

Assignment 6

Substitution/Replacement

In each of the following inferences you are to choose the best answer for how the inference could be accomplished. The four choices are: **substitution**, **replacement**, **both**, **neither**.

- | | | |
|----|---|--|
| 1. | $x + y \approx y + x$ | |
| | $u + v \approx v + u$ | |
| 2. | $x \cdot (y + z) \approx (x \cdot y) + (x \cdot z)$ | |
| | $(x + y) \cdot z \approx (x \cdot z) + (y \cdot z)$ | |
| 3. | $x + y \approx y + x$ | |
| | $(x + y) + z \approx (y + x) + z$ | |
| 4. | $x \cdot y \approx u \cdot v$ | |
| | $(x \cdot y) \cdot w \approx (u \cdot v) \cdot w$ | |
| 5. | $x \cdot x \approx x$ | |
| | $(x \cdot x) \cdot (x \cdot x) \approx x \cdot x$ | |

Find a two element **counterexample** to the following equational argument:

$x \cdot y \approx x$		+	a	b		·	a	b
$(x + y) \cdot z \approx (x \cdot z) + (x \cdot y)$		a				a		
$x \cdot (y + z) \approx (x \cdot y) + (x \cdot z)$		b				b		

Find a three element **counterexample** to the following argument:

		f
$f^3(x) \approx x$	a	
$f^2(x) \approx x$	b	
	c	

Fill in the reasons for the steps in the following derivation of $x \cdot y + y \cdot x \approx 0$ from the ring axioms R1–R9 plus the idempotent law $x \cdot x \approx x$:

R1.	$x + 0 \approx x$	given
R2.	$x + (-x) \approx 0$	given
R3.	$x + y \approx y + x$	given
R4.	$x + (y + z) \approx (x + y) + z$	given
R5.	$x \cdot 1 \approx x$	given
R6.	$1 \cdot x \approx x$	given
R7.	$x \cdot (y \cdot z) \approx (x \cdot y) \cdot z$	given
R8.	$x \cdot (y + z) \approx (x \cdot y) + (x \cdot z)$	given
R9.	$(x + y) \cdot z \approx (x \cdot z) + (y \cdot z)$	given
10.	$x \cdot x \approx x$	given
11.	$(x + y) \cdot (x + y) \approx x + y$	_____
12.	$(x + y) \cdot (x + y) \approx ((x + y) \cdot x) + ((x + y) \cdot y)$	_____
13.	$(x + y) \cdot x \approx (x \cdot x) + (y \cdot x)$	_____
14.	$(x \cdot x) + (y \cdot x) \approx x + (y \cdot x)$	_____
15.	$(x + y) \cdot x \approx x + (y \cdot x)$	_____
16.	$((x + y) \cdot x) + ((x + y) \cdot y) \approx (x + (y \cdot x)) + ((x + y) \cdot y)$	_____
17.	$(x + y) \cdot y \approx (x \cdot y) + (y \cdot y)$	_____
18.	$y \cdot y \approx y$	_____
19.	$(x \cdot y) + (y \cdot y) \approx (x \cdot y) + y$	_____
20.	$(x + y) \cdot y \approx (x \cdot y) + y$	_____
21.	$(x + (y \cdot x)) + ((x + y) \cdot y) \approx (x + (y \cdot x)) + ((x \cdot y) + y)$	_____
22.	$((x + y) \cdot x) + ((x + y) \cdot y) \approx (x + (y \cdot x)) + ((x \cdot y) + y)$	_____
23.	$(x + y) \cdot (x + y) \approx (x + (y \cdot x)) + ((x \cdot y) + y)$	_____
24.	$(x + (y \cdot x)) + ((x \cdot y) + y) \approx (x + y) \cdot (x + y)$	_____
25.	$(x + (y \cdot x)) + ((x \cdot y) + y) \approx x + y$	_____
26.	$(-x) + (x + (y \cdot x)) + ((x \cdot y) + y) \approx (-x) + (x + y)$	_____
27.	$(-x) + x \approx x + (-x)$	_____

28. $(-x) + x \approx 0$ _____
29. $(-x) + (x + y) \approx ((-x) + x) + y$ _____
30. $((-x) + x) + y \approx 0 + y$ _____
31. $0 + y \approx y + 0$ _____
32. $y + 0 \approx y$ _____
33. $0 + y \approx y$ _____
34. $((-x) + x) + y \approx y$ _____
35. $(-x) + (x + y) \approx y$ _____
36. $(-x) + (x + (y \cdot x)) + ((x \cdot y) + y) \approx y$ _____
37. $(-x) + ((x + (y \cdot x)) + ((x \cdot y) + y)) \approx ((-x) + (x + (y \cdot x))) + ((x \cdot y) + y)$ _____
38. $(-x) + (x + (y \cdot x)) \approx ((-x) + x) + (y \cdot x)$ _____
39. $((-x) + x) + (y \cdot x) \approx 0 + (y \cdot x)$ _____
40. $0 + (y \cdot x) \approx y \cdot x$ _____
41. $((-x) + x) + (y \cdot x) \approx y \cdot x$ _____
42. $(-x) + (x + (y \cdot x)) \approx y \cdot x$ _____
43. $((-x) + (x + (y \cdot x))) + ((x \cdot y) + y) \approx (y \cdot x) + ((x \cdot y) + y)$ _____
44. $(y \cdot x) + ((x \cdot y) + y) \approx ((-x) + (x + (y \cdot x))) + ((x \cdot y) + y)$ _____
45. $(y \cdot x) + ((x \cdot y) + y) \approx y$ _____
46. $((y \cdot x) + ((x \cdot y) + y)) + (-y) \approx y + (-y)$ _____
47. $y + (-y) \approx 0$ _____
48. $((y \cdot x) + (x \cdot y)) + y + (-y) \approx 0$ _____
49. $((y \cdot x) + (x \cdot y)) + (y + (-y)) \approx ((y \cdot x) + (x \cdot y)) + y + (-y)$ _____
50. $((y \cdot x) + (x \cdot y)) + (y + (-y)) \approx 0$ _____
51. $((y \cdot x) + (x \cdot y)) + (y + (-y)) \approx ((y \cdot x) + (x \cdot y)) + 0$ _____
52. $((y \cdot x) + (x \cdot y)) + 0 \approx (y \cdot x) + (x \cdot y)$ _____
53. $((y \cdot x) + (x \cdot y)) + (y + (-y)) \approx (y \cdot x) + (x \cdot y)$ _____
54. $(y \cdot x) + (x \cdot y) \approx (((y \cdot x) + (x \cdot y)) + (y + (-y)))$ _____
55. $(y \cdot x) + (x \cdot y) \approx 0$ _____