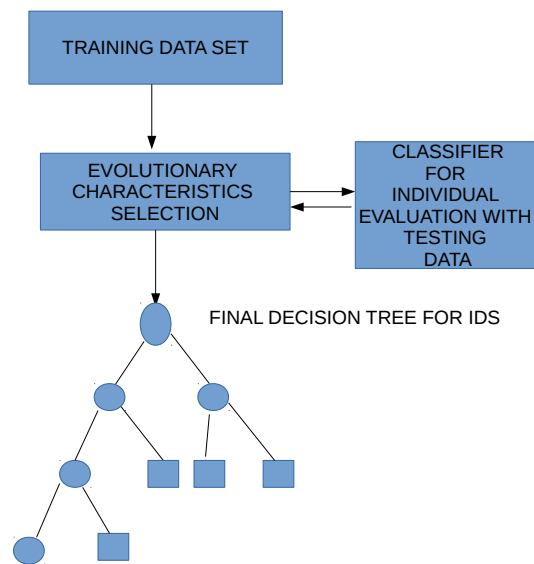


Fig. 1: Framework IDEA

2.1 Evolutionary Algorithm

We present the components of our evolutionary algorithm:

Definition 1. *Representation* We define the representation of an individual as an array $1 \times n$, where n is the number of characteristics, and each element a_i has

binary domain. A value of a_i equal to 1 indicates that the characteristic i must be considered in the decision tree construction process, and is 0 in another case.

Evaluation function The evaluation function or fitness function is computed by the quality of the classification obtained by the decision tree generated using the characteristics with value 1 in the individual

According to the representation the algorithm use three operators: The classical bit-flip mutation operator, an asexual swap operator and a bisexual crossover operator named cross-charact that has been specially designed to this problem.

Swap Operator It uses one individual to produce another one. The goal of this operator is to search between individuals that have the same number of characteristics those that produce a better classification. This operator selects two positions in the individual and interchange their values.

Cross-charact It uses two parents to produce one child. The goal of this operator is to inherit some characteristic from each parent according to the following ratio function:

Definition 2. *Ratio* Given an individual I_j having m values different to zero we define the ratio function by

$$RF_{I_j} = \frac{fitness(I_j)}{m} \quad (1)$$

The key idea of the ratio function is to allow the algorithm to discriminate between two decision trees having the same classification quality by preferring this with uses a less number of characteristics. The Cross-charact procedure is:

- To select two parents from the population
- Construct the set CH of the union of the characteristics present in each parent
- Define the number of the characteristics for the child as a random value between (number of characteristics $Parent_1$, number of characteristic $Parent_2$)
- The Child randomly inherits each element value from one parent according to the ratio function

Thus, the individual will have the same number of characteristics either $Parent_1$ or $Parent_2$, and the characteristics are biased selected from the Parents according to the ratio function.

3 Conclusion

Many algorithms have been proposed in the literature to solve Intrusion Detection problem, but the problem is still up-to-date because of dynamically changes according to new intents of attacks [AR17]. In this work we have proposed and

evolutionary algorithm to assist a decision tree classifier to select the best suitable characteristics to be included in the decision tree generation. According to the DARPA 2000 dataset when the classifier uses the 41 available characteristic to construct the decision tree obtains a missclassification of 24.97% in the testing set and a 0.08% for the training set. The reported results are:

MISCLASSIFICATION on training: 0.0809697% of 125973 cases.

1	2	3	4	5	predicted(cols)/actual(rows)
45920	0	0	3	4	1
0	39	0	1	12	2
0	0	967	0	28	3
2	0	1	11638	15	4
12	6	9	9	67307	5

MISCLASSIFICATION on test file: 24.9701% of 22543 cases.

1	2	3	4	5	predicted(cols)/actual(rows)
5723	0	0	83	1650	1
1	9	3	8	181	2
0	3	174	16	2561	3
220	0	0	1589	612	4
83	2	4	202	9419	5

With a Decision Tree of size=663.

Using our approach the evolutionary algorithm proposes to use only 21 characteristics obtaining a decision tree with a 15% of missclassification in the testing set and a 0.1% in the training set. The results reported are:

MISCLASSIFICATION on training: 0.116692% of 125973 cases.

1	2	3	4	5	predicted(cols)/actual(rows)
45922	0	0	1	4	1
0	36	2	0	14	2
1	2	964	1	27	3
0	0	0	11627	29	4
13	1	27	25	67277	5

MISCLASSIFICATION on test file: 15.0823% of 22543 cases.

1	2	3	4	5	predicted(cols)/actual(rows)
6786	0	1	102	567	1
1	6	4	11	180	2
14	3	851	29	1857	3
131	0	0	2082	208	4
81	0	11	200	9418	5

With a Decision Tree of size=409.

In our future work we will explore new strategies to improve the framework of this collaboration.

References

- [AR17] Abdulla Amin Aburomman and Mamun Bin Ibne Reaz. A survey of intrusion detection systems based on ensemble and hybrid classifiers, mar 2017.
- [LYLL12] Shih Wei Lin, Kuo Ching Ying, Chou Yuan Lee, and Zne Jung Lee. An intelligent algorithm with feature selection and decision rules applied to anomaly intrusion detection. *Applied Soft Computing Journal*, 12(10):3285–3290, 2012.
- [NDP18] Julio Navarro, Aline Deruyver, and Pierre Parrend. A systematic survey on multi-step attack detection. *Computers & Security*, 76:214–249, jul 2018.
- [NLDP17] Julio Navarro-Lara, Aline Deruyver, and Pierre Parrendz. Morwilog: An ACO-based system for outlining multi-step attacks. In *2016 IEEE Symposium Series on Computational Intelligence, SSCI 2016*, pages 1–8. IEEE, dec 2017.
- [SCWH05] Gary Stein, Bing Chen, Annie S. Wu, and Kien A. Hua. Decision tree classifier for network intrusion detection with GA-based feature selection. *Proceedings of the 43rd annual southeast regional conference on - ACM-SE 43*, 2:136, 2005.

Impact of Quality Management Systems on the Economic Performance of the Hotel Sector in the City of Barranquilla and Its Metropolitan Area Based on the Analysis of the Degree of Maturity of the System

Alexander Parody Muñoz
Docente Universidad Metropolitana, Colombia.
parody.alexander@gmail.co

Heidi Posso
Docente Universidad Metropolitana, Colombia.
bacteriologia@unimetro.edu.co

Wilfrido Montes Lopesierra
Estudiante Universidad Autonoma del Caribe, Colombia.
wilfridom@gmail.com

Malory Guerra Lara
Estudiante Universidad Autonoma del Caribe, Colombia.
malory.guerra@hotmail.com

Wendy Morgado
Docente Universidad de la Costa, Colombia.
wmorgado1@cuc.edu.co

Abstract

The main purpose of this research project is to evaluate the impact of quality management systems on the economic performance of companies in the hotel sector in the city of Barranquilla and its metropolitan area, depending on the degree of implementation. To achieve this target we had to analyze the contribution of the sector hotel to the GDP during the year 2015 and characterized the strategies of management business of this sector, starting from the data of field (N=64; 2016.). With this information we analyzed the factors determinants in the level of maturity of the systems of management of quality which allowed us knowing if those processes developed in a system of management of quality of the Sector hotel can impact positive or negatively in the performance of the companies of this sector. Although, in spite of these processes are implemented, there are no information of field that verify the contribution to performance of the companies.

Keywords: degree of implementation, organizational system, quality system, management system

1. Introduction

According to the National Administrative Department of Statistics (DANE), in Barranquilla and its Metropolitan Area, in January 2016, the real income of the hotels increased 11.2% and the personnel

employed 1.9%, in relation to the same month of 2015. On the other hand, in January 2016, the occupancy rate of hotels was (55.7%), 5.7 percentage points higher than that recorded in January 2015. The National Administrative Department of Statistics of Colombia, maintains that, in the reference month, the average rate for simple accommodation increased 4.5%, double 4.3%, suite type 4.8% and others room types 5.1%, all in relation to January 2015. Likewise, as indicated by the (DANE), in the last twelve months up to the month of January 2016, the real income of the hotels increased 8.8% and the personnel occupied 3.3%. In the last twelve months up to January 2016, the percentage of hotel occupancy reached 54.6%, 2.2 percentage points higher than that registered in the previous year.

As it can be observed, without any doubt, in the last decades the hotel sector in the city has presented a considerable growth as a result of different factors, among them different governmental policies both nationally and locally that have had as their fundamental purpose the promote tourism in the Department of the Atlantic and as a central axis in the District of Barranquilla, which has contributed to the development of this important sector of the economy of this important geographical area of the national territory.

Total quality

Yañez in 2008 indicated that Management of Excellence is currently being discussed, which refers to a set of strategic and tactical decisions that are made in the company with the specific objective of improving products, services, processes and business management in general. Likewise, he argues that "the implementation of a Management System of Excellence in a company demonstrates the ability of the organization to provide products that meet the requirements of the client and the applicable regulations, while increasing customer satisfaction through the continuous improvement of the management system" [1].

Contribution of the Quality Management System to the economic performance of the hotel sector

According to a report by the World Tourism Organization in 2015, "for several years international tourism has grown because multiple destinations have been concerned about having programs and policies that allow them to have the qualities that travelers seek, for what they have invested in infrastructure, education and jobs among other factors "[2]. In this regard, it must be said that every day there are more hotel companies that are concerned about improving the quality of service and this is reflected in the high interest that is observed in these organizations in relation to the implementation of management systems quality.

Likewise, in its reports, the World Tourism Organization notes that "this sector has become so important in world trade that it currently ranks fourth in the most important sectors after fuels, chemicals and food products" [2]. In this regard, it should be noted that, as expressed by experts in the field, this sector is not only important for developed countries, but, on the contrary, tourism represents one of the main sources of income and economy in developing countries. In recent years, according to the statistics managed by the Colombian Hotel and Tourism Association (COTELCO), this sector has been showing good levels of growth [3].

However, Albacete in 2004 argued that "this promising scenario must be accompanied by the implementation of true management systems in hotel organizations, given that the quality of the service becomes more relevant every day because if it is handled properly it means that the organizations achieve competitive advantages that generate an incalculable added value for them ". The author considers that "in addition to loyalty actions aimed at increasing customer loyalty show that even today the efforts made by hoteliers have not been sufficient to consolidate the competitiveness of the sector" [4].

Degree of maturity of quality management systems

When analyzing the importance of a quality system for the management of hotel services we find that academic articles justify the study of quality from different points of view that are supported by different scholars on the subject of tourism worldwide. In this sense, it can be indicated that "the tendencies that characterize the development of the tourism and hotel sector, with changes in the intensity and distribution of tourist flows, have changed the environment and the way of competing" [5].

For, Lopez and Serrano in 2001, he mentioned that "this scenario forces companies in the tourism sector to refocus their competitive market strategy, from one focused on prices to another focused on obtaining elements of differentiation" [6].

In the same order of ideas, Poon, in the 90's, said that "this scenario implies that the competitiveness of the hotel establishment, should focus on improving service through better quality of service and the search for differentiating elements" [7] . For Ingram and Daskalakis, "the search for greater competitiveness means that quality becomes a key aspect for the hotel industry" [8]. In that sense, Getty and Thompson, conceptualize that the "viability of the company is directly related to the satisfaction of consumers. A quality service directly affects customer satisfaction "[9].

Definition of the sector

According to Mestres Soler, "the hotel sector includes all those establishments that are professionally and habitually dedicated to providing accommodation for people, through a price, with or without complementary services". The hotel sector in the district of Barranquilla and its metropolitan area is formed as follows: Three (3) large establishments, two (2) medium, one hundred twelve (112) micro and sixteen small, for a total of one hundred thirty three lodging establishments that are duly registered in the Chamber of Commerce of the District of Barranquilla.

During the period Jan-Oct 2016, the total number of passengers was 4,047,828, growing 11.2% compared to the previous year, that is, 406,756 more travelers arrived than in 2015. Travelers classified as non-resident foreigners and Cross-border, are the most representative for the period, participating with 52.2% and 29.5% respectively; followed by Colombian residents outside with 13.1%. Source: Colombian Migration, Maritime Ports, Vice Ministry of Tourism. OEE calculations.

According to COTELCO, the percentage of rooms occupied in Jan -Oct 2016 was (49.7%), with San Andrés and Providencia being the department with the highest occupancy (82.0%). On the other hand, the hotel occupancy registered by the DANE during Jan - Sep was 55.6%. For Ago - Oct 2016, employment in the sector grew 1.1%; their participation was 27.6% of the total number of employed persons. On the other hand, during Jan-Sep of the same year, the annual variation of employed persons fell -0.8 percentage points, 3.6% in 2015 and 2.8% in 2016. Source: DANE, MMH and Great integrated survey of the homes [10]. It is necessary to indicate that the hotel sector in the Atlantic capital has been growing in recent years. According to the Hotel and Tourism Association of Colombia (Cotelco), between 2003 and 2013 1,290 new rooms were built, with an investment of 98,478 million pesos. Between 2014 and 2015, another 1,025 rooms were built.

Certified hotels in tourist quality, Sectoral Technical Standard NTSH 006 According to COTELCO Barranquilla, "the hotels certified in tourist quality according to the Sectoral Technical Standard NTSH 006 in the District of Barranquilla and its Metropolitan Area are the following: Hotel Dann Carlton Barranquilla, Hotel Estelar in Alto Prado, and the Diamond Premium Barranquilla Hotel" [3].

2. Methodology

The research was carried out taking into account various criteria: It is considered that this research is applied, since "pursues direct and immediate application purposes, and confronts theory with practice" [11], and "identifies characteristics of the universe, points out of driving, establishes concrete behaviors and discovers and verifies association between variables "[12], which are the guidelines of the present investigation related to the variables degree of maturity and economic performance. On the other hand, the present work constitutes a descriptive study since it is aimed at recording, analyzing and interpreting the current nature of the variable or phenomenon under investigation [11]. Likewise, it is defined in this sense that the descriptive studies have as "... purpose the delimitation of the facts that make up the research problem" [12], [13], [14].

It is considered that this research is descriptive and field because it is framed within a real problem, which can be analyzed from different points of view, interpreting the current nature of the facts under study as is to make an assessment of the degree of maturity and its relation with the economic performance of the companies of the Hotel sector in the city of Barranquilla and the metropolitan area.

The universe of study of this case was of 133 hotels from Barranquilla in chamber of commerce.

The statistical methodology used during the project focused on the application of multiple regression and generalized linear regression models, which took advantage of the development of multifactorial Analysis of Variance that would allow determining which of the variables associated with the level of implementation of the management systems of quality, have statistically significant influence on the different financial indicators studied which are taken as the dependent variables of the models generated.

The study of data collection and processing was performed with a confidence level of 95% and an estimated error of 4%. After making the respective calculations it was possible to determine that the size of the sample, considering that the population is finite, consisting of 133 units, would be 64.

3. Results

3.1 Degree of Implementation

To determine the degree of implementation of the management systems in the hotel sector of the District of Barranquilla and its metropolitan area, an instrument was designed that consisted of two (2) dimensions and five (5) indicators.

The results of the study allowed to determine that 31.35% of the accommodation establishments surveyed (20 businesses) maintain that their management system is located at the level of advanced and measurable, which can be evidenced in the levels of quality and the same documentation within the organization and progress in the application of indicators to measure business management.

Likewise, the results of the research established that 30.37% of the establishments surveyed (19 accommodation businesses) state that their management system is at the level of improved and automated, indicating that there are policies for continuous improvement within the organizations showing trends of continuous improvement. The consolidated data of the research established that 22.66% of the hotels surveyed (14 establishments) maintain that their management systems are at the intermediate / formalized level, which is evidenced in the formalization of procedures, regulations, manuals with clear guidelines for compliance, but are not addressed in full scope. Finally, it should be noted that 12.17% of the accommodation establishment surveyed (8 hotels approximately) indicate that their management systems

are at the initial level, which indicates that activities are being carried out but without leaving evidence within the organization (see figure 1).

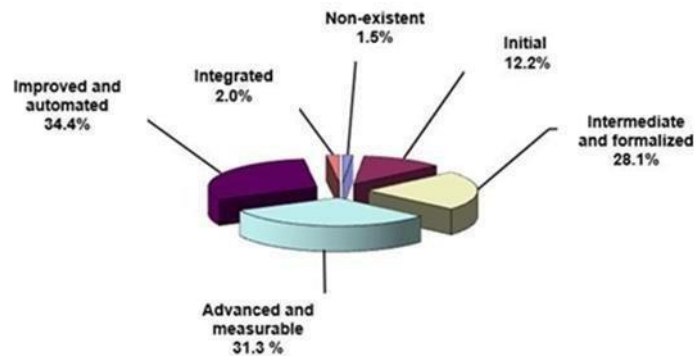


Figure 1. Degree of Implementation. Source: Own

3.2 Degree of Maturity

Similarly, to determine the Degree of Maturity of the management systems in the hotel sector of the District of Barranquilla and its metropolitan area, an instrument was designed that consisted of two (2) dimensions and four (4) indicators.

The results showed that 33.01% (21 accommodation establishments) have their management system at the advanced and measurable level, where implementation and documentation within the organization and application of indicators is evident.

Among the results of the research it is very important to highlight the fact that 29.56% (approximately 19 accommodation establishments) state that their management system is at the level of improved and automated where continuous improvement is evident within the organization, tendencies of sustained improvement, and assurance of the quality of its processes and procedures. Likewise, the interest of the organizations that are at this level focuses on the balance between the needs of the identified stakeholders and the continuous improvement highlighted as part of the center of interest of the accommodation establishments that have reached this level of efficiency and effectiveness.

A percentage of accommodation establishments (28.1%) are in the intermediate / formalized level where formalization is evident in procedures, regulations, manuals with clear guidelines for compliance, but they are not addressed in a full scope which does not allow them to The organizations maintain a true process of continuous improvement that results in good levels of productivity and business profitability. Similarly, it should be noted that 13.31% of the surveyed establishments have an early stage management system where processes and procedures are executed without leaving evidence within the organization, which does not allow the detection of non-conformities for subsequent implementation of improvement actions, all for the benefit of the stakeholders of the establishments.

Only 2.05% (approximately 1 accommodation establishment) are in the integrated level, which allows these accommodation establishments to be sustainable business insured and all interested parties satisfied. In

these organizations that have reached the level of integrated have a proactive leadership, with a high participation of the people of the organization in decision making (see figure 2).

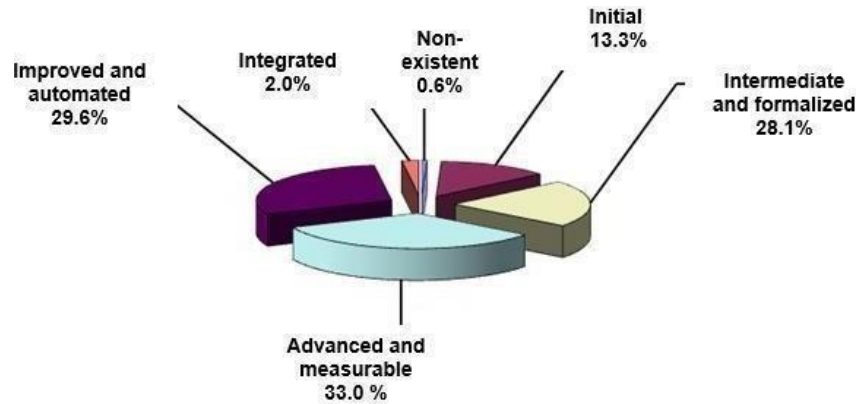


Figure 2. Degree of Maturity Source: Own

Regarding the impact of quality management systems on the economic performance of the hotel sector studied, we have to:

To calculate the dimension related to economic performance, an instrument was elaborated that was integrated by thirteen (13) questions. In this sense, with the application of the instrument, the objective was to calculate financial indicators that would allow analyzing the economic behavior of the hotels in the District of Barranquilla and its metropolitan area. To relate the results obtained in the economic performance dimension with the degree of implementation and maturity of the management systems, we applied the multiple linear regression model using the Statgraphics tool.

According to the results obtained (41 hotels) equivalent to 64%, they indicated that during the last accounting year (2015) their assets amounted to a value no higher than 3,000 SMLV, while 28.1% (18 hotels) obtained financial assets between 3,001 and 5,000 SMLV, 6.3% (4 hotels) obtained an increase between 5,001 and 10,000 SMLV and finally only 1.6% obtained an increase higher than 10,001 SMLV. Similarly, when analyzing the results of the study it was found that of the 64 hotels surveyed 76.5% equivalent to (49 hotels) stated that their income in the last accounting year was between 0 to 1,000 million pesos. Likewise, 17.2% of the hotels surveyed corresponding to (11 hotels) indicated that their revenues during the accounting period 2015 were between 1,001 and 5,000 million pesos, among which 4.7% of the hotels surveyed (3 establishments) state that their income was in the range between 5,001 and 10,000 and only 1.6% equivalent to (1 hotel) said that their income was over 10,000 million pesos. Similarly, when analyzing the results of the research it was found that 42.2% of the hotels surveyed stated that their current ratio in the accounting period under study was below 1, while 32.8% indicated that their reason current was in the range of 1 to 2, also 18.8% of the accommodation establishments surveyed maintain that their current ratio was between 2 and 3, while the 6.3% corresponding to 4 hotels state that their reason current was greater than 3. Also, analyze the results of the study found that 42.2% of the hotels surveyed equivalent to (27 hotels) claim to have a gross profit margin in the range of 1% and 5%, 35.9% equivalent to (23 hotels) is in the range of 6% and 10%, 20.3% equivalent to (13 hotels) in the range of 11% and 20% and finally 1.6% equivalent to (1 hotel) claims that its gross profit margin is more than 20%.

Regarding profitability over sales for the period, it was found that for 43.8% of the establishments surveyed, it ranges between 6% and 10%, for 29, 7% ranges between 1% and 5%, for the 23.4% oscillate between 11% and 20% and finally 3.1% maintain that its profit on sales was greater than 20%.

In review of the financial results presented above with the results obtained in each of the questions of the measurement instrument of the degree of implementation and maturity of the quality management systems, it was obtained that questions 6, 10 and 11 of this last instrument they were related to the return on the company's equity, R-squared (adjusted for gl) = 19.6476%.

In other words, communicating the policies and strategies of the organization, having them organized daily tasks and having an organized tactical planning have a positive impact on the profitability of the company's assets.

According to what was stated by 35.9% of the hotels surveyed, their sales growth index was in the range of 6% to 10%, followed by 31.3% of hotels in the 1% and 5% range, as well as 26.6% of the hotels surveyed claim to have been located in the range of 11% and 20%, and with 6.3% of the hotels surveyed they claim that there was an increase in sales of more than 20%.

4. Conclusions

Studies conducted by the Bank of the Republic indicate that "Colombia in recent years has stood out internationally as an important agent for the tourism sector. This has been reflected in the influx of tourists to the country, where the growth of arrivals of international visitors between 2012 and 2015 has been higher than the South American average, that of the Americas and the world average".

However, Colombia's participation in the world market of the hotel sector is very small. According to the statistics of the STR (Smith Travel Research) Global, there are about 8,000 hotel projects under construction around the world and the least number of these constructions are in Central and South America, where Colombia ranks second after Brazil with 32 hotels under construction (5,014 rooms). These figures indicate that the size of the hotel sector in the country is undoubtedly small at the international level, which necessarily forces this important sector of the national economy to implement strategies that lead to the improvement of the efficiency and effectiveness of its processes. In that order of ideas, Kadiyali and Kosová, [15], maintain "the hotel industry is recognized as an activity generating direct and indirect employment. Specifically, it has an impact on job creation in non-tourism sectors such as construction, retail and professional services. "In this regard it should be noted that according to the Building Census conducted by the (DANE) established that Bogota, Cartagena, Medellin, Barranquilla and Cali are the cities with the largest hotel infrastructure, with the largest number of people employed and with the highest percentage of income generated by accommodation concept. In that sense, the tourism movement of the District of Barranquilla, according to data provided by the Chamber of Commerce of Barranquilla, presents a positive behavior, according to this entity, a large part of this dynamic was generated by the good dynamics of the city's economy. in the last five years, which has contributed to position it as a business destination, which generates a large part of the income of the tourism sector as it is a permanent and growing demand for this type of services.

In this sense, it should be indicated that data provided by Fundesarrollo indicate that during the first semester of 2015, 1,302,360 passengers were mobilized by the Ernesto Cortissoz Airport in Barranquilla, generating an increase of 16% compared to the same period in 2014. Categories, passengers who moved to national destinations totaled 1,215,313, that is, 93% of the total, reporting an increase of 17.4%.

For Fundesarrollo "this positive behavior of the air flow of passengers in Barranquilla during the first semester of 2015, can be explained mostly by the attendance to the Carnival of Barranquilla in the month of February and the periods of recess that offer the Holy Week and mid-year vacations". Fundesarrollo believes that "the number of passengers who arrived at the airport represented 49.2% of the total movement and compared to the previous year increased by 16%." According to data from the Bank of the Republic "in the third quarter of 2015, the average monthly hotel occupancy of the District of Barranquilla was 60.1%, 4.7 percentage points higher than what was recorded in the same period of 2014, and 2, 3% above the national average".

When analyzing the financial indexes it can be said that 42.2% of the hotels surveyed have a current ratio of less than one (1), which indicates that a fairly significant percentage of these establishments have difficulty in meeting their financial obligations, debts or short-term liabilities.

Similarly, when analyzing the level of indebtedness we found that approximately 68.7% of the hotels surveyed in this index are below 50%, which indicates that less than half of each peso invested is financed by third parties, which is not a very risky level.

Likewise, it was found that 42.2% of the hotels hold a gross margin of profit that is between 1% and 5%, which indicates that the great majority of these establishments of the resources that they generate can cover the operational expenses and not operational.

When analyzing the return on equity, we found that 43.8% was between 6% and 10%. The data indicate that there was an increase in the profitability of the investment of the partners, this probably originated by the increase of the valuations of the company.

Finally, it must be said that the indicator related to the development of new products shows that 76.6% of the hotels surveyed claim to have taken less than five (5) products to the market. This percentage is low, making it necessary for these establishments to analyze the new products that they are bringing to market, both because of their diversification policies and those of research and development.

It should be noted that during the investigation it could determine that within the group of strategic agencies for the hotel sector in the city of Barranquilla are the following: the Chamber of Commerce of Barranquilla (CCB), ProBarranquilla, the Mayor's Office of Barranquilla, the Gobernación del Atlántico, Corferias, Cotelco, Joint Committee for the Promotion of the Atlantic and ProColombia, among other organizations. In addition, when analyzing the results obtained through the application of the financial measurement instrument with the results of the implementation instrument and maturity of the quality management system, it was possible to determine that there are variables that are permanently related to the economic impact of hotel. The variables with the highest incidence number are the definition of strategic direction, policies and strategy, the organization of activities, tactical planning, definition of criteria for the acquisition of goods and services, identification and control of products / services. non-conforming and convenient improvement opportunities to be implemented in the processes.

Acknowledgement

Acknowledgment to the Universidad Autonoma del Caribe and Universidad Metropolitana, for making possible the realization of this research of interest in turistic industry.

References

1. Yañez, C. (2008) Sistema de gestión de la calidad con base en la norma ISO 9001. Internacional eventos. De <http://www.internacionaleventos.com/Articulos/ArticuloISO.pdf>.
2. Organización Mundial del Turismo. 2015. Panorama OMT del turismo internacional. Sección
3. Cotelco, 2015. Previsiones de la organización mundial del turismo desde 1990.
4. Albacete, C.A. (2004). Calidad de servicio en alojamientos rurales. Granada: Universidad de Granada.
5. Aguiló, E. (1996): Evolución y expectativas de la actividad turística. En Introducción a la economía del turismo en España, Pedreño, A. (Dtor.) y Monfort, V. (coord.), Civitas, Madrid.
6. López, M. y Serrano, A. (2001). Dimensiones y medición de la calidad de servicio en empresas hoteleras. *Revista Colombiana de Marketing*, Vol. 2, No. 3. Recuperado el 10/12/2012, de: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=10900303>.
7. Poon, A. (1993). "Tourism, Technology and Competitive Strategies". Oxford: C AB International.
8. Ingram, H.; Daskalakis, G. (1999), "Measuring quality gaps in hotels: the case of Crete". *International Journal of Contemporary Hospitality Management*. 11(1), 24-30.
9. Getty, J.M.; J.M.; Thompson, K.N. (1994). The Relationship between Quality, Satisfaction, and Recommending Behavior in Lodging Decisions», *Journal of Hospitality & Leisure Marketing*, vol. 2, núm. 3, pp. 3 - 22.
10. Mestres Soler, J. R. (1999). Técnicas de Gestión y Dirección Hotelera. Gestión 2000. 2ª ed., Barcelona, p. 1.
11. DANE. (2009). Metodología Informalidad Gran Encuesta Integrada de Hogares - GEIH. http://www.dane.gov.co/files/investigaciones/boletines/ech/ech_informalidad/metodologia_informalidad.pdf.
12. Tamayo. M. 2006 "Investigación Científica". Ediciones Limusa S.A México.
13. Méndez, Carlos, (2006). "Metodología". Cuarta Edición, Editorial Limusa. Colombia.
14. María Andreina Moros Ochoa, Gilmer Yovanni Castro Nieto, Amelec Viloría, Juan Carlos Rincón Vázquez. Caltic to Measure Quality of Service in Bogota Hotels. *International Journal of Control Theory and Applications*. ISSN: 0974-5572. Year 2016
15. Kadiyali, V., & Kosová, R. (2013). Inter-industry employment spillovers from tourism inflows. *Regional Science and Urban Economics*, 43(2), 272-281.

Relationship of the Concrete Settlement with the Volume and Pressure in a Mixer Truck Using a Multiple Linear Regression Model in a Concrete Factory of the Colombian North Coast

Alexander Parody

Docente Universidad Libre Barranquilla, Colombia.

E-mail: alexandere.parodym@unilibre.edu.co

Abel Avila

Estudiante Universidad Autonoma del Caribe, Colombia.

E-mail: abel_avila24@hotmail.com.co

Marjorie Galofre

Docente Universidad Autonoma del Caribe, Colombia.

E-mail: mgalofre@uac.edu.co

Maria Wilches

Docente Universidad Autonoma del Caribe, Colombia.

E-mail: mwilches@uac.edu.co

Leila Ramirez

Docente Universidad Libre Bogota, Colombia.

E-mail: leylan.ramirez@unilibre.edu.co

Wendy Morgado

Docente Universidad de la Costa, Colombia.

E-mail: wmorgado1@cuc.edu.co

Abstract

The research seeks to determine the relationship of the settlement as a parameter of the quality of the concrete, with the volume and pressure of the manometer of the concrete mixer truck, by means of a multiple linear regression model in a concrete manufacturing company. A regression model was generated where the variables volume of the mixer and pressure turned out to be statistically significant (p value <0.05), the linear correlation coefficient was 72.4% which speaks well of the level of relationship between the independent variables and the dependent variable, in addition the average forecast error was 0.0000003 following the model residuals a normal distribution, p value of the Kolmogorov-Smirnov test was 0.5913, therefore the model has good behavior at the time to correctly forecast the value of the settlement. The model will allow an approximate estimation of the settlement behavior.

Keywords: settlement, concrete, quality, customer satisfaction, regression model.

1. Introduction

The settlement is a very important variable in the assessment of the quality of it, since it is the measure of consistency of the concrete. That is, it measures the ease of concrete for molding, pushing and smoothing. The settlement is measured in magnitude of distance and the standards expressed in units of inches and / or millimeters. The greater the settlement, the more fluidity and manageability the concrete will have.

The companies that manufacture concrete have been presenting inconveniences with the measurement of settlement in the hydraulic concrete at the time of the start of civil works, which in many cases affects the programming of the activities because the concrete does not meet the specifications of quality required for the settlement of the concrete, which forces to reprocess said concrete.

It is an obligation for companies and / or organizations to provide material or immaterial products, goods or quality services that meet their needs and expectations. To achieve this, a set of interrelated or intertwined activities is needed, acting in a synergistic way that receive certain inputs (inputs) and that are transformed into outputs (outputs) or into a product. The latter will be the quality characteristics or response variables, which reflect the results obtained in the process. The effectiveness of the process lies in the values of these variables. [1].

The type of concrete is determined by the size of the settlement. Once you have direct contact with the client, the first specification that refers is the value of the measure, as this is stipulated in the regulations in force governing the production and quality of the concrete. Once the concrete is produced in the hoppers and poured into the trucks through the dosing machines, it has to be strictly verified if it complies with the specification limits set out in the regulations.

Therefore, the variable of settlement quality must be controlled so that it meets the specifications of the clients and requirements according to national and international regulations. This parameter is measured through an assay called Cono Abrams. However, there is a stipulated sampling plan that limits the test to all trucks leaving the plant to put the product on site. A second measurement option is carried out by means of a pressure gauge that measures the hydraulic pressure (PSI) exerted by the load of the concrete on the truck's pot when it is turned to its opposition. This device does not measure settlement in real terms, but is taken as a reference measure according to the type of concrete design. The company does not have an instruction or characterization card that provides the vehicle operator or laboratory technician with an accurate measurement that relates the settlement and pressure of the manometer. The worker has always taken the measurements according to their experience, sometimes even the value demanded is not reliable because it is not always the same, so it is important that there may be other variables that explain such behavior and that not yet they are identified the manometer is an instrument that measures the pressure of gases or fluids contained in a certain closed container, whatever it may be [2]. For this reason, there is no certainty of the numerical value of the pressure for this type of container and material, that is, the mixer truck and concrete. In addition, it was found that the supplier, manufacturer of the mixer trucks, does not provide any instructions or tables that relate both variables, only provides the manual for use and calibration of said device.

For all the above, it is important to establish a relationship between settlement and pressure in order to provide more accurate, reliable and rapid information that corrects the failures that are occurring in the measurement method and thus continue to generate cost overruns for return, rework of material and compensation to customers. Not to mention the damage to the organization's image.

2. Metodology

Initially, a descriptive statistical analysis was carried out to determine which variables theoretically could influence the behavior of the settlement, followed by the guidelines given by the American Concrete Institute ACI to carry out the measurements to the runs established for the research project taking into account the variables initially identified in the descriptive phase, finally a multivariate statistical analysis is generated by means of a regression model that allows to generate a settlement estimation model based on parameters that can be measured in mixer trucks and thus prevent nonconformities in the settlement.

American Concrete Institute ACI, through its standards ACI 301 and ACI 318, establishes the requirements and / or specifications of the clients in relation to the tests. This body advises to make the settlement measure both in the laboratory and at the point of placement in the work or delivery point. [3]. ASTM C 172 provides for the collection of representative samples of fresh concrete at the project site or when tests to determine the quality of fresh concrete are required. Sampling is constituted in stationary mixers, pavers, mixer trucks and other equipment with or without agitation that is used to transport mixed plant. The indications to be taken into account in this standard during the experimental part of the project are mentioned below [4].

2.1 Use of the Abrahams Cone Method for the Measurement of the Settlement

a) Summary of the method

Take a sample of fresh concrete and see yourself in a conical trunk mold while it is compacted by a rod. The mold rises allowing the concrete to settle. The difference between the initial position and the displaced position of the upper surface of the concrete, is known as settlement. The measurements should be taken in the center of the upper face. The value of the resulting settlement will be that which should be included in the report.

b) Apparatus

b.1.) Mold

The sample must be made in a mold resistant to the attack of the cement paste. The minimum metal size must be No. 16 (BWG); If the mold has been made by the embossing process, no point on the wall should have a thickness of less than 1.14 mm. The mold should have the shape of the lateral surface of a cone trunk of $203 \text{ mm} \pm 3.0 \text{ mm}$ in diameter at the larger base, $102 \text{ mm} \pm 3.0 \text{ mm}$ in diameter from the base less and $305 \text{ mm} \pm 3.0 \text{ mm}$ in height. The bases must be open, parallel to each other and perpendicular to the axis of the cone. The mold should be provided with handles and devices to hold it with the feet, as indicated in Figure 1. The mold can be manufactured with or without seams. When a seam is required, this should be done as shown in illustration 10. The inside of the mold should be free of dents and be relatively smooth, without protrusions, such as protruding rivets. A mold attached to a base can be accepted instead of the one illustrated, provided that the arrangement of the fasteners allows its removal without movement of the mold.

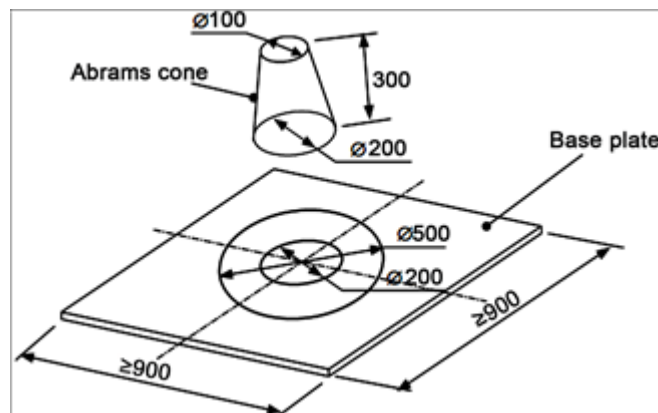


Figure 1. Model of Cone of Abrams (units of measure in mm)

b.2.) Compactor rod

It must be steel, cylindrical, smooth, 16 mm in diameter and with a length of

approximately 600 mm; The compactor end must be hemispherical with a diameter of 16 mm.

c) Sample

The concrete sample from which the specimens are obtained must represent the total of the batch and must be obtained in accordance with NTC 454.

d) Procedure

I. The mold is moistened and placed on a rigid, flat, moist and non -absorbent horizontal surface. It is held firmly with the feet and filled with the concrete sample in three layers, each one of approximately one third of the mold volume.

Note 1. One third of the mold volume corresponds to a depth of 67 mm; two thirds of the volume, to one of 155 mm.

II. Each layer should be compacted with 25 strokes of the rod, evenly distributed over its cross section. For the bottom layer it is necessary to slightly tilt the rod giving approximately half of the blows near the perimeter and advancing with vertical blows in a spiral, towards the center. The bottom layer should be compacted throughout its thickness; each of the intermediate and upper layers must be compacted throughout their respective thickness, so that the rod penetrates slightly into the immediately lower layer.

III. When filling the top layer, concrete must be stacked on the mold before compacting. If in doing so, it sits below the upper edge, concrete must be added so that there is an additional amount on the mold at all times. After compaction, the last layer should be smoothed flush with the surface of the concrete using the compactor rod. Immediately remove the mold, lifting it carefully in a vertical direction.

The mold is lifted at a distance of 300 mm for 5 ± 2 s, by a uniform upward movement without producing lateral or torsional movement to the concrete.

The complete operation, from the moment the mold is filled until it is removed, must be carried out without interruption for a maximum time of 2 min, 30 s.

IV. Immediately the settlement is measured, determining the vertical difference between the upper part of the mold and the displaced center of the upper surface of the sample.

If a pronounced collapse or a detachment of the concrete towards one side of the sample occurs, the test should be rejected and the determination made on another portion of the sample.

Note 2. If two consecutive tests on a concrete sample show failure or shearing of a concrete portion, it probably lacks the plasticity and cohesion necessary for the settlement test to be applicable.

e) Report

The settlement must be recorded in millimeters, with an approximation of 5 mm, and is determined as follows: Settlement = 305 - height in millimeters after the concrete has settled.

f) Accuracy and bias

f.1.) Accuracy

Interlaboratory test methods. No interlaboratory test program has been carried out for this test method. Because it has not been possible to provide equivalent concretes at different test sites, free of errors from sources other than settlement measurements, it would not be significant to establish multilaboratory accuracy.

f.2.) Bias

No bias has been established for this test method because the settlement is defined only in terms of this test method.

Sampling

1. The time lapse between obtaining the first portion and the final portion of the composite sample should not exceed 1 min.
2. Transport the individual samples to the place where the fresh concrete tests will be conducted or where the test specimens will be molded. The samples should be combined and mixed again with a shovel as little as necessary to ensure uniformity and compliance with the maximum time limits specified in the next step.
3. Begin the settling tests, temperature and air content of the 5 min after obtaining the final portion of the composite sample. In an expeditious manner obtain and use the sample and protect the sample from the sun, wind and other sources of rapid evaporation, and from contamination.

The ASTM C 143 standard establishes the method of determining the settlement of hydraulic concrete, both in the laboratory and in the field. The most relevant for the present project in said measurement in the taking of samples, the norm establishes the following [5]:

Equipment for settlement

Cone Abrams

Lower diameter: 200 mm

Diameter top 100 mm

Height 300 mm

Minimum thickness 1.5 mm, 1.15 mm embossed

Compactor bar

Smooth steel bar with hemispherical tip

Diameter 5/8 "(16 mm) x 24" (600 mm)

Measure instrument

Rigid metal rule (Wincha)

Long ≥ 12 , divisions of 1/4 "(5 mm)

The acceptance criteria of the settlement in the concrete expressed by the ASTM C 143 standard are shown below:

RATE OF SETTLEMENT	TOLERANCE
0 a 1,25'	$\pm 0,75'$ [20 mm]
1,50' a 3,5'	$\pm 1,00'$ [25 mm]
3,75' >	$\pm 1,50'$ [40 mm]

Table 1. Criterion of average values of settlement measurement

The ASTM C 94 standard establishes the specifications on ready-mix concrete when the settling tolerances are as fixed or nominal requirement, or are designated by the buyer [6] as reflected below:

Specified settlement of:	Tolerance
2 inches (50 mm) smaller	± ½ inches (15 mm)
Between 2 inches and 4 inches (50 mm to 100 mm)	± 1 inches (25 mm)
More than 4 inches * (100 mm)	1½ inches (40 mm)

Table 2. Tolerances for fixed or nominal settlement

* More than 4 inches (100 mm) is tolerated ± 1 ½ inches (40 mm) if a medium or high range water reducing admixture (plasticizer or fluidizer) is dosed, as long as there is no segregation that affects the durability and strength of the concrete.

3. Results

After carrying out a descriptive analysis of the possible predictive variables of the settlement behavior, it was determined that the variables: Volume, Pressure and Sand Type, could be used as useful parameters to predict the value of the settlement in the mixer truck.

Once the data is collected during the sampling, we proceed to find the model that best explains the behavior of the settlement variable from the volume and pressure, with the help of the software STATGRAPHICS version 16:

Source	Sum of squares	df	Middle Square	Reason-F	Value-P
Model	121,3	2	60,63	23,88	0,0000
Residue	289,4	114	2,539		
Total (corrected)	410,7	116			

Tabla 3. Analysis of Variance for SETTLEMENT

Source	Sum of squares	df	Middle Square	Reason-F	Value-P
VOLUME	34,61	1	34,61	13,63	0,0003
PRESSURE	113,6	1	113,6	44,74	0,0000
Residue	289,4	114	2,539		
Total (corrected)	410,7	116			

Tabla 4. Sum of Squares Type III

Correlation Coefficient = 72,46%

According to [7], [8], [9] this correlation coefficient value would be given by virtue of a high correlation between the variables involved. The regression model generated is a model of lineal regression multiple where the significance test exposed in the sum of squares type III evaluate differences between the average values of settlement to different values of the independent variables, where the null hypothesis expose that the coefficient that accompanies the variable of the model is equal to zero and the alternative hypothesis expose that this coefficient is different to zero which means this variable has significant influence in the behavior of the settlement. The variables with significant influence were the volume and pressing, also these two variables explain the 72.46% of the variability in the behavior of the settlement.

Parameter	Estimated	Error		V.I.F.	
		Standard	Lower Limit		Upper Limit
CONSTANT	10,98	0,8772	9,245	12,72	
VOLUME	0,3359	0,09097	0,1557	0,5161	1,102
PRESSURE	-0,004601	0,0006879	-0,005964	-0,003238	1,102

Table 5. Confidence limits 95.0% for the estimated coefficients (SETTLEMENT)

$$\text{SETTLEMENT} = 10,98 + 0,3359 \cdot \text{VOLUME} - 0,004601 \cdot \text{PRESSURE}$$

Starting from the model we can conclude that the settlement is directly proportional to the volume because the coefficient that accompanies to the variable in the model is significant (0.3359), instead the pressure has a contrary effect over the settlement, they are inversely proportional because the coefficient is negative (-0.004601). To test the predictive capacity of the model, the residuals (forecast errors) were generated for the model, calculating the average value and performing a normality test.

	Normal
DMAS	0,06444
DMENOS	0,07131
DN	0,07131
Value-P	0,5913

Table 6. Kolmogorov-Smirnov test

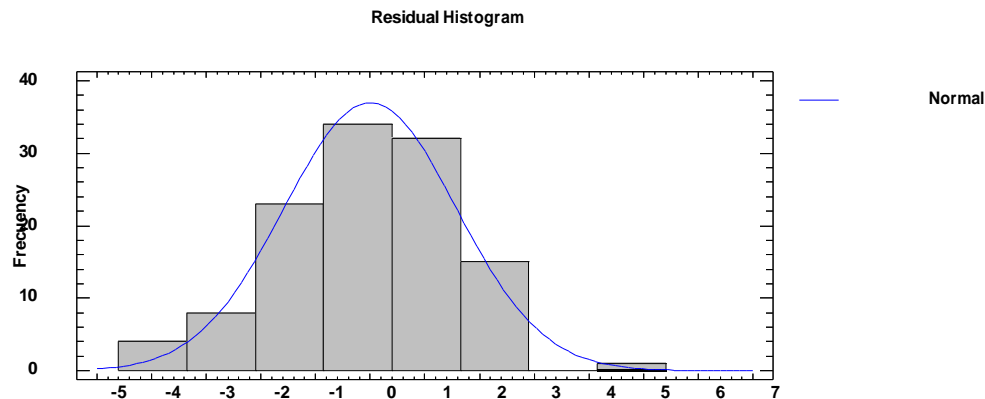


Figure 2. Histogram for model residuals

Mean of errors = 0.0000003

To corroborate the suitability of the model [10], the waste graphs were generated (residuals vs independent variables, residuals vs predicted settlement, residuals vs row number), and no type of correlation was presented.

The objective of the graphic analysis of the residuals is to determine if there is any factor associated with the model that can affect the prediction capacity from the influence on the forecast errors, in the presented graphs it can be noticed that the behavior of the waste is not seen affected neither by the independent variables, nor the position of the data nor by the predicted value of the settlement. Therefore, the model proved to be reliable enough to estimate the settlement value of the concrete [11], [12], [13].

4. Conclusions

The volume and pressure variables of the concrete in the mixer truck have been shown to be sufficient to explain in a very approximate way the behavior of the concrete settlement, allowing from the moment in which the concrete is placed in the truck to know if it has the conditions of quality that the client requests, generating a consistent improvement of the process by decreasing the returns due to the non - conformity in the mechanical properties of the concrete, this also reduces the rework which helps to optimize the process.

5. Acknowledgment

Acknowledgment to the Universidad Autonoma del Caribe and Universidad Libre Seccional Barranquilla, especially to its research group GIDE, for making possible the realization of this research of interest in the cement industry.

6. References

1. Gutiérrez, H., & De la Vara, R. Control estadístico de calidad y Seis sigma. (2ª Ed.). México D.F.: McGraw Hill Companies Inc. (2009)
2. Mott, L. R. Mecánica de fluidos. (6ª Ed.). Atlacomulco: Pearson Education. (2006)
3. American Concrete Institute ACI - seccional colombiana. (14 de Marzo de 2013).
ACI 301: Especificaciones del concreto estructural. (I. Santana, Ed.) ACI publicaciones técnicas(24), 1-21. (2013)
4. American Society for Testing Materials. ASTM C 172: Práctica normalizada para el muestreo de concreto fresco recién mezclado. West Conshohocken, USA: ASTM International Committee Standards. (2008)
5. American Society for Testing and Materials. ASTM C 94: Especificación estándar para concreto premezclado. West Conshohocken, USA: ASTM International Committee Standards. (2007)
6. American Society for Testing Materials. ASTM C 143: Método de ensayo estándar para la determinación del reventimiento en el concreto a base de cemento hidráulico. West Conshohocken, USA: ASTM International Committee on Standards. (2005)
7. Ibañez, Plana, M., Rosell, Polo, J., R., Rosell, Urrutia, J., I., Energías Renovables Tecnología Solar, Ediciones Mundi-Prensa, 2011. [2] Meena, S., Meena, Ch., S.,
8. Bajpai, V., K., Thermal Performance of FlatPlate Collector: An Experimental Study, International Journal of Engineering Research and Applications, pp. 1–4, 2014. [3]
9. Madhukeshwara, N., Prakash, E., S., An Investigation on the Performance Characteristics of Solar Flat Plate Collector with Different Selective Surface Coatings, International Journal of Energy and Environment, vol. 3, pp. 99– 108, 2012.
10. Krishnaiah, K., Shahabudeen, P., Applied Design of Experiments and Taguchi Methods, PHI Learning Privated Limited, 2012. [
11. Roy, R., K., Design of Experiments Using Taguchi Approach (16 Steps to Product and Process Improvements), First Edition, John Wiley & Sons, 2001.
12. Cetin, M., H., Ozcelik, B., Kuram, E., Demirbas, E., Evaluation of Vegetable based Cuttings Fluids with Extreme Pressure and Cutting Parameters in Turning of AISI 304L by Taguchi Method, Journal of Cleaner Production, vol. 19, pp. 2049-2056, 2011.
13. Castillo Ramirez, M., Vilorio, A., Parody Muñoz, A., & Posso, H. (2017). Application of Multiple Linear Regression Models in the Identification of Factors Affecting the Results of the Chelsea Football Team.

ENFOQUE RADIAL PARA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE RUTEO DE VEHICULOS CON BACKHAULING

Mauricio Granada Echeverri
Universidad Tecnológica de Pereira
magra@utp.edu.co

Jhon Jairo Santa Chávez
Universidad Tecnológica de Pereira
Universidad Libre
jjsanta@utp.edu.co - jhonj.santac@unilibre.edu.co

César Augusto Peñuela Meneses
Universidad Libre
cesara.penuelam@unilibre.edu.co

Resumen

En este artículo se propone una formulación de programación lineal entera mixta para el problema de ruteo (simétrico y asimétrico) de vehículos con retorno al depósito, basada en una generalización del problema de ruteo de vehículos con rutas abiertas. La formulación considera restricciones para la construcción de dos tipos de sub-rutas abiertas que contengan, por separado, sólo clientes de entrega, o clientes de recogida, y, adicionalmente, se crea un conjunto de restricciones que vinculan arcos de unión para conectar los dos tipos de sub-rutas. La formulación que se propone es un modelo de propósito general en el sentido de que no requiere de enfoques algorítmicos adaptados para la tener una solución efectiva. Para validar el modelo propuesto se exponen resultados computacionales sobre instancias conocidas de la literatura en los que se muestra la superioridad del modelo propuesto.

Keywords: ruteo de vehículos; programación entera-mixta; modelo exacto.

1 Introducción

El problema de rutas de vehículos con viajes de regreso (VRPB, por sus siglas en inglés *Vehicle Routing Problem with Backhauling*) ha sido ampliamente definido en la literatura [2, 3, 4, 7], y se puede resumir como el problema de determinar un conjunto de rutas de vehículos que visitan a todo un conjunto de clientes los cuales han sido divididos en dos subgrupos. El primer subconjunto contiene los clientes de entrega (CE), a los que se les debe transportar una determinada cantidad de producto desde el depósito, mientras que el segundo subconjunto contiene los clientes de recogida (CR), a los que se les debe recolectar una determinada cantidad de producto para ser llevada hasta el depósito. El objetivo es tener en conjunto de rutas a ser transitadas por una flota de vehículos de igual capacidad para que, partiendo desde un depósito central, se atienda a la totalidad de los clientes. En tal caso, los vehículos deben visitar en primer lugar a todos los clientes de entrega que tenga programados en su ruta, y una vez que el vehículo se encuentre totalmente vacío, se pueda continuar visitando los clientes de recolección. Para algunas empresas de transporte este procedimiento es fundamental ya que no requiere de la reorganización de los productos en el interior de los vehículos en cada punto de entrega.

Los retiros y entregas de mercancías en una orden mezclada o simultáneamente generan dificultades y por tanto demoras, debido a los reordenamientos de los bienes a bordo. El VRPB representa adecuadamente esta necesidad estratégica y debe satisfacer las siguientes condiciones:

- Cada cliente debe ser visitado una sola vez, por una sola ruta.
- Cada ruta se inicia y termina en el depósito.
- Cada cliente tiene que ser totalmente atendido durante la visita del vehículo.
- Todos los clientes son atendidos desde un solo depósito.
- La capacidad del vehículo nunca debe ser superada, tanto en la ruta de transporte de CE, como durante el transporte por CR. Todos los vehículos tienen la misma capacidad.
- En cada ruta, los CE son visitados antes que los CR, si los hay. Es decir:
 - ✓ No se permiten rutas con sólo CR.
 - ✓ El último CR de la ruta de retorno siempre está conectado con el depósito.
 - ✓ El último CE de una ruta está siempre conectado con el depósito, o con un CR para iniciar una ruta de recolección o ruta de retorno. Esta restricción de precedencia, también se justifica por la necesidad de atender con mayor prioridad a los CE que los CR.

En la literatura se destacan dos revisiones que cubren los principales trabajos sobre VRPB. La primera, es presentada por Toth y Vigo [8], y cubre los trabajos existentes hasta el año 2002. La segunda, presentada en [9], se centra en complementar la revisión hasta 2013. Debido a que el VRPB es un problema de la familia NP-duro [8], la mayor parte de la literatura existente sobre VRPB está relacionada con técnicas de solución heurísticas y metaheurísticas, mostrando resultados de alta calidad. Una revisión exhaustiva de metaheurísticas para VRPB se encuentra en [5]. Con respecto a los enfoques exactos, se han propuesto varios trabajos [5]. El primer método exacto es reportado por Toth y Vigo en [6], en la que una función de Lagrange se aplica en métodos propuestos previamente para la VRP capacitado (CVRP). Se aplica el algoritmo Branch-and-Bound y permite resolver problemas con hasta 70 clientes. El segundo método exacto es propuesto por Mingozzi, Giorgi y Baldacci en [3], en el que se presenta un enfoque basado en la partición de conjuntos y se resuelve con programación lineal entera mixta (MIP). Los resultados muestran que el enfoque es capaz de resolver problemas con hasta 70 clientes.

En [9] se afirma que ningún enfoque exacto se ha propuesto para VRPB durante la última década. Debido a esta afirmación, y a la revisión del estado del arte, se observa que existe una carencia de nuevas propuestas para modelos exactos que aborden el VRPB, ya que las dos propuestas existentes son usadas para derivar las relajaciones en las cuales se basan los modelos exactos [7]. Por lo tanto, en el presente trabajo se aborda el problema desde un enfoque diferente, considerando cada sub-ruta, de entrega y de recogida, como una generalización del problema de rutas abiertas de vehículos (PRAV), teniendo en cuenta un conjunto de nuevas restricciones que se centran en garantizar la condición radial que poseen, por separado, las rutas para CE, y las rutas para CR. Además, se propone otra serie de restricciones para representar los arcos de enlace que acoplan los dos tipos de rutas. El modelo propuesto es de propósito general en el sentido de que no requiere de algoritmos adaptados para su solución efectiva y puede ser resuelto por un paquete computacional de programación entera.

El presente artículo presenta en primera instancia la formulación del problema como un modelo matemático de programación entera mixta. A continuación, se introduce la nueva formulación de programación lineal entera mixta (MILP) con base en la condición de topología radial (MILP-CA) para el VRPB. Se expone la forma en que las condiciones radiales operan en las diferentes estructuras del problema. Posteriormente se presenta un estudio computacional realizado en 47 casos de prueba, y, finalmente, se presentan las conclusiones.

2 Formulación del Problema

La solución óptima para el VRPB se puede construir con la generación de dos subproblemas en los cuales los clientes de entrega y los de recogida se interconectan en una configuración radial, es decir, como un árbol de expansión, en donde cada ruta comienza en el depósito y termina en un CE, o donde se comienza en un CR y se termina en el depósito. Para fines del modelo propuesto, estos subproblemas se han denominado, respectivamente, como el Problema de Ruteo de Vehículos para Entrega (PRVE), y Problema de Ruteo de Vehículos para Recogida, (PRVR).

Para la descripción del modelo matemático propuesto, se requiere la definir la siguiente nomenclatura para las variables y parámetros del modelo.

L	Nodos con clientes de entrega $L = \{1, \dots, n\}$
B	Nodos con clientes de recogida $B = \{n + 1, \dots, n + m\}$
L_0, B_0	Nodos de entrega más el depósito, $L_0 = \{0\} \cup L$, y nodos con clientes de recogida más el depósito, $B_0 = \{0\} \cup B$. El vértice cero (0) corresponde al depósito.
C_U	Totalidad de nodos con clientes, $C_U = L \cup B$.
V	Totalidad de nodos, $V = \{0\} \cup C_U$.
C_{ij}	Costo de desplazamiento entre los nodos i y j
D_j	Cantidad de producto (demanda) a ser entregado o recogido en el cliente $j \in C_U$
K_L, K_B	Número mínimo de vehículos necesarios para atender a todos los clientes de entrega y recogida, respectivamente
Q	Capacidad de los vehículos (vehículos idénticos).
S_{ij}	Variable binaria para el uso de la ruta entre los nodos $i, j \in V$.
ξ_{ij}	Variable binaria para el uso de la trayectoria entre los nodos $i \in L$ y $j \in B_0$ (arcos de enlace).
L_{ij}	Variable continua para la cantidad de carga transportada entre los nodos i y j

La función objetivo (1) minimiza los costos operativos, que corresponden a la suma del costo de desplazamiento total de las rutas utilizadas para entregar y recoger las mercancías a los clientes y el costo de desplazamiento total asociado con el uso de los arcos de conexión que conectan, el último CE de una sub-ruta, con el primer CR de una sub-ruta de recolección, o con el depósito.

$$\min z = \sum_{\substack{i \in V \\ j \in V}} C_{ij} S_{ij} + \sum_{\substack{i \in V \\ j \in V}} C_{ij} \xi_{ij} \quad (1)$$

El conjunto de restricciones (2) - (8) modelan el PRVE, siendo, en tal caso, las ecuaciones (2) y (3) las encargadas de imponer el requisito de conectividad radial. Más precisamente, estas dos restricciones permiten configurar un árbol de expansión mínimo de rutas de entrega donde el depósito adquiere un grado igual a K_L .

$$\sum_{\substack{i \in L_0 \\ j \in L}} S_{ij} = |L| \quad (2)$$

$$\sum_{\substack{i \in L_0 \\ i \neq j}} L_{ij} - \sum_{\substack{i \in L_0 \\ i \neq j}} L_{ij} = D_j \quad \forall j \in L \quad (3)$$

$$\sum_{i \in L_0} S_{ij} = 1 \quad \forall j \in L \quad (4)$$

$$\sum_{k \in L} S_{jk} + \sum_{k \in B_0} \xi_{jk} = \sum_{i \in L_0} S_{ij} \quad \forall j \in L \quad (5)$$

$$I_{ij} \leq Q \cdot S_{ij} \quad \forall i \in L_0 \quad \forall j \in L \quad (6)$$

$$\sum_{i \in L} S_{0j} \geq \frac{\sum_{j \in L} D_j}{Q} \quad (7)$$

$$\sum_{j \in L} S_{0j} \geq k_L \quad (8)$$

El requisito de conectividad de la red en árbol impone que la cardinalidad de L ($|L|$ número de clientes linehaul) debe ser igual al número de arcos utilizados en la solución óptima, lo cual se garantiza a través de la restricción (2). Sin embargo, esta única condición no es suficiente para las soluciones de red en árbol, ya que debe garantizar una conectividad adecuada del sistema a través del conjunto de restricciones (3), que garantizan el equilibrio del flujo de demanda en cada cliente de entrega, para que el producto sea totalmente entregado cuando es visitado. La restricción (4) impone que se utilice solamente un arco entre cada vértice asociado con un CE. La restricción de salida (5) impone que exactamente un arco salga de cada CE, incluyendo los arcos de enlace que conectan con un CR, o al depósito. Las restricciones (6) y (7) imponen en las rutas de entrega limitaciones al número de vehículos usados y en a la cantidad de carga transportada por cada vehículo. La restricción (6) representa un límite superior definido por la capacidad del vehículo para el transporte de una cantidad de producto en cualquier parte del trayecto de entrega, mientras que el segundo es un límite inferior para el número de rutas que desde el depósito suministran la demanda, y se determina por medio de la relación entre la demanda total a ser recogida y la capacidad total del vehículo. La restricción (8) limita el número mínimo de vehículos usados en las rutas de entrega.

$$\sum_{\substack{i \in B \\ j \in B_0}} S_{ij} = |B| \quad (9)$$

$$\sum_{\substack{i \in B \\ i \neq j}} L_{ij} - \sum_{\substack{i \in L_0 \\ i \neq j}} L_{ij} = -D_j \quad \forall j \in B \quad (10)$$

$$\sum_{i \in B_0} S_{ij} = 1 \quad \forall j \in B \quad (11)$$

$$\sum_{k \in B} S_{jk} + \sum_{j \in L} \xi_{jk} = \sum_{j \in B_0} S_{ij} \quad \forall i \in B \quad (12)$$

$$L_{ij} \leq Q \cdot S_{ij} \quad \forall i \in B \quad \forall j \in B_0 \quad (13)$$

$$\sum_{j \in B} S_{j0} \geq \frac{\sum_{j \in B} D_j}{Q} \quad (14)$$

$$\sum_{j \in B} S_{j0} \geq k_B \quad (15)$$

De manera similar, el conjunto de restricciones (9)-(15) modelan PRVR, donde las ecuaciones (9) y (10) imponen los requisitos de conectividad radial para las rutas de recogida. En la ecuación (10) se garantiza el equilibrio de flujo de demanda en cada CR, de modo que el producto sea totalmente recogido cuando se visita el cliente. La ecuación (11) impone que sólo un arco salga de cada CR. La restricción (12) impone que se utilice exactamente un arco entre a cada vértice de las rutas de retorno, incluyendo los arcos de enlace procedentes de los CE. Las restricciones (13) y (14) imponen, respectivamente, requisitos a las rutas de retorno, tanto en el número de vehículos, como en la capacidad de carga. La restricción (15) limita el número mínimo de vehículos utilizados en las rutas de retorno. Comparando las ecuaciones (15) y (8) se puede observar que el número de rutas de entrega que salen del depósito puede ser diferente al número de rutas de retorno que entran al depósito. Este caso se produce cuando hay arcos de enlace entre algunas rutas de entrega y el depósito. En tal sentido, la ecuación (16) asegura que el número de arcos que salen del depósito sea igual al número de arcos entrando en él, ya sea proveniente de un CE, o de un CR.

$$\sum_{i \in B} S_{i0} + \sum_{i \in L} \xi_{i0} = \sum_{j \in L} S_{0j} \quad (16)$$

El número de vehículos a utilizar es definido previamente, sin embargo, el modelo propuesto permite también minimizar el número de vehículos que serán usados K_L ($K_B \leq K_L$). Las restricciones (5), (12) y (16) deben garantizar el acoplamiento de los dos subproblemas (PRVE y PRVR) a través de los arcos de enlace y asegurar así la condición de precedencia. Debido a que se consideran versiones simétricas y asimétricas del VRPB, la ecuación de restricción unidireccionalidad (17) asegura que sólo se utilice uno de los dos arcos posibles que conectan el cliente i con el cliente j , esto es, sólo una de las variables s_{ij} , o s_{ji} , es igual a uno. Finalmente, las ecuaciones (18) y (19) definen todas las variables binarias de decisión, y la restricción (20) define la variable de flujo en la red como de tipo real.

$$s_{ij} + s_{ji} \leq 1 \quad \forall i, j \in V \quad (17)$$

$$\xi_{ij} \in [0,1] \quad \forall i \in L \quad \forall j \in B_0 \quad (18)$$

$$s_{ij} \in [0,1] \quad \forall i \in V \quad \forall j \in V \quad (19)$$

$$L_{ij} \in \mathbb{R} \quad \forall i \in V \quad \forall j \in V \quad (20)$$

Con el fin de reducir el número de variables binarias y acelerar el tiempo de cálculo, se insertan restricciones (21) a (23), las cuales eliminan los arcos no factibles. La restricción (21) garantiza que no existe conexión desde un CR a un CE. La restricción (22) asegura que el comienzo de una ruta no sea a través de un CR, ya que no se permiten rutas que consistan exclusivamente por dichos tipos de clientes. Finalmente, la restricción (23) restringe que el arco de unión que enlaza el CE i , con el CR j , o con el depósito, sólo se asocia con a la variable ξ_{ij} .

$$\sum_{\substack{i \in B \\ j \in L}} S_{ij} = 0 \quad (21)$$

$$\sum_{i \in B} S_{0j} = 0 \quad (22)$$

$$\sum_{\substack{i \in L \\ j \in B_0}} S_{ij} = 0 \quad (23)$$

3 Resultados Computacionales de los Algoritmos Exactos

Se utilizan dos conjuntos de instancias disponibles en la literatura especializada en transporte con el fin de mostrar el funcionamiento y la eficacia de la formulación propuesta. El primer conjunto de datos (denotado como conjunto de datos GJ) fue propuesto por Goetschalckx y Jacobs-Blecha [2] y contiene 62 casos con entre 20 y 150 clientes. Los detalles sobre cómo se generan estos escenarios se pueden consultar en [8]. El modelo propuesto corresponde a una formulación MIP y se llevaron a cabo en AMPL [1] y resuelto con ayuda de Gurobi 6.5 (ejecutada con la opción de una brecha de optimalidad de valor igual a 0%), en un equipo Intel Core i3 3.3 GHz, 3.8 GB de RAM. En la Tabla 1 se comparan los resultados obtenidos para los conjuntos de datos GJ, usando los obtenidos los métodos exactos propuestos en [6] por en Toth y Vigo (TV), y en [3] por Mingozzi et al. (EHP). Además, se presenta, en la cuarta columna, las mejores soluciones conocidas (BKS, por sus siglas en inglés *Best known Solution*), reportadas por el método heurístico propuesto por Röpke y Pisinger en [5], ya que representan los mejores métodos heurísticos disponibles en el estado del arte para instancias VRPB.

En las columnas 1-3 de la Tabla 1 se lista el nombre del problema, el número de CL y el número de CB, respectivamente. La columna 4 presenta el BKS obtenido por un procedimiento heurístico [4]. En las columnas 5-7, y 8-10, se presentan los resultados para los algoritmos TV, y EHP, respectivamente. Para cada uno de estos algoritmos mostrados en la tabla se reportan tres tipos de datos: *i*) el valor de la mejor solución encontrada por el algoritmo, z^* , *ii*) el porcentaje de error del límite inferior, LB, calculado en el nodo raíz como la razón entre el límite inferior y la mejor solución encontrada por el algoritmo, z^* , multiplicado por 100, y *iii*) el tiempo de cálculo total expresado en segundos de la CPU. Finalmente, en las columnas 11-14 presentan, para cada instancia, los valores encontrados para similar información, pero utilizando la formulación propuesta en este documento.

La solución óptima fue alcanzada en 47 de los 62 escenarios analizados. Sin embargo, es importante resaltar que la optimalidad del conjunto de datos GJ es determinada por primera vez en 8 de los casos analizados. Incluso, en uno de ellos, se obtuvo una nueva mejor solución conocida alcanzada tanto por los métodos heurísticos como por los métodos exactos. Adicionalmente, las pruebas encontraron 12 nuevas BKS, teniendo en cuenta una comparación únicamente entre los métodos exactos.

Tabla 1 Los resultados computacionales para los casos VRPB de Goetschalckx y Jacobs-Blecha [12]. Las distancias euclidianas se redondearon a un decimal y el resultado final se redondeó a un número entero

Instance name	n	m	BKS ^a			TV ^b			EHP ^c			MILP-AC ^d		
			in [4]	z*	% LB	Time [s]	z*	% LB	Time [s]	z*	K(K _{LB}) ^e	% Gap ^f	Time [s]	
A1	20	5	229,886	229,886	98.30	902.00	229,886	98.80	5.00	229,886	8(5)	0.00	1.85	
A2	20	5	180,119	180,119	98.10	209.00	180,119	98.80	4.00	180,119	5(4)	0.00	2.70	
A3	20	5	163,405	163,405	100.00	3.00	163,405	100.00	10.00	163,405	4(4)	0.00	0.02	
A4	20	5	155,796	155,796	100.00	3.00	155,796	100.00	12.00	155,796	3(3)	0.00	1.24	
B1	20	10	239,080	239,080	96.00	148.00	239,080	97.80	14.00	239,080	7(6)	0.00	16.35	
B2	20	10	198,048	198,048	97.40	151.00	198,048	97.90	40.00	198,048	5(5)	0.00	12.14	
B3	20	10	169,372	169,372	100.00	1.00	169,372	100.00	4.00	169,372	3(3)	0.00	0.05	
C1	20	20	250,557	249,448	95.70	227.00	249,448	98.20	17.00	250,557	7(7)	0.00	22.00	
C2	20	20	215,020	215,020	96.50	322.00	215,020	97.00	18.00	215,020	5(5)	0.00	24.82	
C3	20	20	199,346	199,346	99.80	84.00	199,346	100.00	25.00	199,346	5(4)	0.00	0.37	
C4	20	20	195,366	195,366	100.00	5.00	195,366	100.00	25.00	195,366	4(4)	0.00	0.35	
D1	30	8	322,530	322,530	97.00	289.00	322,530	98.80	9.00	322,530	12(6)	0.00	28.04	
D2	30	8	316,709	316,709	94.50	491.00	316,709	98.20	13.00	316,709	11(6)	0.00	407.00	
D3	30	8	239,479	239,479	95.90	—	239,479	96.80	51.00	239,479	7(4)	0.00	7.04	
D4	30	8	205,832	205,832	95.40	—	205,832	96.30	161.00	205,832	5(4)	0.00	28.01	
E1	30	15	238,880	238,880	95.10	476.00	238,880	100.00	12.00	238,880	7(4)	0.00	11.00	
E2	30	15	212,263	212,263	97.90	788.00	212,263	100.00	41.00	212,263	4(4)	0.00	3.11	
E3	30	15	206,659	206,659	98.20	482.00	206,659	98.90	64.00	206,659	4(3)	0.00	24.17	
F1	30	30	267,060	263,173	96.60	756.00	263,173	97.40	2,049.00	263,173	6(6)	0.00	539.00	
F2	30	30	265,213	265,213	98.30	891.00	265,213	98.90	44.00	265,213	7(7)	0.00	47.00	
F3	30	30	241,969	241,120	98.00	468.00	241,120	98.80	76.00	241,120	5(5)	0.00	12.00	
F4	30	30	235,175	233,861	97.30	3,523.00	233,861	97.30	173.00	233,861	4(4)	0.00	15.00	
G1	45	12	306,306	307,274	91.30	—	306,305	97.80	3,556.00	306,305	10(6)	0.00	6,268	
G2	45	12	245,441	245,441	93.30	—	245,441	98.80	229.00	245,441	6(4)	0.00	72.00	
G3	45	12	229,507	229,507	96.20	4,225.00	229,507	97.30	967.00	229,507	5(4)	0.00	60.64	
G4 [†]	45	12	232,521	233,184	96.70	—	232,521	97.50	89.00	232,521	6(4)	0.00	14.56	
G5	45	12	221,730	221,730	97.90	3,433.00	221,730	98.00	157.00	221,730	5(4)	0.00	24.13	
G6	45	12	213,457	213,457	96.60	840.00	213,457	97.00	103.00	213,457	4(4)	0.00	5.89	
H1	45	23	268,933	268,933	96.60	1,344.00	268,933	98.40	454.00	268,933	6(4)	0.00	158.00	
H2	45	23	253,365	253,365	99.40	5,020.00	253,365	99.50	221.00	253,365	5(4)	0.00	4.02	
H3	45	23	247,449	247,449	99.20	1,465.00	247,449	99.40	177.00	247,449	4(4)	0.00	1.06	
H4	45	23	250,221	250,221	99.70	1,287.00	250,221	99.60	179.00	250,221	5(4)	0.00	1.95	
H5	45	23	246,121	246,121	99.30	406.00	246,121	99.30	111.00	246,121	4(4)	0.00	0.17	
H6	45	23	249,135	249,135	99.40	416.00	249,135	99.50	173.00	249,135	5(4)	0.00	0.67	
I1	45	45	350,246	n.a.	—	—	353,021	97.00	20,225.00	350,246	10(10)	1.05	—	
I2	45	45	309,944	n.a.	—	—	309,943	98.70	6,395.00	309,943	7(7)	0.00	2,857.00	
I3 [†]	45	45	294,507	n.a.	—	—	294,833	96.70	18,045.00	294,507	5(5)	0.00	3,897.50	
I4 [†]	45	45	295,988	n.a.	—	—	295,988	97.70	20,055.00	295,988	6(6)	0.00	137.89	
I5 [†]	45	45	301,236	n.a.	—	—	301,226	98.20	8,642.00	301,236	7(7)	0.00	44.97	
J1	75	19	335,006	n.a.	—	—	335,006	98.30	1,640.00	335,006	10(8)	2.44	—	
J2	75	19	310,417	n.a.	—	—	315,644	94.70	218.00	310,801	8(8)	2.11	—	
J3 [†]	75	19	279,219	n.a.	—	—	282,447	96.20	363.00	279,219	6(6)	0.00	123.15	
J4	75	19	296,533	n.a.	—	—	300,548	94.90	260.00	296,945	7(7)	3.03	—	
K1	75	38	394,376	n.a.	—	—	394,637	97.60	—	394,071^{††}	10(9)	1.38	—	
K2 [†]	75	38	362,130	n.a.	—	—	362,360	98.60	2,618.00	362,130	8(7)	0.00	5,617.00	
K3 [†]	75	38	365,694	n.a.	—	—	365,693	98.50	3,812.00	365,694	9(7)	0.00	4,985.00	
K4 [†]	75	38	348,950	n.a.	—	—	358,308	95.20	265.00	348,950	7(6)	0.00	6,530.00	

a. BKS: los mejores valores de solución obtenidos por el algoritmo heurístico en [5].

b. TV: algoritmo exacto propuesto en [6]. Tiempos de computación en Pentium 60 MHz. Tiempo límite de 6.000 segundos.

c. EHP: algoritmo exacto propuesto en [3]. Tiempo de cálculo en SGI 200 MHz. Tiempo límite de 25.000 segundos.

d. MILP-AC: programación lineal entera mixta propuesta con formulación de estado de radiación. Tiempos de computación en PC intel i3 / 3.3 GHz. Tiempo límite de 6600 segundos

e. $K(K_{LB})$: K es el número especificado (dado por adelantado) de vehículos a utilizar y K_{LB} es el número de vehículos que realizan rutas conformadas por los clientes de línea y retorno. Así, $K(K_{LB})$ es el número de vehículos que realizan rutas conformadas por los clientes del linehaul exclusivamente.

Z*: valor de la mejor solución encontrada por los algoritmos anteriores.

LB (%): error porcentual del límite inferior (LB) calculado en el nodo raíz. Se calcula como la razón del LB dividido por el mejor z* y multiplicado por 100.

f. Brecha (%): la brecha porcentual se calcula como $(C_{PLE} X - LB) / LB$.

†: la óptima probada por primera vez.

††: nuevo BKS.

Tiempo: tiempo computacional total expresado en segundos de la CPU.

Los números en negrita son los nuevos valores de la solución mejor conocidos por el método exacto.

Conclusión

Se presenta un nuevo modelo de propósito general para el VRPB simétrico y asimétrico basado en programación entera mixta. Los resultados muestran que la implementación de una formulación de dos índices para el flujo de vehículos que explota la característica radial que poseen por separado las rutas de entrega y de retorno, produce cotas superiores iguales o mejores en la mayoría de los casos analizados, y las cotas inferiores finales resultan mejores que las alcanzadas por métodos anteriores, y es capaz de escalar y resolver grandes instancias con hasta 150 clientes. Estos resultados sugieren que el MILP-AC tiene un impacto significativo en el desempeño del algoritmo solución y puede incluso ser un modelo más apropiado para representar las características del VRPB. Los resultados computacionales muestran que la formulación propuesta es competitiva comparada con los métodos exactos expuestos en el estado del arte para la solución de casos VRPB. Se considera que los resultados podrían mejorar aún más con la inclusión de técnicas de acotamiento o modelos de partición de conjuntos, los cuales podrían aumentar significativamente el tamaño de las instancias que podrían ser resueltas mediante técnicas exactas.

Referencias

- [1] Fourer, R., Gay, D. M., & Kernighan, B. W. *AMPL: A Modeling Language* (2 ed.). Brooks/Cole-Thomson, 2002.
- [2] Goetschalckx, M., & Jacobs-Blecha, C. The vehicle routing problem with backhauls. *European Journal of Operational Research*, 42(1), 39-51, 1989
- [3] Mingozzi, A., S. Giorgi, S., & Baldacci, R. An exact method for the vehicle routing problem with backhauls. *Transportation Science*, 33(3), 315-329, 1999
- [4] Osman, I. H., & Wasan, N. A. A reactive tabu search meta-heuristic for the vehicle routing problem with backhauls. *Journal of Scheduling*, 5(4), 263-285, 2002
- [5] Ropke, S., & Pisinger, D. A unified heuristic for a large class of vehicle routing problems with backhauls. *European Journal of Operational Research*, 171(3), 750-775, 2006.
- [6] Toth, P., & Vigo, D. An exact algorithm for the vehicle routing problem with backhauls. *Transportation science*, 31(4), 372-385, 1997.
- [7] Toth, P., & Vigo, D. (1999). A heuristic algorithm for the symmetric and asymmetric vehicle routing problems with backhauls. *European Journal of Operational Research*, 113(3), 528-543, 1997.
- [8] Toth, P., & Vigo, D. *The vehicle routing problem*. Philadelphia, PA: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2002.
- [9] Toth, P., & Vigo, D. *Vehicle routing: problems, methods, and applications*. Siam, 2014.

Análisis Envoltorio de Datos: Un Enfoque Práctico para la Medición de la Productividad en Fábricas de Software

Pedro Castañeda
Universidad Nacional Mayor de San Marcos
pcastanedav@gmail.com

David Mauricio
Universidad Nacional Mayor de San Marcos
dms_research@yahoo.com

Resumen

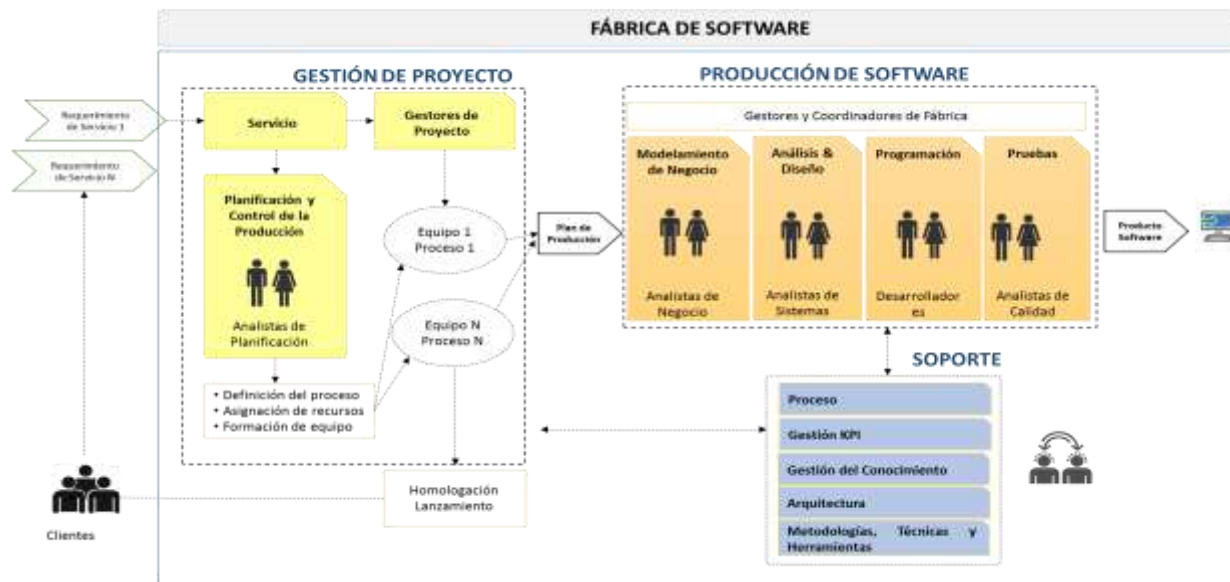
Medir la productividad en las fábricas de software es muy importante ya que busca que las organizaciones desarrollen una mayor eficiencia y eficacia en sus actividades. La productividad está relacionada al esfuerzo requerido para cumplir con las tareas asignadas, sin embargo no existe una forma estándar de medirla, lo que dificulta establecer políticas y estrategias de mejora de la fábrica. En este trabajo, se presenta un modelo basado en Análisis Envoltorio de Datos para evaluar la eficiencia relativa de las fábricas de software y sus proyectos, enfocándose la medición en la Componente de Producción de Software. El modelo propuesto consta de dos fases, en la cual se evalúa respectivamente la productividad de la fábrica de software, y la productividad de los proyectos que ésta realiza. El modelo se ha aplicado sobre 6 fábricas de software con 160 proyectos implementados, demostrándose que el modelo propuesto permite determinar las fábricas de software y los proyectos más eficientes.

Palabras Claves: Productividad, Fábrica de Software, Producción de Software, Eficiencia, Eficacia

1 Introducción

La fábrica de software trae grandes ventajas, tales como: disminución en costos de producción hasta en un 60%; ahorro del tiempo de puesta en el mercado hasta en un 98%; reducción del requerimiento en mano de obra hasta en un 60%; mejoramiento de la productividad en alrededor de 10 veces y la calidad de cada producto derivado en hasta 10 veces menos errores, aumentando así el portafolio de productos y servicios ofrecidos, y la posibilidad de ganar nuevos mercados [1]. Medir la productividad en la fábrica de software es muy importante debido a que tiene una relación muy estrecha con la rentabilidad y el funcionamiento de las unidades de producción. Asimismo, una vez que se tenga cuantificada la productividad, se cuenta con bases sólidas para la planificación estratégica. Al hacer seguimiento del comportamiento histórico de la productividad puede revelar áreas problemáticas en las unidades productivas y promover las mejoras y el uso eficiente de los recursos disponibles, y a su vez se adquiere una dimensión concreta que admite la comparación con unidades comparables, ya que las empresas buscan cada vez ser más competitivas, para lo cual necesitan ser más eficientes en el desarrollo de sus actividades. Es así, que se necesita conocer que una fábrica de software está compuesta de las componentes de: Gestión de Proyecto, Producción de Software y Soporte, y cada componente está compuesta de unidades de trabajo, tal como se visualiza en la Figura 1, siendo que el 90% del esfuerzo de la Fábrica de Software es absorbida por la componente de Producción de Software, y de esta las unidades de trabajo: Análisis & Diseño, Programación y Pruebas, consumen el 85% del esfuerzo de esta componente [2].

Figura 1. Estructura de Fábrica de Software



Dada la importancia que está adoptando la industria de software referente a las fábricas de software, se hace necesario la medición de la productividad ya que una fábrica de software cuenta con indicadores que le permiten compararse en el mercado, de tal manera que le ayuda a plantearse acciones que incrementen su eficiencia global, lo que le permitirá utilizar todos los recursos de una manera eficaz y eficiente para obtener los mejores resultados posibles. En otras palabras, se necesita saber cómo la organización se está desempeñando, en relación a períodos anteriores, y a sus competidores, surgiendo preguntas como: ¿Se está incrementando, disminuyendo, avanzando o se está retrocediendo?, ¿Cuál es la magnitud de ese avance o de ese retroceso?, ¿Son eficaces las estrategias implementadas? Sin embargo, medir la productividad es una actividad compleja porque no hay un consenso sobre que medir [3...9], es por ello que las diversas publicaciones sobre productividad de software que se han venido revisando en los últimos años, muestra que la literatura acerca de la medición de la productividad en fábricas de software es muy escasa [10], ya que los modelos de medición de la productividad [4...8, 11] ha considerado sólo la unidad de trabajo de programación, lo cual conlleva a un sesgo en la medición, trayendo como consecuencia que no se cuente con indicadores de medición que faciliten la toma de decisiones en la organización. La componente de Producción de Software es la parte más relevante dentro del proceso de desarrollo de software, ya que el 90% del esfuerzo de la Fábrica de Software es absorbida por esta componente [2], sin embargo los distintos estudios que se han realizado sólo se han orientado a medir una parte de la componente (Programación), no considerando las otras unidades relevantes.

El artículo está organizado en 5 secciones. Sección 2 presenta la revisión de la literatura acerca de los modelos de productividad basados en DEA. Sección 3 detalla el modelo conceptual propuesto y los elementos que la componen. Sección 4 presenta los resultados del estudio y, finalmente, nuestras conclusiones son presentadas en la Sección 5.

2 Modelos de Productividad DEA

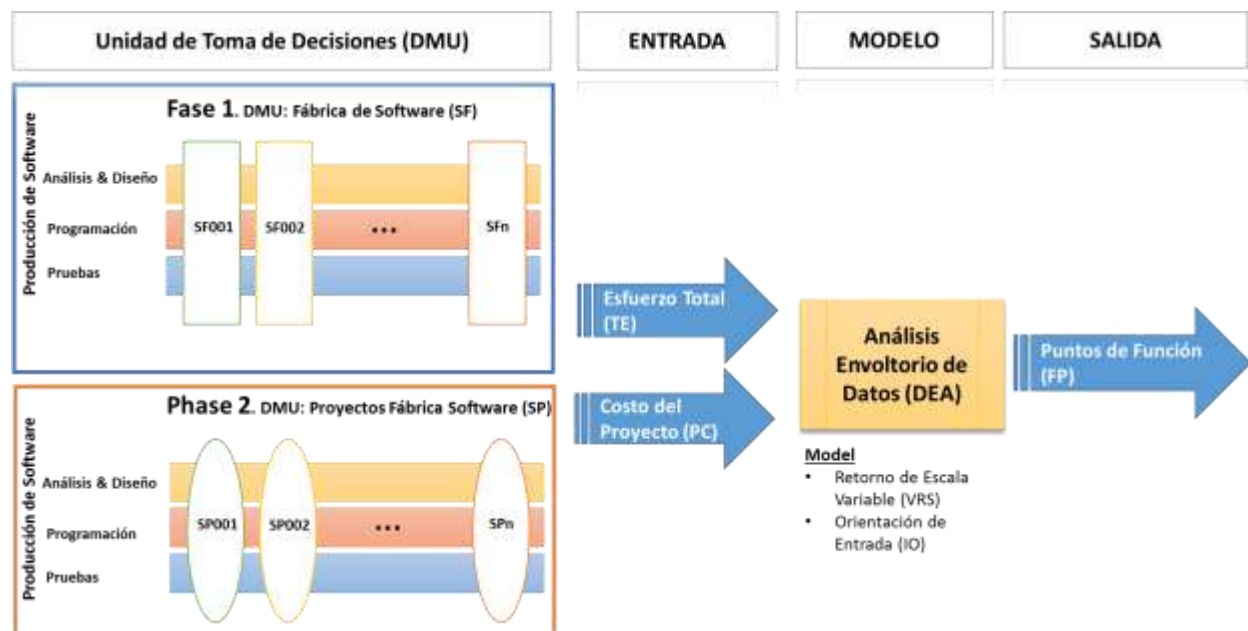
DEA es una técnica de programación matemática ampliamente utilizada que fue desarrollado originalmente por Charnes et al. [12] y fue extendido por Banker et al. [13] para incluir retornos de escala variable. Desde su introducción, la investigación en DEA ha ido evolucionando, tanto en el ámbito teórico como en la

práctica, encontrándose trabajos en diversas áreas, tales como: medición del desempeño de instituciones educativas, benchmarking de procesos logísticos, comparación de sucursales de oficinas regionales de bancos, regulación de servicios públicos, medición de productividad investigativa y docente en departamentos académicos, así como en la industria del software, tal como se puede apreciar en [4, 14...24]

3 Modelo DEA

La Figura 2 muestra los parámetros que componen el modelo DEA: DMU, Entrada, Modelo, Salida, Fases.

Figura 2. Parámetros del Modelo DEA



A continuación se describen los parámetros del modelo DEA:

- i. Unidad de Toma de Decisiones (DMU). Organización que genera productos y/o servicios consumiendo ciertos recursos, con la capacidad de poder modificar tanto los recursos consumidos (entradas) como la producción creada (salidas). Para el caso planteado, se ha considerado la evaluación en dos fases:
 - Fase 1: DMU – Fábrica de Software. Considera la información de las diferentes organizaciones que vienen trabajando en el modelo de Fábrica de Software.
 - Fase 2: DMU – Proyectos de Fábrica de Software. Considera la información de los proyectos desarrollados dentro de cada Fábrica de Software.
- ii. Entrada. Se ha considerado dos variables para las dos fases, y que han sido ampliamente estudiados para la evaluación de la eficiencia en proyectos de desarrollo de software, siendo éstas: Esfuerzo Total (TE) [4, 14, 16...20, 22, 24] y Costo del Proyecto (PC) [15]
- iii. Salida. Se ha considerado la variable Puntos de Función (FP) que representa al tamaño del software, por ser la unidad de medida que se utiliza en las diferentes fábricas de software y sus proyectos. Esta variable ha sido ampliamente utilizada en los estudios de [4, 17, 20, 22, 24]

iv. Modelo. Para el estudio se utilizará el Modelo DEA Orientada a Entrada con Retorno de Escala Variable (DEA VRS-I) [13].

v. Fases. Se ha considerado identificar eficiencias en dos fases:

Fase 1 – Fábricas de Software. Identificar las fábricas de software más eficientes, a través de la minimización del *Esfuerzo Total* y *Costo de Proyecto* consumidos en un período determinado por las fábricas de software, pero debiendo mantenerse la cantidad de *Puntos de Función*, por lo que utilizamos DEA VRS-I, donde las entradas son minimizadas y las salidas se mantienen en su nivel actual. Este modelo asume 2 entradas, 1 salida, y n DMU's, tal como se muestra a continuación:

$$\text{Minimizar } \theta \tag{1}$$

s.t.

$$\sum_{j=1}^6 \lambda_j \cdot x_{ij} \leq \theta x_{i0} \quad i = 1, 2; \tag{2}$$

$$\sum_{j=1}^6 \lambda_j \cdot y_j \geq y_0; \tag{3}$$

$$\sum_{j=1}^6 \lambda_j = 1; \tag{4}$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n; \tag{5}$$

Donde, θ representa la medida de productividad o eficiencia de la fábrica de software, x_{ij} son las i th entradas (x_{1j} es el *Esfuerzo Total* y x_{2j} es el *Costo del Proyecto*) de la fábrica j (DMU_j), y_j y λ_j es la salida (*Puntos de Función*) y el coeficiente o peso asignado de la fábrica j respectivamente; x_{i0} y y_0 son respectivamente, la i th entrada, y la salida de la fábrica bajo evaluación (DMU_0).

El modelo busca determinar la eficiencia de la Fábrica de Software a través de la minimización del *Esfuerzo Total* y *Costo del Proyecto* (1) en el DMU virtual. Es por ello que, si $\theta=1$, el DMU virtual requiere tanta entrada como lo hace una DMU real bajo evaluación, por lo cual no se evidencia ineficiencia. Si $\theta < 1$, el DMU virtual requiere menos entrada para obtener el nivel de salida logrado por el DMU real bajo evaluación, es decir es ineficiente. Se consideran restricciones que buscan encontrar la combinación de las entradas y los pesos ponderados (λ) que determinan la fábrica de software más eficiente (2), y que las salidas sean mayores o se mantengan constantes (3). Asimismo el total de pesos ponderados que afectan a las entradas y salidas deberían ser igual a 1 (4), y a su vez cada peso ponderado debe tener un valor positivo (5).

Fase 2 – Proyectos de Fábrica de Software. Identificar los proyectos de fábricas de software más eficientes, a través de la minimización del *Esfuerzo Total* y *Costo del Proyecto* consumidos en un período determinado por los proyectos, pero debiendo mantenerse la cantidad de *Puntos de Función*. Este modelo asume 2 entradas, 1 salida, y m DMU's, tal como se muestra a continuación:

$$\text{Minimizar } \theta \quad (6)$$

s.t.

$$\sum_{j=1}^{160} \lambda_j \cdot x_{ij} \leq \theta x_{i0} \quad i = 1, 2; \quad (7)$$

$$\sum_{j=1}^{160} \lambda_j \cdot y_j \geq y_0; \quad (8)$$

$$\sum_{j=1}^{160} \lambda_j = 1; \quad (9)$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, m; \quad (10)$$

Donde, θ representa la medida de productividad o eficiencia de los proyectos de fábrica de software, x_{ij} son las i th entradas (x_{1j} es el Esfuerzo Total y x_{2j} es el Costo del Proyecto) del proyecto j (DMU_j), y_j y λ_j es la salida (*Puntos de Función*) y el coeficiente o peso asignado del proyecto j respectivamente; x_{i0} y y_0 son respectivamente, la i th entrada, y la salida del proyecto bajo evaluación (DMU_0).

4 Resultados

4.1. Recopilación de Datos

Para el presente estudio se ha considerado la información obtenida de los diferentes proyectos de la Fábrica de Software de Palo Alto II (ex GMD S.A.), empresa de Outsourcing de Procesos de Negocios, Tecnología de la Información (TI) y Transformación Digital con mayor confiabilidad y 33 años de experiencia en el Perú, cuenta con un staff de 3000 profesionales e infraestructura adecuada que lo convierte en la Fábrica de Software más grande en el país. Además cuenta con certificaciones de calidad como ISO 9001, ISO 27001, OHSAS 18001, ISO 20000, ISO 22301, NTP 392-030 y metodologías CMMI-5, ITIL y PMI; y de acuerdo a la consultora internacional IDC, es la empresa Líder de Outsourcing en el Perú.

4.2. Análisis Descriptivo de la Muestra

Fase 1. Considera información de las fábricas de software del sector Banca y Gobierno.

Fase 2. Considera 160 proyectos desarrollados por las 6 fábricas seleccionadas de la Fase 1.

La información se encuentra disponible en la ruta: <https://drive.google.com/open?id=1gT0i5yBpdgOHQFwv22Rgg8EiZ7-xNkj7>

4.3. Interpretación de Resultados

A continuación se describen los resultados obtenidos para las dos fases en evaluación:

4.3.1. Fase 1

De las 6 fábricas de software analizadas, hay 2 DMU's eficientes (VRSTE=1), lo que satisface la "regla de un tercio", que indica que el tamaño de la muestra es aceptable, si el número de DMU's eficientes no es más de un tercio del número total de DMU's en la muestra [25], por lo que el tamaño de la muestra es aceptable. La tabla 2 muestra la eficiencia (VRSTE) de las fábricas de software para el modelo DEA VRS-I y también se visualiza las fábricas de software de referencia VRSTE para cada fábrica de software considerado en la muestra.

Tabla 1. Eficiencia DEA VRS-I –Fábrica de Software

DMU	VRSTE	Benchmark (λ Óptimo)	
		SF006	SF002
SF001	0.893	0.344	0.656
SF002	1.000		1.000
SF003	0.977	0.656	0.344
SF004	0.937	0.281	0.719
SF005	0.996	0.500	0.500
SF006	1.000	1.000	

La tabla 2 muestra en la primera columna, la lista de todas las fábricas y en la segunda, la eficiencia de las mismas, la tercera y cuarta columna muestran los pesos asociados a las fábricas de referencia SF006 y SF002, respectivamente. Por ejemplo, si revisamos la fábrica SF004, podemos notar que para mejorar su eficiencia, ella debería acercarse a la frontera eficiente, y el Pareto más cercano es dado por la combinación ponderada (pesos) de SF002 y SF006 (Fábrica de Software Virtual A). También, observamos que la SF002 es más adecuado como fábrica de referencia, porque permite generar mayor productividad con menor esfuerzo y costo, que SF006 (71.9% vs. 28.1%), tal como se puede visualizar en la Figura 3, en el cuál las fábricas SF002 y SF006 se encuentran en la frontera de eficiencia VRS.

4.3.2. Fase 2

Se identificaron 10 proyectos eficientes de 160 proyectos evaluados (Ver Tabla 3).

Tabla 2. Eficiencia DEA VRS-I – Proyectos de Fábrica de Software

DMU	VRSTE	Fábrica de Software (SF)	Frecuencia
SP023	1	SF004	0
SP030	1	SF002	68
SP036	1	SF004	131
SP046	1	SF004	4
SP065	1	SF006	5
SP079	1	SF005	52
SP095	1	SF005	7
SP122	1	SF005	41
SP136	1	SF003	49
SP146	1	SF001	40

Tal como se puede visualizar en la Figura 4, los proyectos eficientes que más son tomados en cuenta como proyectos que aplican buenas prácticas y reflejan una mayor productividad son el SP036 (SF004) y SP030 (SF002), notándose que el proyecto más eficiente no está dentro de las fábricas de software más eficientes, por lo cual se podría mencionar que si los proyectos de fábrica de software eficientes replicarán las buenas prácticas o estrategias que realiza el proyecto SP036, se podría tener una mayor productividad. Asimismo, se puede notar que las fábricas de software que tienen la mayor cantidad de proyectos eficientes son la SF005 y SF004. Estadísticas son mostradas en Tabla 4.

Tabla 3. Promedios de Eficiencia DEA VRS

DMU	N	CRSTE	VRSTE	SE	VRS _{EFF}
Proyectos Fábrica Software	160	0.906	0.940	0.963	10

Figura 3. Conjunto de Referencias VRS para la Fábrica de Software

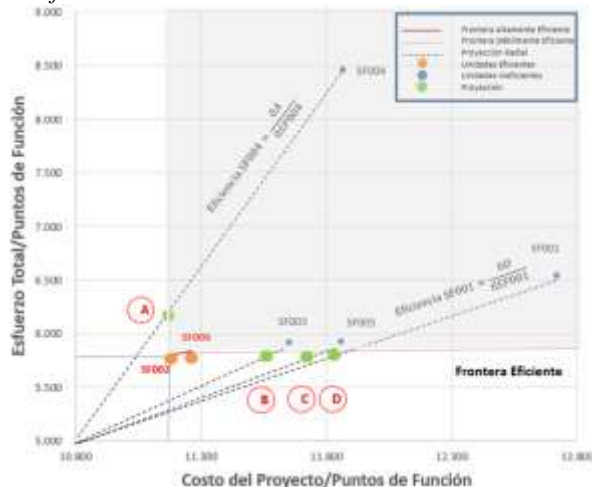
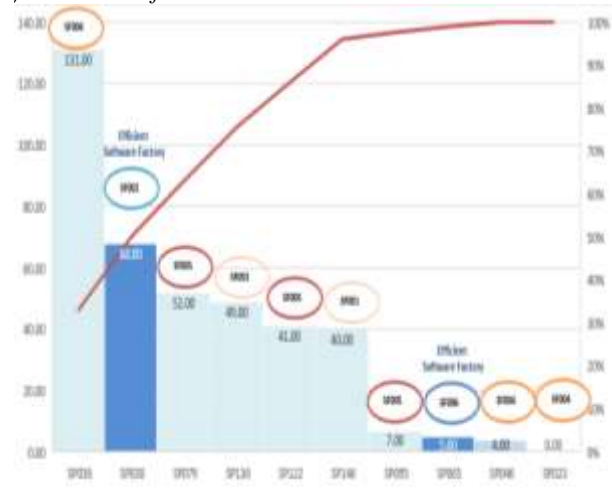


Figura 4. Frecuencia de eficiencia de proyectos de fábrica de software



De acuerdo a la Tabla 4, en promedio, los indicadores de eficiencia de las fábricas de software son:

- 90.6% para CRSTE; en general, los proyectos de fábrica de software podrían reducir sus entradas en un 9.4% para obtener el mismo número de FP.
- 94.0% para VRSTE; un mejor proyecto de fábrica de software podría ser capaz de reducir el consumo de entradas en un 6%.
- 96.3% para SE; al ajustar la escala, proyectos de fábrica de software podrían reducir sus entradas en un 3.7%

De los 160 proyectos analizados, hay 10 DMU's eficientes (VRTSE=1), lo que corresponde aproximadamente al 6.3% de las DMU's. Como el número de DMU's es 160 y la cantidad de proyectos eficientes es 10, entonces se satisface la "regla de un tercio". Una DMU con una eficiencia menor a 1 es relativamente ineficiente con respecto a sus puntos de referencia.

5 Conclusiones

Este trabajo presenta un modelo para la medición de la productividad basado en DEA tomando en consideración información de fábricas de software implementadas y ejecutadas en el Perú. Para el estudio se ha utilizado el Modelo DEA Orientado a Entrada con Retorno de Escala Variable (DEA VRS-I), ya que se busca minimizar las entradas (Esfuerzo Total y Costo del Proyecto), y manteniendo la salida actual (Puntos de Función) de las fábricas de software y sus respectivos proyectos. Para ello se ha considerado el análisis en dos fases, la fase 1 considera la evaluación de las fábricas de software considerando el Esfuerzo Total y Costo del Proyecto como entradas y Puntos de Función como salida; y la fase 2 evalúa la productividad de los proyectos que realiza la fábrica de software.

Los resultados muestran 6 fábricas de software y 160 proyectos implementados por las respectivas fábricas, el modelo identifica la fábrica de software más eficiente, las mismas que sirven como modelo de fábricas de su mismo tamaño y/o complejidad, con lo cual facilita la tarea de la gestión de proyectos, ya que la orientación estará a determinar que prácticas eficientes se vienen realizando en esta fábrica que le ha conllevado a convertirse en el modelo a seguir. El modelo también permite identificar en la fase 2 los proyectos más eficientes. Asimismo, se ha podido comprobar que es necesario la medición no sólo a nivel de fábrica de software, sino a nivel de sus proyectos, ya que como muestran los resultados, no necesariamente una fábrica de software modelo tiene los proyectos más eficientes. Realizar un análisis en dos fases, permite descubrir qué factores se encuentran inmersos en estos proyectos, que podrían ser implementados en los proyectos de la fábrica más eficiente, lo cual conllevaría a mejorar su eficiencia.

References

1. P.C. Clements and L.M. Northrop. Software product lines: practices and patterns, Addison-Wesley Professional, ISBN: 0-201-70332-7, 2001.
2. I. Jacobson, G. Booch and J. Rumbaugh, "El proceso unificado de desarrollo de software," Pearson Educación S.A., Madrid, pp. 321–322, 2000
3. W. Scacchi, "Understanding Software Productivity," *Article in software Engineering and Knowledge Engineering: Trends for the Next Decade* edited by D. Hurley, Vol. 4, World Scientific Press, 1995.
4. M. Asmild, J. C. Paradi and J. C. Kulkarni, "Using data envelopment analysis in software development productivity measurement," *Software Process Improvement and Practice*, 11(6), 561-572 13, DOI: 10.1002/spip.298, 2006.
5. C.I. Moreira, C. Carneiro, C.S. Pires and A. Bessa, "A practical application of performance models to predict the productivity of projects," T. Sobh (ed.), *Innovations and Advances in Computer Sciences and Engineering*, 2010. DOI 10.1007/978-90-481-3658-2_47
6. M. Yilmaz and R.V. O'Connor, "An empirical investigation into social productivity of a software process: An approach by using the structural equation modeling," *In Proceedings of the European Conference on Software Process Improvement 2011*, CCIS (Vol. 172, pp. 155-166), 2011.
7. M. Ondrej, H. Jiri and H. Jan, "Estimating productivity of software development using the total factor productivity approach," *International Journal of Engineering Business Management*, Vol. 4, 2012.
8. L. Cheikhi, R. E. Al-Qutaish and A. Idri, "Software productivity: harmonization in ISO/IEEE software engineering standards," *Journal of Software*, Vol. 7, No. 2, 2012.
9. R. Khan, I. Ahmed and M. Faisal, "An industrial investigation of human factors effect on software productivity: analyzed by SEM model," *International Journal of Computer Science and Mobile Computing, IJCSMC*, Vol. 3, Issue. 5, pg.16 – 24, 2014.
10. P. Castañeda and D. Mauricio, "A review of literature about models and factors of productivity in the software factory," *International Journal of Information Technologies and Systems Approach*, Volume 11 No 1, pp. 48-71, 2018.
11. E. Nwelih and Amadin I. F., Modeling software reuse in traditional productivity model, *Asian Journal of Information Technology* 7, 484-488, 2008.
12. A. Charnes, W.W. Cooper and E. Rhodes, "Measuring the efficiency of decision making units," *Eur J Oper Res*, 2:429–444, 1978.
13. R.D. Banker, A. Charnes and W.W. Cooper, "Some models for estimating technical and scale inefficiency in data envelopment analysis," *Manag Sci*, 30(9):1078–1092, 1984.
14. M.A. Mahmood, K.J. Pettingell and A.I. Shaskevich, "Measuring productivity of software projects: a data envelope analysis approach," *Decis Sci* 27(1):57–80, 1996.
15. J.C. Paradi, D.N. Reese and D., "Rosen applications of DEA to measure the efficiency of software production at two large Canadian banks," *Ann Oper Res* 73:91–115, 1997.
16. I. Myrtveit and E. Stensrud, "Benchmarking COTS projects using data envelopment analysis," *In: Proceedings of METRICS'99*, Washington, D.C., pp 269–278, 1999.
17. A. Flitman A., "Towards meaningful benchmarking of software development team productivity," *Benchmarking Int J* 10(4):382–399, 2003.
18. E. Stensrud and I. Myrtveit, "Identifying high performance ERP projects," *IEEE Trans Comput* 29(5):398–416, 2003.
19. Z. Yang and J.C. Paradi, "DEA evaluation of a Y2K software retrofit program," *IEEE Trans Eng Manag* 51(3):279–287, 2004.
20. S. Parthasarathy and N. Anbazhagan, "Evaluating ERP projects using DEA and regression analysis," *Int J Bus Inf Syst* 3(2):140–157, 2008.
21. B. Wray and R. Mathieu, "Evaluating the performance of open source software projects using data envelopment analysis," *Inf Manag Comput Secur* 16(5):449–462, 2008.
22. P.C. Pendharkar and J. Rodger J., "The relationship between software development team size and software development cost," *Commun ACM* 52(1):141–144, 2009.
23. Q. Cao, V. Ching Gu and M.A. Thompson, "Using complexity measures to evaluate software development projects: a nonparametric approach," *The Engineering Economist: A Journal Devoted to the Problems of Capital Investment*, 57:4, 274-283, 2012. DOI: 10.1080/0013791X.2012.729878.
24. D.R. Pai, G.H. Subramanian and P.C. Pendharkar, "Benchmarking software development productivity of CMMI level 5 projects," *Inf Technol Manag*, 2015. DOI 10.1007/s10799-015-0234-4
25. W.W. Cooper, L.M. Seiford and J. Zhu, "Handbook on data envelopment analysis," *Springer*, New York, 2004.

MODEL ESTIMATES FOR GENERATION AND DISTRIBUTION FROM NATIONAL TRAVELS OF TRANSPORT OF AIR CARGO BETWEEN MAJOR CITIES IN COLOMBIA

Victor Cantillo Maza
Docente Universidad del Norte, Colombia.

E-mail:
victor.cantillo@un
inorte.edu.co

Diego Suero Perez
Docente Universidad Libre Barranquilla, Colombia.

E-mail: diego.suerop@unilibre.edu.co

Hugo Mercado Cervera
Docente Universidad del Magdalena, Colombia.

E-mail: hugomercado2002@hotmail.com

Alexander Parody Muñoz
Docente Universidad Libre Barranquilla, Colombia.

E-mail: alexandere.parodym@unilibre.edu.co

Abstract

This paper presents models of generation, extraction and distribution of travel for air cargo between 3 cities of Colombia. To develop the work we use information of cargo movement during 2012, from this point we make the performance analysis and modeling to estimate future behavior considering possible scenarios. In the generation model we analyzed statistical variables such as population, distance between the main cities of Colombia, the gross domestic product of the cities, indicators of industrial density, among other. The travel distribution model, including the gravitational, allowed to predict the behavior of air freight, under the hypothetical situation that the Colombian Caribbean coast would have a joint cargo airport that meets the needs of Barranquilla, Santa Marta and Cartagena. The results showed that despite the geographical situation of the cities this alternative is feasible, because centralizing the management of the three coastal cities in a specialized cargo airport could decrease generalized costs and encourage commerce with another cities in Colombia as it's showed at the model.

Keywords: model distribution; lineal regression model; gravity air cargo.

1. Introduction

For the develop the present work about modeling of air cargo system for the main cities of Colombia, we consider the classic model of transport, where users of the transport system make their trips based on a set of choices. The decision to travel (generation and attraction), towards a destination (distribution), in a transport mode (modal split) and through a specific route (assignment). For the modeling of the Colombian air cargo system, we will only consider the first two steps, due to the complexity that exists in cargo handling due to the dynamic iterations between the different actors involved in the shipments, such as size, frequency, expected service levels, times and loading and unloading requirements.

For modeling of air cargo, the agents take decisions based on the maximization of their benefits, the product flow between consumers and producers, as well as the air cargo industry that organizes the routes for the transport of merchandise, all under the platform of modeling based on travel and not on products.

The objective is to model the trips total generated (offer) and their demand, we used variables like the population size, number of jobs, income per capita, land use, etc. For trip generation model, we used lineal regression methods and methods of analysis by categories (1). The distribution models allow to estimate the number of trips made during a certain period, between different areas of the reporting system. In models of growth factor is part of a matrix “V” known. So we want to estimate the values of the matrix for a year, depending of the information you can use various methods (2).

Generally predict the number of trips made to certain destinations is important, because help to identify where the services need to be generated and allows the evaluation of the impact of changes in the patterns of demand for services (3). The factor uniform method assumes that the entire matrix will grow evenly, according to a determinate growth factor; it is a little realistic situation unless it is a very short term. The methods of growth factor or doubly bounded, where there are two sets of growth factor each zone, origin and destination. For this we have developed several iterative methods, which use the Furness Method, introducing balancing factors.

The results showed that aggregated data with different models differ slightly, but disaggregated data presents considerable differences. It was also shown that the level shift data aggregation significantly alter the values of the model parameters (4). The distribution model best known is called transportation problem or Hitchcock (5), in which the goods produced in the indicated origins to several destinations are provided at minimal cost. This model is formulated as a linear programming problem with constant costs.

The distribution model for gravity, as stated by Wilson (6), it is the model where the entropy changes (the objective function) for a change of the trips generation or attraction, respectively are indicated. This type of entropy models has made great contributions to the study of the distribution of travel (7). The Lagrange multiplier, expresses the change in entropy for a variation of the unit in the total system cost, and can be interpreted as the trips cost. This relationship was generalized for large populations by Smith (8), and lately validated by Roy and Thill (9). For calibration of gravity model, we use the iterative method of Hyman.

2. Information Analysis

The source information for this study comes from the Civil Aeronautics of Colombia, air transportation office, sector work group, which presented statistics for 2012. In the domestic market 141.949 t of cargo were transported, 3.26% higher than 2011 but 10% lower than year 2010. The monthly performance over the year 2012 compared to the previous year, it presented much volatility, where the best performance was present in March (19.6%) and its biggest drop in September (10.3%). December ends with a fall of 5.2 % compared to December 2011.

Similarly, all information about Colombian municipal population, unemployment, industrial density indicator, the gross domestic product of each of the regions under study, we take the National Administrative Department of statistics (DANE), who make planning, processing, collecting, analysis and dissemination of official statistics in Colombia.

Based on information existing air cargo movement in Colombia during year 2012, we analyze and modeling to estimate future behavior towards considering possible scenarios and induce their general behavior. Statistical analysis of the model is extremely important to determinate how close the proposed simulation model of reality is.

2.1 Application of linear regression model

To prepare the cargo generation model, we searched information projections of the Colombian population of the major cities under study, as well as socio-economic indicators of unemployment, gross domestic product and industrial density. We take the values of tons generated by each of cities during 2012 year, compared to the behavior of socio-economic variables that we considered as a reason of that effect.

The table number 1, presents the air cargo values generated by the 19 major cities in Colombia, population, distances between theirs and the rest of the cities used in the study, unemployment rate (UR), industrial density (ID) per square kilometer and its gross domestic product (GDP).

Cities like Bogota, Medellin, Cali y Barranquilla, generate 87% of all domestic air cargo, they correspond to 67% of total population, they have the highest levels of industrial density and two of them (Bogota and Barranquilla), they have the unemployment levels below the national average (10.5 %). Significantly the cities like Bogota and Medellin have travel costs more economical due to its geographical location, below the average distance covered (14.000 km), however Cali and Barranquilla are slightly above average. The central cities require less distance for the movement of cargo in the country, they are Manizales, Pereira, Armenia and Ibague. Villavicencio presents the highest gross domestic product per capita; however this is not reflected in the movement of air cargo.

Cities	Air Cargo (t)	Population	Distances (Km)	UR (%)	ID (Business/Km)	GDP (Cop)
Bogotá	49.904	6.778.691	11.958	9.5	1.560	20.337.170
Medellin	13.132	2.219.861	11.251	12.2	1.673	13.206.791
Barranquilla	9.399	1.112.889	15.738	8.2	1.400	9.632.789
Cali	10.588	2.075.380	14.250	15.4	0,881	13.235.336
Bucaramanga	1.425	509.918	14.112	9.6	1.247	23.073.299
Cartagena	4.215	895.400	15.152	10.4	0,153	12.956.603
Pereira	1.096	428.397	11.049	16.8	0,146	9.365.751
Santa Marta	1.287	414.387	15.345	10.2	0,013	6.671.840
Monteria	868	381.284	14.447	13.3	0,004	6.571.618
Pasto	703	383.846	18.663	13.5	0,024	5.527.604
Valledupar	481	348.990	16.788	11.6	0,003	13.651.954
Neiva	257	315.332	13.996	11.8	0,021	10.797.351
Rioacha	278	169.311	18.023	10.9	0,001	9.614.465
Quibdo	310	109.121	16.387	18.6	0,000	6.815.440
Armenia	201	272.574	11.230	17.3	0,260	8.435.926
Manizales	159	368.433	10.828	13.3	0,210	9.153.629
Ibague	109	495.246	11.446	17.1	0,047	9.851.452
Villavicencio	47	384.131	14.203	11.6	0,019	38.662.154
Cucuta	12	585.543	17.208	15.4	0,071	7.705.850
Total	94.473	18.248.734	272.074	13.0	7,733	235.267.022

Table 1-DANE, civil aviation

Using Statgraphics tool, we obtain the data presented in table 2, results in the Multiple Linear Regression modeling. The output shows the results of fitting a multiple regression model to describe the relationship between kilograms (thousands) total air cargo and five independent variables. Because of "P" value less than 0.05, there is a statistically significant relationship between the variables with a confidence level of

95%. The R-squared statistic adjusted model explains 98.47% of the total variability of air cargo. However, the model is capable of being improved, because the IDI variable has P value above 0.5, therefore that term is not statistically significant and can subtract model. Likewise the GDP, has a negative sign as input to the model of air cargo, unrealistic and logical situation, it is expected that the higher level of per capita incomes rise the load generated by the city.

<i>Parameters</i>	<i>Estimate</i>	<i>Error Standar</i>	<i>T</i>	<i>P Value</i>
Constant	0,4471319	4,03824188	0,110914	0,913526065
Population	0,007505	0,00030768	24,3909	3,06177E-12
Distances	0,0346998	0,1637601	0,211838	0,835475652
UR	-0,1990952	0,14493053	-1,37389	0,19275159
GDP	0,0249182	0,8530717	-1,01269	0,977140834
ID	-0,048869	0,04827325	0,0290571	0,32984696

Table 2-Results Multiple Linear Regression

2.2 Application of the gravity model

For the preparation of gravitational distribution model, we start from the origin destination matrix of Colombian air cargo. All sending and receiving tons by each 19 main cities of Colombia, under study. Considering the distance existing between each of the cities in kilometers and assuming that the transportation costs between cities are in direct relation to their distances, we set the origin-destination cost between cities.

Starting costs matrix, we established C^* , corresponding to the average cost matrix and in turn determine the parameter β_0 , corresponding to the inverse of the average cost. We clarify that the cost function we assume for the development of the model is the exponential ($\exp(-\beta C_{ij})$). From this function we determinate the corresponding matrix, to determinate the correction factor calculated by the ratio of total cargo and function.

By affectation factor correction matrix function, we established the first origin-destination matrix, which by successive iterations values closer to the actual value of the cargo. This procedure is performed also to very close to the average cost values, using calibration method of Hyman.

In table number 3, we determine the values simulated of the air cargo of the main cities of Colombia. Addition, we determinate the parameter value β , which minimizes the function of costs, the value founded is 0.0007. To verify the proposed matches with the actual data model, we performed a statistical hypothesis test (Wilcoxon test) which yielded the following results:

The null hypothesis for $\alpha = 0.05$ is not rejected.

O_i/D_j	Real Air cargo (t)	Simulated Air Cargo (t)
Bogotá	33.562	38.223
Medellin	14.116	12.614
Barranquilla	10.287	9.399
Cali	11.394	10.136
Bucaramanga	1.586	1.425

Cartagena	4.280	3.980
Pereira	1.214	1.094
Santa Marta	1.383	1.287
Monteria	938	867
Pasto	776	703
Valledupar	531	481
Neiva	288	257
Rioacha	300	278
Quibdo	339	310
Armenia	224	201
Manizales	177	159
Ibague	121	109
Villavicencio	53	47
Cucuta	14	12
Total	81.583	81.583

Table 3- Results gravitational modeling and air cargo 2012

2.3 Geographic location of a new cargo airport of the north Colombian coast

To effect of simulate the behavior of air cargo between the main cities of the north Colombian coast, Barranquilla, Cartagena and Santa Marta, In the likely event that through of government policies we will use only an airport of air cargo to the three cities, in addition, their move will be increase in a 20% in front of the rest of the cities of Colombia. The modeling results are presented on the table number 4.

According to this modeling of the scenario, the distribution of air cargo from Barranquilla to the rest of the cities of Colombia, would go from 9.398 t to 11.035 t. Cartagena in turn would go from 3.980 t to 4.722 t, and Santa Marta from 1.287 t to 1.544 t. Equally, the model illustrates the behavior of the air cargos for each of the cities around the country with the main cities of the north coast.

Oi/Dj	Barranquilla	Cartagena	Santa Marta	Total
Bogotá	8.792	3.771	1.265	13.827
Medellin	1.109	406	133	1.718
Barranquilla	0	0	0	0
Cali	651	279	78	1.008
Bucaramanga	115	40	15	170
Cartagena	0	0	0	0
Pereira	65	28	8	101
Santa Marta	0	0	0	0
Monteria	105	45	13	163
Pasto	41	17	10	68
Valledupar	48	23	9	80
Neiva	12	5	1	18
Rioacha	42	15	6	63
Quibdo	25	11	3	38

Armenia	11	5	1	17
Manizales	10	4	1	15
Ibague	6	2	1	9
Villavicencio	3	1	0	4
Cucuta	1	0	0	1
Total	11.035	4.722	1.544	

Table 4-gravity model air cargo hypothetical scenario

In order to estimate the approximate location of a possible airport between the cities of Barranquilla, Cartagena and Santa Marta, we use the expression of center mass to locate the location coordinates. We perform estimates using the number of trips, people and cargo handled between the three cities, and the distances are dimensionless according to the scale of a commercial world atlas. Formula for calculating the center of (mass 10):

$$x_c = \frac{m_c(x_i, y_i) + m_b(x_i, y_i) + m_{sm}(x_i, y_i)}{M}$$

The results showed different location but close together. The population is locating between Cartagena and Barranquilla, aspect that was predicted due to higher travel, freight and population than Santa Marta. In Figures 1 present geographic locations using Google Maps web application.

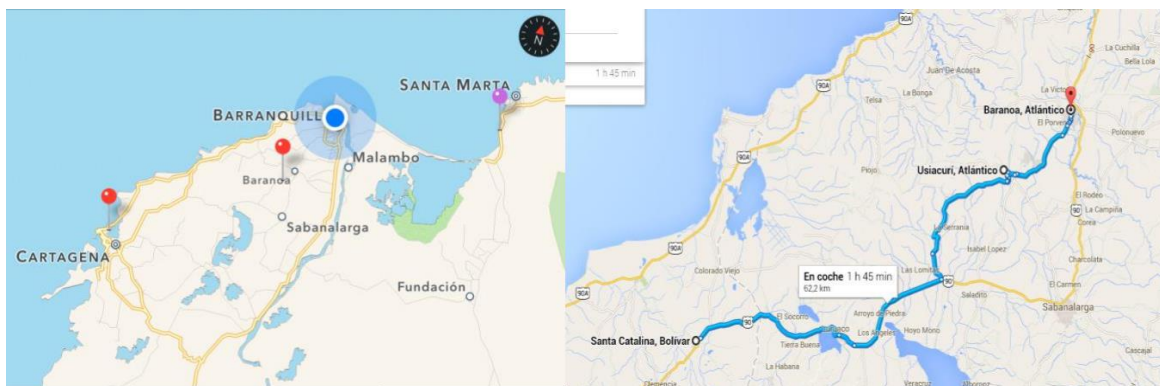


Figure 1- Geographic location specialized cargo airport of the north Colombian coast

3. Conclusions

Although even though the geographical location of cities located between 900 and 1.000 km is not the best, because of its higher costs, Barranquilla stands out as having one of the busiest air cargos. For this reason, the hypothetical situation presented in the modeling, is attractive, since centralized management burden of the three coastal cities in a specialized cargo airport could reduce generalized costs and encourage more trade with the rest of the cities of Colombia, as we demonstrated in the modeling. One of the interesting

findings is the identification of a need in the future of an air cargo terminal equidistant between the cities Barranquilla and Cartagena, also it could be located in towns like Santa Catalina Bolivar, Colombia, consisting of proper access roads and land suitable for construction.

It is important the location of the airport at municipality of Santa Catalina because after this research an evaluation was made by Promotora Bicentenario, which is an initiative of 54 enterprises of the country that were looking for the construction of an super airport between Cartagena and Barranquilla. This airport would have 80.000 m2 for operations of transportation of people and goods, and its cost would reach over USD 620.000 million (11) and the optimum location of this airport was set from 9.5 miles far away of location proposed by this investigation (12) at point near from Laguna del Totumo like it's showed at figure

2

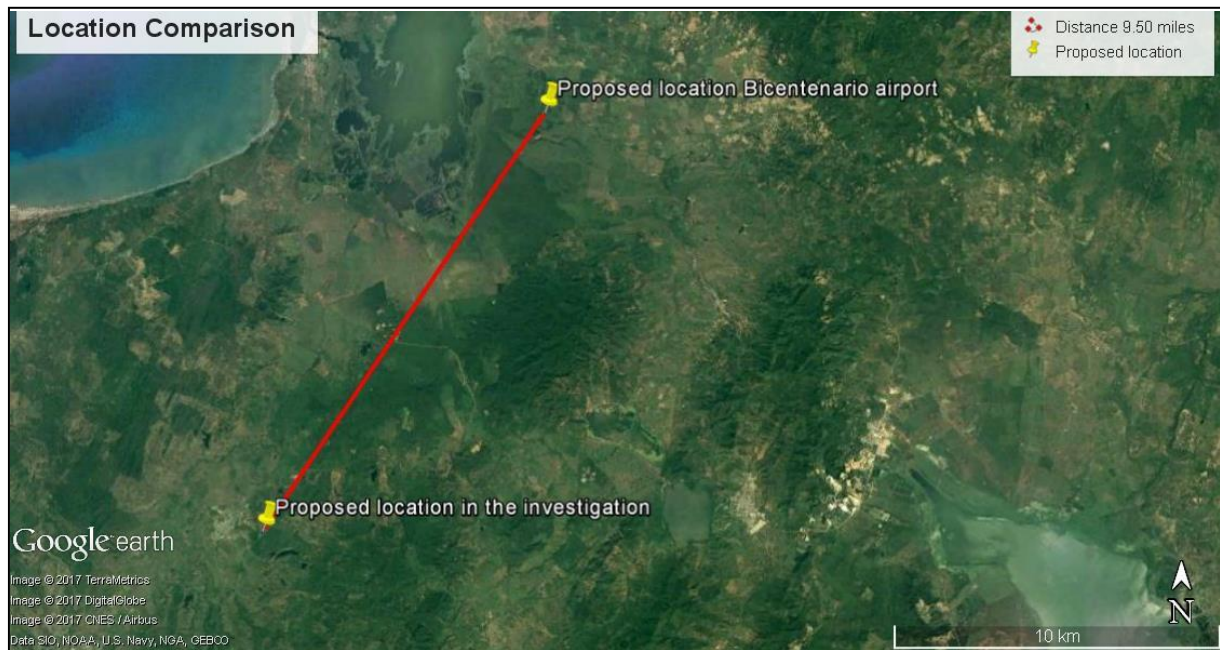


Figure 2- Comparison of geographic location specialized cargo airport of the north Colombian coast

We have to consider that proposal of Bicentenario airport was rejected because its impact over biodiversity of the zone, which is an sanctuary of conservation of Titi monkey (13). This problem would not exist in the location proposed in the research, for this reason the location's validation is positive because the point proposed at research its very near to the point proposed in the big project led by 54 enterprises group, but without the negative effects in the biodiversity of the zone.

4. References

1. Grange, L. d., Ibeas, A., & González, F. (2009). A Hierarchical Gravity Model with Spatial Correlation Mathematical Formulation and Parameter Estimation. Springer Science + Business Media, s11067-008-9097-0.
2. Ortuzar, J., & Willumsem, L. (2011). Modelling Transport. Santiago.
3. Blainey, S. P., & Preston, J. (2010). Modelling local rail demand in South Wales. *Transportation Planning and Technology*, vol. 33 No 1.
4. Grange, L. D. (2010). A consolidated model of trip distribution. *Transportation research*, 61-75.
5. Hitchcock, F. (1941). The distribution of a product from several sources to numerous localities. *Journal of Mathematics and Physics*, 224-230.
6. Wilson, A. G. (1970). Advances and problems in distribution modelling. *Transportation Research*, 4(1), 1-18.
7. Wang, D.-H., Han Yao, R., & Jing, C. (2006). Entropy Models of Trip Distribution. *Journal Of Urban Planning And Development*.
8. Smith, T. (1990). Most-probable-state-analysis: a method for testing probabilistic theories of population behaviour. *New Frontiers in Regional Science*.
9. Roy, J., & Thill, J. (2004). Spatial interaction modelling. *Papers in Regional Science* 83, 339-361.
10. Caicedo, M. I. (2014, Enero 20). Sistemas de Partículas I, centros de masa y teoría del momentum. Retrieved from Universidad Simón Bolívar: <http://www.fis.usb.ve/>
11. Redaccion Portafolio (2010). "Empresarios defienden nuevo aeropuerto del bicentenario". *Revista Portafolio digital edition*. Retrieved from: <http://www.portafolio.co/economia/finanzas/empresarios-defienden-nuevo-aeropuerto-bicentenario-301690>
12. Redaccion Caracol Radio (2015). "El Gobierno apoya la construcción de un mega aeropuerto regional en la Costa Caribe". *Caracol Radio digital edition*. Retrieved from: http://caracol.com.co/programa/2010/04/09/6am_hoy_por_hoy/1270791240_985877.html
13. Montaña, J. (2011). "El Gobierno apoya la construcción de un mega aeropuerto regional en la Costa Caribe". *El Herald digital edition*. Retrieved from: <https://www.elheraldo.co/economia/aeropuerto-bicentenario-no-es-viable-dice-aerocivil>.

Including an Opposition-Inspired Strategy to improve Focused Ant Solver for solving CSP

Nicolás Rojas-Morales
nicolasrojas@acm.org

María Cristina Riff
maria.cristina.riff@gmail.com

Universidad Técnica Federico Santa María
Valparaíso, Chile

Abstract

In this paper, we propose an Opposition-Inspired strategy to improve the performance of ant-based algorithms, in terms of the quality of the obtained solutions. During the construction process of an ant-based algorithm, some intermediate decisions are biased by such an undesirable characteristic that could lead to poor quality solutions. We propose a strategy focused on bringing valuable information about complete instantiations, to change some intermediate decisions of the construction process and finally, obtain better quality solutions. To evaluate our strategy, we used a recently proposed algorithm named Focused Ant Solver, for solving Constraint Satisfaction Problems (CSP). Binary CSP instances from the transition phase were considered to evaluate the inclusion of our strategy. Results showed that our strategy allows Focused Ant Solver to increase the number of problems that it is able to solve.

Keywords: Opposition-Inspired Learning; Anti-pheromone; Focused Ant Solver.

1 Introduction

Opposite Learning (OL) is a search strategy that has been applied for mapping candidate solutions with the objective of increasing the coverage of the solution space, accuracy and convergence of the search process [3]. Opposition-Inspired Learning (OIL) [5] was proposed considering that, in some cases, the idea of mapping solutions is not intuitive because of some algorithm-specific properties. This work proposes an Opposition-Inspired Learning (OIL) strategy where the search process of an ant-based algorithm is divided into two steps: a *First Step* used to identify an undesired characteristic from complete instantiations and a *Second Step* used to solve the problem of interest. Information will be obtained during the *First Step* that will be considered in the *Second Step* to change its decisions during the construction process. Our approach will be described and presented in Section 3.

To evaluate our strategy, we selected Focused Ant Solver algorithm [6] originally proposed for solving Constraint Satisfaction Problems (CSP). Section 2 present the details of the baseline algo-

rithm. The details of our experiments and the discussion of our results are presented in Section 4. Finally, our conclusions and some possible paths for future research are provided in Section 5.

It is important to mention, however, that our objective is not to propose the best algorithm for solving CSP. The idea is to evaluate the use of a learning strategy to focus the search process of some specific ant-based algorithm, which in this case is Focused Ant Solver.

2 Focused Ant Solver

Focused Ant Solver (FAS) [6] is an ant-based algorithm proposed for solving Constraint Satisfaction Problem (CSP), based in the well-known Ant Solver (AS) [8]. Here, two heuristics are included in Ant Solver with the objective of better discriminate between candidate assignments that can lead the construction process to feasible solutions. Moreover, the idea is to give priority to assignments that can be easier to be repaired, minimizing the number of conflicts.

The construction of a solution considers two decisions at each assignment: the selection of the next variable, according to some given heuristic, and the selection of the value, made probabilistically according to the transition rule. The pheromone is deposited on a binary graph whose nodes $\langle X_i, v \rangle$ represent the assignment of value v to variable X_i and the edges between two nodes $(\langle X_i, v \rangle, \langle X_j, w \rangle)$ represent those simultaneous assignments of values.

Equation 1 shows the transition rule used by FAS. Here, it does not only depend on local relations between the candidate node and the last visited node, but also on a global relation between the candidate node and the whole set of visited nodes I_p . Hence, the pheromone factor of node $\langle X_j, w \rangle$ depends on pheromone deposited on all edges between $\langle X_j, w \rangle$ and the nodes in I_p .

$$p_{I_p}(\langle X_j, w \rangle) = \frac{[\tau_{I_p}(\langle X_j, w \rangle)]^\alpha * [\eta_{I_p}(\langle X_j, w \rangle)]^\beta}{\sum_{v \in D(X_j)} [\tau_{I_p}(\langle X_j, v \rangle)]^\alpha * [\eta_{I_p}(\langle X_j, v \rangle)]^\beta} \quad (1)$$

Equation 2 shows the heuristic knowledge considered in Focused Ant Solver.

$$\eta_{I_p}(\langle X_j, w \rangle) = \frac{1}{1 + F(\langle X_j, w \rangle \cup I_p) - F(I_p)} + \frac{1}{(1 + \mathcal{E}(\langle X_j, w \rangle, I_p))^2} \quad (2)$$

where $\langle X_j, w \rangle$ is a candidate assignment, F is the evaluation function of the algorithm that counts the number of conflicts of a partial instantiation and $\mathcal{E}(\langle X_j, w \rangle, I_p)$ is defined as:

$$\mathcal{E}(\langle X_j, w \rangle, I_p) = \sum_{\langle X_r, a \rangle \in I_p} \mathcal{U}(\langle X_j, w \rangle, \langle X_r, a \rangle) \quad (3)$$

where $\langle X_r, a \rangle$ is an assignment in I_p that has a conflict with $\langle X_j, w \rangle$ and $\mathcal{U}(\langle X_j, w \rangle, \langle X_r, a \rangle)$ the number of pairs of values in conflict between two variables X_j and X_r .

The objective is to give priority to assignments that have a low number of conflicts and also, conflicts with a low number of incompatible pairs of values.

In FAS, pheromone will be deposited on the feasible edges of the complete instantiation I_C that has the lowest number of conflicts and also the lowest pairs of values in conflict. To calculate the number of pairs of values in conflict in a complete instantiation, \mathcal{E} function is redefined considering each pair of variables in conflict:

$$\mathcal{E}(I_C) = \sum_{(\langle X_j, w \rangle, \langle X_r, a \rangle) \in I_C} \mathcal{U}(\langle X_j, w \rangle, \langle X_r, a \rangle) \quad (4)$$

where I_C is a complete instantiation, X_j and X_r are two variables in conflict because the simultaneous instantiation $(\langle X_j, w \rangle, \langle X_r, a \rangle)$ is considered in I_C . Then, an amount of pheromone Δ_τ will be deposited defined by:

$$\Delta_\tau(I_C^\mathcal{E}, (\langle X_j, w \rangle, \langle X_r, a \rangle)) = \frac{1}{F(I_C^\mathcal{E})} \quad (5)$$

where $I_C^\mathcal{E}$ is the complete instantiation that has the lowest \mathcal{E} function value during the current iteration, $(\langle X_j, w \rangle, \langle X_r, a \rangle)$ is a non conflict pair of assignments and $F(I_C^\mathcal{E})$ is the quality of $I_C^\mathcal{E}$.

As in Ant Solver, FAS includes *pre-* and *post-* processing steps that use a *min-conflicts* based local search procedure. The pre-processing phase repeatedly performs a local search to collect information that will be used to initialize pheromone trails. The post-processing phase performs a local search after each ant has constructed a complete assignment.

3 Opposition-Inspired Learning for Ants

This section describes our Opposition-Inspired Learning strategy for ant-based algorithms proposed for solving combinatorial problems. Let's assume a combinatorial problem P and an ant-based algorithm A . Considering that P is complex to solve, some of the decisions made during the construction process of A can lead to complete instantiations with less quality than expected. In other words, the construction process can be biased by the attraction of some *undesired* (uD) characteristic of the candidate components.

Here, we consider an ant-based algorithm A . At each iteration of A , each ant k incrementally constructs a complete instantiation I_C^k , making stochastic *intermediate* decisions to include components into a partial instantiation I_P^k . Here, pheromone information and heuristic knowledge of all candidate components are considered in a *state transition rule*. Usually, pheromone is updated at each iteration considering the rule defined by the following equation:

$$\tau_{ij}^{new} = (1 - \rho) * \tau_{ij}^{old} + \Delta\tau_{ij} \quad (6)$$

where τ_{ij}^{new} and τ_{ij}^{old} are the new and the current pheromone values related to the pair of components (i, j) , ρ is a parameter that controls the trail persistence and $\Delta\tau_{ij}$ is the increment of pheromone in some specifically defined trails.

3.1 uD -characteristic

We are interested in improving the search process of A , in terms of the quality of the complete instantiations that A can build. The idea is to maintain the original design and components of A . For this, we are interested in providing useful information to A in order to improve its *intermediate* decisions. Let's assume that ant k constructs a complete instantiation $I_C^k = \{(x_1, v^1), \dots, (x_n, v^n)\}$ that $F(I_C^k) < F(I_C^*)$, considering P as a maximization problem and I_C^* is an optimal solution for P . Although the structure of I_C^* can be unknown, we can expect that I_C^k and I_C^* are structurally different in terms of their assignments. In most cases, components are included in I_C^k because a

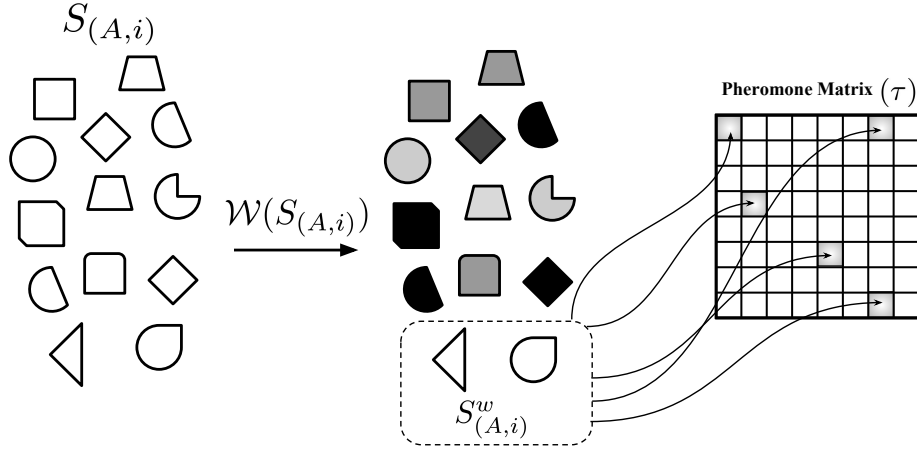


Figure 1: Identifying and learning about a characteristic in \mathcal{I}^C

certain preference related to their heuristic knowledge and pheromone information was considered in the stochastic *intermediate* decisions of A . As a heuristic knowledge function is particularly defined in A and the information in the pheromone matrix is limited by the vertices which were already visited during the current execution, in some cases, the information provided to perform *intermediate* decisions might be poor. This information can lead the construction process of A to complete instantiations with a quality lower than expected.

Let's assume that I_C^k has some characteristic w that can be measurable and can be related to: a structural property of I_C^k , a quality feature of I_C^k , a feature related to the (in)feasibility in I_C^k , and a P -specific property feature, among others. This characteristic may be present in some components by themselves or in a relationship between components in I_C^k . Here, we can expect that w is not only present in I_C^k , but the construction process of I_C^k could also be influenced by w . During the construction process of I_C^k , *intermediate* decisions are biased by some characteristic w that makes some components look more promising than others. We name this characteristic as *undesirable* (uD). We propose to learn about an uD -characteristic w in I_C^k to decrease the attraction to components that A considers promising. It is important to remark that this characteristic is not inherent of P , but it cannot be perceptible by the current pheromone information and by the heuristic knowledge, as it is specifically defined in A . The objective is to allow A to consider other *intermediate* decisions during its construction process and, finally, obtain better quality solutions.

Figure 1 shows how an uD -characteristic is detected. Let $S_{(A,i)}$ be a set of complete instantiations obtained by A during its i^{th} iteration and w an uD -characteristic. To detect the presence of an uD -characteristic in $S_{(A,i)}$, we define a function \mathcal{W} that measures the influence of w in $S_{(A,i)}$. \mathcal{W} will return the (set of) candidate solution(s) of interest in $S_{(A,i)}$, where w influences its construction process. We define $S_{(A,i)}^w$ as the set of complete instantiations that have more presence of w .¹

As the pheromone produces a modification of the way in which the problem is represented

¹The size of $S_{(A,i)}^w$ will be particularly defined for each application of this strategy. For simplicity, from now on we will consider that $S_{(A,i)}^w$ contains only one candidate solution.

and perceived by artificial ants [1], we decided to use the pheromone to learn about the $u\mathcal{D}$ -characteristics. Moreover, the components of the complete instantiations in $S_{(A,i)}^w$ will be marked with pheromone. Our hypothesis is the following: if we consume a certain amount of resources in identifying and learning about some $u\mathcal{D}$ -characteristic w in $S_{(A,i)}$, the search process could be further focused making decisions using this knowledge so that we can obtain complete instantiations of a better quality. For this, we propose to divide the search process of A into two steps.

3.2 Division of the Process

First, we propose to divide the search process of A into two steps: a *First Step* to learn about w in $S_{(A,i)}$ and a *Second Step* performed by A using the knowledge obtained in the *First Step*. The pheromone will be used to mark a complete instantiation in $S_{(A,i)}^w$ during the *First Step*. Inspired in the concept of *anti-pheromone* [7], the idea is to produce a repellent effect to some pairs of components, allowing A to consider other components that, originally, would not be included. From now on, the pheromone used during the *First Step* will be called *anti-pheromone*.

Let A° be an ant-based algorithm that will perform the *First Step* and let's use *anti-pheromone* to decrease the attraction of paths that are related with complete instantiations in $S_{(A,i)}^w$. The definition of the representation for P and the *state transition rule* of A° is the same as in A . However, the heuristic knowledge η , the evaluation function F , the anti-pheromone management and some of the parameters of the algorithm will be particularly defined in A° . The *First Step* is performed by A° consuming an amount $B * maxRes$ of resources (evaluations, iterations, execution time, among others), where $B \in [0, 1]$ is a parameter that defines the budget of resources designed for the learning step. At the end of the *First Step*, an initial pheromone matrix will be obtained and used by A . Finally, A performs its search process considering the remaining $(1 - B) * maxRes$ resources.

3.3 Soft Opposite Learning

In this section we present Soft Opposite Learning (SOL), an Opposition-Inspired strategy to identify an $u\mathcal{D}$ -characteristic. SOL is focused on identifying an $u\mathcal{D}$ -characteristic related to the quality of complete instantiations but trying to perform a similar search process as in A . For this, the heuristic knowledge η of A° will be the same as in A . SOL will consider the same edges that are attractive for A in terms of the heuristic knowledge, but will focus on constructing poor quality complete instantiations. The objective is to identify complete instantiations where an *intermediate* decision, can lead the search process to complete instantiations having a quality that is lower than expected. The information obtained during a *First Step* performed by the SOL method, stored in the *anti-pheromone* matrix, will reduce the level of attraction produced by heuristic knowledge in the corresponding *intermediate* decisions of A .

In this work, we present the application of this strategy on Focused Ant Solver (FAS). Then, the A algorithm already described will be FAS. However, A° will be used in the *First Step* considering the following details:

- The anti-pheromone updating rule will be defined as:

$$anti\tau_{ij}^{new} = (1 - \rho_{FS})anti\tau_{ij}^{old} + \Delta\tau_{ij}^L \quad (7)$$

where ant^L is the ant that has the lowest quality solution of each iteration, ρ_{FS} is the rho parameter on the First Step, $\Delta\tau_{ij}^L$ is the amount of anti-pheromone that will be increased defined as:

$$\Delta\tau_{ij}^L = \frac{1}{(1 + |F(L_{w-i}) - F(L_{w-f})|)} \quad (8)$$

where L_{w-i} is the worst solution found during this iteration and L_{w-f} is the worst solution found so far. We have selected this function in order to optimize \bar{F} and to maintain bounded $\Delta\tau_{ij}^L$.

- Anti-pheromone will be translated into pheromone according to:

$$\tau_{ij} = \tau_{max} - anti\tau_{ij} \quad (9)$$

where $anti\tau_{ij}$ corresponds the amount of anti-pheromone on the edge (i, j) , τ_{max} is the upper bound of pheromone defined by Focused Ant Solver, and τ_{ij} will be the initial pheromone for the edge (i, j) in *Second Step*.

- The budget B defines the effort that will be invested in the *First Step*. Here, we have tuned this parameter for determining the best budget to execute the process.

4 Experiments and Results

This section presents the evaluation of the inclusion of Soft Opposite Learning strategy in the selected baseline algorithm Focused Ant Solver. We considered a set of 100 binary CSP instances from the transition phase, where the most difficult instances are found [2]. For each instance, 20 independent runs were executed. To define the stopping criterion, we considered the average conflict checks consumed by the pre- and post-processing phases of Focused Ant Solver. For this, the stopping criterion is defined as 4×10^9 conflict checks. The hardware platform adopted for all these experiments was a Power Edge R630 server with 2 Intel(R) Xeon(R) CPU E5-2680 v3 @ 2.50GHz, 128 GB of RAM under Ubuntu x64 16.10 distribution.

Randomly generated binary CSPs were considered for our experiments. To generate these instances we considered the model A.² For this, four parameters $\langle n, m, p_1, p_2 \rangle$ should be defined: n defines the number of variables, m corresponds to the number of possible values in the domain of each variable, $p_1 \in [0, 1]$ represents the connectivity (i. e. it determines the number of constraints) and $p_2 \in [0, 1]$ corresponds to the tightness of the constraints (i. e. the probability that a pair of values is incompatible). For our experiments, we considered $n = 100$ variables, $m = 8$ domain sizes, $p_1 = 0.14$ and p_2 ranging from 0.22 to 0.31. Ten instances were generated for each category of p_2 . Finally, we have added a random generated solution to each one in order to assure that each instance is solvable.

Parameter values for Focused Ant Solver and our approach were defined using a tuner algorithm called Evolutionary Calibrator (EVOCA) [4]. As we already mentioned, Focused Ant Solver performs a pre-processing step to initialize the pheromone matrix. During this step some instances

²For more details about this method refer to [2]

Algorithm	First Step					Second Step				
	m	α	β	ρ	B	m	α	β	ρ	τ_{max}
FAS	-	-	-	-	-	46	15.5000	14.4	0.0005	26.3931
SOL-FAS	89	4.2995	15.2449	0.0005	0.01	46	16.8411	14.4	0.0005	26.3931

Table 1: Parameter values obtained by EVOCA

Category	FAS	SOL-FAS
0.22	100.0	100.0
0.23	93.5	92.5
0.24	73.5	70.5
0.25	65.5	75.0
0.26	65.0	69.0
0.27	65.5	84.5
0.28	99.0	100.0
0.29	100.0	100.0
0.30	98.0	98.5
0.31	100.0	100.0

Table 2: Results obtained by FAS and SOL-FAS

from $p_2 = [0.22, 0.23, 0.29, 0.30, 0.31]$ categories can be solved. In order to correctly evaluate parameter configurations, instances only from $p_2 = [0.25, 0.26]$ categories were used during the tuning process. Table 1 shows the obtained values by the tuning process.

To compare these algorithms we defined a success rate (SR) as:

$$SR = 100 * \frac{SuccessRuns}{TotalRuns} \quad (10)$$

where $SuccessRuns$ is the number of independent runs where a complete instantiation without conflicts was obtained and $TotalRuns$ is the total number of independent runs executed. Table 2 shows the success rates obtained by each algorithm in all the categories. Results in bold show that an algorithm obtains the highest success rate for a category.

Results show that SOL-FAS outperforms FAS in five categories (with p_2 values of 0.25, 0.26, 0.27, 0.28 and 0.29). These improvements on the success rate are ranging from 0.5 to 19 percent. On the other hand, FAS outperforms SOL-FAS in two categories: with p_2 values of 0.23 and 0.24. Here, improvements on the success rate are ranging from 1.0 to 3.0 percent. The non-parametric Wilcoxon test was applied to assess that these algorithms are statistically different ($pvalue = 0.01$).

5 Conclusions and Future Work

In this work we present Soft Opposite Learning (SOL), an Opposition-Inspired Learning for ant-based algorithms. This strategy is focused on the detection of an *undesirable* characteristic that

can bias the construction process of an ant-based algorithm to poor quality solutions. For this, we proposed to divide the search process into two steps: a First Step to learn about such an undesired characteristic and a Second Step to solve the problem of interest. The objective of this strategy is to reduce the attraction to some candidate components, allowing the selected algorithm to consider other intermediate decisions, to finally obtain better quality solutions.

To evaluate the inclusion of this strategy we considered an algorithm named Focused Ant Solver, proposed for solving Constraint Satisfaction Problems. Results show that the inclusion of SOL produces an improvement of the search process of Focused Ant Solver, allowing the algorithm to obtain non conflict complete instantiations in more cases.

For future work, we are interested in evaluate this strategy in other ant-based algorithm for solving other combinatorial problem.

References

- [1] M. Dorigo and T. Stützle. *Ant Colony Optimization*. Bradford Company, Scituate, MA, USA, 2004.
- [2] I. P. Gent, E. Macintyre, P. Prosser, B. M. Smith, and T. Walsh. Random constraint satisfaction: Flaws and structure. *Constraints*, 6(4):345–372, 2001.
- [3] A. R. Malisia. Improving the exploration ability of ant-based algorithms. In H. R. Tizhoosh and M. Ventresca, editors, *Oppositional Concepts in Computational Intelligence*, volume 155 of *Studies in Computational Intelligence*, pages 121–142. Springer, 2008.
- [4] E. Montero and M.-C. Riff. A new algorithm for reducing metaheuristic design effort. In *Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation, CEC 2013, Cancun, Mexico, June 20-23, 2013*, pages 3283–3290. IEEE, 2013.
- [5] N. Rojas-Morales, M.-C. Riff, and E. Montero. A survey and classification of opposition-based metaheuristics. *Computers & Industrial Engineering*, 110:424–435, 2017.
- [6] N. Rojas-Morales, M.-C. Riff, and B. Neveu. Feasibility and Availability based Heuristics for ACO algorithms solving Binary CSP (in Press). In *IEEE Congress on Evolutionary Computation, CEC 2018, Rio de Janeiro, Brazil, July 08-13, 2018*, 2018.
- [7] R. Schoonderwoerd, J. L. Bruten, O. E. Holland, and L. J. M. Rothkrantz. Ant-based load balancing in telecommunications networks. *Adaptive Behavior*, 5(2):169–207, 1996.
- [8] C. Solnon. Ants can solve constraint satisfaction problems. *IEEE transactions on evolutionary computation*, 6(4):347–357, 2002.

Análisis de sensibilidad para el problema de localización y ruteo abierto de vehículos en un ambiente bi objetivo y considerando variaciones de la vía

Alejandro Ospina Castaño
Facultad de ingenierías
Programa de ingeniería eléctrica, Universidad Tecnológica de Pereira
aopsina@utp.edu.co

Eliana Mirledy Toro-Ocampo
Facultad de ingeniería industrial
Programa de ingeniería industrial, Universidad Tecnológica de Pereira
elianam@utp.edu.co

Ramon Alfonso Gallego-Rendón
Facultad de ingenierías
Programa de ingeniería eléctrica, Universidad Tecnológica de Pereira
ragr@utp.edu.co

Resumen

En la actualidad, las organizaciones ambientalistas están enfrentando con fuerza el tema de cambio climático. Fuentes como la US EPA afirman que el principal responsable en las emisiones de gases de efecto invernadero corresponde al área de transporte, con un factor de participación entre el 34 % y el 36 % del total de agentes potenciales registrados.

Por lo anterior, en el problema de logística a resolver por las firmas de entrega de mercancía, la reducción de los gases de efecto invernadero o GHG (por sus siglas en ingles, *GreenHouse Gasses*) se convierte en un objetivo indispensable para la sostenibilidad ambiental de este tipo de organizaciones. Otro de los objetivos ligados a los problemas de logística en transporte son los costos operativos, que para el caso del problema de localización y ruteo abierto (OLRP), son los asociados a la apertura de centros de distribución, apertura rutas, y el costo de desplazamiento de los vehículos.

El principal aporte de esta investigación radica en la implementación de un análisis de sensibilidad para el OLRP bi objetivo que considere la variación en los grados de inclinación de la vía y el estado de la misma, y determinar los efectos en el ruteo, costo operativo e impacto ambiental.

Palabras clave: Análisis de sensibilidad; Epsilon Constraint; GOLRP; Modelo matemático radial; Optimización multi-objetivo exacta;

1. Introducción

El problema de localización y ruteo verde abierto (GOLRP por sus siglas en inglés, *Green Open Location Routing Problem*), es un problema de logística NP duro al ser una variante del problema de ruteo tradicional VRP formulado por primera vez en [1]. El LRP plantea un enfoque sistemático e integrado de dos problemas, el primero de ellos tiene que ver con la ruta más corta que permite minimizar costos, y el segundo a la localización de centros de distribución para conectar los clientes a los depósitos y que permita solucionar el primero. El OLRP se analiza matemáticamente como un grafo completo $G(v, n)$, donde v representa el número de vértices o nodos que posee el modelo, descrito como la unión entre los centros de distribución disponibles I , y el conjunto de clientes que deben ser atendidos J . n Representa el conjunto de ramas que conectan los vértices del grafo.

Dado lo anterior, el OLRP se soluciona a través de un problema de cartero viajante (TSP, por sus siglas en inglés, *Travel salesman Problem*), en donde los vehículos que parten de un centro I de distribución, deben hacer el menor recorrido posible que minimize costos, sabiendo que estos no deben pasar más de una vez por un centro de entrega J .

Las características principales del problema de localización y ruteo abierto son: i) Las flotas usadas para el transporte de mercancía son subcontratadas y de tipo homogénea; ii) Cada vehículo parte de un centro de distribución, y finaliza su recorrido con el último cliente atendido, por lo cual no existe retorno al depósito; iii) Todos los nodos del sistema (exceptuando los centros de distribución y nodos terminales que son de grado 1) deben ser de grado dos [2]; iv) La suma de carga de salida de los vehículos no debe exceder la capacidad del centro de distribución, y además, las cargas distribuidas por cada flota no debe exceder su capacidad.

Uno de los temas actuales en los problema de ruteo ha sido el de impacto ambiental, en [3] el problema de ruteo es definido como el problema de ruteo y efectos contaminantes (PRP, por sus siglas en inglés *Pollution Routing Problem*). El autor propone un VRP formulado como un TSP, en el que se plantea una estructura integrada que minimiza costo y consumo de combustible. El modelo considera centros de abastecimiento y tiempos de entrega, además de que permite tener un control sobre el nivel de combustible usado en cada trayecto. Al problema de localización y ruteo que considera impacto también se ha nombrado en la literatura como el problema de ruteo verde (GCLRP, por sus siglas en inglés *Green Capacited Location Routing Problem*) ([4], [2]). El modelo se plantea en dos partes, la primera consiste en formular el CLRP a través de un modelo radial, y la segunda consiste en modelar el impacto como trabajo útil realizado por el vehículo, el cual está en función de la distancia viajada por la flota y la carga transportada. El modelo de impacto es formulado con base en un diagrama de cuerpo libre en condiciones estáticas, en el que se consideran diferentes condiciones del terreno.

En cuanto al análisis de sensibilidad, este considera diferentes grados de inclinación y estado del arco. Como resultados serán analizados los efectos sobre el ruteo, costo operativo y el impacto ambiental.

El modelo planteado es resuelto usando una técnica exacta a través de un algoritmo Branch and Cut binario, y para el problema multiobjetivo se usa el método Epsilon Constraint. Son usadas instancias de 50 clientes 5 depósitos, 100 clientes 10 depósitos y 200 clientes 10 depósitos tomadas de [5].

2. Descripción del problema

El problema de distribución de mercancías corresponde a una situación de gestión de operaciones que debe ser resuelta por la mayoría de empresas que requieren entregar sus productos a almacenes, centros de distribución o clientes finales. Cuando la operación se incrementa, y además, cuando dentro de la promesa de venta se consideran tiempos de entrega razonables, es necesario abrir centros de distribución adicionales que generen rutas más cortas, y es entonces cuando aparece el problema de localización y ruteo. El aumento de la demanda o la salida a reparación de la flota de vehículos genera la necesidad de ampliar la flota de vehículos propios o considerar la posibilidad de subcontratar los vehículos faltantes.

La sostenibilidad ambiental de las organizaciones corresponde a un indicador de interés tanto para las organizaciones así como para los usuarios finales. Es por eso que cualquier solución que se proponga además de minimizar costos operativos debe minimizar efectos contaminantes producto del transporte de la carga dado desde la fábrica hasta el usuario final. En esta dirección este trabajo plantea resolver el GOLRP con una estrategia bi-objetivo que sirva de herramienta de análisis y toma de decisiones tanto para la comunidad académica como para la comunidad empresarial.

3. Planteamiento del modelo matemático para el GOLRP

Para el planteamiento del modelo matemático GOLRP, se parte del modelo para el OLRP, y se adiciona el modelo de impacto ambiental.

El modelo matemático usado para el OLRP se plantea con base en las condiciones de radialidad de las redes de distribución de energía eléctrica enunciadas en Lavorato et al [6], en la que la restricción de radialidad se da por la ecuación $R = N - 1$, donde R representa el número de ramas o líneas de distribución, y N representa el número de nodos que presenta el sistema eléctrico incluida la subestación eléctrica. Haciendo la comparación respectiva, la subestación representa en el problema de ruteo el depósito o centro de distribución, y los nodos de paso o de carga, son representados en logística como la cantidad de clientes que deben ser atendidos. La conexión entre dos puntos de la red de energía eléctrica se equipara con la trayectoria empleada por el vehículo entre dos usuarios, o entre el centro y un usuario.

Así pues, el modelo OLRP radial es extraído de [4], y en la figura 1 se presenta un sistema de ejemplo con las variables de interés, en el cual se pone en funcionamiento los depósitos y_1 y y_2 desde donde se atienden los clientes, y el depósito y_3 queda inactivo.

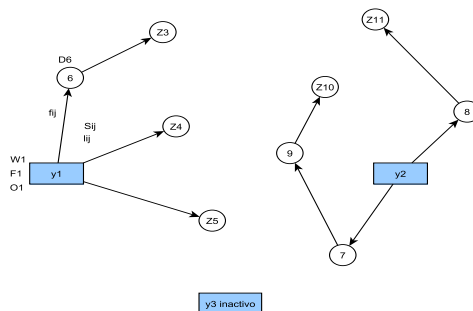


Figura 1: Representación gráfica del OLRP con 9 clientes y 3 depósitos

Notación

I	Conjunto de depósitos o de centros de distribución
J	Conjunto de clientes
V	Conjunto de nodos $V = I \cup J$
O_i	Costo de apertura del centro de distribución. i
W_i	Capacidad del centro de distribución. i
F	Costo fijo asociado a cada vehículo subcontratado utilizado en la operación.
Q	Máxima carga que puede ser transportada por un vehículo.
D_j	Demanda de cada cliente $j \in J$
c_{ij}	Costo de viajar entre los nodos i y j
$P = 2$	Factor de penalización aplicado a cada arco cuando es transitado usando un vehículo subcontratado.
s_{ij}	Variable binaria que se activa cuando el camino entre los nodos $i, j \in V$ es recorrido por un vehículo sucontratado.
y_i	Variable binaria que indica la apertura del centro de distribución. $i \in I$
f_{ij}	Variable binaria que define si el consumidor ubicado en el nodo $j \in J$ es atendido por una ruta que inicia en el centro de distribución $i \in I$.
z_j	Variable binaria que determina si el consumidor ubicado en el nodo $j \in J$ es el último de la ruta en atendido.
l_{ij}	Variable continua que indica la cantidad de carga transportada entre los nodos recorridos por la flota subcontratada i y j

$$\text{mín } \Psi_1 = \sum_{i \in I} o_i y_i + \sum_{\substack{i \in I \\ j \in J}} F s_{ij} + P \sum_{\substack{i \in V \\ j \in V}} c_{ij} s_{ij} \quad (1)$$

sujeto a:

$$\sum_{i \in V} s_{ij} = 1, \quad \forall j \in J \quad (2)$$

$$\sum_{k \in J} s_{jk} \leq \sum_{i \in V} s_{ij}, \quad \forall j \in J \quad (3)$$

$$s_{ij} + s_{ji} \leq 1, \quad \forall i, j \in V \quad (4)$$

$$\sum_{\substack{i \in V \\ i \neq j}} l_{ij} = \sum_{\substack{k \in V \\ k \neq j}} l_{jk} + D_j, \quad \forall j \in J \quad (5)$$

$$\sum_{\substack{i \in V \\ j \in V}} s_{ij} = \text{card}(J), \quad (6)$$

$$\sum_{i \in I} f_{ij} \leq 1, \quad \forall j \in J \quad (7)$$

$$l_{ij} \leq Q s_{ij}, \quad \forall i, j \in V \quad (8)$$

$$\sum_{j \in J} l_{ij} \leq w_i y_i, \quad \forall i \in I \quad (9)$$

$$\sum_{i \in V} s_{ij} = 1 - z_j, \quad \forall j \in J \quad (10)$$

$$\sum_{i \in I} y_i \geq \sum_{j \in J} D_j / \sum_{i \in I} w_i, \quad \forall i \in I \quad (11)$$

$$\sum_{j \in J} s_{ij} \leq \sum_{j \in J} D_j / Q, \quad \forall i \in I \quad (12)$$

$$s_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall i, j \in V \quad (13)$$

$$y_i \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in I \quad (14)$$

$$f_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in I, \forall j \in V \quad (15)$$

$$z_j \in \{0, 1\}, \quad \forall j \in J \quad (16)$$

$$l_{ij} \in \mathbb{R}, \quad \forall i, j \in V \quad (17)$$

1 Minimiza los costos de operación asociados a la apertura de centros de distribución, apertura de flotas subcontratadas y el recorrido entre los nodos i - j . 2 Indica que un cliente ubicado en j debe ser atendido solo una vez por una flota subcontratada. En 3 se afirma que si ingresa con una flota en el cliente $j \in J$, entonces se deberá salir de ese nodo con la misma flota. 4 Impone la dirección de recorrido de la flota entre los nodos i - j . Con la restricción 5 se obliga a obtener un balance de carga en cada nodo. 6 Impone la condición de radialidad del grafo orientado. 7 Conecta cada usuario con un centro de distribución $i \in I$. con las restricciones 8 y 9, se limita la capacidad del vehículo y la capacidad del depósito respectivamente.

En 10 se define un nodo terminal de flota subcontratada. 11 Obliga a que exista una cantidad mínima de depósitos con base a la relación entre demanda total y la capacidad de las flotas. En la 12 se especifica la cantidad mínima de flotas subcontratadas que deben ser empleadas para atender toda la demanda. En las restricciones 13-17 se especifica la naturaleza de cada variable empleada en el problema.

3.1. Modelo de impacto ambiental

En cuanto a la función de impacto ambiental, el modelo es extraído de [4] de acuerdo a la figura 2, en la cual el vehículo que viaja entre los nodos i - j posee velocidad y pendiente constantes. Con base en un equilibrio de fuerzas que interactúan en el vehículo, se modela el impacto ambiental en función de la distancia y la carga transportada por el vehículo.

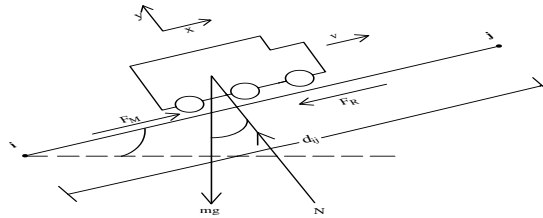


Figura 2: Diagrama de cuerpo libre de un vehículo con carga en condiciones estáticas [4]

Después de establecer un equilibrio de fuerzas, se despeja la fuerza del motor en función de las fuerzas restantes, y al final, esta es multiplicada por la distancia $i-j$ para encontrar el trabajo útil.

$$U_{ij} = \alpha \left(\sum_{i,j \in V} d_{ij} S_{ij} \right) + \gamma \left(\sum_{i,j \in V} d_{ij} l_{ij} \right) \quad (18)$$

$$\text{mín } \Psi_2 = E * U_{ij} \quad (19)$$

Donde α y γ representan las constantes del terreno debidas a la inclinación de la vía y estado del arco, dadas en $\frac{J}{Km}$ y $\frac{J}{K_g * Km}$ respectivamente. E representa un factor de conversión que depende del tipo de combustible usado por los vehículos, dado en $\frac{KgCO_2}{J}$.

3.2. Cálculo de la distancia equivalente entre dos puntos o ciudades, por efecto de la variación topográfica en la ruta

El cálculo de la distancia equivalente toma como base la ecuación de aumento de longitud por esfuerzo de tracción en las pendientes [7]. La ecuación depende de las pendientes de los trazados que determinan la ruta que es obtenida a partir del perfil longitudinal que posee el terreno.

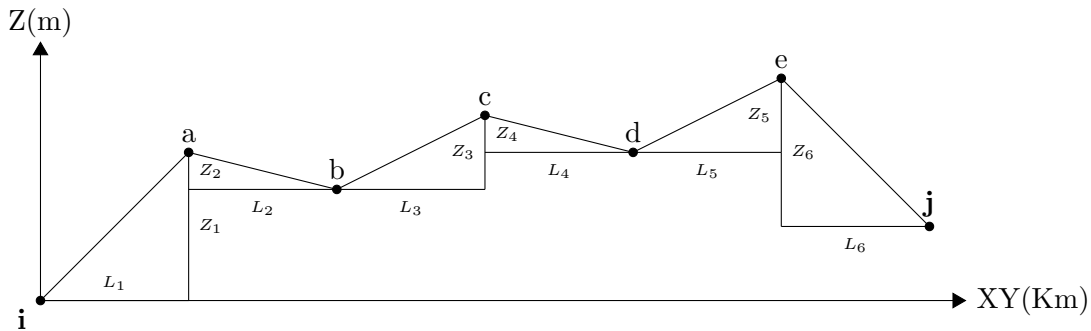


Figura 3: Perfil longitudinal de una ruta entre i y j

La distancia virtual cuando el vehículo viaja desde i hasta j es:

$$L_{0-ij} = L + k \sum Z \quad (20)$$

siendo $L = L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5 + L_6$, y $Z = Z_1 + Z_3 + Z_5$.

Donde L_0 es longitud resistente o virtual debida a contrapendientes; L = longitud total plana u horizontal del trazado; $\sum Z$ = Desnivel, o suma de desniveles por contrapendientes dadas en una dirección; K = inverso del coeficiente de tracción (K varía entre 21 y 44 dependiendo del tipo de terreno).

Se define la pendiente promedio de subida entre ij como: $\%Pendiente_{subida} = \left(\frac{Z}{L} \right) * 100$

Nótese que la distancia virtual de viajar entre ij y ji no es igual, ya que esta depende del número de contrapendientes naturales existentes en ambas direcciones, lo cual hace que el problema se torne asimétrico.

Para calcular la distancia equivalente entre los puntos i y j se puede hacer uso de la ecuación 20 siempre y cuando se conozcan las coordenadas XYZ de los puntos de relieve o las curvas de nivel asociadas. En caso de no tener las curvas o el relieve, se hace el calculo con la siguiente ecuación que considera pendiente constante.

$$L_{ij} = \left(\frac{1}{\cos \theta_{ij}} \right) L \quad (21)$$

Donde θ_{ij} es el angulo en grados entre el arco i y j .

Las ecuaciones 20 y 21 tienden a ser equivalentes cuando el porcentaje de pendientes promedio es inferior al 1%.

4. Resultados obtenidos para las instancias de 50, 100 y 200 clientes

El análisis de sensibilidad llevado a cabo en esta investigación establece los posibles efectos y consecuencias en el ruteo, impacto ambiental y costo operativo cuando la pendiente y el estado de la vía son variados.

Los pasos a seguir en el análisis de sensibilidad son: i) Calcular los coeficientes α y γ en función de la pendiente y estado de la vía; ii) Se contemplan 5 casos de estudio con las siguientes inclinaciones: 0° , 5° , 10° , 15° y 20° .

Cuadro 1: Frentes de Pareto
instancias en cuestión

Instancia	Frente de Pareto
50_5_2a	
100_10_1b	

Cuadro 2: Frentes de Pareto
instancias en cuestión

Instancia	Frente de Pareto
200.10.1b	

5. Conclusiones

Se plantea un modelo matemático de tipo radial para la solución del problema GOLRP para diferentes condiciones y estado de la vía, resuelto por medio de un método exacto.

Se concluye que un incremento en la pendiente, tiende a aumentar el número de vehículos y depósitos usados en la operación.

En trabajos futuros se espera modelar los arcos en función de distancia virtual y ángulo virtual y calculado con base en la topografía de la vía, y considerando la asimetría del arco.

Referencias

- [1] T. Paolo. V. Daniele. The vehicle routing problem. *Society for Industrial and Applied Mathematics*, Philadelphia, pages 367, 2002.
- [2] E. Toro-Ocampo, J. Franco-Baquero, R. Gallego-Rendón. Modelo matemático para resolver el problema de localización y ruteo con restricciones de capacidad considerando flota propia y subcontratada. *Ingeniería, Investigación y Tecnología*, 17(3):357–369, 2016.
- [3] T. Bektas, G. Laporte. The pollution-routing problem. *Transportation Research Part B: Methodological*, 45(8):1232–1250, 2011.
- [4] E. Toro-Ocampo. Solución del problema de localización y ruteo usando un modelo matemático flexible y considerando efectos ambientales. *Repositorio UTP*, Tesis Doctoral, Pereira, Colombia, pages 174, 2016.
- [5] C. Prins, C. Prodhon, Calvo, W. Roberto. Solving the capacitated location-routing problem by a GRASP complemented by a learning process and a path relinking. *4or*, 4(3):47–64, 2006.
- [6] M. Lavorato, J. Franco-Baquero, M. Rider, R. Romero. Imposing radiality constraints in distribution system optimization problems. *IEEE Transactions on Power Systems*, 27(1):172–180, 2012.
- [7] J. Cárdenas Grisales. Diseño geométrico de carreteras. *Ecoe Ediciones*, Colombia, pages 504, 2013.

Desarrollo y Fabricación de Maquina de Control numérico computarizado (CNC) de 2, 3 y 4 ejes con tecnología propia y bajos costos

Ismael Véliz Vilca

Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa,
ismaelv4@gmail.com

Dante Véliz Miranda

Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa,
dantevelez306@gmail.com

Cinthia Lizbeth Cruces Huaranca

Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa,
cruceshuaranca@gmail.com

Josue Robert Esquia Mendoza

Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa,
mrjoss05521@gmail.com

Soledad Quispe Salcedo

Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa
zusoledadd@gmail.com

Abstract

Development and Manufacture of Computerized Numerical Control (CNC) Machine 2, 3 and 4 axes with own technology and low costs

On the initiative, a group of researchers from the industrial engineering professional school of the National University of San Agustín de Arequipa, have developed the design and construction of a computerized numerical control (CNC) machine with 2, 3 and 4 axes. Using software and free hardware such as the Arduino, and materials from the region that allows drilling, plotting, winding, turning, cutting, printing in 3d. Accompanied by its respective 3D Scanner for the reproduction of the pieces in 3d.

Said Machines will allow to reduce the processing costs, and increase the precision, and repeatability without diminishing the quality in the production processes of the micro, small and medium enterprises: Also the built prototype will serve as teaching material and training in technology in the industrial automation courses in schools, universities and higher education centers.

The aim is to develop sustainable technology, a StartUp.

Build a replicating machine using a box (box to scan objects in 3D with kinects scanner) that will obtain the replicas of the digitally scanned object and then be carved by CNC (computer numerical control machine) to model pieces in wood and obtain a process more optimized manufacturing and low costs.

Keywords. Numerical Control by computer, Industrial Automation.

Resumen

Desarrollo y Fabricación de Maquina de Control numérico computarizado (CNC) De 2, 3 y 4 ejes con tecnología propia y bajos costos

Por iniciativa un grupo de investigadores de la escuela profesional de ingeniería industrial de la Universidad nacional de san Agustín de Arequipa, han desarrollado el diseño y construcción de

una máquina de control numérico computarizado (CNC) de 2, 3 y 4 ejes. Usando software y hardware libre como el Arduino, y materiales de la región que permite hacer taladrado, trazado, bobinado, torneado, cortado, impreso en 3D. Acompañado de su respectivo Scanner 3D para la reproducción de las piezas en 3D.

Dichas Maquinas permitirán reducir los costos de procesamiento, y aumentar la precisión, y repetitividad sin menoscabar la calidad en los procesos de producción de la micro, pequeña y mediana empresa: También el prototipo construido servirá en como material de enseñanza y adiestramiento en tecnología en los cursos de automatización industrial en colegios, universidades y centros superiores de enseñanza.

Lo que se pretende es desarrollar tecnología sustentable ósea un StartUp.

Construir una maquina replicadora mediante un box (caja para escanear objetos en 3D con scanner kinects) que obtendrá las réplicas del objeto escaneado digitalmente para luego ser tallada mediante CNC (máquina de control numérico por computadora) para modelar piezas en madera y obtener así un proceso de manufactura más optimizada y a bajos costos.

Palabras clave. Control Numérico por computador, Automatización Industrial.

Introducción

Metodología de investigación diseño y construcción de máquinas de control numérico computarizado (CNC) de 2, 3 y 4 ejes para el modelado y fabricación de objetos en 3D a bajo costo, código abierto y tecnología móvil

El presente Proyecto comprende 4 fases:

FASE 1: construcción de escáner 3D para escanear piezas con control Kinect

Esta fase comprende:

- Estudio detallado del escáner 3D actualizado.
- Diseño y modelado del prototipo en Sketchup, Blender y otros.
- Construcción del escáner 3D.
- Instalar de paquetes de software y drivers skanect (firmware) para el sensor kinect.
- Adaptar los dispositivos de control a través de un controlador arduino y/o otro similar.

FASE 2: Construcción de máquina de control numérico por computador (cnc) de 2 y 3 ejes para modelar y tallado en madera con los datos obtenidos con el escáner en 3D

2.1 Parte Mecánica

- Estudio y recopilación de información.
- Acopio de los materiales.
- Introducción a la base de datos.
- Diseñar un modelo con dimensiones a escala en un software de modelado y diseño en 3D.
- Fabricar la parte mecánica de la máquina de control numérico por computador.

2.2 Parte Eléctrica Y Electrónica . Construcción de la parte eléctrica y electrónica.

2.3 Parte del software

- Instalar los software especializados generadores de código g (Artcam, Aspire 3D, Arduino entre otros).
- Desarrollar pruebas de funcionamiento y dar un seguimiento hasta obtener resultados óptimos.

FASE 3: Complemento posterior para convertir la máquina de control numérico por computador (CNC) de 3 ejes a 4 ejes

- Estudios previos para la mejora del CNC de 4 ejes.
- Acopio de materiales.
- Estudio del software para modelaje y generador de código para 4 ejes.
- Acoplar el Macht 3 al controlador del CNC.

FASE 4: Configuración de software de código abierto y tecnología móvil

- Instalación de un software para controlar CNC de 4 ejes con match3.
- Implementación de Software para diseño y modelaje (Tridimensional más movimiento de rotación) en maquina CNC con 4 ejes.
- Instalación de software para poder controlar el CNC mediante un Smartphone.

FASE 5: Puesta en Marcha de Maquina CNC con escáner 3d y Pruebas piloto en material de madera.

- Testeo de calibración de CNC y precisión.
- Realizar Pruebas haciendo uso de escáner 3d y CNC.
- Prototipos de manufactura.



Imagen: CNC de 2, 3 y 4 ejes

HIPOTESIS

Hoy en día en la sociedad las microempresas no pueden ser competentes con las grandes empresas debido a que estas no pueden acceder a equipos muy sofisticados y modernos por su costo elevado. Por ejemplo en el área de manufactura, en las micro empresas este se ve limitado, pues no cuentan con acceso a maquinaria especializada por ser de gran costo , además en esta área de manufactura se desempeña una función acerca de la réplica de objetos por la cual los especialistas tienen que usar CAD conllevando a sacar licencias para el uso del software, siendo éstas muy caras, estamos amarrados por ser un país tercermundista. Esto conlleva a que el área manufacturera no se desarrolle, ya que seguimos exportando materia prima de China y de otros países, no produciéndose una exportación por parte del área manufacturera a nivel nacional y local.

Es por ello que el área de manufactura hablando localmente y a nivel nacional está casi nula o poco desarrollada , Entonces conociendo la problemática, Se pretende y se espera que con este proyecto (construcción y Diseño de Máquinas de Control Numérico Computarizado (CNC) de 2, 3 y 4 ejes juntamente con el scanner de control kinet) permita crear productos a bajos costos y al mismo tiempo generar trabajo en las microempresas.

Conjuntamente mejorar la economía del país e incentivar el emprendimiento en la optimización de equipos, para que posteriormente se generen nuevos creadores y microemprendedores y con ello , la investigación continúe.

JUSTIFICACION

Es imprescindible que la presente investigación genere resultados, las cuales resuelvan problemas en los procesos industriales área de manufactura, donde se identificaron la ausencia de máquinas que cumplan con el proceso de moldeado de objetos en madera usando la réplica en talleres, empresas y fábricas, sin embargo ya existen máquinas que cumplen esta función pero por factores: lugar donde se fabrica la máquina, costos elevados para empresarios y microempresarios se les realiza muy difícil su adquisición, por esto una meta es introducir a estas máquinas en el mercado local, de esta manera lograr los objetivos y con ello justificar la realización del proyecto de investigación.

También se nos hace increíble pensar que este proyecto pueda generar productos cada vez más sofisticados y de costos accesibles en cuanto a la materia prima utilizada , la intervención de algunos conocimientos utilizando algunos programas permitirá mejores resultados , y con ello se quiere aportar a un cambio en la sociedad actual además de hacer útil este proyecto así como también generar trabajo hoy en día.

ESTADO DE ARTE

Impresión 3D y fresado CNC son mecanismos que ofrecen la capacidad única de desarrollar sus ideas y prototiparlas, luego las perfecciona hasta el más mínimo detalle y luego las produce o realizar una réplica sin ningún cambio, todo con una sola máquina. En la actualidad este proceso de mecanizado se ha ido actualizando por medio de sensores Kinect (RGB-D).

Este negocio hace que se tenga en consideración normas como la ISO-6983, la cual nos ayuda a la comprobación del producto en el uso de sistemas CAD/CAM.

CAD (Computer-Aided Design, Diseño Asistido por Computadora) abarca el uso de un amplio rango de herramientas computacionales, orientadas principalmente a la ingeniería y la

arquitectura, con el objetivo de diseñar elementos propios de sus actividades. Dichas herramientas permiten la especificación de elementos en 2D (mediante la generación de planos acotados en múltiples vistas) y 3D (permitiendo una visión tridimensional foto-realista del resultado). CAM (Computer-Aided Manufacture, Manufactura Asistida por Computador) concibe el uso de computadores y tecnología avanzada en todas las fases de manufactura de un producto, reduciendo al mínimo la intervención del operario. Podemos establecer el ciclo de manufactura de un producto como aquellas fases que comprenden el marketing, la ingeniería, la gestión de la producción y la propia fabricación del producto. José Martín Carbonell. (2011). 19-20.

El objetivo de la próxima generación de máquinas controladas numéricamente por computadora (CNC) es ser portátil, interoperable y adaptable. Con los años, los códigos G (ISO 6983) han sido ampliamente utilizados por las máquinas herramienta CNC para la programación de piezas y ahora se consideran un cuello de botella para el desarrollo de la próxima generación de máquinas CNC. Se está desarrollando un nuevo estándar conocido como STEP-NC como modelo de datos para una nueva generación de máquinas herramienta CNC. El modelo de datos representa un estándar común específicamente dirigido a la estación de trabajo inteligente de fabricación CNC, haciendo realidad el objetivo de un controlador CNC estandarizado y una instalación de generación de códigos NC. Se cree que las máquinas CNC que implementan STEP-NC serán la base para una arquitectura más abierta y adaptable. Xun W. Xu. Y Stephen T. Newman.(2006).

Por la gran generación de máquinas controladas numéricamente por computadora (CNC), utilizando sistemas informáticos como ejemplo de CAT y CAM que tienen un precio alto por temas como la licencia de utilización, se pretende con este proyecto obviar el CAT y dar de esta manera más facilidad en la utilización de estas herramientas.

En Perú según señala:

Diario oficial del bicentenario El Peruano, La industria nacional se expandió 20.3% en abril de 2018 por la producción manufacturera entre las cuales se encuentra el sector maderero, generando un ambiente propicio de construir máquinas para facilitar los trabajos empleados por la mano humana.

Actualmente en el mercado se encuentra Formlabs Form 2 los cuales usa un sistema de proyección láser para “hacer crecer” objetos de resina curable con UV. A medida que el láser parpadea sobre la bandeja de resina, hace que se solidifique una capa delgada en la placa de construcción, que se dibuja lentamente hacia arriba a medida que se va fabricando cada nueva capa y cuesta \$3,500 dólares aproximadamente, también se ha encontrado en el mercado PowerWASP EVO + Fresadora CNC, el cual se valoriza entre € 1,690.00–€ 1,870.00 siendo una impresora en la que se pudo cambiar herramienta: Fresa, Grabado, Corte de tela, LDC cerámica, el Formaker 4-in-1 es un aparato multifunción es una impresora 3D FDM, un grabador, una fresadora numérica y un grabador láser, la empresa china Zhuhai CTC Electronic es la responsable de esta nueva invención, aunque no es la primera de su clase costando solo su fabricación 999 dólares.

De hecho, existen muchos mercados que ofrecen herramientas cumpliendo muchas funciones parecidas pero a un precio elevado, construcciones de maquina sin ninguna garantía, un ciclo de vida muy corto para el precio y otros de sus obstáculos son que no son directamente ofrecidos a empresarios locales por no ser este su mercado objetivo en la mayoría de las ocasiones por su relativo costo del producto.

PROCEDIMIENTO

FASE 1: construcción de escaner 3D para escanear piezas con control Kinect



Ilustración 1 Escaner Kinect para obtener modelado Fuente Internet

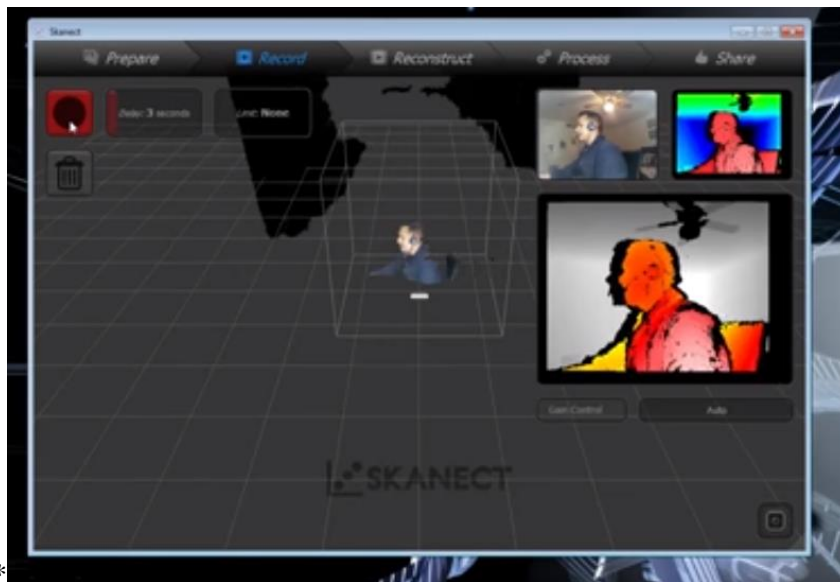


Ilustración 2 Puesta en Marcha de Sensor Kinect. Fuente Internet

FASE 2: Construcción de máquina de control numérico por computador (cnc) de 2 y 3 ejes para modelar y tallado en madera con los datos obtenidos con el escaner en 3D

2.1 Parte Mecánica

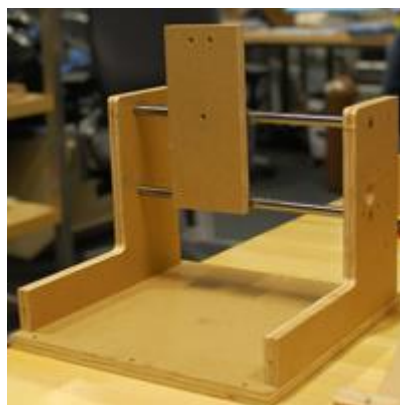


Ilustración 3 Piezas Basicas de CNC, Fuente Internet



Ilustración 4 CNC Terminado, Fuente Propia

2.2 Parte Eléctrica Y Electrónica



Ilustración 5 Caja de Control

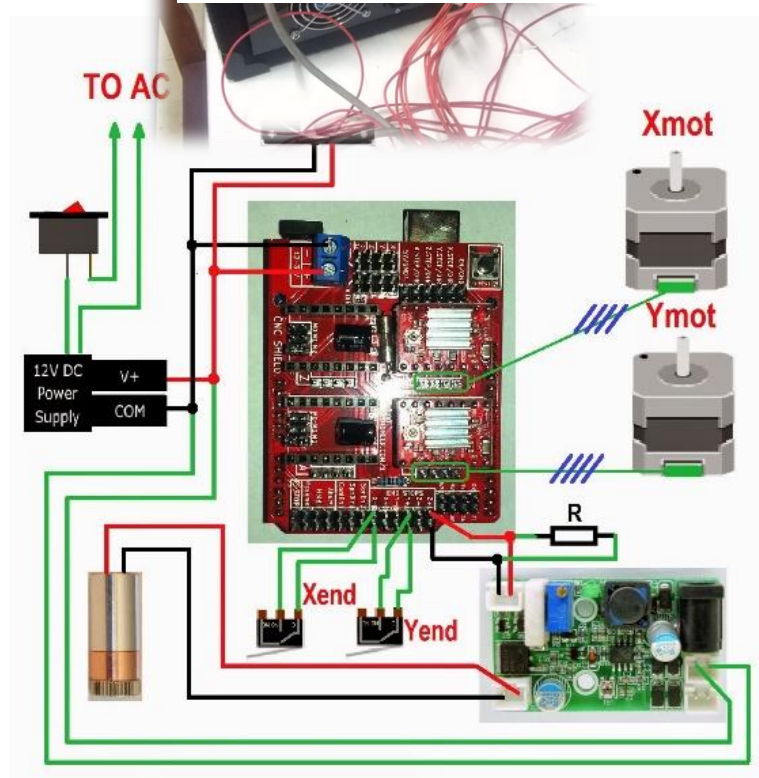


Ilustración 6 Diagrama de Arduino más Shield y Motores Paso a Paso

FASE 3: Complemento posterior para convertir la máquina de control numérico por computador (CNC) de 3 ejes a 4 ejes



Ilustración 7 Aditamento Complementario , 4to Eje, Fuente Internet

Adicionalmente se le puede implementar al CNC un 4to eje que sería de rotación.

FASE 4: Configuración de software de código abierto

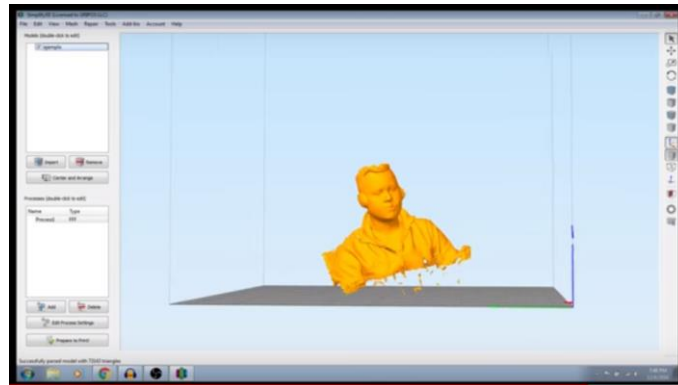


Ilustración 8 Usando Software para Obtención de Modelo en 3D. Fuente Internet

Para la generación del g-code se hace uso del software Artcam (Software especializado en tallado en madera CNC), en el que se importa el modelo obtenido en base al escáner.

FASE 5: Puesta en Marcha de Maquina CNC con escáner 3d y Pruebas piloto en material de madera.



Ilustración 9 Puesta en Marcha CNC con el código obtenido, Fuente Internet

Una vez obtenido el código de Artcam se procede a cargar el código mediante el grbl donde se conectara el CNC para que realice el respectivo tallado en madera.

CONCLUSIONES

-Se comprueba que se puede realizar a bajo costo un CNC de 3, 4 ejes incluido con un sensor Kinect para el replicado y modelo en 3d en material blando como la madera.

-Se puede optimizar el uso de código, mediante la implementación del sensor Kinect que capta modelos y los digitaliza.

-Mediante software adecuado (Artcam – Grbl) se puede obtener codificación casi de cualquier modelo o diseño en 3d y traspararlo a código para su replicación en un CNC.

BIBLIOGRAFIA

- Geoff Williams . CNC Robotics Build Your Own Workshop Bot, McGraw-Hili 2003
- Patrick Hood-Daniel/ James Floyd Kelly, Build Your Own CNC Machine / Copyright © 2009 by Patrick Hood-Daniel and James Floyd Kelly
- Miguel Riquelme García , Diseño y fabricación de una fresadora CNC de 3 ejes para el mecanizado de PCB con plataformas de desarrollo abiertas , tesis para Grado en Ingeniería Cartagena, 24 de Agosto de 2014
- Torrente, Óscar, Arduino. Curso práctico de formación , Primera Edición .,Alfaomega Grupo Editor, S.A. de C.V., México

<http://normasapa.com/como-referenciar-articulos-cientificos/>

<https://riunet.upv.es/bitstream/handle/10251/11986/Memoria.pdf>

Xun W. Xu. Y Stephen T. Newman. (2006). Hacer que las máquinas herramientas CNC sean más abiertas, interoperables e inteligentes: una revisión de las tecnologías
doi.org/10.1016/j.compind.2005.06.002

<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0166361505001089>

<http://www.elperuano.pe/noticia-la-industria-nacional-se-expandio-203-abril-67132.aspx>

<https://es.digitaltrends.com/guias/mejores-impresoras-3d/>

Decidiendo Ahorrar

Catherine Patricia Polanco Tello

catipolanco@hotmail.com

Resumen

Con el enfoque de sistemas se busca articular un modelo para conseguir la inclusión de los ciudadanos contactados en el Perú, ello en línea con la misión de los gobiernos de protección a la sociedad y el bien común (ODS-Desarrollo Sostenible). La cultura del ahorro debe ser prioridad y no solo vista como monetaria, también debe entenderse como ahorro a las acciones que decidan los ciudadanos para evitar gastos futuros a su presupuesto o al estado, como por ejemplo prevenir enfermedades (minimizar gastos en salud), protegerse con seguros, educación, nutrición adecuada entre otras acciones. Estas formas de ahorro preventivas deben ser compensadas para incentivarlas ya que no son visualizadas en su magnitud por las partes involucradas. Hacer explícito el valor, los costos, las acciones y la trascendencia económica.

Se propone que la población adopte la cultura del ahorro a lo largo de su vida, para lo cual definimos tres etapas que denominamos: primera (0-18 años), segunda (19-65 años) y tercera (66- + años) edad. En estas etapas se tomarán decisiones de las mejores prácticas y con el uso de productos financieros, seguros, previsional, servicio ciudadano y otros que se puedan crear (como planes de jubilación que incluyan vivienda, salud y alimentación); se creará un sistema que se retroalimentará para hacerlo sostenible.

Keywords: Teoría de decisiones, enfoque sistémico y optimización

1 Introducción

Se propone que el Estado debe intervenir directamente administrando y minimizando las desigualdades, deberá compensar a las poblaciones que tienen limitaciones económicas, discapacidades físicas, mentales o que viven en zonas geopolíticas que no les permita un acceso adecuado a la educación, salud y desarrollo. La población debe adoptar la cultura del ahorro a lo largo de su vida. El objetivo es lograr una calidad de vida para lo cual se han identificado etapas en un ciclo de vida promedio; consiguiendo optimizar el gasto del Estado y por ende de los impuestos que pagan los ciudadanos. Modelar una propuesta para ayudar a conseguir la inclusión civil, financiera, aseguradora y previsional de los ciudadanos contactados en el Perú, con prioridad en los habitantes de extrema pobreza, con lo que se buscará igualdad para impulsar el Desarrollo y Bienestar del País. Aspira ser un proyecto a nivel nacional, que inicialmente debe desarrollarse en poblaciones o distritos elegidos y luego ir replicando en forma escalada consiguiendo un efecto multiplicador.

2 Descripción del Problema

Se necesita un ente que articule con las organizaciones involucradas del Estado y las entidades privadas supervisadas que tengan participación con el objetivo común en disminuir asimetrías de oportunidades, lo ideal es implicar a diferentes instancias como centros de desarrollo de ideas y programas que puedan conducir al objetivo (Clúster).

Hay dos tipos de población que debe ser atendida con prioridad los menores de edad y las personas de la tercera edad. Tomamos algunos mandatos y principios por los cuales esta iniciativa sería aplicable: * En el artículo 87 de la constitución política del Perú indica que el Estado fomenta y garantiza el ahorro. La ley establece las obligaciones y los límites de las empresas que reciben ahorros del público, así como el modo y los alcances de dicha garantía. * También es reconocido que en Perú hay un gran porcentaje de la población sin conocimiento y sin acceso a los sistemas formales y regulados. Generalmente son poblaciones de escasos recursos monetarios y con ingresos que no les permite gozar de una educación adecuada y menos participar de los productos financieros como son tener acceso a los depósitos, créditos, seguros y fondos de pensiones, es decir están excluidos y casi destinados a permanecer en la misma situación y algunos con la suerte de ser errores estadísticos para salir de la pobreza. Si adicionamos a lo mencionado que actualmente existen diferentes programas sociales con subsidios con el fin de incluir a la población y mejorar su calidad de vida, como por ejemplo en temas como la alimentación (Pronaa, Qali Warma), en pensiones (Pensión 65), subsidio familiar (Juntos), salud (SIS) entre los principales.

Algunos datos a tener en cuenta:

- Se estima que en el Perú hay cerca de 3 millones de adultos mayores. Según las normas vigentes, son considerados adultos mayores todos los ciudadanos que superan los 60 años.
- Según estadísticas del INEI, el 32,9% de los hogares en el país depende de un adulto mayor.
- Además, más del 13% de este sector de la población no cuenta con ningún grado de instrucción y un 37% apenas tiene primaria completa.
- Ley de la Persona Adulta Mayor, publicada ayer en “El Peruano”, el cónyuge o conviviente, los hijos, nietos, hermanos y padres (en ese orden) de una persona considerada de la tercera edad, deben, entre otros aspectos, “satisfacer sus necesidades básicas de salud, vivienda, alimentación, recreación y seguridad”
- Algunos resultados que abonan a esta problemática los tomamos de la Encuesta Nacional de Demanda de Servicios Financieros y Nivel de

Cultura Financiera en el Perú – 2016 realizada por la Superintendencia de Banca, Seguros y AFP (2017)¹. :

- La aversión al riesgo puede ser considerada como la percepción o actitud de una persona frente a una situación de riesgo. Así, una persona adversa al riesgo evitará la incertidumbre y preferirá opciones con menos riesgo, aunque menos rentables. A nivel nacional, la mayor parte de la población presenta un nivel de aversión al riesgo alto (64%), mientras que solo el 18% tiene una baja aversión al riesgo.
- Un 63% de la población a nivel nacional tiene un nivel de preferencia intertemporal bajo, es decir, son impacientes y prefieren el presente al futuro. Esta tendencia se observa en la mayoría de la población según ámbito geográfico y estrato: más del 50% de la población en cada uno de estos estratos no está dispuesto a reasignar sus recursos y transferir renta presente hacia el futuro.
- El 22% de la población reporta ingresos mensuales menores a S/ 400, y el 25% ingresos entre S/ 400 y S/ 750; es decir, el 47% reporta ingresos menores al salario mínimo. Por otro lado, solo 8% de la población manifestó haber recibido ingresos superiores a los S/ 2 100 .
- Según información de la encuesta, el 25% de los habitantes urbanos cuenta con ahorro obligatorio (pensiones, CTS), mientras que en el área rural esta proporción solo llega al 4% .
- Una cifra preocupante es que, al consultar a la población sobre las acciones que está tomando para cubrir sus gastos en la vejez, alrededor del 53% de la población a nivel nacional indica que no está haciendo nada. La incidencia de esta inacción es más alta en el ámbito rural (62%) y entre la población más pobre (64% y 58% en los grupos más pobres, respectivamente).
- Por otro lado, el 19% de la población a nivel nacional afirmó que está aportando a un sistema de pensiones (ONP, AFP). La diferencia en la proporción de población afiliada es notable por ámbito de residencia: mientras que el 24% de la población urbana aporta a un sistema de pensiones, en el área rural solo el 3% de la población aporta a uno.
- El porcentaje de la población que está ahorrando con fines previsionales en alguna institución financiera es aún menor: solo 5% de la población a nivel nacional. Cabe notar que una importante proporción de la población señala estar guardando dinero por su cuenta (14%) para poder solventar sus gastos en el

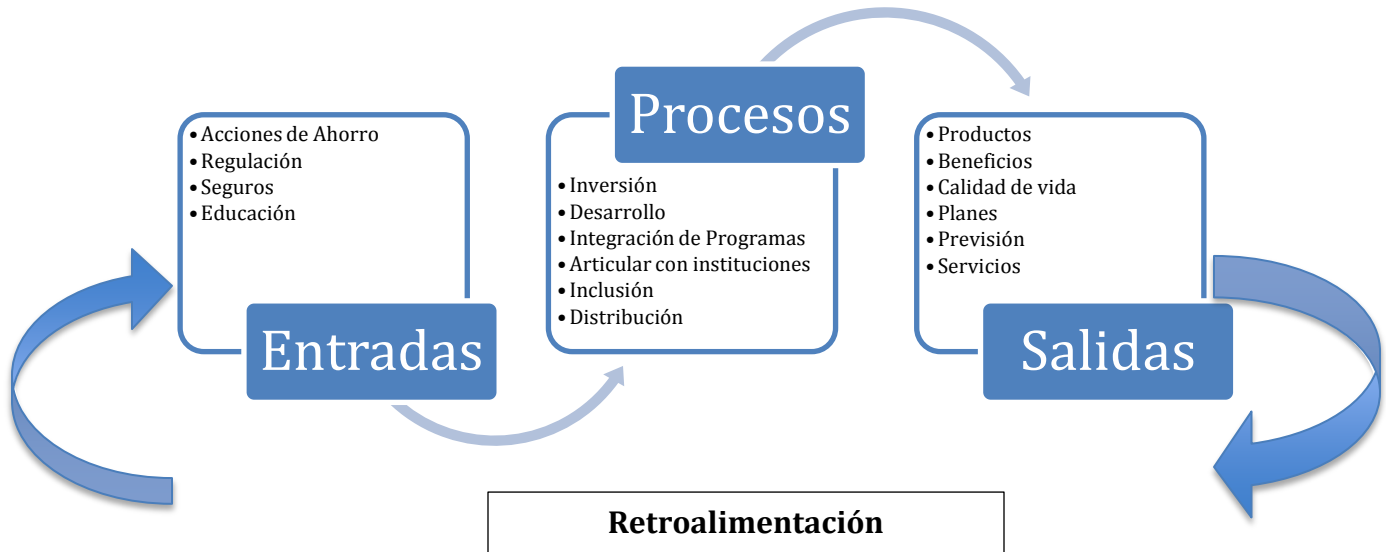
¹ La población objetivo del Estudio fueron los individuos entre 18 a 70 años que residían permanentemente en viviendas particulares dentro del territorio nacional. Para ello usaron una muestra de 6 565 individuos, distribuida en las áreas urbanas y rurales de los 24 departamentos del país y la Provincia Constitucional del Callao. El diseño de la muestra se realizó por etapas, empleando como marco de referencia la información del Censo de Población y Vivienda 2007.

- futuro. En tanto, el 9% indicó que está invirtiendo en la educación de sus hijos para que ellos los mantengan en el futuro, y 6% que está invirtiendo en inmuebles o negocios. Estas acciones son las más recurrentes entre la población rural y la población más pobre.
- En el caso de la población que no aporta a un sistema de pensiones, un 28% indicó que no lo hace porque no cuenta con el dinero suficiente para aportar, 16% porque no tiene trabajo y 12% porque no sabe lo que es un sistema de pensiones. En el ámbito rural, el desconocimiento (27%) y la falta de dinero para realizar los aportes (21%) son las principales razones para no aportar a un sistema de pensiones. Si bien el desconocimiento no parece ser una limitante para aportar a un sistema de pensiones para los habitantes urbanos, sí lo es la falta de dinero (31%), el no tener trabajo (18%), así como la falta de confianza en el sistema (10%).
 - Con relación a la percepción de la población sobre los sistemas privados de pensiones y si sus aportes le permitirán cubrir los gastos en la vejez, se encontró que el 40% de la población a nivel nacional considera que aportando a las AFP podrá afrontar los gastos en su vejez y 31% no considera que esto sea cierto. Cabe notar que un importante porcentaje de la población no sabe o no opina (29%), sobre todo en el ámbito rural (51%), lo que sería evidencia del alto grado de desconocimiento de los sistemas. Al considerar el nivel socioeconómico, más de la mitad de la población más pobre no supo responder a la pregunta. A medida que el nivel de vida mejora, este porcentaje va disminuyendo, mientras que la proporción de personas que considera que aportando a una AFP podría cubrir sus gastos en su vejez se incrementa
- Según el XII Censo de Población, VII de Vivienda y III de Comunidades Indígenas o Censo peruano de 2017, la población en Perú es de 31 237 385. Según la estructura por edad de la población, al año 2017, el 26.4% de la población censada tiene de 0 a 14 años; 61.7% de 15 a 59 años y 11.9% de 60 y más años de edad, resultado que reveló que en el periodo 1993-2017, la proporción de la población menor de 15 años ha disminuido de 37% a 26.4%; mientras que la de adultos mayores (60 y más años de edad) se incrementó de 7% a 11.9%; es así que, por cada 10 menores de 15 años, cinco son mayores de 60 años de edad.

3. Propuesta

Con el uso del enfoque de sistemas y la teoría de decisiones se han identificado una serie de involucrados y componentes que validarían la siguiente propuesta.

Que al nacer todos los ciudadanos del Perú deberían ser inscritos formalmente en el registro de identidad (RENIEC) acceder a una identificación con código único de beneficios y contribuciones (huella digital). Esta inscripción debe tener un costo simbólico y con ese pago abrir una libreta de ahorros con una bonificación de nacimiento (ejemplo 5 veces lo pagado para obtener el DNI ó 100 soles). Con el monto inicial se debe adquirir un seguro de accidentes y enfermedades graves, luego este tendría que integrarse automáticamente con los programas de salud para el tema de vacunación, lactancia materna exclusiva, control de peso y talla. Se realizará un costeo del ahorro que significa cumplir con los programas oficiales mencionados en prevención de la salud como la adecuada higiene (bucal, de manos etc.), uso de protectores de radiación, control de la contaminación, reciclaje, uso óptimo de energía entre otros. Paralelamente se debe trabajar con los padres en los fondos de pensiones ya sea a nivel colectivo con ayuda social y a planes individuales orientados a una pensión de subsistencia mínima.



Se debe trabajar en plantear la posibilidad de que las Administradoras de Fondo de Pensiones no solo administren los fondos de pensiones, si no que generen alternativas que logren cubrir las necesidades básicas de una persona en edad de retiro, como son la alimentación, salud y vivienda, para esto las

administradoras de fondos privados de pensiones deberían garantizar productos (ejemplo casas con los servicios básicos mencionados) basados en planes de ahorro que la persona pueda elegir a una edad temprana, y no solo basarse en las pensiones temporales o rentas vitalicias que son adquiridas a través de compañías de seguros; se debe articular los programas sociales con rendimientos efectivos y con posibilidad de recuperar la inversión realizada, pues resulta evidente que los ciudadanos que tengan acceso a educación y que son personas formales desde el nacimiento podrán integrarse fácilmente en la población económicamente activa y con sus rentas y pago de impuesto la inversión puede tener un rendimiento tangible en un corto plazo, haciendo que estos programas de subsidios puedan ir extinguiéndose en el largo plazo.

Trabajar fomentando en equipos interdisciplinarios entre las entidades supervisadas, programas sociales, las universidades o centros de investigación y organismos del gobierno.

Tenemos poblaciones que están en capacidad de generar sus propios recursos de ahorro y hasta de adquirir sus planes de seguro y pensiones, otros en minoría generan ahorros dedicados a la educación de sus hijos, pero se busca con la cuenta de ahorro hacer que esta opción sea usada, lo ahorrado en esta cuenta deberá ser de uso exclusivo para la educación o generación de una fuente de ingreso vía un negocio.

Tenemos otro gran porcentaje de la población que no está en capacidad económica de usar el esquema propuesto por lo que este grupo debe ser identificado y bonificado por ejemplo: con cada visita al médico preventivamente con sus menores hijos podría sumarle dinero a su cuenta de ahorros, ejemplo 20 soles por cumplir y 30 soles por resultados positivos. También deben contar con seguros de accidentes, salud, escolaridad, etc.

Niños y Adolescentes (Primera Edad)

- Productos de ahorro (10% mínimo), estas cuentas solo serán usadas al terminar la escolaridad para usos académicos o de empresa.
- En este ejemplo que debe ser mejorado y adaptado a la localidad que se elija, se puede conseguir un flujo de ahorro final mínimo 5000 soles (\$1500), los cuales podrían ser utilizados por los estudiantes para iniciar sus estudios superiores o inicial de un negocio.
- Para hacerlo viable al haber una población actual hay una brecha que debe ser cubierta con contribuciones en las cuentas inicialmente serían productos de donaciones o partidas estatales provenientes por ejemplo de la lucha contra el lavado de activos, impuestos etc.
- Luego de mostrar el efecto multiplicador basado en el desarrollo de las poblaciones involucradas que llegarán con mejores condiciones educativas y de salud a su vida laborar se recaudaran mayores tributos,

por lo que se pueden asignar partidas presupuestales estables para masificar este tipo de programa, con un horizonte no mayor a 15 años, ya que se espera que se genere la cultura del ahorro y que los ciudadanos en algún momento sean capaces de generar su propio fondo individual.

- La asistencia siempre existirá pero el objetivo es minimizarla y optimizar los recursos públicos que finalmente deben servir para obras de bien común.

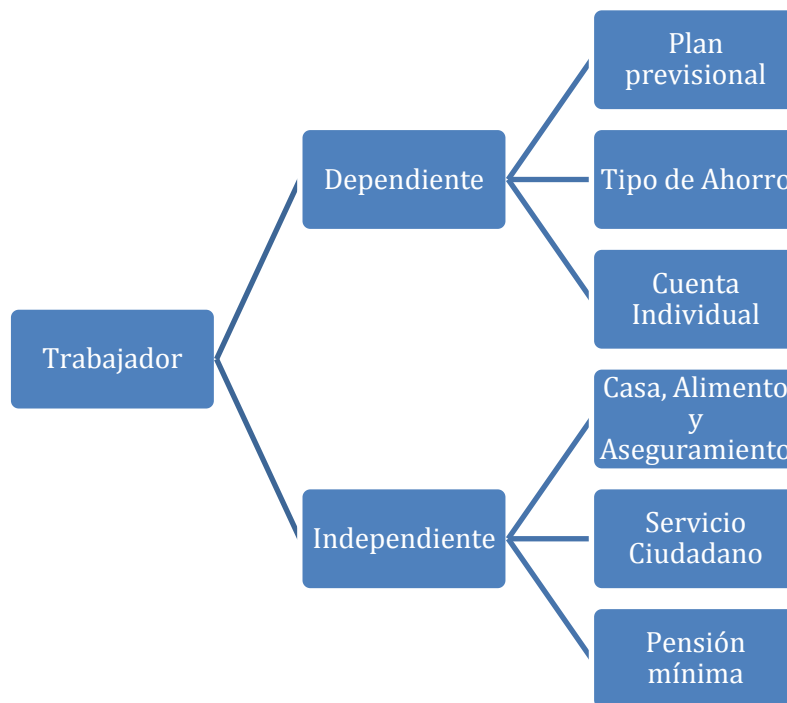
Ejemplo de esquema a desarrollar

Actividad – Secuencia	Beneficio a la cuenta	Involucrados
Al nacer y ser inscritos	Apertura de cuenta con 100 soles y Seguro	RENIEC, Bancos, Aseguradoras Min. Salud, MIDIS, Municipalidades
Control de salud. Este se entiende que es mensual hasta el año y luego puede espaciarse en otros periodos hasta los 10 años.	20 soles y si está dentro de la curva normal 30 soles (se premia el cumplimiento efectivo de planes de vacunación, talla peso etc)	Min. Salud, Midis, Municipalidades y Bancos
Certificado de Estimulación Temprana antes de los dos años	150 soles	Min. Educación, Municipalidades y Sistema Financiero (incluye aseguradoras para implementar un fondo para educación superior y seguro de desamparo)
Inicio de la Educación Inicial son tres años (dependiendo de la localidad lo ideal es 3 años). Programas de Salud Preventiva vistas como Ahorro *	300 soles (lo ideal es que cubran los 3 años) se debe abonar a las cuentas al terminar cada año	Min. Educación, Municipalidades y Sistema Financiero (incluye aseguradoras para implementar un fondo para educación superior y seguro de desamparo)
Seis años de educación Primaria	100 soles por año aprobado por 6 años se espera que al terminar primaria 600 soles	Min. Educación, Municipalidades y Sistema Financiero (incluye aseguradoras para implementar un fondo para educación superior y seguro de desamparo)
Control de prevención dientes, ojos y piel (se espera que tengan buenos hábitos de aseo especialmente no caries y	Revisión entre los 12 y 13 años con una bonificación si no tienen caries, lo ideal sería campañas con sellantes y fluorización.	Min. Educación, , MIDIS Municipalidades y Sistema Financiero (incluye aseguradoras para implementar un fondo para

que uses gorros, lentes y bloqueadores	200 soles no entraría a la cuenta de ahorro pero se espera que un porcentaje sea destinado a un ahorro personal	educación superior y seguro de desamparo)
--	---	---

Segunda Edad

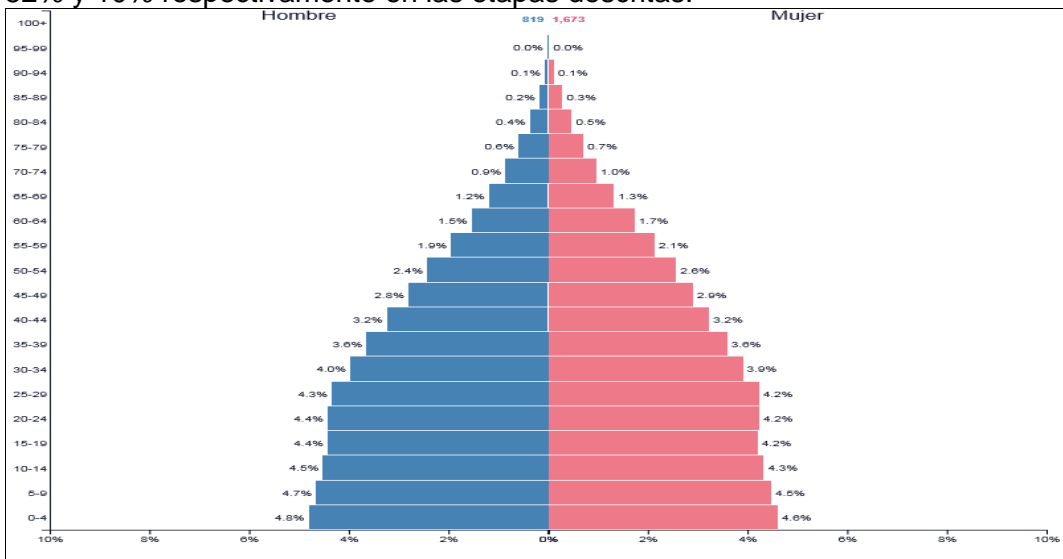
- Se espera que esta sea la etapa productiva de la población económicamente activa en la que pueda generar sus fondos previsionales, sus ahorros y con sus impuestos contribuir a una recaudación que debería ser cada vez más eficiente, con estímulos al ahorro mediante las exoneraciones tributarias a los fondos con fines previsionales especialmente de los trabajadores independientes, con reconocimiento de las cargas familiares a la hora de pagar las rentas
- .Actualmente es preocupante el bajo porcentaje de personas que ahorran previsionalmente. 20% de trabajadores (ONP y AFP).
- Servicio Ciudadano 2000 horas (en reemplazo o alternativa al Militar) obligatorio, en diferentes áreas que deberán cubrir antes de los 30 años. Cuando lo realicen antes de los 23 años tendrá una modalidad con incentivos, la finalidad es que atiendan preferentemente a la tercera edad en casas especializadas.



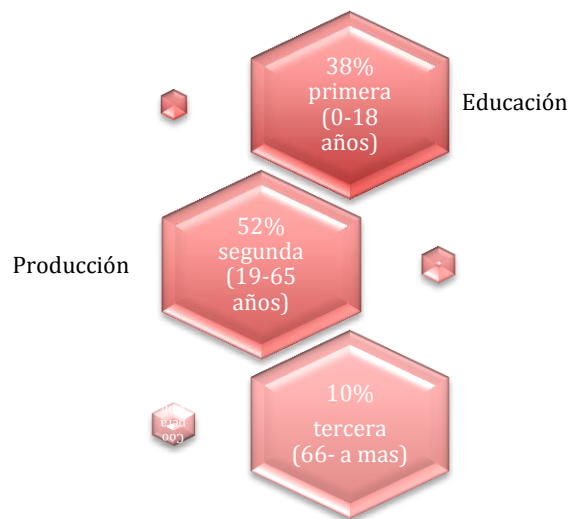
Tercera Edad

- Dentro de los productos previsionales existentes deben crearse aquellos planes que les proporcionen vivienda, salud y alimentación
- Paralelamente se debe trabajar con las instituciones identificadas, los fondos previsionales ya sea a nivel colectivo con ayuda social y a planes individuales orientados a una pensión de subsistencia que cubra los servicios básicos.

Cabe indicar que las proporciones de la población en el 2018 están en 38%, 52% y 10% respectivamente en las etapas descritas.



<https://www.populationpyramid.net/es/per%C3%BA/2017>



Se recalca como principales herramientas el uso del enfoque sistémico, la teoría de decisiones, la optimización entre otras técnicas para desarrollar propuestas.

Es importante mencionar en la medida que refuerza la necesidad de empezar a trabajar en estas propuestas que las Naciones Unidas ha adoptado los [17 Objetivos de Desarrollo Sostenibles](#) (ODS). A lo cual importantes líderes ha suscrito y citamos al **Papa Francisco**, que ha destacado especialmente la necesaria lucha contra la desigualdad: **“La exclusión económica y social es una absoluta negación de la fraternidad entre los hombres y una gran ofensa contra los derechos humanos y el medio ambiente.**

<http://ods.inei.gob.pe/ods/>.



El Premio Nobel de Economía 2014 – Jean Tirole tiene importante bibliografía destacando la importancia del “Bien común” además menciona que:

- “Hay que proteger a los trabajadores y no a los empleos”
- “La economía está al servicio del bien común para lograr un mundo mejor”

- “Todos reaccionamos a los incentivos a los que nos enfrentamos. Estos incentivos —materiales o sociales—, unidos a nuestras preferencias, definen nuestro comportamiento”.
- “La abstracción del velo de la ignorancia radica en que los derechos adquieren racionalidad y dejan de ser simples eslóganes: el derecho a la sanidad es una garantía frente a la desgracia de tener malos genes, la igualdad de oportunidades en la educación debe ser una garantía frente a las diferencias que genera el medio en el que nacemos y crecemos, los derechos humanos y la libertad son protecciones frente a la arbitrariedad de los gobernantes, etcétera”

4 Conclusiones

Con el uso del enfoque de sistemas se identifican los componentes que articularán un sistema que necesitan un enfoque interdisciplinario, se preparará un esquema de toma de decisiones para que la población tome conciencia de lo importante que es el ahorro y con las herramientas de optimización se mostrarán los instrumentos más adecuados para conseguirlo.

El proceso de Supervisión se vería dinamizado al tener la posibilidad de generar productos que llegue a la mayor parte de la población nacional, esto estará en concordancia con la misión estatal, la cual está enfocada a la protección a los depositantes, la cautela de la estabilidad, la solvencia, la transparencia de los sistemas supervisados entre otros aspectos de relevancia.

Permitirá articular los programas sociales con rendimientos efectivos y con posibilidad de recuperar la inversión realizada, pues resulta evidente que los ciudadanos que tengan acceso a educación y que son personas formales desde el nacimiento podrán integrarse fácilmente en la población económicamente activa y con sus rentas y pago de impuesto la inversión puede ser recuperada en un corto plazo, haciendo que estos programas puedan ir extinguiéndose en el largo plazo. Trabajar en fomentar grupos de trabajo interdisciplinario entre las entidades supervisadas con programas sociales, las universidades o centros de investigación y el gobierno (Clusters²)

² Una concentración geográfica de empresas, instituciones y universidades que comparten el interés por un sector económico y estratégico concreto. Estas “asociaciones” generan una colaboración que permite a sus miembros abordar proyectos conjuntos de todo tipo, desde actividades de difusión y fomento del sector. **Michael E. Porter**, creador de la teoría de los Clusters, es generalmente reconocido como el padre de la estrategia moderna, y ha sido identificado en varias clasificaciones y encuestas como el pensador más influyente del mundo en materia de gestión y competitividad.

References

1. Tirole, Jean. "La economía del bien común" (Penguin Random House Grupo Editorial, S.A.U., Barcelona, mayo de 2017).
2. Superintendencia de Banca, Seguros y AFP (2017). Resultados de la Encuesta Nacional de Demanda de Servicios Financieros y Nivel de Cultura Financiera en el Perú – 2016.
3. Porter, Michael E. "Clusters and Competition: New Agendas for Companies, Governments, and Institutions." Harvard Business School Working Paper, No. 98-080, March 1998.
4. Von Bertalanffy, Ludwig (1976). Teoría general de los sistemas. Fundamentos, desarrollo, aplicaciones. México: Fondo de Cultura Económica.

Toma de decisiones en grupo. Combinación de métodos que favorece la construcción de consensos.

Nadia Ayelen Luczywo

Universidad Nacional de Córdoba- FCEFyN: LIMI- FCE: Instituto de Estadística y Demografía-
Secretaría de Ciencia y Tecnología
nluczywo@gmail.com

José Luis Zanazzi

Universidad Nacional de Córdoba- FCEFyN- LIMI
jlzanazzi@gmail.com

Resumen

Se propone una combinación metodológica orientada a sostener procesos de toma de decisiones en grupo que integra Procesos DRV y ELECTRE I. Los procesos DRV incluyen una fase de estabilización, otra de agregación y una de ordenamiento. La primera fase permite estructurar el problema, valorar las preferencias y prioridades con utilidades subjetivas y controlar los niveles de ruido y de consenso. La agregación originalmente se realiza con ponderación lineal, estrategia que permite obtener un ordenamiento o la selección de la mejor alternativa. Las soluciones a problemas que buscan discriminar entre alternativas buenas y malas no están formalizadas. Se plantea una combinación del método original con una adaptación sobre ELECTRE I que obtiene un núcleo de alternativas buenas. Se presentan y discuten los resultados de una aplicación real. En la conclusión se destaca la posibilidad de facilitar la discriminación entre alternativas y las implicancias de los mecanismos no compensatorios.

Keywords: Toma de decisiones en grupo; Procesos DRV; ELECTRE I; Nivel de consenso.

1. Introducción

El presente documento propone una combinación metodológica del método Procesos DRV y ELECTRE I que permite obtener un núcleo de alternativas no superadas y favorecer el consenso.

El estudio de los métodos multicriterio de toma de decisiones grupales ha crecido de forma exponencial en la última década, con aplicaciones en diversos campos. Aún así, todavía existen problemas no resueltos en estos complejos procesos, como la dificultad para considerar los diferentes criterios que tienen los miembros del grupo, o la falta de consideración del nivel de consenso alcanzado[7].

Respecto a la primera cuestión, la combinación de métodos de estructuración de problemas (PSM), con aproximaciones de apoyo multicriterio a la decisión (MCDA), ha demostrado ser efectiva, dado

que permiten intercambiar opiniones y experiencias, así como crear conocimiento compartido[8]. En cuanto a la verificación del consenso, es reducido el porcentaje de aproximaciones que se preocupa por el tema[7]. Esto es importante porque la evaluación del consenso puede verse afectada por perturbaciones sobre la información disponible (incertidumbre, imprecisión o carencia de datos)[6]. Además, el consenso puede imponerse por la presión grupal que socava las posturas individuales[11]. Por otro lado, entre los enfoques utilizados para representar las prioridades y preferencias de los integrantes, se cuentan la teoría matemática de la evidencia[4], los conjuntos borrosos[9] y la Teoría de la Utilidad Multiatributo (MAUT[13]). En general, la mayor parte de los trabajos grupales que consideran el consenso se hacen con medidas obtenidas a través de conjuntos borrosos[7]. Por el lado de la MAUT, surgen tres orientaciones posibles en el abordaje de los métodos: la omisión del ruido en la búsqueda de soluciones razonables, la modelación del ruido sin intento de reducción y la reducción del ruido previa modelación.

Resta mencionar que MCDA puede perseguir diversos objetivos, entre los que se cuentan la selección de la mejor alternativa, la realización de un ordenamiento o la elección de las alternativas buenas y el rechazo de las malas[12]. Paradójicamente, la mayoría de los desarrollos multicriterio grupales se orientan a los dos primeros problemas, por lo que son escasos los aportes para situaciones de elección de conjuntos de alternativas buenas[7].

Frente a esta situación, este documento propone una combinación metodológica orientada a sostener procesos de toma de decisiones en grupo, que permite seleccionar conjuntos de alternativas aceptables, en tanto se controlan las perturbaciones y se valora el consenso, en un ambiente propicio para la construcción colaborativa de conocimientos. Para lograrlo, se combinan el método denominado “Procesos DRV”, que se caracteriza por valorar y controlar, tanto los niveles de ruido como de consenso, con estrategias propias del método ELECTRE I, el cual busca establecer un conjunto restringido o núcleo máximo posible, que contenga las mejores alternativas.

El trabajo se organiza del siguiente modo. Luego de esta introducción, siguen presentaciones resumidas de los métodos combinados, luego se formula la metodología, a continuación se aplica la combinación a un caso real. Finalmente, se resumen las conclusiones.

2. Referencias bibliográficas.

2.1 Método Procesos DRV (Decisión con Reducción de la Variabilidad).

Este método ha sido presentado en Zanazzi[15]. Puede aplicarse con problemas tipo MCDA, de toma de decisiones en grupo para miembros que comparten objetivos. El método se desarrolla a través de un proceso de tres fases: Estabilización; Agregación y Ordenamiento. Durante la primera, el problema general se divide en subproblemas: análisis de criterios, comparación de alternativas respecto al primer criterio, al segundo y así sucesivamente. Al iniciar la fase de Estabilización de un sub problema, las percepciones de los integrantes son variadas, porque cada persona posee sus propias y distintivas experiencias y conocimientos anteriores. Por ello, el grupo debe trabajar para construir consenso en cada subproblema y reducir la variabilidad en las opiniones. De este modo, la actividad se inicia en plenario, con ejercicios que favorecen la construcción colaborativa de conocimientos[14], entre los que se incluyen la adopción de un lenguaje compartido y la elaboración de definiciones conjuntas de los elementos que se comparan. En algún momento, la tarea de análisis permite suponer que se han establecido acuerdos básicos. Para verificar si el acuerdo es real y

no está forzado por la presión de grupo, se pasa a un segundo momento, donde se efectúa una asignación individual de utilidades de tipo subjetivo, a los elementos comparados, de modo que las valoraciones personales puedan considerarse independientes entre sí.

A continuación, las utilidades asignadas se analizan estadísticamente. El método supone que cuando las prioridades y preferencias del grupo presentan una dispersión extrema, las utilidades pueden considerarse extraídas de una Distribución de Probabilidad Uniforme. En cambio, el trabajo grupal debe contribuir a reducir las diferencias y la dispersión observada debe mantener una tendencia sostenida a la reducción. Por esa razón, cuando los integrantes acercan sus posturas, las utilidades subjetivas deben tender a ser similares. Así, se supone que en condiciones de consenso, las utilidades asignadas a cada elemento comparado deben poder asimilarse a una Distribución Normal.

Este consenso se verifica de dos maneras diferentes. Por una parte, se determina un indicador denominado Índice de Variabilidad Remanente (IVR), para el cual se han aproximado los valores esperables en condiciones de consenso. Por la otra, se verifica la suposición de normalidad de las utilidades, con herramientas estadísticas entre las que se incluye la prueba de normalidad de Shapiro Wilks, o su versión modificada por Raman y Govindarajulu[10]. El IVR se obtiene según (1).

$$IVR = \frac{SCD}{SCU} * 100 \% \quad (1)$$

Dónde $SCU = \frac{N-1}{3k}$ es la suma de cuadrados correspondientes a la Distribución Uniforme la que se considera referencia para calcular el IVR y SCD es la suma de cuadrados dentro de los elementos calculada a partir del promedio para cada una de las ramas (\bar{u}_k^*) según la expresión: $SCD = \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N (u_{kn}^* - \bar{u}_k^*)^2$. En la práctica, los valores de IVR por debajo de veinticinco por ciento indican que se ha logrado un nivel de consenso aceptable.

Una vez que un subproblema puede considerarse estable y bajo consenso, se pasa al siguiente subproblema y así sucesivamente, hasta completar el análisis. A continuación, la agregación se realiza por Ponderación Lineal. De este modo se estiman las distribuciones de probabilidad de los niveles de preferencia de cada alternativa. Por último, en la fase de ordenamiento, se utilizan pruebas de hipótesis para distinguir entre situaciones de preferencia estricta de una alternativa sobre otra, de situaciones de equivalencia donde el error muestral impide una comparación confiable.

El método Procesos DRV ha sido presentado en diferentes artículos [16][1] y se ha utilizado en aplicaciones como recurso para el entrenamiento profesional, en sistemas de gestión de mantenimiento, en sistemas de calidad, en selección de personas, en desarrollo de programas organizacionales.

2.2 Método ELECTRE I.

Esta metodología emplea relaciones de superación para determinar un núcleo o subconjunto restringido de alternativas no superadas, a través del estudio de una matriz de concordancia y una matriz de discordancia[5] y se caracteriza como no compensatoria, ya pequeñas diferencias en términos de preferencias que no son significativas pueden ser relevantes en la agregación.

El método propuesto realiza comparaciones binarias de alternativas[3]. De este modo, a partir de las valoraciones de cada alternativa en j criterios se busca identificar el conjunto de criterios donde la alternativa i es igual o preferida a la alternativa m para cada diferente criterio j en contraposición al conjunto de criterios donde la alternativa i es peor a la alternativa m .

Se construyen dos índices que sintetizan la información de las comparaciones por parejas[2]. El primero se denomina índice de concordancia y expresa una medida de la intensidad en la que la

alternativa i es igual o preferida a la alternativa m y se calcula a partir de la expresión (2).

$$C_{(i,m)} = \frac{\sum_{j:g_j(i) \geq g_j(m)} W_j}{\sum_{j=1}^J W_j} \quad (2)$$

Dónde $g_j(i)$ denota la valoración de la alternativa i en el criterio j y W_j representa el peso del criterio j . Este índice toma valores comprendidos entre 0 y 1, de modo que 0 representa la mínima intensidad posible y el 1 la máxima intensidad.

Por su parte, el segundo indicador se denomina coeficiente de discordancia y se calcula al considerar aquellos desempeños de la alternativa i peores que los de m . Dicho índice se define en (3).

$$D_{(i,m)} = \frac{1}{d} \max_{j:g_j(i) < g_j(m)} [g_j(m) - g_j(i)] \quad (3)$$

Siendo d la máxima diferencia intracriterio posible que se calcula como:

$d = \max_j \max_{(i,m) \in A} [g_j(m) - g_j(i)] \forall j = 1, 2, \dots, J$ y dónde A denota el conjunto de alternativas.

El índice de discordancia toma valores comprendidos entre 0 y 1, dónde los valores mas cercanos a uno representan que la alternativa i es peor que m con mayor fuerza.

Para construir relaciones de superación globales, es conveniente realizar la normalización de los índices de concordancia y discordancia y definir umbrales o grados de tolerancias. Así, el umbral de concordancia se denota con p^* y refleja el mínimo requerido para que la proposición i supera o es igual a m no sea rechazada. Por su parte, el umbral de discordancia se simboliza con q^* y denota el máximo de discordancia permitido para que la proposición i no supera m no sea rechazada.

Se construye una matriz de superación donde los valores posibles son 0 y 1. Los aciertos asumen un valor de uno y cumplen simultáneamente dos condiciones: el índice de concordancia de la alternativa i en relación a la m supera o es igual al umbral p^* y el índice de discordancia de la alternativa i en relación a la m es menor o a lo sumo igual al umbral q^* . Por su parte los incumplimientos se denotan con cero. Finalmente, la interpretación de la matriz permite la identificación del núcleo o subconjunto de alternativas no superadas.

3. Metodología propuesta.

La propuesta metodológica de este trabajo, modifica las fases de agregación y ordenamiento del método procesos DRV a través de ciertos recursos de electre. La secuencia de operaciones fué:

FASE I: ESTABILIZACIÓN: (1) Estructuración del problema: La recolección de información se apoyó en métodos PSM con el objetivo de facilitar la comprensión del problema y explicitar los criterios a utilizar de modo que se incluyan las propuestas de diversos expertos. (2) Estudio de un sub-problema: se recorrieron los sub problemas, uno por uno. (3) Análisis grupal del sub problema: se realizaron ejercicios que permiten definir los elementos a comparar en el sub problema e intercambiar conocimientos. El análisis conjunto contribuye a la reducción de las diferencias de posturas. (4) Asignación de utilidades a los elementos comparados: los participantes aportaron sus juicios con independencia al asignar utilidades de tipo subjetivo. (5) Análisis de las utilidades: para verificar el consenso se operó con el Indicador IVR (Índice de Variabilidad Remanente) y el análisis de normalidad de los datos a través de la prueba de hipótesis de verificación de Normalidad. (6)

Verificación de consenso: cuando todas las utilidades asignadas a cada uno de los elementos comparados, pudieron ser representadas con una Distribución Normal, fue posible presumir consenso y pasar a un nuevo sub problema (paso 2).

FASE II y III: AGREGACIÓN y ORDENAMIENTO: cuando todos los sub problemas superaron la fase de estabilización y verificaron consenso, fue posible agregar con la lógica de ELECTRE y a continuación se clasificaron las alternativas en buenas y malas.

Como resultado de la fase de estabilización, del análisis de cada subproblema se obtuvieron muestras de tamaño N sobre las utilidades estandarizadas en escala [0,1]. Para resumir estos valores muestrales en una medida representativa del conjunto, se utilizó el promedio, dado que es un excelente estimador en condiciones de normalidad. Se calcularon las medias aritméticas acorde a (4).

$$\bar{U}_{ij} = \frac{u_{ijn}}{N} \quad (4)$$

Se representan genéricamente a la alternativa con el subíndice i ($con1 \leq i \leq I$), al criterio con j ($con1 \leq j \leq J$) y n está reservado para identificar al integrante del grupo ($con1 \leq n \leq N$). Por su parte, \bar{U}_{ij} puede considerarse como medida de la utilidad que el grupo reconoce en su conjunto. Es pertinente precisar que las utilidades asignadas por cada participante de tipo subjetivo representan un valor deseable y por ende, los criterios a considerar bajo estudio encierran un sentido de maximización. Por ende, el índice de concordancia puede calcularse según la expresión (5).

$$C_{(2,I)} = \frac{\sum_{j:\bar{U}_{2j} \geq \bar{U}_{1j}} W_j}{\sum_{j=1}^J W_j} \quad (5)$$

Por su parte, el índice de discordancia puede calcularse acorde a lo formulado en (6).

$$D_{(2,I)} = \frac{1}{d} \max_{j:\bar{U}_{2j} < \bar{U}_{1j}} |\bar{U}_{1j} - \bar{U}_{2j}| \quad (6)$$

Siendo d la máxima diferencia intracriterio que se calcula como: $d = \max_j \max_{(1,I) \in A} |\bar{U}_{1j} - \bar{U}_{1j}| \forall j = 1, 2, \dots, J$ y A el conjunto de alternativas de decisión. Es entonces posible que algunas diferencias en los valores promedios sean sólo aparentes, fruto del error de muestreo. En consecuencia, se propone utilizar pruebas de hipótesis para verificar estas aparentes diferencias en los cálculos.

Si se desea comparar las medias de dos muestras aleatorias procedentes de dos poblaciones normales pero dependientes, el contraste t para comparación de medias apareadas en su versión unilateral izquierda propone como hipótesis nula $H_0 : \mu_2 - \mu_I \geq 0$ y como alternativa $H_1 : \mu_2 - \mu_I < 0$. Entonces, si el p valor observado es mayor que α no se rechaza la Hipótesis nula, lo que implica que $\mu_2 \geq \mu_I$ y en consecuencia la alternativa I no es estrictamente preferida a la alternativa II y el valor del índice de discordancia $D_{(2,I)}$ es cero. Por el contrario, si el p valor observado es menor que α se rechaza la Hipótesis nula y $\mu_2 < \mu_I$ por lo que la alternativa I es estrictamente preferida a la alternativa II y la discordancia se calcula acorde a la expresión (6).

Si se observa la prueba de hipótesis, pero ahora para verificar las relaciones de superación o igualdad se procede a la construcción de los índices de concordancia. Entonces, si el p valor observado es mayor que α no se rechaza la Hipótesis nula, lo que implica que $\mu_2 \geq \mu_I$ y en consecuencia la alternativa II es preferida o igual a la alternativa I y el valor del índice de concordancia se calcula acorde a (5). Por el contrario, si el p valor observado es menor que α se rechaza la Hipótesis nula y $\mu_2 < \mu_I$ por lo que la alternativa I supera a la alternativa II.

Luego, de determinados los umbrales de concordancia y discordancia, se construyó la matriz de superación al considerar los aciertos de las alternativas que verificaron simultáneamente el respeto de ambos umbrales y las fallas de las que no los respetan. De este modo, la interpretación de la matriz de superación permitió la identificación del núcleo de alternativas no superadas.

4. Resultados y discusión.

Se presenta un caso real que ejemplifica la propuesta. En una Universidad, es preciso seleccionar una empresa que se ocupe del transporte, tratamiento y disposición final de los residuos patógenos generados en las dependencias de la organización. Para ello se conforma un equipo de seis miembros expertos. En la licitación se presentan tres alternativas. Durante la estructuración del problema, se adoptan siete criterios de valoración. La fase de estabilización no ha sufrido modificaciones por lo cual los desarrollos aquí expuestos se concentrarán en las fases de agregación y ordenamiento.

Una observación se vincula al hecho de que es frecuente que en los procesos licitatorios se presente un número grande de oferentes que deban ser preclasificados antes de la elección propiamente dicha. Es en estas situaciones que se subraya la utilidad de aplicar la combinación aquí postulada. Sin embargo, el caso presentado ofrece reducidas dimensiones con el fin de facilitar el seguimiento.

En la fase inicial, producto de este intercambio de expertos surgen los criterios de evaluación que incluyen: la modalidad operativa y logística, el costo, la experiencia del proveedor, la flota de vehículos, la mejora del servicio, el tratamiento/disposición final y las condiciones de seguridad e higiene. Por razones de síntesis en adelante se hará referencia a ellos como C1, C2, C3, C4, C5, C6 y C7.

Como resultado de la fase inicial se obtienen muestras que reflejan las valoraciones resultantes del estudio del subproblema referido a la ponderación de los criterios y muestras que permiten apreciar valoraciones de los subproblemas de análisis de cada alternativa bajo cada criterio j . Para la estimación de los pesos de los criterios, se obtienen los siguientes resultados: 0,3024; 0,2239; 0,1362; 0,1166; 0,0795; 0,0757 y 0,0658 para los criterios 1 a 7 respectivamente.

A partir de la propuesta se pueden construir los índices de concordancia y discordancia para cada comparación pareada de las alternativas. En el cuadro 1 se presenta una ilustración de la construcción de los índices surgida de la comparación entre la alternativa 2 y 1.

El nivel de significación α va a determinar la aceptación o rechazo de la superación o no de una

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7
Promedio Diferencia	-0,04	-0,05	-0,09	-0,03	-0,06	-0,05	-0,26
Desvío Diferencia	0,09	0,02	0,11	0,13	0,09	0,07	0,18
Estadístico t	-1,02	-6,83	-1,97	-0,49	-1,58	-1,73	-3,63
P valor	0,18	0,00	0,05	0,32	0,09	0,07	0,01
¿P es mayor que α ?	SI	NO	SI	SI	SI	SI	NO
$H_0 : \mu_2 - \mu_1 \geq 0$	No rechaza	Rechaza	No rechaza	No rechaza	No rechaza	No rechaza	Rechaza
$H_0 : \mu_2 - \mu_1 < 0$	Rechaza	No rechaza	Rechaza	Rechaza	Rechaza	Rechaza	No rechaza
¿A ₂ supera o es igual A ₁ ?	SI	NO	SI	SI	SI	SI	NO
Peso	0,3024	0,00	0,1362	0,1166	0,0795	0,0757	0,00
Índice concordancia	$C_{(2,1)} = 0,3024 + 0,00 + 0,1362 + 0,1166 + 0,0795 + 0,0757 + 0,00 = 0,710$						
¿A ₂ es peor A ₁ ?	NO	SI	NO	NO	NO	NO	SI
$\frac{ U_{2j} - U_{1j} }{d}$	0,00	0,14	0,00	0,00	0,00	0,00	0,78
Índice discordancia	$D_{(2,1)} = 0,784$						

Cuadro 1: **Índices de concordancia y discordancia de A₂ respecto a A₁ con α de 0.01**

alternativa respecto de otra. Como las diferencias pueden originarse en el error muestral pueden no

evidenciar una preferencia real si se escogen otros niveles de significación.

Si se repite el procedimiento en todas las comparaciones binarias posibles de alternativa con alternativa pueden obtenerse las matrices de concordancia y discordancia. Asimismo, a partir de los umbrales de p^* y q^* del 0,65 y 0,35 respectivamente, se contruyó la matriz de superación. La información resumida puede analizarse en el cuadro 2.

Matriz de concordancia				Matriz de discordancia				Matriz de superación			
	A_1	A_2	A_3		A_1	A_2	A_3		A_1	A_2	A_3
A_1	--	1	1	A_1	--	0	0	A_1	--	1	1
A_2	0,710	--	1	A_2	0,784	--	0	A_2	0	--	1
A_3	0,066	0	--	A_3	0,849	1	--	A_3	0	0	--

Cuadro 2: **Matrices de concordancia, de discordancia y de superación.**

Respecto de la interpretación de la matriz de superación: si la lectura es por fila, los unos se interpretan como la dominación de la alternativa de la fila respecto de las alternativas de las columnas. En este caso, la fila de la alternativa A_1 , muestra que la alternativa A_1 domina a A_2 y a A_3 . En contraposición, si se analizan los unos de la matriz de superación por columnas, éstos representan que la alternativa de la columna es dominada por la alternativa de la fila. Por ejemplo, si se posiciona en la segunda columna de la matriz de superación (columna A_2), puede observarse que la alternativa A_2 es dominada por la A_1 . Con la lógica expuesta, puede apreciarse que A_1 no es dominada por ninguna otra alternativa, e integra el núcleo restringido de alternativas no superadas.

5. Conclusiones

La combinación metodológica permitió trabajar con los principios de los métodos de estructuración de problemas, de la MAUT y de la estadística para valorar el consenso grupal con el fin de proponer una posible solución para aquellos problemas donde se desea distinguir el núcleo de mejores alternativas. Por añadidura, fue factible ejemplificar a través de un caso real que ayuda en la comprensión y puesta en práctica de la propuesta.

Las fortalezas propias del método procesos DRV, referidas al trabajo en la estructuración de problemas y en la construcción de conocimiento colaborativo, permitieron suplir las deficiencias existentes para la incorporación de diversos criterios de múltiples expertos. La característica de no compensación incluida en las fases de agregación y ordenamiento permitió disminuir el sesgo de infravalorar puntos buenos con baja importancia.

Debido a que el método no permite obtener una puntuación, está abierta la línea de investigación para trabajar con otras metodologías de la familia ELECTRE que permitan realizar un ordenamiento e incorporen las ventajas de la no compensación. También, es posible ampliar la investigación hacia la comparación de resultados, fortalezas y debilidades entre integraciones de DRV con diversos métodos de la escuela francesa y de la escuela americana.

Referencias

- [1] María Alejandra Castellini, José Luis Zanazzi, and Gabriela Pilar Cabrera. Selecting working teams for information technology outsourcing projects through a combination of methodolo-

- gies. *Pesquisa Operacional*, 37(1):67–92, 2017.
- [2] Jose Rui Figueira, Salvatore Greco, Bernard Roy, and Roman Slowiński. ELECTRE methods: main features and recent developments. In *Handbook of multicriteria analysis*, pages 51–89. Springer, 2010.
- [3] José Rui Figueira, Vincent Mousseau, and Bernard Roy. Electre Methods. In *Multiple criteria decision analysis: State of the art surveys*, pages 133–162. Springer, 2005.
- [4] Chao Fu and Shanlin Yang. An evidential reasoning based consensus model for multiple attribute group decision analysis problems with interval-valued group consensus requirements. *European Journal of Operational Research*, 223(1):167–176, 2012.
- [5] Kannan Govindan and Martin Jepsen. ELECTRE: A comprehensive literature review on methodologies and applications. *European Journal of Operational Research*, 250(1):1–29, 2016.
- [6] Lianmeng Jiao, Quan Pan, Yan Liang, Xiaoxue Feng, and Feng Yang. Combining sources of evidence with reliability and importance for decision making. *Central European Journal of Operations Research*, 24(1):87–106, 2016.
- [7] Özgür Kabak and Bilal Ervural. Multiple attribute group decision making: A generic conceptual framework and a classification scheme. *Knowledge-Based Systems*, 123:13–30, 2017.
- [8] Mika Marttunen, Judit Lienert, and Valerie Belton. Structuring problems for Multi-Criteria Decision Analysis in practice: A literature review of method combinations. *European Journal of Operational Research*, 263(1):1–17, 2017.
- [9] José M Merigó and Anna M Gil-Lafuente. Fuzzy induced generalized aggregation operators and its application in multi-person decision making. *Expert Systems with Applications*, 38(8):9761–9772, 2011.
- [10] M Mahibbur Rahman and Z Govindarajulu. A modification of the test of Shapiro and Wilk for normality. *Journal of Applied Statistics*, 24(2):219–236, 1997.
- [11] Stephen Robbins and M. Coulter. *Administración*. Pearson educación, 2005.
- [12] Bernard Roy. *Méthodologie multicritère d’aide à la décision*. Editions Economica.
- [13] Mark Velasquez and Patrick T Hester. An analysis of multi-criteria decision making methods. *International Journal of Operations Research*, 10(2):56–66, 2013.
- [14] Fenton-O’Creevy M. Hutchinson S. Kubiak C. Wenger-Trayner, E. and B. Wenger-Trayner. *Learning in Landscapes of Practice: Boundaries, identity, and knowledgeability in practice-based learning*. Routledge, 2014.
- [15] José Luis Zanazzi. *Toma de decisiones en grupos de trabajo. El método Procesos DRV*. PhD Thesis, Universidad Nacional de Córdoba, 2016.
- [16] José Luis Zanazzi, Luiz Flávio Autran Monteiro Gomes, and Magdalena Dimitroff. Group decision making applied to preventive maintenance systems. *Pesquisa Operacional*, 34(1):91–105, 2014.

Modelo conceptual de control TIC de servicios en la Distribución Física Internacional (DFI) de exportaciones e importaciones

Elio Celedonio Cruz Santander

Escuela Profesional de Ingeniería Industrial, Facultad de Ingeniería de Producción y Servicios, Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa, Av.

Independencia s/n Cercado, Arequipa, Perú

ec51s@hotmail.com

Resumen. Frente a los desórdenes y riesgos de costes del manejo de la infraestructura en el trabajo logístico internacional denominado técnicamente Distribución Física Internacional o DFI; se plantea una respuesta con la Tecnología de Información y Comunicaciones o TIC mediante un MODELO CONCEPTUAL diseñado bajo la teoría de modelamiento proporcionada por el UML (Lenguaje Unificado de Modelamiento), que concluido con el diseño detallado y la implementación con componentes de software, apuntan a instrumentar técnicamente al Comercio Internacional; que le permitan solucionar parte de sus problemas. Los módulos del MODELO CONCEPTUAL empiezan con las **Prospecciones** que tiene que ver con el inicio de las negociaciones hasta lograr los Contratos Internacionales que todo negociante persigue; el INCOTERM afirmado en estos contratos activa el siguiente módulo de **Servicios de Infraestructura**, que van ligados a los módulos de **Seguimiento de Actividades-servicios, Rentabilidades y Cierre de Operaciones.**

Palabras Clave: INCOTERM, MODELO CONCEPTUAL, UML, Prospecciones, TIC, Servicios de Infraestructura, Seguimiento, rentabilidad.

1 Introducción

En el mundo globalizado actual lo corriente son los negocios internacionales; en este contexto por lo menos en este país y otros países latinoamericanos se advierten desórdenes, complicaciones y riesgos de costes en las exportaciones e importaciones. Por estos problemas urge la necesidad de construir herramientas que ayuden al mejoramiento de la administración de los negocios internacionales. Entonces se hace la entrega del diseño conceptual de un modelo TIC, que con la consecución de los diseños detallados e implementaciones inmediatas se tendrán las herramientas aludidas.

Los diagramas de estructura estática de todos los módulos, que a continuación se muestran, han sido determinados, elaborados y configurados por los artefactos de modelamiento propuestos en Larman, Craig, UML y Patronos - Introducción al Análisis y Diseño Orientado a Objetos, Prentice Hall, México, 1999.

Este modelo será de utilidad tanto para el vendedor como para el comprador.

2 El Control TIC de servicios en la DFI

Las empresas internacionalizadas tienen sus operaciones de exportación-importación muy dinamizadas, pero se advierte que cada quien controla de una forma dispersa y desordenada tales operaciones. Para esta problemática se plantea UNA SOLUCIÓN DESDE EL ENFOQUE DE LOS MODELAMIENTOS TIC, para instrumentar al ordenamiento específicamente y en general a la administración de la compra-venta internacional.

Si se inicia designando con $(XI)_i$ cualquier operación de exportación-importación y en cualquier momento, efectuada por una determinada empresa; y si $i=1,2,3,\dots,n$ permiten enumerar la i -ésima transacción internacional de venta-compra; entonces se tendrá desde un comienzo $(XI)_1, (XI)_2, (XI)_3,\dots (XI)_n$ operaciones de exportación-importación. Se entiende que las $(XI)_i$ deben disponer de herramientas basados en modelamientos TIC para un control preciso y exhaustivo de tales operaciones, servicios, costos, márgenes y otros, involucrados en estos negocios [2].

Los fundamentos TIC de base: que corresponde para el presente trabajo de mediana esencia, es la modularización del modelo en primera instancia y la configuración de los objetos necesarios para cada uno de sus módulos en segunda instancia.

La modularización: consiste en dividir el modelo en varios módulos subsidiarios, **alineados a su lógica fundamental;** que la definen y diferencian de otros modelos.

La búsqueda de clases de objetos: para configurar cada uno de los módulos requiere de la abstracción de clases de objetos; si bien esto es complicado, pero según [1] se tiene seguir los pasos que facilitan la búsqueda y definición de los objetos que finalmente satisfarán la construcción de cada subsistema o módulo.

Pasos para identificar clases de objetos:

- Definición de requerimientos del texto de planteamiento y dominio del problema
- Extraer sustantivos subrayándolos
- Clases tentativas
- Eliminar clases inadecuadas: redundantes, irrelevantes, vagas, incorrectas como atributos
- Clases de objetos correctas

Fundamentos DFI de base: En la amplitud del comercio internacional se distingue el eje de conducción de la mercancía entre exportadores e importadores, el cual se refiere al control del movimiento de bienes y servicios centrados en la denominación de Distribución Física Internacional (DFI), que se define como un conjunto de operaciones para transportar la carga internacional desde un punto inicial a un punto final. De esta consideración de operaciones y de los INCOTERMS 2010 se construye la MATRIZ DE RESPONSABILIDADES DE VENDEDORES Y COMPRADORES

Basado en estos fundamentos en el modelo se tienen 5 módulos según la figura 1:

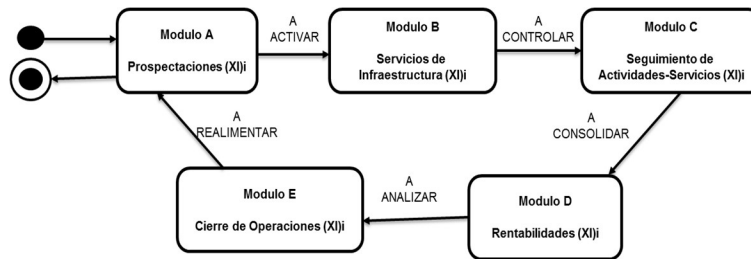


Figura 1. Elaboración propia. Diagrama de estado: de la ACTIVACION (*puntero INCOTERM*) al CONTROL, CONSOLIDACION, ANALISIS Y REALIMENTACION del modelo conceptual.

2.1 Módulo A. Prospecciones (X)ij.-La prospección es uno de los aspectos clave de un vendedor o de una empresa. Antes de ocuparse de la venta deben preocuparse de conseguir a los mejores clientes potenciales [5].

Las prospecciones en este módulo empiezan, por supuesto, con la estimulación que el vendedor efectúa para conseguir solicitudes de cotización del comprador, que es la señal inicial de negociaciones usando la infraestructura de telecomunicaciones, en el contexto a la planificación general y estratégica de que disponen vendedor y comprador en el horizonte de sus negocios, en sus respectivas localidades y países. Luego de obtener una solicitud de cotización se especifica la Cotización Formal, mediatizada y consustanciada por la matriz INCOTERM/Operaciones que contiene obligaciones repartidas; en este punto los Incoterms® 2010 tienen un comportamiento de PUNTERO que en modo de cadena señalan las operaciones que se deben ejecutarse bajo responsabilidades del vendedor y del comprador [3] y [4]. Estas responsabilidades luego direccionan al siguiente módulo de selección y elección de servicios para cumplir con las obligaciones aludidas y así sucesivamente; se inician estas rutinas, conforme a la figura 2.

Modalidad de transporte	Mercancía acondicionada para su venta	La carga en el almacén del vendedor	Transporte interior en origen	Formalidades aduaneras de exportación	Gastos manipulación en origen	Transporte principal	El seguro de la mercancía	Gastos manipulación de destino	Formalidades aduaneras de importación	Transporte interior en destino	Entrega de la mercancía al comprador
EXW	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
FCA	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
FAS	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
FOB	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
CPT	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
CIP	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
CFR	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
CFI	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
DAF	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
DAP	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
DDP	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■

■ Vendedor ■ Comprador ■ Vendedor / Comprador

Figura 2. Matriz INCOTERM/Operaciones; Imágenes Incoterms® 2010. Recuperado de <https://normaslogisticas.wordpress.com/incoterms-2010/>

De inmediato se registra y remite la Cotización Formal y luego de esperar la respuesta del comprador que mediante contrapuestas analizadas en el módulo B (de ida y vuelta en el proceso de consultas), se recogen las sugerencias de los ajustes de la cotización inicial. Estas cotizaciones y contrapuestas tienen su origen en los Planes de Negocios Internacionales de que disponen tanto los vendedores como los compradores.

La estipulación y refrenda del contrato final se dará luego de la conformidad de ambas partes, vale decir de vendedor y comprador; y se reporta el Contrato Internacional usando el recurso TIC PDF. En este punto terminan las prospectaciones.

La figura 3 es el diagrama de estructura estática del módulo A, el mismo que ha sido determinado y configurado, como se dijo, por los artefactos de modelamiento teorizados en [1].

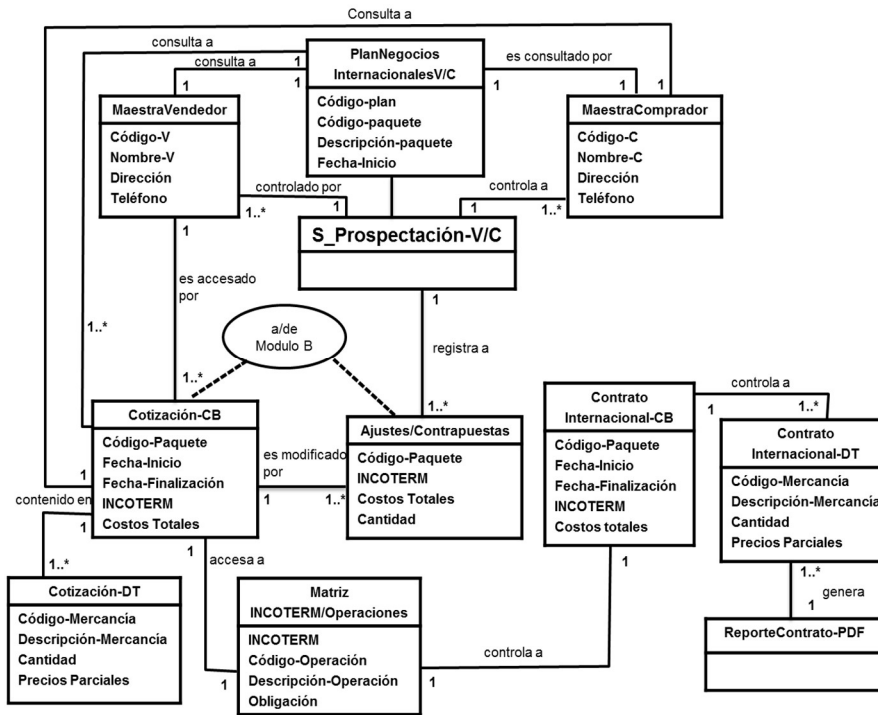


Figura 3. Elaboración propia. Diagrama de estructura estática del módulo A.

2.2 Módulo B. Servicios de Infraestructura (XI)i.-Los servicios de infraestructura se basan en el INCOTERM definido y afirmado en el Contrato Internacional para lo cual se tienen que separar las responsabilidades del vendedor y comprador. A partir de estas responsabilidades tanto el vendedor como el comprador activan a sus propios proveedores, los cuales se elegirán mediante calificaciones efectuados por un sistema subsidiario de ida y vuelta en sus procesos, que luego darán lugar a una sola tabla de datos de servicios elegidos, que considera el costo de servicio por proveedor, que además permitirá determinar los precios parciales y costos totales de la mercancía de exportación. Para tales

efectos se dispone de una base de datos de los proveedores de servicios; como son de transportes internos, transportes principales, seguros, carguíos, des-carguíos, agentes, brokers, operaciones aduaneras, etc. Los costos que correspondan a las obligaciones del comprador tendrán las mismas secuencias, lo que este, agregará a los costos totales de su mercancía importada. En esta parte se ve claramente que se juega con los costos y precios mejor elegidos, que le permitirán a vendedores y compradores una coordinación eficaz del manejo cuantitativo de la valoración de la mercancía, para el eficiente control de sus negocios; para esta explicación se tiene la figura 4.

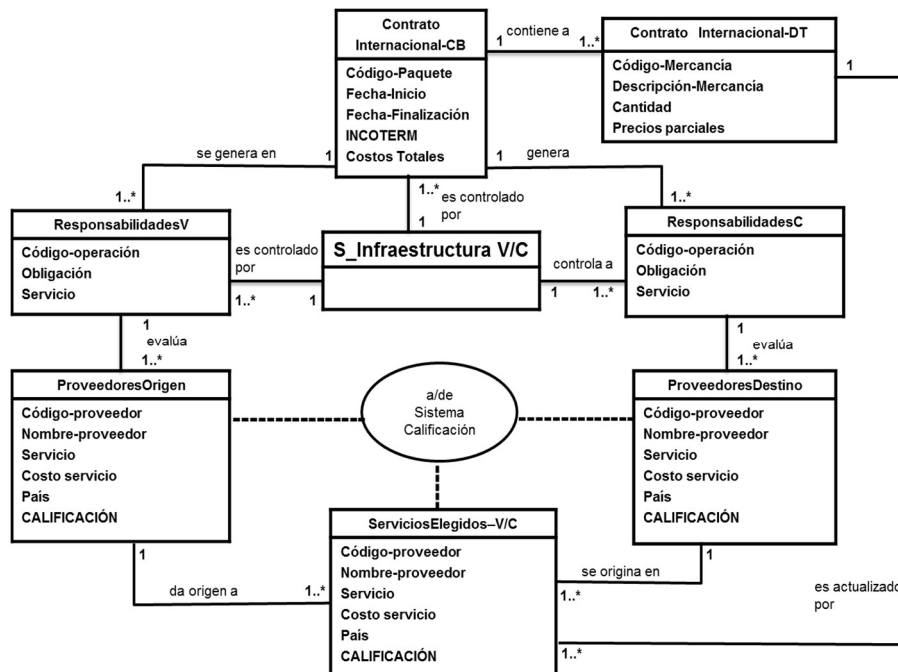


Figura 4. Elaboración propia. Diagrama de estructura estática del módulo B.

2.3 Módulo C. Seguimiento de Actividades-servicios (XI)i.-De los proveedores elegidos y sus servicios se derivan las actividades nominales a manera de plan de acción, las mismas que tienen que controlarse en su ejecución hasta el cumplimiento integral.

Una manera sugerente en épocas actuales es recurrir a herramientas visuales para lo cual se preparan los datos de graficación tanto para las actividades nominales como para las actividades ejecutadas, esto permitirá una facilidad de control de los cumplimientos en forma de imagen comparativa. Si además se emiten reportes de servicios cumplidos, entonces se está siendo eficaz en el seguimiento de ejecución de servicios y de los proveedores (figura 5).

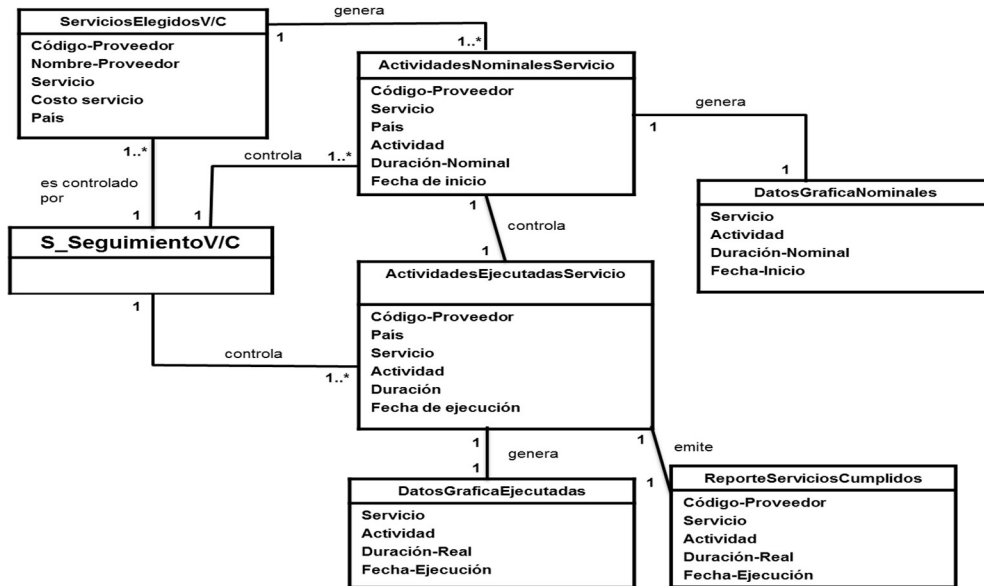


Figura 5. Elaboración propia. Diagrama de estructura estática del módulo C.

2.4 Módulo D. Rentabilidades (XI)i.- Se consolidan las rentas logradas en la exportación-importación (XI)i; por lo tanto, se recuperan los costos totales desde el contrato internacional (XI)i, los ingresos obtenidos en (XI)i desde el sistema de ventas y a partir de estos datos y mediante operaciones simples se determinan de los márgenes logrados (XI)i. Se salva la información histórica de las exportaciones e importaciones y se emiten reportes y consultas apremiantes; véase figura 6.

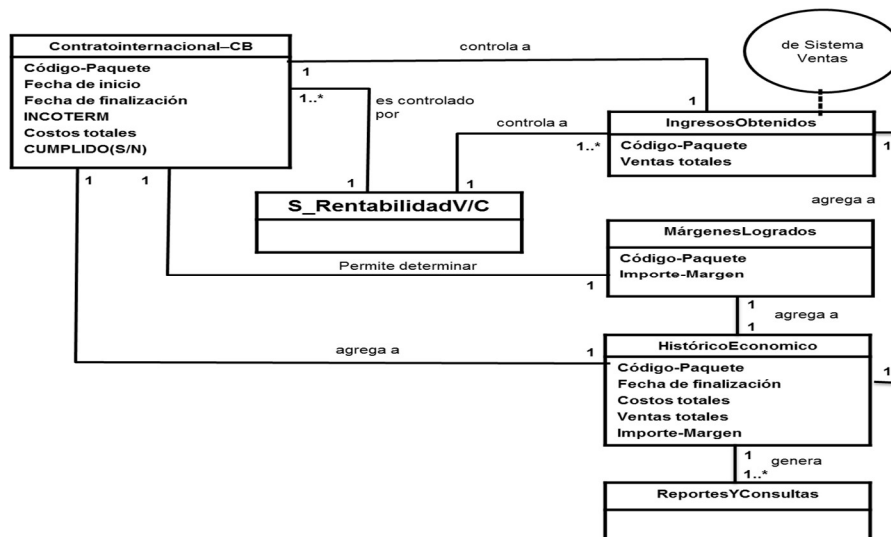


Figura 6. Elaboración propia. Diagrama de estructura estática del módulo D.

2.5 Módulo E. Cierre de Operaciones (XI)i.-De la recuperación de datos económico-financieros de la exportación-importación (XI)i, en forma de históricos, se filtran los datos necesarios que permitan graficar resultados comparativos, acorde a la secuencia de anteriores (XI)i ejecutadas. Luego las gráficas que se obtienen ayudan al análisis y visualización hacia adelante; que luego alimentarán al planteamiento de un plan de negocios a futuro. El cierre de las operaciones justamente consiste en realimentar a nuevos negocios con las utilidades ganadas y asegurar los éxitos venideros; ver figura 7.

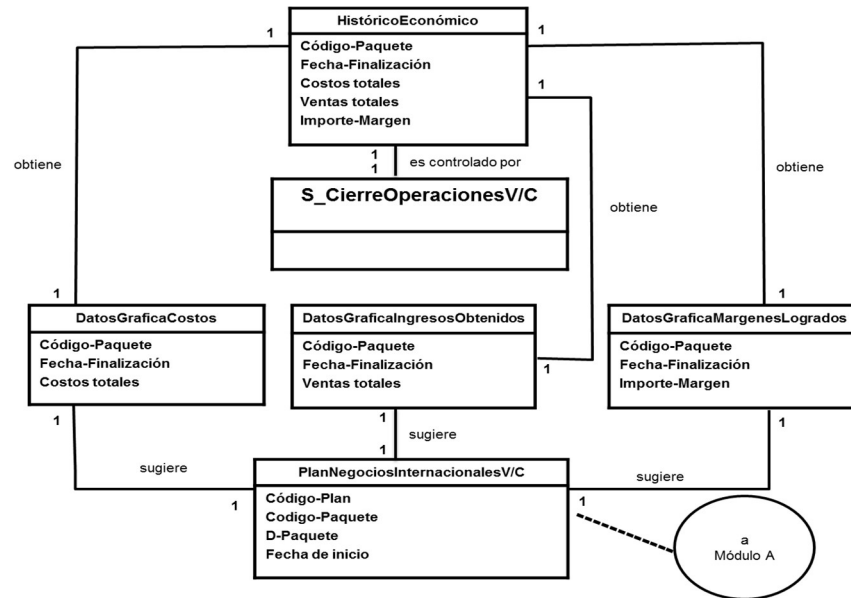


Figura 7. Elaboración propia. Diagrama de estructura estática del módulo E.

3 Consideraciones finales

3.1 Conclusiones

-El esqueleto del modelo conceptual analizado y diseñado está dado por sus módulos de Prospectaciones, Servicios de Infraestructura, Seguimiento de Actividades-servicios, Rentabilidades y Cierre de Operaciones; cuya funcionalidad y puesta en marcha aseguraría la disminución de riesgos de costos en el uso de la Infraestructura Logística y Distribución Física internacionales; porque las TIC por su concepción y naturaleza se obligan a lograr la exhaustividad, precisión y rapidez de los procesos.

-El modelo, diseñado conceptualmente, resulta ser en este caso el INPUT para el diseño detallado y la implementación en niveles de componentes de software, para luego usufructuarlo productivamente.

-Los artefactos presentados en los módulos han sido elaborados en el lenguaje de modelamiento UML.

3.2 Recomendaciones

-El modelo conceptual debe ser completado, como aplicación en prioridad, luego desarrollarla y transformarla en un ERP de las exportaciones e importaciones.

-Los académicos y profesionales TIC tienen que ambicionar en propuestas de este tipo, para que el país crezca y se desarrolle en diferentes direcciones tecnológicamente.

3.3 Referencias

Referencias bibliográficas

1. Larman, Craig, UML y Patrones .- Introducción al Análisis y diseño orientado a Objetos, Prentice Hall, México, 1999.
2. Laudon Kennet C. , Laudon Jane P. Sistemas de Información Gerencial. Administración de la Empresa Digital Pearson Educación México 2004.

Referencias de Páginas Web

3. Imágenes Incoterms® 2010. Recuperado de <https://normaslogisticas.wordpress.com/incoterms-2010/>
4. Incoterms® 2010. <http://www.iccwbo.org/products-and-services/trade-facilitation/incoterms-2010/>
5. Qué es y Cómo Prospeccionar Clientes. <http://www.smartupmarketing.com/que-y-como-prospeccionar-clientes/>

Modelo de asignación para la industria del cine en el Perú

Ninaquispe Soto, Mario.¹
Universidad Privada del Norte
mario.ninaquispe@upn.edu.pe

Zelada García, Gianni Michael.²
Universidad Privada del Norte
michael.zelada@upn.edu.pe

Resumen

En una industria marcada por una oferta y lanzamientos predefinidos, y sustentada por millonarias estrategias de marketing y promociones, la gestión de la capacidad es de vital importancia para soportar y aprovecha al máximo los picos de demanda. En la industria del cine en el Perú, se identifica la oportunidad de utilizar la demanda modelada y sobre esta, construir un algoritmo de asignación de salas y horarios para multicines. En esta investigación, se reconoce que la demanda que generan las películas tiene un comportamiento estocástico y tras su lanzamiento sigue una tendencia polinómica de grado 3. El algoritmo del vendedor de diarios nos permite incluir la variabilidad de esta demanda, y el algoritmo de asignación nos permite asignar óptimamente las salas y horarios para cada película de la cartelera en cada horario específico, considerando que se debe lograr minimizar, en cada horario, las butacas vacías.

Abstract

In an industry marked by a predefined offer and launches, and supported by millions of marketing strategies and promotions, capacity management is of vital importance to support and make the most of peak demand. In the film industry in Peru, the opportunity is identified to use the modeled demand and, on this, to build an algorithm for allocation of rooms and schedules for multiplexes. In this research, it is recognized that the demand generated by films has a stochastic behavior and after its launch follows a polynomial trend of degree 3. The algorithm of news vendor, allows us to include the variability of this demand, and the algorithm of allocation it allows to optimally allocate the rooms and schedules for each movie on the billboard at each specific time, considering that empty seats must be minimized at each time.

Keywords: assignment; optimization; movie.

¹ Licenciado en Investigación de Operaciones, Magister en Administración y Doctor (C) en Estadística.

² Ingeniero Mecánico, Magister en Administración y Negocios Internacionales, Doctor (C) en Ingeniería Industrial.

1 Introducción

A inicios del 2017, el Perú contaba con más de 550 pantallas de cine, a un ratio de 60 mil personas por pantalla, y vendió 40 millones de entradas al año, según informa Jaime Akamine en elcomercio.pe. En ese mismo espacio virtual, nos recuerda que, a mitad de los noventa, el modelo de negocio se flexibiliza, pasando a la propuesta de multicines con la búsqueda de mejorar sus márgenes de ganancia. Hoy, cadenas³ como Cinemark, Cineplanet, UVK y Cinépolis son las que manejan y direccionan el sector y han evolucionado, junto a las expectativas del consumidor, ofreciendo al año unas 250 películas. Por el lado de la rentabilidad, la asignación horaria de las salas resulta tan importante como el seleccionar la cartelera correcta. Aunque esta última, ya está marcada por la oferta de las grandes productoras como son: Fox, Paramount, Warner, Sony, universal y Disney, que representan el 75% de la oferta, y que tienen calendarizados sus estrenos, y cuya permanencia en cartelera depende que los cuatro primeros días de estreno se alcance un mínimo de 700 mil espectadores, utilizando para ellos entre dos o tres salas a la vez. (recuperado de: www.elcomercio.pe)

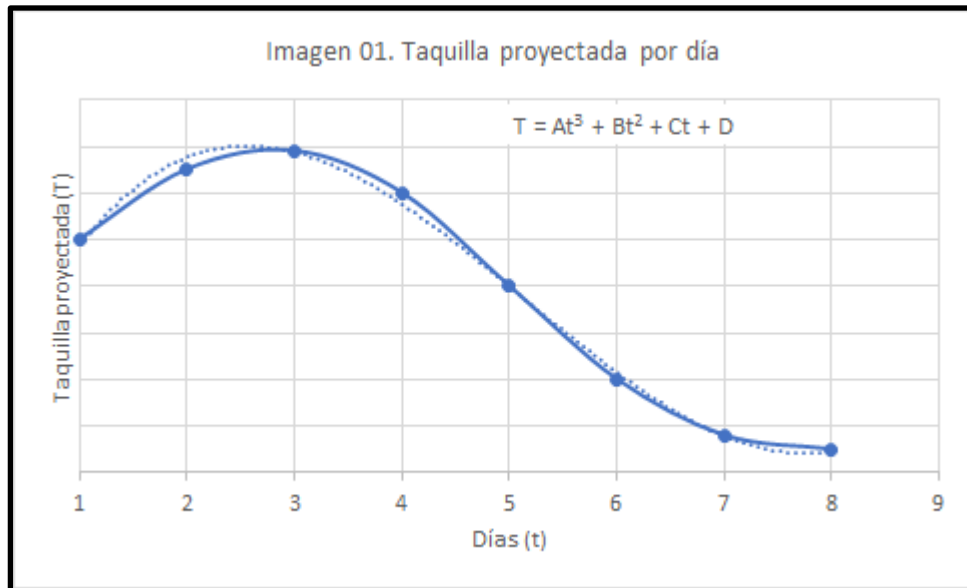
Entonces, en un mercado donde la oferta y los lanzamientos no son una diferencia competitiva, la rentabilización del negocio se centra en copar las salas y horarios con la película “taquillera” que este de estreno, además de optimizar el uso de las demás salas, con otras películas de la cartelera.

2 Descripción del Problema

El caso en estudio se refiere a las decisiones que tienen que tomar los administradores de los cines, quienes buscan asignar de la mejor manera su capacidad instalada, en este caso salas de cine, frente a la demanda esperada de su cartelera. Con ese fin, se busca generar un modelo que permita optimizar el uso de las instalaciones, identificando inicialmente la cartelera.

La cartelera está compuesta de “p” películas, que se comportan siguiendo la curva polinómica de grado 3, descrita en la imagen 1. Donde para cada punto “t”, existe una taquilla proyectada T, con media (μ), y desviación estándar (σ). Siendo t_1 = jueves, que es la fecha de lanzamiento de estreno.

³ <https://larepublica.pe/economia/1169480-cual-fue-el-cine-con-mas-espectadores-en-2017>



Estimación de la Demanda;

Por tratarse de una demanda estocástica (μ, σ), y al manejarse los horarios como períodos “únicos”, es posible aplicar para este escenario el algoritmo *de newsvendor problem*. Con este algoritmo se busca ofrecer la cantidad “óptima” de asientos (Demanda) para una única película con comportamiento estocástico, en un periodo (horario) específico.

$$D = T + Z * \sigma$$

Donde:

D = demanda proyectada.

T = taquilla proyectada en el periodo t.

μ, σ = parámetros de T.

Asimismo, $Z = InvNorm (Cu / Cu + Co)$

Cu = utilidad por asiento

Co = costo de mantenimiento de un asiento

Establecida la demanda (D) para cada película (p), se procede a asignar a cada una de las salas (s), en su horario respectivo (h). Siguiendo un modelo de clásico de asignación:

Modelo Matemático de Asignación:

Sets:

Pelicula /1..p/: ;
Sala / 1..s/: ;
Horario/ 1..h/: ;
SxH (sala,horario) : capacidad;
PxH (pelicula,horario): demanda_proy, demanda_insatisfecha,
demanda_sobredimensionada;
PxSxH (pelicula,sala,horario):X;
end sets

Data:

capacidad = ;
demanda_proy = ;
end data

!Función Objetivo;

Min = @SUM(PxH(p,h): demanda_sobredimensionada(p,h));

!Restricciones;

!para cada película-horario, la capacidad acumulada de las salas asignadas es igual o mayor a los asientos ocupados;

@for (PxH(p,h):
@SUM(SxH(s,h):capacidad(s,h)*X(p,s,h)) = demanda_proy (p,h) -
demanda_insatisfecha(p,h) + demanda_sobredimensionada(p,h));

!por cada sala-horario, solo se puede asignar UNA sola película;

@for (SxH(s,h):
@SUM(PxSxH(p,s,h): X(p,s,h)) = 1);

!por cada película-horario, solo se puede asignar máximo DOS salas;

@for (PxH(p,h):
@SUM(PxSxH(p,s,h): X(p,s,h)) <=2);

!X = es la variable binaria de asignación, de la película "p" en la sala "s" y el horario "h";

@for (PxSxH(p,s,h): @BIN (X));

end

5 Conclusiones

La aplicación de modelos matemáticos para resolver problemas de asignación de salas de cine es una herramienta poderosa que permite optimizar el número de butacas libres en la programación de la cartelera por día.

Para el desarrollo de esta investigación, se usó modelamiento matemáticos compacto en lingo system, que permitió resultados donde se observa un 95% de uso de la capacidades instalada, dejando sólo 5% de butacas libres debido al comportamiento estocástico de la demanda.

La aplicación del algoritmo del vendedor de diarios permite incluir el comportamiento estocástico de la demanda de la taquilla en la proyección de la oferta de asientos, asimismo, la factibilidad del modelo obedece a una correcta aproximación de la curva polinómica, conforme se muestra en la imagen 1.

El desarrollo óptimo de este modelo permitirá tener un mayor aprovechamiento de las capacidades instaladas por sala, teniendo como consecuencia el incremento de las utilidades al tener un mínimo de butacas no ocupadas por película.

El uso de algoritmos cuya estructura permita optimizar resultados a través del modelamiento que incluyan iteraciones limitadas, es una alternativa para los multicines de mayor tamaño. Mediante una programación matemática entera y sus métodos de solución, como Branch and Bound (incluso usando el algoritmo de la mochila), también se podría lograr resolver problemas de asignación con gran número de variables y pocas restricciones.

Referencias

1. Acamine, J. (2017) ¿Cómo se mueve la industria cinematográfica en el Perú?, <https://elcomercio.pe/eldominical/actualidad/mueve-industria-cinematografica-peru-413161> (recuperado el 07 de mayo del 2018)
2. Bonini, Hansman y Bierman (2000). Análisis Cuantitativo para los negocios, (9na Ed.) Colombia : Mc Graw-Hill.
3. Eppen, Gary R. (1998). Investigaciones de Operaciones en la ciencia administrativa, (5° Ed.) México: Mc Graw-Hill.
4. Gerardo Arango Ospina , César Escalante Coterio y Carolina Rend´on Aguirre. (junio 2011). Supply channel coordination in a newsvendor model with two allocation quotas. Ingeniería y Ciencia, 7, 87 - 110
5. G. Piqué and C. Puyol. Either the man or the ball. In P. Maldini and F. Baressi (editors), Proceedings of the Conference on Stopping Techniques, pp. 56-78. Springer, Berlin, 2011.

6. L. A. Messi and A. Iniesta. Magic in the field. *European Journal of Sports*, 3(4):45-57, 2013.
7. Mathur K & Solow D. (1997). *Investigación de Operaciones*, (5° Ed.) USA: Prentice Hall
8. Pentico, D. W. Assignment problems: A golden anniversary survey. *European Journal of Operational Research*. 2007, vol. 176, núm. 2, pp. 774-793.
9. Taha, Handy (19987). *Investigación de Operaciones*, (4° Ed.) USA: Prentice Hall.
10. X. Hernández. *The Art of Passing the Ball*. Wiley, New York, 2012.
11. Winston, Wayne L. (2005). *Investigación de Operaciones: Aplicaciones y Algoritmos*, (4° Ed.) USA: Prentice Hall

Using GDDP in Large Scale Regional Planning

Carolina Saldaña-Cortés
School of Management, Universidad Externado de Colombia
jenny.saldana@uexternado.edu.co

Jesús Velásquez-Bermúdez
Chief Scientist, DecisionWare - DO Analytics LLC
jesus.velasquez@decisionware.net

Angel Marín-Gracia
Instituto de Matemática Interdisciplinar, Universidad Complutense de Madrid.
angel_28224@yahoo.com

Abstract

The implementation of a Regional Planning Decision Support System (RP-DSS), associated with the land use planning for a city, and its adjoin region, involve the implementation of a set of mathematical models representing the logic of the urban-rural macro/micro-economic process that represents the way in which people and companies are located in the space, according to their own interests, respecting the rules of the land use determined by the regional government, who should plan the long-term investments needed to meet the offer of social services that must support the region, as a global and autonomous entity. This is difficult, perhaps impossible, to get in only one mathematical model, and therefore is required to develop several models that generate the information needed to support the decision-makers in the process of taking the "best" decisions for the inhabitants of the region.

An appropriate approach to solve the RP-DSS problem, is using big scale methodologies like Generalized Dual Dynamic Programming (GDDP), in such a way that the models adapt to the methodology, and according to their size and structure can be compared in terms of solution efficiency for the RP-DSS problem with methods such as Benders and Lagrangean Relaxation. This paper describes a Regional Planning Decision Support System (RP-DSS) was sponsored by the town hall of Medellín City, to response to the need to model the use of the territory of the Metropolitan Area of the Valley of Aburrá (AMVA) which is a region that consists of ten municipalities located in the Department of Antioquia in Colombia.

Keywords: Regional Planning; City Logistics, Optimal Land Allocation; Generalized Dual Dynamic Programming.

1. Introduction

For many urban planners and government policy makers, the integration of these elements (land, people and services) are not considered simultaneously. Territorial planning studies are held regularly for urban and rural areas, and they intertwine many issues, approaches and decision variables. The determination of the managers of a region must be oriented to meet the "optimal" development plan which is strongly correlated with the generation of wealth for its inhabitants and to reduce the social inequalities between them, supporting the quality of life through employment, health, education, and economic

decisions; then, a methodology to support regional planning must include the economics, the logistics, the land use and the location of the facilities that satisfy the demand of social services of the people that live in the region. The way to consider simultaneously the above topics highlight the importance of a decision-making tool in urban planning that helps and supports the implementation of sustainable policies. The conurbation process, visible between these municipalities, is not only a spatial process, it has also become a very important socio-cultural dimension in the region, which requires among other things, the design and implementation of planning instruments involving an integrated effort with regional approach; it is logical that the quality of life in one of the municipalities commit directly to the other nine, since the borders are not an imaginary citizen, hence the importance of a comprehensively urban, mobility and development planning through the AMVA.

The land use planning corresponds to a process of knowledge generation done with the help of mathematical models; it is not reduced to a single run of a model that automatically provides the decisions to be taken. This process took place in three phases: i) knowledge of the land use plan, ii) study of the economic reference scenarios and iii) study of the “definitive” scenario selected by the decision makers to establish the impact of the rules to use the land. According Velasquez, Saldaña and Gutierrez (2017) the RP-DSS is supported on four basic models:

- Macro/Micro Economic Model (M-ECO): determines the business structure and population distribution (space and incomes) that would exist if the region had met certain goals of socio-economic development using a specific economic policy.
- Urbanistic Loads and Economic Benefits Model (M-ULE): based on a technical-economic simulation model oriented to determine the urbanistic loads and the economic benefits derived from the activities of construction in all zones that conform the region. This model provided much of the parameters used in land space model.
- Land-Space Model (M-LSP): based on equilibrium economic concepts and in mathematical programming methodologies, it determines the structure and the activity levels of the supply chain of social services; determining the distribution of space of individuals, businesses/industry (economic), services, and transportation systems that could support development goals and socioeconomic policies established by M-ECO; M-LSP maximizes a function of partial social surplus or minimizes a function of social cost, that reflects the reference factors and summarizes the investment costs and the expected social benefits in the future, as a result of planning decisions (rules for the land use). The model of land allocation is subject to three main exogenous sources of information, which are: M-ECO, M-ULE and the state of land use at the beginning of the planning period. Addressing the above challenges, in only one mathematical programming model.
- Location of Social Infrastructure Model (M-LSI). Determines the optimal location of social infrastructure (facilities) such as schools, hospitals, police stations, libraries, ... that are required to meet the goals of the economic scenario selected for the region (M-ECO) and the use of land established for M-LSP; M-LSI is a mixed integer programming model, it is not explained in this paper.

In this paper the Generalized Dual Dynamic Programming (GDDP) methodology was structured to solve the Land Space Model (M-LSP) using the optimization technology OPTEX Mathematical Modeling System (), the use of a specialized solver has the advantage that in a “semi-automatic” way, the relevant parameterization and integration with the other regional planning models can be carried out, allowing manage in an efficient way problem with a large number of variables and complex structures.

2. GDDP: Generalized Dual Dynamic Programming

According (Velasquez 2002, 2018) Generalized Dual Dynamic Programming, (GDDP) is a mathematical methodology supported by the fundamental of Benders (1962), oriented to effectively solve dynamic large scale problems of using the principles of the Dynamic Programming established by Bellman (1961). This paper presents the application of the GDDP to solve the problem M-LSP that corresponds to a techno-economic dynamic model in accordance with the principles of dynamic programming. The fundamental contribution of this paper focuses on the increased speed allowing solving problems of optimization of discrete time with lots of periods, which are required for an increase of the accuracy of the mathematical models used to strategic planning.

2.1. Benders' Partition Theory

Theory of Benders (BT) considers the problem (1) P composed by two types of variables: y , the coordination variables, and x , the coordinates.

$$P := \{ \min z = c^T x + f(y) \mid \begin{aligned} F_o(y) &= b_o \\ Ax + F(y) &= b \\ x \in R^+, y &\in S \end{aligned} \} \quad (1)$$

BT restricts the model on x to be a linear problem, while it doesn't impose conditions on y that may be continuous, or discrete. Additionally, the functions $f(y)$ and $F(y)$ may be non-linear convex functions. The P: problem is divided into two coordinated problems: CY: over y and SP(y): over x which is defined as (2) and the coordinator CY: on y can be formulated as (3).

$$SP(y): \{ \min Q(y) = c^T [Ax = b - F(y), x \in R^+] \} \quad (2)$$

$$CY: \{ \min z = f(y) + Q(y) \mid \begin{aligned} F_o(y) &= b_o, y \in S \\ Q(y) &\geq (\pi^k)^T [b - F(y)] \quad \forall k \in IT \\ 0 &\geq (\omega^k)^T [b - F(y)] \quad \forall k \in IN \end{aligned} \} \quad (3)$$

Where π represents the vector of dual variables of the restrictions $Ax = b - F(y)$, IT the set of iterations, ω an extreme ray on the π feasibility region and IN the set of iterations on which no feasibility was obtained.

Benders (1962) proposed the solution of P: by a hierarchical algorithm that works on two levels: i) the coordination level solves the problem CY: and generates a sequence of y_k values; ii) on the second level, y_k is used as a parameter of the sub-problem SP(y): to generate a sequence of feasible extreme points, π^k , and extreme rays, $\pi\omega^k$, of the dual feasible zone of SP(y):, this vectors are used to include cutting planes in CY:.. CY: includes two types of cuts. The first type, which are called optimality-cutting planes (OCP) restricts the feasible zone of y in order to obtain the optimal y ; it has the structure (4).

$$Q(y) \geq (\pi^k)^T [b - F(y)] \quad \forall k \in IT \quad (4)$$

The second type, that we call feasibility-cutting planes (FCP) restricts the feasible zone of y to maintain feasible x in SP(y), it has the structure (5).

$$0 \geq (\omega^k)^T [b - F(y)] \quad \forall k \in IN \quad (5)$$

2.2. GDDP: Generalized Dual Dynamic Programming

The GDDP: problem can be formulated as (6).

$$\begin{aligned} GDDP := \{ \min z = c(x_1, x_2, \dots, x_T) + \sum_{t=1, T} d_t^T u_t \mid \\ F_t(x_1, x_2, \dots, x_T) = f \\ A_t(x_1, x_2, \dots, x_T) + B_t u_t = b_t \quad \forall t = 1, T \\ G_t u_t = g_t \quad \forall t = 1, T \\ u_t \in R^+ \quad \forall t = 1, T, \quad x_t \in S_t \quad \forall t = 1, T \} \end{aligned} \quad (6)$$

where t represents the periods, x_t the vector of state variables and u_t the vector of control variables. $F_t()$ and $A_t()$ techno-economical functions, E_t , B_t and G_t are techno-economical matrices, f_t , b_t and g_t are resources vectors, $c_t()$ cost function for the state variables and d_t are cost vector for the control variables. Due to the partitioning the variables in state variables and control variables, the previous formulation may include: i) discrete variables in the vector of state variables; ii) non-linear non-separable convex relations between the state variables; and non-linear non-separable convex cost functions.

The solution of GDDP: using BT considers a two-stage process: i) First stage, we define the state variable x_t as the coordination variables to decouple the problem at temporary level solving static subproblems $SU_t(x_{t-1}, x_t)$: for each t , optimizing the control variables u_t and ii) Second stage, the GDDP solves the coordinator problem, CX:, optimizing the state variables x_t . CX: is stated as (7).

$$\begin{aligned} CX := \{ \min z = c(x_1, x_2, \dots, x_T) + \sum_{t=1, T} \Omega_t(x_{t-1}, x_t) \mid \\ F(x_1, x_2, \dots, x_T) = f \\ \{ \min \Omega_t(x_{t-1}, x_t) = d_t^T u_t \mid B_t u_t = b_t - A(x_1, x_2, \dots, x_t), G_t u_t = g_t, u_t \in R^+ \} \forall t = 1, T \\ x_t \in S \quad \forall t = 1, T \end{aligned} \quad (7)$$

where $\Omega_t(x_{t-1}, x_t)$ represents the optimum operation costs in the period t as consequence of the border condition (x_{t-1}, x_t) and it corresponds to the objective function of the linear sub-problems $SU_t(x_{t-1}, x_t)$ defined as:

$$\begin{aligned} SU_t(x_{t-1}, x_t) := \{ \min \Omega_t(x_{t-1}, x_t) = d_t^T u_t \mid B_t u_t = b_t - A(x_1, x_2, \dots, x_T), \\ G_t u_t = g_t, u_t \in R^+ \} \end{aligned} \quad (8)$$

The dual problem of $SU_t(x_{t-1}, x_t)$: is

$$\begin{aligned} DSU_t(x_{t-1}, x_t) := \{ \max \Omega_t(x_{t-1}, x_t) = \pi_t^T [b_t - A(x_1, x_2, \dots, x_t) + \delta_t^T g_t] \\ \pi_t B_t + \delta_t^T G_t \leq d_t^T \} \end{aligned} \quad (9)$$

where π_t represents the dual variables vector of the restrictions $B_t u_t = b_t - A(x_1, x_2, \dots, x_T)$ and δ_t is the dual variables vector of $G_t u_t = g_t$.

Considering the decoupled cuts generated by each sub-problem $SU_t(x_{t-1}, x_t)$ the coordinator CX: is:

$$\begin{aligned}
 CX := \{ \min z = c(x_1, x_2, \dots, x_T) + \sum_{t=1, T} \Omega_t(x_{t-1}, x_t) \mid \\
 F(x_1, x_2, \dots, x_T) = f \\
 \Omega_t(x_{t-1}, x_t) + (\pi_t^k)^T E_{t-1} x_{t-1} + (\pi_t^k)^T A(x_1, x_2, \dots, x_T) \geq (\pi_t^k)^T b_t + (\delta_t^k)^T g_t \\
 \forall t = 1, T \quad \forall k \in IU(t) \}
 \end{aligned} \tag{10}$$

where $IU(t)$ represents the number of cuts generated for each sub-problem $SU_t(x_{t-1}, x_t)$. The cuts that integrated the coordinator CX: are called Supply Benders Cuts (SBC), because the represents the cost supply function of the industrial system parametrized on the values of the vector of state variables, x_t .

3. Land-Space Model (M-LSP)

The problem of space allocation has been addressed by the economists for many years. Von Thünen (1826) quoted by Crosier (2007) formulated a one-dimension continuous model of optimal land allocation for different agricultural uses. This is based in simplified assumptions of production and transport technologies; this model is an important basis for the analysis of space allocation. There are some formulations of urban land use models that integrated the two-dimensional space to determinate the optimal location and some economic aspects such as Isard's (1949). Time later it evolves with the development of models in continuous space, spatiality analysis where the assignment was made based on discrete representations of space (Samuelson 1971), which inspired the development of international trade models and multi-regionals models of commerce and location. This paper seeks to make a methodologic contribution to the development of regional planning considering in a holistic way the economic, social, land use and mobility criteria.

M-LSP is the union of seven sub-models: housing, economic sectors, social services, employment, land use, population and mobility, the variables and constrains are linked to one of these sectors. The M-LSP model considers the economics, the logistics, the distribution of people and enterprises, and the land use for the urban zone and it's adjoin regions; the model meets the demands of goods and services for the main activities of a city, its people and its industry. The methodology considers factors such as population growth, zoning, geographic mapping, employment, land supply, urban and rural freight flows, allocation of healthcare, education, public space and other social services, and the analysis of the outcomes of land development. The result is the simulation of all the variables that represent the use of territory during the planning horizon.

The level of activity of the economics is associated to business/industrial sectors, which represent the level of the regional economy, and comes from the scenarios analyzed using M-ECO; this level is expressed in units of activity level (uni-act) of each economic sector. For every uni-act economic sector space measured as square meters per unit of economic activity (m2/uni-act) in floor and in height are required, and skilled employment measured as jobs/uni-act. M-LSP considers the results of M-ULE as part of the objective function and the parameters of model constraints. In the present project, the annual sales of the sector were taken as unit of activity, in thousands of millions of pesos (G\$), this value is provided by

M-ECO.M-LSP determines the distribution of people, companies, facilities, topology of the road system and transportation modes that maximize a social utility function, that reflects the social surplus that is generated by the land market and summarizes a weight of investment costs and benefits-social costs, which are expected in the future because of ordering decisions to be taken under an economic scenario from M-ECO.

The result will be a long term "strategic plan" that defines the "best" state that the society can reach regarding land use, location and mobility of people and location of industrial/business infrastructure in the region. In addition, the solution must satisfy the demand for social services, under certain conditions of quality of life, implicitly defined in economic scenarios and explicitly analyzed in terms of average access time and maximum time access to such services.

4. Implementation of M-LSP using GDDP

The optimization technology used to implement the RP-DSS is OPTEX Mathematical Modeling, the M-LSP formulation is presented using tables to describe all component of the model using OPTEX notation.

4.1 GDDP Type of Variables

From the point of view of Dynamic Programming, the variables can be classified as: i) state variables (S_x) and ii) control variables (CO). In an expansion model, like M-LSP, two types of state variables: level of the storage (SL) and capacity of the storage (SC) are considered. The equation (11) to describe the storage and the capacity storage variations, in a linear model.

$$\begin{aligned} \Delta SL_t^P - \Delta SL_t^N &= SL_t - SL_{t-1} \\ \Delta SC_t^P - \Delta SC_t^N &= SC_t - SC_{t-1} \end{aligned} \quad (11)$$

where ΔSL_t^P and ΔSC_t^P represent the positive variation of the level and capacity state variables, and ΔSL_t^N and ΔSC_t^N represent the negative variation of the same variables. The relations between capacities are specific of each type of storage, for a simple storage the relation is

$$0 \leq SL_t \leq SC_t \quad (12)$$

Then, the state variables of GDDP formulation are: SL_t , ΔSL_t^P , ΔSL_t^N , SC_t , ΔSC_t^P and ΔSC_t^N .

Thus, the value of the state variables and its variations will be defined in GDDP coordinator problem and the control variables will be defined in GDDP subproblems. The following table shows the classification of all variables of M-LSP. To ensure the feasibility of the sub problems, and facilitate the solution of the integrated problem, at the coordinator level, restrictions that ensure that the total assigned areas meet the aggregate demand for the several types of land use must be included.

4.2 GDDP Constraints

The matrix structure of the M-LSP problem determines the conformation of the GDDP coordinator problem and the GDDP sub problems (Figure 1). In this case the mathematical problem corresponds to a planning model of the expansion of the region (capabilities of the facilities, location of people and industries, allocation of the use of soil and the transport network capacities) and

optimal operations simulation (flow of people, materials and vehicles to the interior of the region and adjacent regions) for each period of the planning horizon.

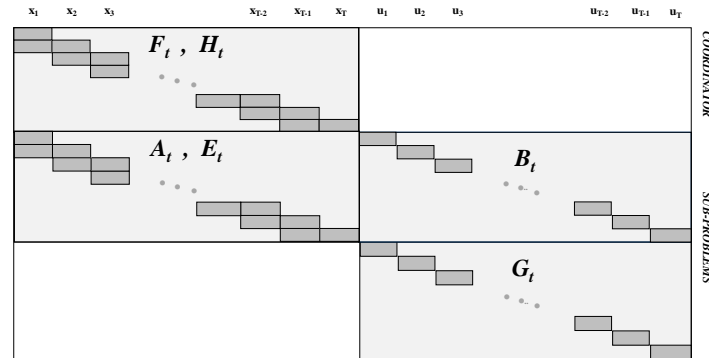


Figure 1. Matrix structure GDDP – Expansion + Operations.

Once defined the state and control variables, the allocation restrictions must consider the following rules: i) If the constraint contains only state variables it is assigned to the GDDP coordinator problem (COR); and ii). The remaining constraints will be handled in the sub problem (SPR) and will be conditional on the value of the state variables.

Constraints that contain state and control variables provide the dual variables that shall be considered in the Benders cuts in the coordinator. Depending on the structure of the problem, many of these restrictions can become restrictions in the form of bounds in the sub problems, allowing faster time to solution.

5. Conclusions

The conceptual formulation of GDDP problem allows the development of efficient algorithms based on the partition and the decomposition of the M-LSP original problem using the theory of Benders and following the conceptualization of Dynamic Programming. The solution of the original problem is found on the coordinated solution of multiple problems of smaller dimension than other large-scale methodologies, which allows to improve the efficiency in terms of solution time of this type of problems compared with other traditional and big scale methodologies. One of its great advantages is that it eliminates the need to solve a problem for each period; this is relevant when the number of periods is too big, as in the case of M-LSP problems.

References

1. Alcaldía de Medellín (2004), “Plan de Desarrollo 2004-2007 - Medellín, Compromiso de Toda la Ciudadanía”. Retrieved from: https://www.medellin.gov.co/irj/go/km/docs/pccdesign/SubportaldelCiudadano_2/PlandeDesarrollo_0_0_0/Shared%20Content/pdf%20codigo%20buen%20comienzo/Texto%20Completo%20Acuerdo%20Plan.pdf
2. Benders, J. F. (1962). Partitioning procedures for solving mixed-variables programming problems. *Numerische mathematik*, 4(1), 238-252.

3. Bellman, R. (1961). On the approximation of curves by line segments using dynamic programming. *Communications of the ACM*, 4(6), 284.
4. Caindec, E. (1991). "The Basics of POLIS". ABAG Reports
5. Crosier, S. (2007). Johann-Heinrich von Thünen: balancing land-use allocation with transport cost. *Center for Spatially Integrated Social Science*.
6. DecisionWare (2012a), "Localización Óptima de Infraestructura Social". Retrieved from: <http://www.doanalytics.net/Documents/DW-DT-036-OPCHAIN-RPO-LOC-Localización-Optima-de-Infraestructura-Social.pdf>
7. DecisionWare (2012b), "Modelamiento del Equilibrio Territorial". Retrieved from: <http://www.doanalytics.net/Documents/DW-DT-043-2012-Modelamiento-del-Equilibrio-Economico-Regional.pdf>
8. DecisionWare (2016), "Modelamiento Matemático del Ordenamiento Territorial". Retrieved from: <http://www.doanalytics.net/Documents/DW-DT-038-OPCHAIN-RPO-POT-Planificacion-Ordenamiento-Territorial.pdf>
9. Departamento Administrativo de Planeación de la Alcaldía de Medellín (DAP-AM), (2005), "Propuesta de Sistema Integrado para el Reparto de Cargas y de Beneficios en el Marco de la Revisión Ordinaria del Plan de Ordenamiento Territorial de Medellín"
10. DO Analytics (2016), "OPTEX Mathematical Modeling System". Retrieved from: <http://www.doanalytics.net/Documents/OPTEX-Mathematical-Modeling-System-Descriptive.pdf>
11. Domencich, T. A., McFadden (1975). Urban travel demand: A behavioral analysis. Amsterdam: North-Holland Pub. Co. <http://eml.berkeley.edu/~mcfadden/travel.html>
12. ECSIM (2005), "Propuesta de Modelo Integral de Planeación y Simulación para la Gestión Social del Desarrollo en el Área Metropolitana y Determinación de los Impactos Ambientales, Urbanos y de Movilidad".
13. Hernández, K. (2006), "Diseño e Implementación de un Modelo para Apoyo de los Planes de Ordenamiento Territorial en Colombia", Tesis de Grado M. Sc. En Ingeniería Industrial, Universidad del Norte, Barraquilla, Colombia
14. Isard, W. (1949). The general theory of location and space-economy. *The Quarterly Journal of Economics*, 63(4), 476-506
15. McFadden, D. (1973). "Conditional Logit Analysis of Qualitative Choice Behavior". *Frontiers in Econometrics*, 105-142.
16. Prastacos P. and Caindec E. (1995). "A Description of POLIS: The Projective Optimization Land Use Information System". ABAG Reports.
17. Samuelson, P. A. (1971). Ohlin was right. *The Swedish Journal of Economics*, 73(4), 365-384.
18. Velásquez, J., Saldaña, C., & Gutierrez-Franco, E. (2017). A Mathematical Programming Model for Regional Planning Incorporating Economics, Logistics, Infrastructure and Land Use. In *Network Design and Optimization for Smart Cities* (pp. 1-31).
19. Von Thünen, J. H. (1826). Der isolierte Staat in Beziehung auf Nationalökonomie und Landwirtschaft. *Gustav Fischer, Stuttgart (reprinted 1966)*.

Systematic Literature Review of Critical Success Factors of Information Technology Startups

José Santisteban
National University of San Marcos
jsantistebanp1@unmsm.edu.pe

David Mauricio
National University of San Marcos
dmauricios@unmsm.edu.pe

Abstract

In the industry of Information Technology (IT) Startup, high birth rates go hand in hand with a high risk of failure; only one in three survive the first three years. There is a set of factors that influence the success of the Startup. So in this paper we present a Systematic Literature Review of critical success factors of IT Startups. We identified 21 critical success factors grouped into three categories (organizational, individual and external) and 4 stages of development through which a Startup passes (seed, early, growth and expansion). There are few studies on the stages of development that a Startup undergoes, much less on the factors that affect the stages of development.

Keywords: factors; Startup; new technology-based venture, stage.

1 Introduction

In the technology sector, it is necessary to carry out a deep analysis not only of the national market, but of the global market, to see if our idea has already been proposed or is already being exploited, since once Is launched the product or service to the market of a country, its international expansion is practically implicit (Joshi & Satyanarayana, 2014). In many countries in the region and in the world, there is a growing trend towards new innovative businesses, so new technology-based companies (Startups) are born each year (Hormiga et al., 2010). The study by Krejci et al. (2015), indicated that a Startup is a new and temporary company that has a business model based on innovation and technology. In addition, these types of companies have a potential for rapid growth and scalability. Startups are known to governments around the world for their contribution to economic stability, growth, and job creation (Sulayman et al., 2014). The Startup has acquired an important relevance in the most dynamic markets of the world as a new model of social and economic growth (Olawale & Garwe, 2010). According to Kelley & Nakosteen (2005), Startups are important for the development of the economies of the countries and especially important in the developing countries. The concept of Startup is identified with those organizations that begin or are in their earliest stages of development (Spiegel et al., 2015). According to Cho & McLean (2009), Information Technology (IT) Startups, also referred to as new technology-based enterprises, are those temporary organizations that create innovative products and / or services using high technology, but this Type of companies are also known to be inserted in uncertain and risky scenarios, proof of this is their high mortality rate (Preisendorfer et al., 2012). Unfortunately, the failure rate of such firms is high worldwide (Cowling et al., 2006; Colombo & Grilli, 2005; McAdam & McAdam, 2008). According to Ejerme & Xiao (2014), between 1990 and 2000, only 21 percent of IT Startup in Sweden survived after 5 years. On the

other hand, Hyder & Lussier (2016) affirms that more than 80 percent of Startups fail in their first year of existence. In the last decades, an extensive literature on the factors influencing the success of the Startup has been developed (Yoon-Jun, (2010), although there is a lack of consensus in determining what these factors are, along with a lack of knowledge about the Startups (Sulayman et al., 2014), so it is preponderant to identify the critical success factors of the IT Startup, in order to mitigate the risks of failure and, consequently, increase their success. Since 1984, with the work of Van de ven et al., (1984), studies have been carried out to identify, analyze and discuss the main factors that influence the success of the Startup (Almakenzi et al. 2015, Anh et al., 2012 Balboni et al., 2014, Banda & Lussier, 2015). However, these studies have paid scant attention to categorizing the identified factors, which according to Bocken, (2015) all factors must be within a certain category. In addition, factors must be classified to distinguish between different types of factors influencing success. Although there are few studies that have tried to identify the stages of development of the Startup, they have paid little attention to a stage called the exit stage, which determines the sale of the business. Recently, Pugliese et al. (2016) recognized the need for a more complete understanding of the stages of development of the Startup and the importance of knowing how to manage each stage to achieve success. However, it is important to identify which factors of success are relevant or influence the stages of development. However, there isn't a work on literature review that organizes all these works in a systematic way that classifies the success factors into categories. In addition, several papers state that there is a large discrepancy in the literature on the factors influencing success or failure. This article is organized in five sections. Section two describes the research methodology used. Section three presents the analysis of the results of the selected literature. Section four presents the discussion of the study and future research is suggested. Finally, in section five, the conclusions are shown, which describes how each of the objectives of the research has been fulfilled.

2 Research Metodology

A Systematic Literature Review is a clear and reproducible procedure consisting of a series of phases that help researchers in defining the goal of research and planning the way in which articles are retrieved and reported (Ardito et al., 2015). This study has followed a series of steps to provide a systemic, transparent and reproducible methodology:

- Planning the review: In this phase, the research questions are elaborated and the search protocol is defined.
- Development the revision: In this phase, the defined protocol is applied and the primary articles are obtained according to the established criteria.
- Results the review: In this phase, we present the results of the search and analysis of the studies that have been selected. This analysis will be described in the Analysis section.

Planning the review

In order to answer the research question, the following questions are asked about the factors that influence the success of the Information Technology Startup.

Q1: What is success for Startup?

Q2: What factors influence success?

The search sources are given by Journal banks: Science Direct, Springer Link, IEEE Xplore Digital Library, ACM Digital Library, Emerald, Taylor & Francis. The search period begins in the year 2003, because from that year they increase the studies about the factors that influence the success.

Development the review

In the first step, the keywords and their respective descriptors were used to search the primary articles in defined banks. The review was limited to articles in peer-reviewed journals, leaving out books, book chapters, and conference proceedings, since journal articles are considered to be valid knowledge and represent authoritative statements on the subject (Ardito et al., 2015). Specifically, the search was limited to high quality journals in the field of "Entrepreneurship" and "Startup" with an impact factor higher than 1.5. The search procedure considered the available editions of journals from the 2003 period. A total of 1,013 potential studies were identified, these were subjected to a selection process according to the criteria of inclusion and exclusion established. Thus, first, we divide the articles into "excluded articles" (870 articles) and "articles of check the complete text" (143 articles), it was necessary to carry out a previous review of the titles and abstracts. However, many abstracts do not provide a clear understanding of the purpose of the articles, with 112 references being selected. Then, a more detailed analysis of the articles of "full text check", we proceeded to read the introduction and conclusions, obtaining 90 references. Finally, we proceeded to read the complete content of the article in order to determine its relevance for the present study and, mainly, to determine if these studies identify the critical success factors. Thus, the final sample consists of 74 primary studies. It is worth mentioning that the enormous fall in the number of articles that we are facing is not alien to the bibliographical revisions. In fact, most of them often have a large number of articles in a first round of article search (Bakker, 2010), which declines as academics continue with an in-depth analysis of their content against a set of inclusion and exclusion criteria. The high number of articles excluded in the search process is due to the general nature of our search terms. In fact, they are commonly used in different types of studies about entrepreneurship and Startups. We believe that this choice is justified by the fact that the selected journals have been published manuscripts of the highest quality for a long time.

Results the review

The result of the selection process of the articles gave 1,013 studies, of which 74 were selected. Only one study was a Systematic Literature Review (Pugliese et al., 2016), the other 73 were contributions, which were analyzed to answer the research sub questions. Once the articles were selected, the trends of publications by each database were identified. The sample of articles resulting from this methodology was published between 2003 and 2016, but more than half of the studies were published after 2010. The present study, therefore, seems timely, as there was recently an increase in the number of academic papers on the factors influencing the success of the Startup.

3 Analysis

This section responds to the research sub-questions raised in the review planning.

Q1: What is success for Start Up?

In the literature there are several studies that try to define the success of the Startup. Success is a term that means different things to different people; it is likely that entrepreneurs define success differently from an investor or a client. For example, an entrepreneur could define success in terms of whether the business can generate higher revenues, another could define it according to whether it achieves personal fulfillment. While an investor can define it as if the company where it invests allows you to earn more money. In this study, a successful Startup is considered a new company that offers products and / or services capable of being well received in the market, looking for a repeatable, profitable and scalable business model, generating jobs, or Manage to transform the way people do things.

Q2: What factors influence success?

For the present investigation, it is understood by factors to those elements that can condition the success or failure of a Startup. Of the publications selected, 21 statistically proven success factors have been identified, which are shown in Table 1, where the factors that positively or negatively influence the (+) or (-) signs are identified respectively.

Id	Factor	Definition	Ref
F1	Experience in the industry of the founding team (+)	Founders with previous experience in the industry have a solid network of contacts that facilitate the development and growth of the company.	Thiranagama & Edirisinghe (2015), Hyder & Lussier (2016), Pugliese <i>et al.</i> , (2016), Rojas & Huergo (2016)
F2	Previous experience Startup of the founding team (+)	The entrepreneurial experience of the founding team facilitates the launch of the company and prevents the appearance of errors in its management.	Gartner & Liao (2012), Mueller <i>et al.</i> , (2012), Bocken (2015), Pugliese <i>et al.</i> , (2016)
F3	Academic formation of the founding team (+)	It is the academic preparation in courses of management of the founding team, which has a positive impact on organizational growth.	Thiranagama & Edirisinghe, (2015), Hyder & Lussier (2016), Pugliese <i>et al.</i> , (2016), Rojas & Huergo (2016)
F4	Technological / business capabilities of the founding team (+)	Technological and managerial skills, aptitudes and knowledge required to gain competitive advantage.	Yoon-Jun (2010), Li <i>et al.</i> , (2010), Groenewegen & De Langen (2012)
F5	Experience in R & D of the founding team (+)	In order to develop innovative products and / or services, the entrepreneurial team needs to have previous research experience.	Baum & Silverman (2004)
F6	Experience in management of the entrepreneur (+)	It is the experience of the entrepreneur in organization and general management of the resources necessary to bring success to the company. It also describes the degree of competencies (attitudes, skills or abilities) of the entrepreneur to meet the objectives and goals.	Arruda <i>et al.</i> , (2013), Cannone & Ughetto (2014), Thiranagama & Edirisinghe (2015), Hyder & Lussier (2016)
F7	Leadership of the entrepreneur (+)	They are the characteristics and abilities of the entrepreneurial leader to lead the organization to fulfill its objectives.	Schneider <i>et al.</i> , (2007), Wei-Wen (2009)
F8	Gender of the entrepreneur (+)	It is the participation of men or women as founders of the company.	Becchetti & Trovato (2002)
F9	Age of the entrepreneur (+)	It is a relevant factor for the development of a business. The probability of undertaking decreases as the individual's age increases.	Oakey (2003)
F10	Initial motivation of the entrepreneur (+)	The motivation of the founder represents his commitment to the project or idea of company.	Reynolds & Miller (1992), Greve & Salaff, (2003)

F11	Government support (+)	It is the financial sponsorship of the government, through seed capital, in the initial stage of Startup, are also support programs made, especially for Startup.	Anh <i>et al.</i> , (2012), Arruda <i>et al.</i> , (2013), Pugliese <i>et al.</i> , (2016)
F12	Venture capital (+)	It is the entrepreneurial capital that consists of financing Startup in the phase of growth with high potential and risk.	Yoon-Jun (2010), Grilli & Murtinu, (2014), Almakezi <i>et al.</i> , (2015), Bocken (2015)
F13	Level of competence (+)	It is the intensity of competition between Startups within the same industry.	Song <i>et al.</i> , (2008), Arruda <i>et al.</i> , (2013)
F14	Organizational size (+)	It is the number of founding employees of the Startup, it is considered that the bigger the size of the entrepreneurial team, the greater the talent.	Cannone & Ughetto (2014), Thiranagama & Edirisinghe (2015), Rojas & Huergo (2016)
F15	Organizational age (+)	They are the years of operation of the company from its creation.	Haltiwanger <i>et al.</i> , (2012)
F16	Product Innovation (+)	Degree in which new innovative products and / or services are introduced.	Almus & Nerlinher (1999)
F17	Location (+)	It is the geographic location of the Startup in a given location, being closer to its suppliers and customers facilitates growth.	Hormiga <i>et al.</i> , (2011)
F18	Dynamism of the environment (-)	It is the high pace of changes in the external environment of the company.	Timmons & Spinelli (2004)
F19	Science and technology policy (+)	Political authorities give laws for the development of science and technology.	Scarborough & Zimmerer (2003)
F20	Clustering (+)	Group of interrelated companies that work in the same industrial sector and that collaborate strategically to obtain common benefits.	Yoon-Jun (2010), Mueller <i>et al.</i> , (2012)
F21	Partner (+)	It is a person or company with which an agreement, agreement or alliance is maintained.	Sefiani & Bown (2013)

4 Discussion

About success

The success of a Startup is similar to the success of a person, out of all people born, few manage to walk the path of abundance, prosperity, well-being and quality of life, the same happens with the Startups, that's why for many researchers it can be baffling that so few Startups reach success.

After reviewing the few studies that deal with the stages of development of the Startups, we have observed that in order to successfully overcome the early stages of its life, where profitability doesn't exist and there's no own capital, the Startups require those platforms because, otherwise, they could barely manage to arrange company projects. Meanwhile, business success has been associated for year to the economic benefits that derive from the commercial activity of the company; however, we can't forget that what will really determine the survival and success of a Startup not always depends on obtaining economic benefits, but also on the reception of its product and/or service by the market.

About categories and factors

Researches have revealed a series of firm characteristics as potential success determinants of the Startup, for example, the organizational size. Colombo *et al.*, (2010) revealed that even inside the category of small

companies, the size of the company is a factor to consider for success. This conclusion is reinforced by the work of Ganotakis (2012) about the success of the Startup that indicated bigger companies in the small companies group will tend more towards growth than the smaller ones. Other organizational factors that affect success of the Startup is the sector where it belongs to. Cowling et al., (2006), in his research, they found out that Startups of a same industry sector have similar behaviors towards technological changes and especially towards growth, therefore, we believe that the launching of a business or venture in the same sector where the founder was last employed is connected with success. A factor that is not mentioned often is the participation of the family environment in the decisions of the Startup. We believe that the participation and intervention of the family in the management of the business could have significant impact on the success of the Startup.

5 Conclusions

This study has done a Systematic Literature Review about the critical success factors of Information Technology Startups, 1013 primary studies about the subject have been identified, out of those 74 turned out to be the selected research studies. Even though there are many studies about the growth and success determinants of the Startup, there's no real agreement in the literature about success factors. Therefore, this study did a Systematic Literature Review with the goal of identifying the critical success factors of the Startup.

From selected studies, 21 were the critical success factors identified the same that are classified by the researchers into three categories: organizational, individual and external. The Startups go through a series of development stages that are also known as the life cycle. However, in the literature there is no established consensus about that matter. This study considers the following stages: seed, early, growth and expansion. There few releases in South America about success factors. However, the governments of the countries are making the necessary efforts in order to provide policies and programs that foster the growth and development of the Startup. For example, in Peru, the central government promotes the assistance for this type of business, through its program Startup Peru. A similar situation is seen in Chile, with its business escalation program Startup Chile. In Brazil, there are incubators that have been supporting these companies for more than 40 years.

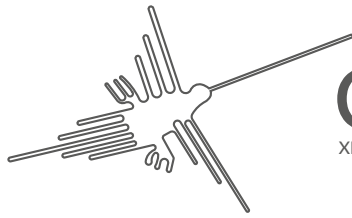
The obtained results of this study contribute to adding more knowledge to the existent literature about success factors. Furthermore, the results will be important for managers of the Startup, entrepreneurs, Information Technology advisors, researchers and governments of the countries, because they can use the reported results in this document as a reference when developing strategies and programs that help the survival, growth and development of these types of companies

References

1. Almakenzi S, Bramantoro, A., & Rashideh, W (2015).A survivability model for Saudi ICT Start-ups. *International Journal of Computer Science & Information Technology*, 7(2), 145-157.
2. Almus, M., & Nerlinger, E. A, (1999). Growth of New Technology-Based Firms: Which Factors Matter? *Small Business Economics*, 13 (2): 141-54.
3. Anh, D., Hoa, Q., & Quoc, T. (2012). Critical success factors for Vietnamese software companies: A framework for investigation. *Journal of Sociological Research*, 3(2), 160-169.
4. Ardito, L., Messeni Petruzelli, A., & Albino V. (2015). From technological inventions to new products: A systematic review and research agenda of the main enabling factors. *European Management Review*, 12(3), 113-147.
5. Arruda, C., Silva, V., & Costa, V. (2013). The Brazilian entrepreneurial ecosystem of StartUps: An analysis of entrepreneurship determinants in Brazil as seen from the OECD pillars. *Journal of Entrepreneurship and Innovation Management*, 2(3), 17-57.

6. Bakker, R. M. (2010). Taking stock of temporary organizational forms: A systematic review and research agenda. *International Journal of Management Reviews*, 12(4), 466-486.
7. Balboni, B., Bortoluzzi, G., Tivan, M., Tracogna, A., & Venier, F. (2014). The growth drivers of start-up firms and business modelling: A first step toward a desirable convergence. *Management*, 9(2), 131-154.
8. Banda, J., & Lussier, R. (2015). Success factors for Small Businesses in Guanajuato, Mexico. *International Journal of Business and Social Science*, 6(11), 1-17.
9. Baum, J. A. C. & Silverman, B. S. (2004). Picking Winners or Building Them? Alliance, Intellectual, and Human Capital as Selection Criteria in Venture Financing and Performance of Biotechnology StartUps. *Journal of Business Venturing*, 19(3):411-436.
10. Becchetti, L., & Trovato, G. (2002). The Determinants of Growth for Small and Medium Sized Firms. The Role of the Availability of External Finance. *Small Business Economics*, 19(4):291-306.
11. Bocken, N. (2015). Sustainable venture capital catalyst for sustainable start-up success? *Journal of Cleaner Production*, 108, 647-658.
12. Cannone, G., & Ughetto, E. (2014). Born globals: A cross-country survey on high-tech start-ups. *International Business Review*, 23, 272-283.
13. Cho, Y., & McLean, G. (2009). Successful IT start-ups' HRD practices: four cases in South Korea. *Journal of European Industrial Training*, 33(2), 125-141.
14. Colombo, M., & Grilli, L. (2005) Founders' human capital and the growth of new technology-based firms: A competence-based view. *Research policy*, 34, 795-816.
15. Colombo, M., Luukkonen, T., Mustar, P., & Wright, M. (2010). Venture capital and high-tech start-ups. *Venture Capital: An International Journal of Entrepreneurial Finance*, 12(4), 261-266.
16. Cowling, M., Fryges, H., Licht, G., & Murray, G. (2006). Survival of new technology based firms in the UK and Germany. *Frontiers of Entrepreneurship Research*, 26(22), 1-11.
17. Ejermo, O., & Xiao, J. (2014). Entrepreneurship and survival over the business cycle: How do new technology-based firms differ? *Small Business Economics*, 43, 411-426.
18. Ganotakis, P. (2012). Founders' human capital and the performance of UK new technology based firms. *Small Business Economics*, 39, 495-515.
19. Gartner, W., & Liao, J. (2012). The effects of perceptions of risk environmental uncertainty, and growth aspirations on new venture creation success. *Small Business Economics*, 39, 703-712.
20. Greve, A., & Salaff, J. W. (2003). Social Networks and Entrepreneurship. *Entrepreneurship Theory and Practice* 1, 1-20.
21. Grilli, L., & Murtinu, S. (2014). Government, venture capital and the growth of European high-tech entrepreneurial firms. *Research Policy*, 43, 1523-1543.
22. Groenewegen, G., & De Langen, F. (2012). Critical success factors of the survival of start-ups with a radical innovation. *Journal of Applied Economics and Business Research*, 2(3), 155-171.
23. Haltiwanger, J., Jarmin, R., & Miranda, J. (2012). Who creates obs? Small vs.large vs.young? Unpublished working paper. University of Maryland and US Census Bureau.
24. Hormiga, E., Batista-Canino, R., & Sánchez-Medina, A. (2010). The role of intellectual capital in the success of new ventures. *International Entrepreneurial Management Journal*, 1-22.
25. Hormiga, E., Batista-Canino, R., & Sánchez-Medina, A. (2011). The impact of relational capital on the success of new business start-ups. *Journal of Small Business Management*, 49(4), 617-638.
26. Hyder, S., & Lussier, R. (2016). Why businesses succeed or fail: A study on small businesses in Pakistan. *Journal of Entrepreneurship in Emerging Economics*, 8(1), 82-100.
27. Joshi, K., & Satyanarayana, K. (2014). What ecosystem factors impact the growth of high-tech start-ups India? *Asian Journal of Innovation and Policy*, 3(2), 216-244.
28. Kelley, D., & Nakosteen, R. (2005). Technology resources, alliances and sustained growth in new, technology-based firms. *IEEE Transactions on Engineering Management*, 52(3), 292-300.
29. Krejci, M., Strielkowski, W., & Cabelkova, I. (2015). Factors that influence the success of small and medium enterprises in ICT: A case study from the Czech Republic. *Business: Theory and Practice*, 16(2), 304-315.
30. Li, S., Shang, J., & Slaughter, A.S. (2010). Why do software companies fail? *Information Systems Research*, Vol. 21, No. 3, pp. 631-654.
31. McAdam, M., & McAdam, R. (2008). High tech start-ups in University science park incubators: The relationship between the start-up's lifecycle progression and use of the incubator's resources. *Technovation*, 28, 277- 290.

32. Mueller, S., Volery, T., & Von, B. (2012). What do entrepreneurs actually do? An observational study of entrepreneurs' everyday behavior in the start-up and growth stages. *Entrepreneurship Theory and Practice*, 995-1017.
33. Oakey, R. (2003). Technical entrepreneurship in high technology small firms: some observations on the implications for management. *Technovation*, 23:679-688.
34. Olawale, F., & Garwe, D. (2010). Obstacles to the growth of new SMEs in South Africa: A principal component analysis approach. *African Journal of Business Management*, 4(5), 729-738.
35. Preisdorfer, P., Bitz, A., & Bezuidenhout, F. (2012). Business Start-ups and their prospects of success in South African Townships. *South African Review of Sociology*, 43(3), 3-23.
36. Pugliese, R., Bortoluzzi, G., & Zupic, I. (2016). Putting process on track: empirical research on start-ups' growth drivers. *Management Decision*, 54(7), 1633-1648.
37. Reynolds, P., & Miller, B. (1992). New Firm Gestation: Conception, Birth, and Implications for Research. *Journal of Business Venturing*, 7, 405-417.
38. Rojas, F., & Huergo, E. (2016). Characteristics of entrepreneurs and public support for NTBFs. *Small Business Economics*, 1-20.
39. Scarborough, N., & Zimmerer, T. (2003). *Effective Small Business Management: An Entrepreneurial Approach*. New Jersey: Prentice Hall Publishing.
40. Schneider, J., Dowling, M., & Raghuram, S. (2007). Empowerment as a success factor in start-up companies. *RMS*, 1, 167-184.
41. Sefiani, Y., & Bown, R. (2013). What Influences the Success of Manufacturing SMEs? A Perspective from Tangier *International Journal of Business and Social Science*, 4(7), 297-309.
42. Song, M., Podoyntsyna, K., Van der Bij, H., & Halman, J. (2008). Success factors in new ventures: A meta-analysis. *The Journal of Product Innovation Management*, 25, 7-27.
43. Spiegel, O., Abbassi, P., Zylka, P., Schlagwein, D., Fischbach, K., & Schoder, D. (2015). Business model development, founders' social capital and the success of early stage internet start-ups: a mixed-method study. *Information Systems Journal*, 1-30.
44. Sulayman, M., Mendes, E., Urquhart, C., Riaz, M., & Tempero, E. (2014). Towards a theoretical framework of SPI success factors for small and medium web companies. *Information and Software Technology*, 56, 807-820.
45. Thiranagama, R., & Edirisinghe, K. (2015). Factors affecting small business start-up of Engineers and Accountants in Sri Lanka. *NSBM Business & Management Journal*, 6(1), 84-107.
46. Timmons, J., & Spinelli, S. (2004). *New Venture Creation: Entrepreneurship for the 21st Century*. New York: McGraw-Hill/Irwin.
47. Van de ven, H.A., Hudson, R., & Schroeder, M.D. (1984). Designing new business StartUps. *Journal of Management*, Vol. 10, No.1, pp. 87-104.
48. Wei-Wen, W. (2009). A competency-based model for the success of an entrepreneurial start-up. *WSEAS Transactions on Business and Economics*, 6(6), 279-291.
49. Yoon-Jun, L. (2010). Technology strategy by growth stage of technology-based venture companies. *International Review of Business Research Papers*, 6(6), 216-234.



Towards Operation Research for all
CLAIO 2018
XIX Latin-Iberoamerican Conference on Operations Research

September 24-27, 2018 | Lima, Perú

ORGANIZERS

CLAIO 2018 is organized by Sociedad Peruana de Investigación de Operativa y de Sistemas (SOPIOS), together Universidad Nacional Mayor de San Marcos and the Association of Latin-Iberoamerican Operational Research Societies (ALIO).



SPONSORS



COLLABORATORS

